DE NEDERLANDEN

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Lehrbuch

der

Ingenieur- und Maschinen-Mechanik.

Digitized by Google

Digitized by Google

Lehrbuch

der

Ingenieur- und Maschinen-Mechanik.

Mit

den nöthigen Hülfslehren aus der Analysis

für den

Unterricht an technischen Lehranstalten

sowie zum

Gebrauche für Techniker

bearbeitet

von

Julius Weisbach,

Professor an der königlich Sächsischen Bergakademie zu Freiberg.

In drei Theilen.

Zweiter Theil.

Statik der Bauwerke und Mechanik der Umtriebsmaschinen.

Zweite, verbesserte und vervollständigte Auflage.

Mit gegen 600 in den Text eingedruckten Holzschnitten.

Braunschweig,

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

1851.

Digitized by Google

EW Highsmith

TA350
.4
v.2

Digitized by Google

Zweiter Theil.

Die

Anwendung der Mechanik auf Bauwerke und Umtriebsmaschinen.

415435

Digitized by Google

UNIV. OF CALIFORNIA

Erſte Abtheilung.

Die Anwendung der Mechanik auf Bauwerke.

Erſtes Kapitel.

Von dem Zuſammenhange und dem Drucke lockerer Maſſen.

Natürliche Böſchung.

§. 1. Lockere oder halbflüſſige Maſſen (franz. terres, demi-fluides; engl. earth-masses) ſind Anhäufungen kleiner Körper, wie Sand, Getreide, Schrot, Erde u. ſ. w. Sie ſind inſofern den Flüſſigkeiten ähnlich, als ſie wie dieſe, einer Unterſtützung von außen bedürfen, um eine gewiſſe Form zu behalten. Doch iſt der Zuſammenhang der Theile einer lockeren Maſſe nicht ſo klein wie beim Waſſer; während das Waſſer in jedem Falle einer Einfaſſung bedarf, iſt dieſelbe bei den lockeren Maſſen nur in manchen Fällen nöthig, und während das Waſſer nur dann im Gleichgewichte iſt, wenn ſeine Oberfläche eine horizontale Lage hat, können lockere Maſſen auch bei einer geneigten Lage ihrer Oberfläche im Gleichgewichte beharren.

Wenn die Theile einer lockeren Maſſe nur durch die Reibung mit einander verbunden ſind, ſo iſt dieſelbe im Gleichgewichte, ſo lange ihre Oberfläche eine Neigung gegen den Horizont hat, welche den Reibungswinkel ϱ (ſ. I. §. 159.) nicht übertrifft. Durch den Reibungswinkel wird die größte oder natürliche Böſchung (franz. talus naturel; engl. natural slope) einer lockeren Maſſe beſtimmt. Inſofern man unter Böſchung eines Abhanges AB, Fig. 1, das Verhältniß $\frac{b}{a}$ ſeiner horizontalen Länge $AC = b$ zur Höhe $BC = a$ verſteht, hat man dieſelbe $= cotang.\ \varrho$, oder, da $tang.\ \varrho$ dem Reibungscoefficienten φ gleich iſt, $\frac{b}{a} = \frac{1}{\varphi}$.

Fig. 1.

Nach Martony de Kószegh iſt z. B. für möglichſt trockene Dammerde

Natürliche Böſchung.

die natürliche Böſchung = 1,243, für angefeuchtete Dammerde aber = 1,083; hiernach iſt der Böſchungswinkel im erſten Falle = 39° und im zweiten 43°.

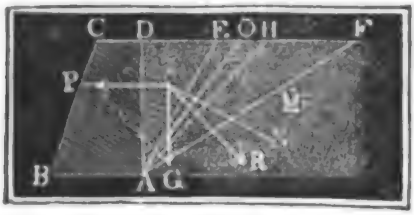
Für ganz feinen Sand hat man die Böſchung = $\frac{5}{3}$, daher den Böſchungswinkel = 31° gefunden. Roggenkörner haben dem Verfaſſer $\varrho = 30°$ gegeben, für Schrotkörner hat man $\varrho = 25°$ und für Vogeldunſt $\varrho = 22\frac{1}{2}°$ gefunden.

Anmerkung. Verſuche über die natürliche Böſchung lockerer Maſſen werden durch Aufſchütten und Streichen dieſer Maſſen von unten nach oben angeſtellt.

Erddruck.

§. 2. Werden lockere Maſſen von einem Mauer- oder Bohlenwerke eingefaßt, ſo üben ſie einen Druck (franz. poussée; engl. pression) gegen dieſes aus, deſſen Kenntniß in vorkommenden Fällen von beſonderer Wichtigkeit iſt, und die wir uns daher zu verſchaffen ſuchen müſſen. Denken wir uns zunächſt die Erdmaſſe *M*, Fig. 2, durch eine im Innern ungeböſchte Futtermauer *AC* geſtützt, nehmen wir ferner an, daß dieſe Maſſe mit der Mauer von gleicher Höhe und daß ſie übrigens nicht beſonders noch belaſtet ſei. Stellen wir uns vor, daß ſich von der ganzen Maſſe ein Keil *ADE* lostrenne und ſich nun auf der einen Seite gegen die Mauer und auf der andern gegen die übrige Maſſe ſtütze. Setzen wir die Höhe *AD* der Maſſe und ihrer Bekleidung = *h*, die Dichtigkeit der Maſſe $M = \gamma$, und den Winkel *AED*, welchen die Trennungsfläche *AE* mit der Horizontalebene einſchließt, = α, und ziehen wir ein Maſſenſtück von der Länge = Eins in Betracht, ſo erhalten wir für das Gewicht des Keiles *ADE*:

Fig. 2.



$$G = \frac{AD \,.\, DE}{2} \,.\, 1 \,.\, \gamma = \tfrac{1}{2}h \,.\, h \; cotg. \; \alpha \,.\, \gamma = \tfrac{1}{2}h^2 \; cotg. \; \alpha \,.\, \gamma.$$

Die vertikale Innenfläche *AD* nimmt natürlich nur den Druck $SP = P$ auf, welcher winkelrecht gegen ſie gerichtet iſt; es läßt ſich alſo annehmen, daß eine gleiche entgegengeſetzt gerichtete Horizontalkraft das Prisma *ADE* auf der ſchiefen Ebene erhält. Wir wiſſen auch (§. 159), daß eine Kraft von einem Körper noch aufgenommen wird, wenn ihre Richtung um den Reibungswinkel von der Normale zur Berührungsebene abweicht, und können daher auch hier vorausſetzen, daß die zweite Seitenkraft *R* aus *G* von der Maſſe unter *AE* aufgenommen werde, wenn ihre Richtung um den Winkel $RSN = \varrho$ von der Normale *SN* abweicht. Da $NSG = AED = \alpha$ iſt, ſo hat man $RSG = \alpha - \varrho$ und daher den Horizontaldruck der Futtermauer: $P = G \; tang. \; (\alpha - \varrho)$ (vergl. I. §. 162), oder $P = \frac{1}{2} \, h^2 \gamma \; cotg. \; \alpha \; tang. \; (\alpha - \varrho)$.

Dieſe Kraft hängt von einem unbekannten Winkel α oder von der Größe des Druckprismas ab, iſt alſo für verſchiedene Werthe von α ver-

ſchieden, und für einen gewiſſen Werth ein Maximum. Iſt nun *ADE* das den Maximaldruck, alſo *ADO* ein einen kleineren Druck ausübendes Prisma, ſo hat man in *AEO* ein Prisma, welches zur Erhaltung auf ſeiner Baſis *AO* keine Kraft braucht, ſondern vielmehr noch einer kleinen Kraft zum Herabziehen widerſtehen würde. Ebenſo iſt es aber bei den übrigen Keilen wie *AOH* u. ſ. w., in welche man *AEF* zerlegen kann, weil dieſe auf noch weniger geneigten Ebenen ruhen; es läßt ſich daher annehmen, daß durch eine dem Maximaldruck *P* gleiche Gegenkraft nicht nur das Prisma *ADE*, ſondern auch das unter *AE* befindliche Prisma *AEF* vollſtändig mit geſtützt iſt, daß alſo auch dieſer Maximaldruck derjenige iſt, den die Bekleidung *AD* von der ganzen Maſſe auszuhalten hat. Erddruck.

§. 3. Es iſt nun nöthig, dasjenige Prisma zu ermitteln, welches den größten Horizontaldruck, alſo auch denjenigen, welchen die Bekleidung überhaupt auszuhalten hat, ausübt. Offenbar kommt es bei dieſer Ermittelung nur darauf an, denjenigen Werth von α zu finden, welcher *cotang.* α *tang.* $(\alpha - \varrho)$ zum Maximo macht. Prisma des größten Druckes.

Es iſt aber $cotang.\ \alpha\ tang.\ (\alpha - \varrho) = \dfrac{sin.\ (2\alpha - \varrho) - sin.\ \varrho}{sin.\ (2\alpha - \varrho) + sin.\ \varrho}$,

und der letzte Bruch um ſo größer, je größer $sin.\ (2\alpha - \varrho)$; es fällt daher auch $cotang.\ \alpha\ tang.\ (\alpha - \varrho)$ am größten aus, wenn $sin.\ (2\alpha - \varrho)$ ein Maximum, d. i. $= 1$, alſo $2\alpha - \varrho = 90^0$, d. i. $\alpha = 45^0 + \frac{\varrho}{2}$ iſt. Hiernach ergiebt ſich der Druck der lockeren Maſſe gegen ihre Bekleidung: $P = \frac{1}{2} h^2 \gamma\ cotang. \left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right) tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)$, oder,

$$\text{da } cotang. \left(45^0 + \frac{\varrho}{2}\right) = tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right) \text{ iſt,}$$

$$P = \tfrac{1}{2} h^2 \gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2.$$

Der Ergänzungswinkel von $\alpha = 45^0 + \frac{\varrho}{2}$ iſt aber

$DAE = 45^0 - \frac{\varrho}{2} = \frac{90^0 - \varrho}{2} = \frac{1}{2}$mal Ergänzung *DAF* des Reibungswinkels ϱ zu 90^0; es halbirt daher die Grundfläche *AE* des den Erddruck erzeugenden Prismas den Winkel *DAF*, welchen der natürliche Abhang *AF* mit der vertikalen Bekleidung einſchließt.

Der Druck der lockeren oder Erdmaſſe läßt ſich nun ſehr leicht mit dem des Waſſers vergleichen. Beim letzteren wäre dieſer Druck $= \frac{1}{2} h^2 \gamma_1$ (I. §. 299), weil h und 1 Höhe und Breite der Fläche und $\frac{h}{2}$ die Druckhöhe iſt; hier aber

Prisma des größten Druckes.

haben wir ihn $= \frac{1}{2} h^2 \varepsilon \gamma_1 \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2$, wenn γ_1 die Dichtigkeit des Wassers und ε das specifische Gewicht der lockeren Masse bezeichnet; es ist also hiernach der Erddruck stets $\varepsilon \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2$ mal so groß als der Druck des Wassers, oder es läßt sich dieser Druck gleichsetzen dem Drucke einer vollkommenen Flüssigkeit, deren specifisches Gewicht $\varepsilon \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2$ ist. Es nimmt also auch der Druck lockerer Massen von oben nach unten gleichmäßig zu und ist überhaupt der Druckhöhe proportional.

Auch folgt, daß der Mittelpunkt des Erddruckes u. s. w. mit dem Mittelpunkte des Wasserdruckes zusammenfällt, daß er also im vorliegenden Falle, wo die gedrückte Fläche ein Rechteck ist, um ein Drittel der Höhe h von der Basis oder um zwei Drittel derselben vom Mauerkopfe absteht (I. §. 301).

Beispiel. Wenn das specifische Gewicht einer 6 Fuß hoch aufgeschütteten Getreidemasse 0,776 ist (s. I. §. 314 Anmerk. 1.), so übt dieselbe gegen eine vertikale Wand auf jeden Fuß Länge den Druck $P = \frac{1}{2} . 6^2 . 0{,}776 . 66 . [tang. (45^0 - 15^0)]^2 = 18 . 66 . 0{,}776 . (tang. 30^0)^2 = 921{,}9 . 0{,}57735^2 = 307{,}3$ Pfund aus.

Cohäsion lockerer Massen.

§. 4. Wir haben bei der obigen Entwickelung noch die Cohäsion, oder den mit der Berührungsfläche wachsenden Zusammenhang der Massentheile außer Acht gelassen; da dieselbe aber bei weniger lockeren Massen, wie z. B. bei festgestampfter Erde, nicht unbedeutend ist, so wollen wir sie auch noch in die Formeln einführen. Setzen wir den Cohäsionsmodul, oder die Kraft des Zusammenhanges für die Berührungsfläche Eins, $= \varkappa$, so haben wir für den in Fig. 2 repräsentirten Fall die Kraft zum Trennen des Prismas ADE in der Fläche AE, $= 1 . AE . \varkappa = \frac{\varkappa h}{sin. \alpha}$. Der vertikale Component $\frac{\varkappa h}{sin. \alpha} . sin. \alpha = \varkappa h$ wirkt dem Gewicht entgegen, und der horizontale Component $\frac{\varkappa h}{sin. \alpha} . cos. \alpha = \varkappa h \, cotg. \alpha$ der Horizontalkraft P; führen wir daher in der Formel $P = G \, tang. (\alpha - \varrho)$, statt P, $P + \varkappa h \, cotang. \alpha$ und statt G, $G - \varkappa h$ ein, so erhalten wir die Bedingungsgleichung

$$P = (G - \varkappa h) \, tang. (\alpha - \varrho) - \varkappa h \, cotang. \alpha.$$

Substituiren wir nun noch $G = \frac{1}{2} h^2 \gamma \, cotang. \alpha$, so erhalten wir

$$P = (\tfrac{1}{2} h^2 \gamma \, cotang. \alpha - \varkappa h) \, tang. (\alpha - \varrho) - \varkappa h \, cotang. \alpha.$$

Es ist aber zweckmäßig, an dieser Formel noch folgende Umformung vorzunehmen:

$$P = h \, [(\tfrac{1}{2} h \gamma + \varkappa \, cotang. \varrho) \, cotg. \alpha \, tang. (\alpha - \varrho) - \varkappa \, cotang. \alpha - \varkappa (1 + cotg. \alpha \, cotg. \varrho) \, tang. (\alpha - \varrho)],$$

Cohäsion lockerer Massen.

oder, da $tang.(\alpha-\varrho) = \frac{tang.\alpha - tang.\varrho}{1+tang.\alpha\ tang.\varrho}$

$= \frac{tang.\alpha - tang\ \varrho}{1+cotang.\alpha\ cotang.\varrho} \cdot cotang.\alpha\ .\ cotang.\varrho$ ist,

$P = h\,[(\frac{1}{2}h\gamma + \varkappa\ cotang.\varrho)\ cotg.\alpha\ tang.(\alpha-\varrho) - \varkappa\,(cotg.\alpha + cotg.\varrho - cotg.\alpha)]$, d. i.

$P = h\,[(\frac{1}{2}h\gamma + \varkappa\ cotg.\varrho)\ cotg\ \alpha\ tang.(\alpha-\varrho) - \varkappa\ cotang.\varrho]$.

Diese Kraft wird ein Maximum mit dem Producte $cotang.\alpha\ tang.(\alpha-\varrho)$.

Das letztere aber ist nach dem Obigen ein solches für $\alpha = 45^0 + \frac{\varrho}{2}$;

es ist daher der vollständige Horizontaldruck der Erdmasse gegen ihre vertikale Bekleidung:

$$P = h\left[(\tfrac{1}{2}h\gamma + \varkappa\,cotg.\varrho)\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - \varkappa\ cotang.\ \varrho\right]$$

$$= \tfrac{1}{2}h^2\gamma\left[tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - \varkappa h\ cotang.\varrho\left[1-\left[tang\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2\right];$$

oder da $cotang.\varrho = \frac{2}{tang.\left(45+\frac{\varrho}{2}\right) - tang.\left(45-\frac{\varrho}{2}\right)}$, und

$$1 - \left[tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$$

$$= \left[tang.\left(45^0+\frac{\varrho}{2}\right) - tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right] tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right) \text{ ist,}$$

$$P = \tfrac{1}{2}h^2\gamma\left[tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - 2h\varkappa\ tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)$$

$$= h\ tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)\left[\frac{h\gamma}{2}\ tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right) - 2\varkappa\right].$$

Diese Kraft ist Null für $\frac{1}{2}h_1\gamma\ tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right) = 2\varkappa$,

d. i. für $h_1 = \frac{4\varkappa}{\gamma\ tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)}$.

Auf diese Höhe läßt sich also eine cohärente Masse senkrecht abschneiden, ohne daß ein Nachrollen erfolgt. Umgekehrt, läßt sich aus der Höhe h_1, auf welche man eine solche Masse senkrecht abschneiden kann, der Cohäsionsmodul finden, indem man setzt: $\varkappa = \frac{1}{4}h_1\gamma\ tang.\left(45^0-\frac{\varrho}{2}\right)$.

Es ist also auch die Cohäsion einer Masse um so größer oder kleiner,

$\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ ist. Wenn $\frac{1}{2}$ die Zahl $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{3}$ die Zahl $\frac{1}{2}$ enthält, schreibt man $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$ und $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$.

Allgemein heißt $\frac{a}{b}$ die Zahl, die b mal mit sich selbst multipliziert a gibt. Es ist also $\frac{a}{b} \cdot b = a$.

Die Zahl $\frac{a}{b}$ heißt auch der Quotient der Zahlen a und b. Wenn a und b ganze Zahlen sind, so ist $\frac{a}{b}$ eine gebrochene Zahl. Wenn a ein Vielfaches von b ist, so ist $\frac{a}{b}$ eine ganze Zahl. Wenn a und b ganze Zahlen sind, so ist $\frac{a}{b}$ eine rationale Zahl. Es gibt aber auch Zahlen, die nicht rational sind, z. B. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{15}$, $\sqrt{17}$, $\sqrt{18}$, $\sqrt{19}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{21}$, $\sqrt{22}$, $\sqrt{23}$, $\sqrt{24}$, $\sqrt{26}$, $\sqrt{27}$, $\sqrt{28}$, $\sqrt{29}$, $\sqrt{30}$, $\sqrt{31}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{33}$, $\sqrt{34}$, $\sqrt{35}$, $\sqrt{37}$, $\sqrt{38}$, $\sqrt{39}$, $\sqrt{40}$, $\sqrt{41}$, $\sqrt{42}$, $\sqrt{43}$, $\sqrt{44}$, $\sqrt{45}$, $\sqrt{46}$, $\sqrt{47}$, $\sqrt{48}$, $\sqrt{50}$, $\sqrt{51}$, $\sqrt{52}$, $\sqrt{53}$, $\sqrt{54}$, $\sqrt{55}$, $\sqrt{56}$, $\sqrt{57}$, $\sqrt{58}$, $\sqrt{59}$, $\sqrt{60}$, $\sqrt{61}$, $\sqrt{62}$, $\sqrt{63}$, $\sqrt{65}$, $\sqrt{66}$, $\sqrt{67}$, $\sqrt{68}$, $\sqrt{69}$, $\sqrt{70}$, $\sqrt{71}$, $\sqrt{72}$, $\sqrt{73}$, $\sqrt{74}$, $\sqrt{75}$, $\sqrt{76}$, $\sqrt{77}$, $\sqrt{78}$, $\sqrt{79}$, $\sqrt{80}$, $\sqrt{81}$, $\sqrt{82}$, $\sqrt{83}$, $\sqrt{84}$, $\sqrt{85}$, $\sqrt{86}$, $\sqrt{87}$, $\sqrt{88}$, $\sqrt{89}$, $\sqrt{90}$, $\sqrt{91}$, $\sqrt{92}$, $\sqrt{93}$, $\sqrt{94}$, $\sqrt{95}$, $\sqrt{96}$, $\sqrt{97}$, $\sqrt{98}$, $\sqrt{99}$, $\sqrt{100}$, $\sqrt{101}$, $\sqrt{102}$, $\sqrt{103}$, $\sqrt{104}$, $\sqrt{105}$, $\sqrt{106}$, $\sqrt{107}$, $\sqrt{108}$, $\sqrt{109}$, $\sqrt{110}$, $\sqrt{111}$, $\sqrt{112}$, $\sqrt{113}$, $\sqrt{114}$, $\sqrt{115}$, $\sqrt{116}$, $\sqrt{117}$, $\sqrt{118}$, $\sqrt{119}$, $\sqrt{120}$, $\sqrt{121}$, $\sqrt{122}$, $\sqrt{123}$, $\sqrt{124}$, $\sqrt{125}$, $\sqrt{126}$, $\sqrt{127}$, $\sqrt{128}$, $\sqrt{129}$, $\sqrt{130}$, $\sqrt{131}$, $\sqrt{132}$, $\sqrt{133}$, $\sqrt{134}$, $\sqrt{135}$, $\sqrt{136}$, $\sqrt{137}$, $\sqrt{138}$, $\sqrt{139}$, $\sqrt{140}$, $\sqrt{141}$, $\sqrt{142}$, $\sqrt{143}$, $\sqrt{144}$, $\sqrt{145}$, $\sqrt{146}$, $\sqrt{147}$, $\sqrt{148}$, $\sqrt{149}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{151}$, $\sqrt{152}$, $\sqrt{153}$, $\sqrt{154}$, $\sqrt{155}$, $\sqrt{156}$, $\sqrt{157}$, $\sqrt{158}$, $\sqrt{159}$, $\sqrt{160}$, $\sqrt{161}$, $\sqrt{162}$, $\sqrt{163}$, $\sqrt{164}$, $\sqrt{165}$, $\sqrt{166}$, $\sqrt{167}$, $\sqrt{168}$, $\sqrt{169}$, $\sqrt{170}$, $\sqrt{171}$, $\sqrt{172}$, $\sqrt{173}$, $\sqrt{174}$, $\sqrt{175}$, $\sqrt{176}$, $\sqrt{177}$, $\sqrt{178}$, $\sqrt{179}$, $\sqrt{180}$, $\sqrt{181}$, $\sqrt{182}$, $\sqrt{183}$, $\sqrt{184}$, $\sqrt{185}$, $\sqrt{186}$, $\sqrt{187}$, $\sqrt{188}$, $\sqrt{189}$, $\sqrt{190}$, $\sqrt{191}$, $\sqrt{192}$, $\sqrt{193}$, $\sqrt{194}$, $\sqrt{195}$, $\sqrt{196}$, $\sqrt{197}$, $\sqrt{198}$, $\sqrt{199}$, $\sqrt{200}$, $\sqrt{201}$, $\sqrt{202}$, $\sqrt{203}$, $\sqrt{204}$, $\sqrt{205}$, $\sqrt{206}$, $\sqrt{207}$, $\sqrt{208}$, $\sqrt{209}$, $\sqrt{210}$, $\sqrt{211}$, $\sqrt{212}$, $\sqrt{213}$, $\sqrt{214}$, $\sqrt{215}$, $\sqrt{216}$, $\sqrt{217}$, $\sqrt{218}$, $\sqrt{219}$, $\sqrt{220}$, $\sqrt{221}$, $\sqrt{222}$, $\sqrt{223}$, $\sqrt{224}$, $\sqrt{225}$, $\sqrt{226}$, $\sqrt{227}$, $\sqrt{228}$, $\sqrt{229}$, $\sqrt{230}$, $\sqrt{231}$, $\sqrt{232}$, $\sqrt{233}$, $\sqrt{234}$, $\sqrt{235}$, $\sqrt{236}$, $\sqrt{237}$, $\sqrt{238}$, $\sqrt{239}$, $\sqrt{240}$, $\sqrt{241}$, $\sqrt{242}$, $\sqrt{243}$, $\sqrt{244}$, $\sqrt{245}$, $\sqrt{246}$, $\sqrt{247}$, $\sqrt{248}$, $\sqrt{249}$, $\sqrt{250}$, $\sqrt{251}$, $\sqrt{252}$, $\sqrt{253}$, $\sqrt{254}$, $\sqrt{255}$, $\sqrt{256}$, $\sqrt{257}$, $\sqrt{258}$, $\sqrt{259}$, $\sqrt{260}$, $\sqrt{261}$, $\sqrt{262}$, $\sqrt{263}$, $\sqrt{264}$, $\sqrt{265}$, $\sqrt{266}$, $\sqrt{267}$, $\sqrt{268}$, $\sqrt{269}$, $\sqrt{270}$, $\sqrt{271}$, $\sqrt{272}$, $\sqrt{273}$, $\sqrt{274}$, $\sqrt{275}$, $\sqrt{276}$, $\sqrt{277}$, $\sqrt{278}$, $\sqrt{279}$, $\sqrt{280}$, $\sqrt{281}$, $\sqrt{282}$, $\sqrt{283}$, $\sqrt{284}$, $\sqrt{285}$, $\sqrt{286}$, $\sqrt{287}$, $\sqrt{288}$, $\sqrt{289}$, $\sqrt{290}$, $\sqrt{291}$, $\sqrt{292}$, $\sqrt{293}$, $\sqrt{294}$, $\sqrt{295}$, $\sqrt{296}$, $\sqrt{297}$, $\sqrt{298}$, $\sqrt{299}$, $\sqrt{300}$, $\sqrt{301}$, $\sqrt{302}$, $\sqrt{303}$, $\sqrt{304}$, $\sqrt{305}$, $\sqrt{306}$, $\sqrt{307}$, $\sqrt{308}$, $\sqrt{309}$, $\sqrt{310}$, $\sqrt{311}$, $\sqrt{312}$, $\sqrt{313}$, $\sqrt{314}$, $\sqrt{315}$, $\sqrt{316}$, $\sqrt{317}$, $\sqrt{318}$, $\sqrt{319}$, $\sqrt{320}$, $\sqrt{321}$, $\sqrt{322}$, $\sqrt{323}$, $\sqrt{324}$, $\sqrt{325}$, $\sqrt{326}$, $\sqrt{327}$, $\sqrt{328}$, $\sqrt{329}$, $\sqrt{330}$, $\sqrt{331}$, $\sqrt{332}$, $\sqrt{333}$, $\sqrt{334}$, $\sqrt{335}$, $\sqrt{336}$, $\sqrt{337}$, $\sqrt{338}$, $\sqrt{339}$, $\sqrt{340}$, $\sqrt{341}$, $\sqrt{342}$, $\sqrt{343}$, $\sqrt{344}$, $\sqrt{345}$, $\sqrt{346}$, $\sqrt{347}$, $\sqrt{348}$, $\sqrt{349}$, $\sqrt{350}$, $\sqrt{351}$, $\sqrt{352}$, $\sqrt{353}$, $\sqrt{354}$, $\sqrt{355}$, $\sqrt{356}$, $\sqrt{357}$, $\sqrt{358}$, $\sqrt{359}$, $\sqrt{360}$, $\sqrt{361}$, $\sqrt{362}$, $\sqrt{363}$, $\sqrt{364}$, $\sqrt{365}$, $\sqrt{366}$, $\sqrt{367}$, $\sqrt{368}$, $\sqrt{369}$, $\sqrt{370}$, $\sqrt{371}$, $\sqrt{372}$, $\sqrt{373}$, $\sqrt{374}$, $\sqrt{375}$, $\sqrt{376}$, $\sqrt{377}$, $\sqrt{378}$, $\sqrt{379}$, $\sqrt{380}$, $\sqrt{381}$, $\sqrt{382}$, $\sqrt{383}$, $\sqrt{384}$, $\sqrt{385}$, $\sqrt{386}$, $\sqrt{387}$, $\sqrt{388}$, $\sqrt{389}$, $\sqrt{390}$, $\sqrt{391}$, $\sqrt{392}$, $\sqrt{393}$, $\sqrt{394}$, $\sqrt{395}$, $\sqrt{396}$, $\sqrt{397}$, $\sqrt{398}$, $\sqrt{399}$, $\sqrt{400}$, $\sqrt{401}$, $\sqrt{402}$, $\sqrt{403}$, $\sqrt{404}$, $\sqrt{405}$, $\sqrt{406}$, $\sqrt{407}$, $\sqrt{408}$, $\sqrt{409}$, $\sqrt{410}$, $\sqrt{411}$, $\sqrt{412}$, $\sqrt{413}$, $\sqrt{414}$, $\sqrt{415}$, $\sqrt{416}$, $\sqrt{417}$, $\sqrt{418}$, $\sqrt{419}$, $\sqrt{420}$, $\sqrt{421}$, $\sqrt{422}$, $\sqrt{423}$, $\sqrt{424}$, $\sqrt{425}$, $\sqrt{426}$, $\sqrt{427}$, $\sqrt{428}$, $\sqrt{429}$, $\sqrt{430}$, $\sqrt{431}$, $\sqrt{432}$, $\sqrt{433}$, $\sqrt{434}$, $\sqrt{435}$, $\sqrt{436}$, $\sqrt{437}$, $\sqrt{438}$, $\sqrt{439}$, $\sqrt{440}$, $\sqrt{441}$, $\sqrt{442}$, $\sqrt{443}$, $\sqrt{444}$, $\sqrt{445}$, $\sqrt{446}$, $\sqrt{447}$, $\sqrt{448}$, $\sqrt{449}$, $\sqrt{450}$, $\sqrt{451}$, $\sqrt{452}$, $\sqrt{453}$, $\sqrt{454}$, $\sqrt{455}$, $\sqrt{456}$, $\sqrt{457}$, $\sqrt{458}$, $\sqrt{459}$, $\sqrt{460}$, $\sqrt{461}$, $\sqrt{462}$, $\sqrt{463}$, $\sqrt{464}$, $\sqrt{465}$, $\sqrt{466}$, $\sqrt{467}$, $\sqrt{468}$, $\sqrt{469}$, $\sqrt{470}$, $\sqrt{471}$, $\sqrt{472}$, $\sqrt{473}$, $\sqrt{474}$, $\sqrt{475}$, $\sqrt{476}$, $\sqrt{477}$, $\sqrt{478}$, $\sqrt{479}$, $\sqrt{480}$, $\sqrt{481}$, $\sqrt{482}$, $\sqrt{483}$, $\sqrt{484}$, $\sqrt{485}$, $\sqrt{486}$, $\sqrt{487}$, $\sqrt{488}$, $\sqrt{489}$, $\sqrt{490}$, $\sqrt{491}$, $\sqrt{492}$, $\sqrt{493}$, $\sqrt{494}$, $\sqrt{495}$, $\sqrt{496}$, $\sqrt{497}$, $\sqrt{498}$, $\sqrt{499}$, $\sqrt{500}$, $\sqrt{501}$, $\sqrt{502}$, $\sqrt{503}$, $\sqrt{504}$, $\sqrt{505}$, $\sqrt{506}$, $\sqrt{507}$, $\sqrt{508}$, $\sqrt{509}$, $\sqrt{510}$, $\sqrt{511}$, $\sqrt{512}$, $\sqrt{513}$, $\sqrt{514}$, $\sqrt{515}$, $\sqrt{516}$, $\sqrt{517}$, $\sqrt{518}$, $\sqrt{519}$, $\sqrt{520}$, $\sqrt{521}$, $\sqrt{522}$, $\sqrt{523}$, $\sqrt{524}$, $\sqrt{525}$, $\sqrt{526}$, $\sqrt{527}$, $\sqrt{528}$, $\sqrt{529}$, $\sqrt{530}$, $\sqrt{531}$, $\sqrt{532}$, $\sqrt{533}$, $\sqrt{534}$, $\sqrt{535}$, $\sqrt{536}$, $\sqrt{537}$, $\sqrt{538}$, $\sqrt{539}$, $\sqrt{540}$, $\sqrt{541}$, $\sqrt{542}$, $\sqrt{543}$, $\sqrt{544}$, $\sqrt{545}$, $\sqrt{546}$, $\sqrt{547}$, $\sqrt{548}$, $\sqrt{549}$, $\sqrt{550}$, $\sqrt{551}$, $\sqrt{552}$, $\sqrt{553}$, $\sqrt{554}$, $\sqrt{555}$, $\sqrt{556}$, $\sqrt{557}$, $\sqrt{558}$, $\sqrt{559}$, $\sqrt{560}$, $\sqrt{561}$, $\sqrt{562}$, $\sqrt{563}$, $\sqrt{564}$, $\sqrt{565}$, $\sqrt{566}$, $\sqrt{567}$, $\sqrt{568}$, $\sqrt{569}$, $\sqrt{570}$, $\sqrt{571}$, $\sqrt{572}$, $\sqrt{573}$, $\sqrt{574}$, $\sqrt{575}$, $\sqrt{576}$, $\sqrt{577}$, $\sqrt{578}$, $\sqrt{579}$, $\sqrt{580}$, $\sqrt{581}$, $\sqrt{582}$, $\sqrt{583}$, $\sqrt{584}$, $\sqrt{585}$, $\sqrt{586}$, $\sqrt{587}$, $\sqrt{588}$, $\sqrt{589}$, $\sqrt{590}$, $\sqrt{591}$, $\sqrt{592}$, $\sqrt{593}$, $\sqrt{594}$, $\sqrt{595}$, $\sqrt{596}$, $\sqrt{597}$, $\sqrt{598}$, $\sqrt{599}$, $\sqrt{600}$, $\sqrt{601}$, $\sqrt{602}$, $\sqrt{603}$, $\sqrt{604}$, $\sqrt{605}$, $\sqrt{606}$, $\sqrt{607}$, $\sqrt{608}$, $\sqrt{609}$, $\sqrt{610}$, $\sqrt{611}$, $\sqrt{612}$, $\sqrt{613}$, $\sqrt{614}$, $\sqrt{615}$, $\sqrt{616}$, $\sqrt{617}$, $\sqrt{618}$, $\sqrt{619}$, $\sqrt{620}$, $\sqrt{621}$, $\sqrt{622}$, $\sqrt{623}$, $\sqrt{624}$, $\sqrt{625}$, $\sqrt{626}$, $\sqrt{627}$, $\sqrt{628}$, $\sqrt{629}$, $\sqrt{630}$, $\sqrt{631}$, $\sqrt{632}$, $\sqrt{633}$, $\sqrt{634}$, $\sqrt{635}$, $\sqrt{636}$, $\sqrt{637}$, $\sqrt{638}$, $\sqrt{639}$, $\sqrt{640}$, $\sqrt{641}$, $\sqrt{642}$, $\sqrt{643}$, $\sqrt{644}$, $\sqrt{645}$, $\sqrt{646}$, $\sqrt{647}$, $\sqrt{648}$, $\sqrt{649}$, $\sqrt{650}$, $\sqrt{651}$, $\sqrt{652}$, $\sqrt{653}$, $\sqrt{654}$, $\sqrt{655}$, $\sqrt{656}$, $\sqrt{657}$, $\sqrt{658}$, $\sqrt{659}$, $\sqrt{660}$, $\sqrt{661}$, $\sqrt{662}$, $\sqrt{663}$, $\sqrt{664}$, $\sqrt{665}$, $\sqrt{666}$, $\sqrt{667}$, $\sqrt{668}$, $\sqrt{669}$, $\sqrt{670}$, $\sqrt{671}$, $\sqrt{672}$, $\sqrt{673}$, $\sqrt{674}$, $\sqrt{675}$, $\sqrt{676}$, $\sqrt{677}$, $\sqrt{678}$, $\sqrt{679}$, $\sqrt{680}$, $\sqrt{681}$, $\sqrt{682}$, $\sqrt{683}$, $\sqrt{684}$, $\sqrt{685}$, $\sqrt{686}$, $\sqrt{687}$, $\sqrt{688}$, $\sqrt{689}$, $\sqrt{690}$, $\sqrt{691}$, $\sqrt{692}$, $\sqrt{693}$, $\sqrt{694}$, $\sqrt{695}$, $\sqrt{696}$, $\sqrt{697}$, $\sqrt{698}$, $\sqrt{699}$, $\sqrt{700}$, $\sqrt{701}$, $\sqrt{702}$, $\sqrt{703}$, $\sqrt{704}$, $\sqrt{705}$, $\sqrt{706}$, $\sqrt{707}$, $\sqrt{708}$, $\sqrt{709}$, $\sqrt{710}$, $\sqrt{711}$, $\sqrt{712}$, $\sqrt{713}$, $\sqrt{714}$, $\sqrt{715}$, $\sqrt{716}$, $\sqrt{717}$, $\sqrt{718}$, $\sqrt{719}$, $\sqrt{720}$, $\sqrt{721}$, $\sqrt{722}$, $\sqrt{723}$, $\sqrt{724}$, $\sqrt{725}$, $\sqrt{726}$, $\sqrt{727}$, $\sqrt{728}$, $\sqrt{729}$, $\sqrt{730}$, $\sqrt{731}$, $\sqrt{732}$, $\sqrt{733}$, $\sqrt{734}$, $\sqrt{735}$, $\sqrt{736}$, $\sqrt{737}$, $\sqrt{738}$, $\sqrt{739}$, $\sqrt{740}$, $\sqrt{741}$, $\sqrt{742}$, $\sqrt{743}$, $\sqrt{744}$, $\sqrt{745}$, $\sqrt{746}$, $\sqrt{747}$, $\sqrt{748}$, $\sqrt{749}$, $\sqrt{750}$, $\sqrt{751}$, $\sqrt{752}$, $\sqrt{753}$, $\sqrt{754}$, $\sqrt{755}$, $\sqrt{756}$, $\sqrt{757}$, $\sqrt{758}$, $\sqrt{759}$, $\sqrt{760}$, $\sqrt{761}$, $\sqrt{762}$, $\sqrt{763}$, $\sqrt{764}$, $\sqrt{765}$, $\sqrt{766}$, $\sqrt{767}$, $\sqrt{768}$, $\sqrt{769}$, $\sqrt{770}$, $\sqrt{771}$, $\sqrt{772}$, $\sqrt{773}$, $\sqrt{774}$, $\sqrt{775}$, $\sqrt{776}$, $\sqrt{777}$, $\sqrt{778}$, $\sqrt{779}$, $\sqrt{780}$, $\sqrt{781}$, $\sqrt{782}$, $\sqrt{783}$, $\sqrt{784}$, $\sqrt{785}$, $\sqrt{786}$, $\sqrt{787}$, $\sqrt{788}$, $\sqrt{789}$, $\sqrt{790}$, $\sqrt{791}$, $\sqrt{792}$, $\sqrt{793}$, $\sqrt{794}$, $\sqrt{795}$, $\sqrt{796}$, $\sqrt{797}$, $\sqrt{798}$, $\sqrt{799}$, $\sqrt{800}$, $\sqrt{801}$, $\sqrt{802}$, $\sqrt{803}$, $\sqrt{804}$, $\sqrt{805}$, $\sqrt{806}$, $\sqrt{807}$, $\sqrt{808}$, $\sqrt{809}$, $\sqrt{810}$, $\sqrt{811}$, $\sqrt{812}$, $\sqrt{813}$, $\sqrt{814}$, $\sqrt{815}$, $\sqrt{816}$, $\sqrt{817}$, $\sqrt{818}$, $\sqrt{819}$, $\sqrt{820}$, $\sqrt{821}$, $\sqrt{822}$, $\sqrt{823}$, $\sqrt{824}$, $\sqrt{825}$, $\sqrt{826}$, $\sqrt{827}$, $\sqrt{828}$, $\sqrt{829}$, $\sqrt{830}$, $\sqrt{831}$, $\sqrt{832}$, $\sqrt{833}$, $\sqrt{834}$, $\sqrt{835}$, $\sqrt{836}$, $\sqrt{837}$, $\sqrt{838}$, $\sqrt{839}$, $\sqrt{840}$, $\sqrt{841}$, $\sqrt{842}$, $\sqrt{843}$, $\sqrt{844}$, $\sqrt{845}$, $\sqrt{846}$, $\sqrt{847}$, $\sqrt{848}$, $\sqrt{849}$, $\sqrt{850}$, $\sqrt{851}$, $\sqrt{852}$, $\sqrt{853}$, $\sqrt{854}$, $\sqrt{855}$, $\sqrt{856}$, $\sqrt{857}$, $\sqrt{858}$, $\sqrt{859}$, $\sqrt{860}$, $\sqrt{861}$, $\sqrt{862}$, $\sqrt{863}$, $\sqrt{864}$, $\sqrt{865}$, $\sqrt{866}$, $\sqrt{867}$, $\sqrt{868}$, $\sqrt{869}$, $\sqrt{870}$, $\sqrt{871}$, $\sqrt{872}$, $\sqrt{873}$, $\sqrt{874}$, $\sqrt{875}$, $\sqrt{876}$, $\sqrt{877}$, $\sqrt{878}$, $\sqrt{879}$, $\sqrt{880}$, $\sqrt{881}$, $\sqrt{882}$, $\sqrt{883}$, $\sqrt{884}$, $\sqrt{885}$, $\sqrt{886}$, $\sqrt{887}$, $\sqrt{888}$, $\sqrt{889}$, $\sqrt{890}$, $\sqrt{891}$, $\sqrt{892}$, $\sqrt{893}$, $\sqrt{894}$, $\sqrt{895}$, $\sqrt{896}$, $\sqrt{897}$, $\sqrt{898}$, $\sqrt{899}$, $\sqrt{900}$, $\sqrt{901}$, $\sqrt{902}$, $\sqrt{903}$, $\sqrt{904}$, $\sqrt{905}$, $\sqrt{906}$, $\sqrt{907}$, $\sqrt{908}$, $\sqrt{909}$, $\sqrt{910}$, $\sqrt{911}$, $\sqrt{912}$, $\sqrt{913}$, $\sqrt{914}$, $\sqrt{915}$, $\sqrt{916}$, $\sqrt{917}$, $\sqrt{918}$, $\sqrt{919}$, $\sqrt{920}$, $\sqrt{921}$, $\sqrt{922}$, $\sqrt{923}$, $\sqrt{924}$, $\sqrt{925}$, $\sqrt{926}$, $\sqrt{927}$, $\sqrt{928}$, $\sqrt{929}$, $\sqrt{930}$, $\sqrt{931}$, $\sqrt{932}$, $\sqrt{933}$, $\sqrt{934}$, $\sqrt{935}$, $\sqrt{936}$, $\sqrt{937}$, $\sqrt{938}$, $\sqrt{939}$, $\sqrt{940}$, $\sqrt{941}$, $\sqrt{942}$, $\sqrt{943}$, $\sqrt{944}$, $\sqrt{945}$, $\sqrt{946}$, $\sqrt{947}$, $\sqrt{948}$, $\sqrt{949}$, $\sqrt{950}$, $\sqrt{951}$, $\sqrt{952}$, $\sqrt{953}$, $\sqrt{954}$, $\sqrt{955}$, $\sqrt{956}$, $\sqrt{957}$, $\sqrt{958}$, $\sqrt{959}$, $\sqrt{960}$, $\sqrt{961}$, $\sqrt{962}$, $\sqrt{963}$, $\sqrt{964}$, $\sqrt{965}$, $\sqrt{966}$, $\sqrt{967}$, $\sqrt{968}$, $\sqrt{969}$, $\sqrt{970}$, $\sqrt{971}$, $\sqrt{972}$, $\sqrt{973}$, $\sqrt{974}$, $\sqrt{975}$, $\sqrt{976}$, $\sqrt{977}$, $\sqrt{978}$, $\sqrt{979}$, $\sqrt{980}$, $\sqrt{981}$, $\sqrt{982}$, $\sqrt{983}$, $\sqrt{984}$, $\sqrt{985}$, $\sqrt{986}$, $\sqrt{987}$, $\sqrt{988}$, $\sqrt{989}$, $\sqrt{990}$, $\sqrt{991}$, $\sqrt{992}$, $\sqrt{993}$, $\sqrt{994}$, $\sqrt{995}$, $\sqrt{996}$, $\sqrt{997}$, $\sqrt{998}$, $\sqrt{999}$, $\sqrt{1000}$.

Jede Strecke s kann durch eine Zahl gemessen werden, wenn man eine Strecke e als Einheit wählt. Man trägt e auf s ab und findet, daß s a mal e enthält. Dann ist a die Zahl, die die Strecke s bezüglich der Einheit e mißt. Wenn a eine rationale Zahl ist, so ist s ein Vielfaches eines Teiles von e. Wenn a eine irrationale Zahl ist, so ist s kein Vielfaches eines Teiles von e. Es gibt also Strecken, die kein Vielfaches eines Teiles einer gegebenen Strecke sind.

Jede Strecke s kann durch eine Zahl gemessen werden, wenn man eine Strecke e als Einheit wählt. Man trägt e auf s ab und findet, daß s a mal e enthält. Dann ist a die Zahl, die die Strecke s bezüglich der Einheit e mißt. Wenn a eine rationale Zahl ist, so ist s ein Vielfaches eines Teiles von e. Wenn a eine irrationale Zahl ist, so ist s kein Vielfaches eines Teiles von e. Es gibt also Strecken, die kein Vielfaches eines Teiles einer gegebenen Strecke sind.

Theil des Druckes, durch den Schwerpunkt der Wand, steht also um die halbe Höhe $\left(\frac{h}{2}\right)$ von A ab, und es ist sonach das statische Moment dieser zweiten Kraft Belastete Erdmasse.

$$= \frac{h}{2} \cdot qh \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 = \frac{qh^2}{2}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2.$$

Das Moment des vollständigen Druckes ist nun:

$(\frac{1}{6}h^3\gamma + \frac{1}{2}qh^2)\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$, und daher der Hebelarm desselben oder der Abstand $AO = a$ seines Angriffspunktes O von der Basis:

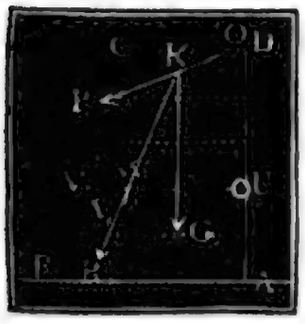
$$a = \frac{(\frac{1}{6}h^3\gamma + \frac{1}{2}h^2 q)\left[tang.\left(45 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2}{(\frac{1}{2}h^2\gamma + hq)\left[tang.\left(45 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2} = \frac{\frac{1}{6}h^2\gamma + \frac{1}{2}hq}{\frac{1}{2}h\gamma + q}$$

$$= \left(\frac{h\gamma + 3q}{3h\gamma + 6q}\right) \cdot h.$$

Anmerkung. Steht die Erde über der Mauerkappe und bildet in der Nähe dieser einen natürlichen Abhang, so behält die Formel des §. 3 ihre Anwendung, wenn man nur für h die Erd-, nicht aber die Mauerhöhe einsetzt.

§. 6. Dem Erddrucke u. s. w. wird durch Futtermauern (franz. revêtements; engl. retaining-walls) oder durch Bohlenwerke (franz. palplanches; engl. walling-timbers) begegnet. Am gewöhnlichsten sind Futtermauern oder steinerne Erdbekleidungen; daher möge auch von ihnen im Folgenden ausführlicher die Rede sein. Futtermauern.

Fig. 4.



Eine Mauer AC, Fig. 4, kann durch eine Kraft $KP = P$, fortgeschoben oder umgestürzt werden. Denken wir uns diese Mauer aus in horizontalen Schichten über einander liegenden Steinen bestehend, so können wir annehmen, daß sich beim Nachgeben der Mauer eine horizontale Fuge UV bilde, über welcher der darüber liegende Theil CU fortgleitet oder umschlägt. Der Sicherheit wegen wollen wir auf das Bindemittel der Steine gar nicht Rücksicht nehmen, sondern nur die Reibung zwischen denselben in Betracht ziehen. Aus der Kraft P und dem Gewichte G des Mauertheiles CU bildet sich eine Mittelkraft $KR = R$, von deren Größe und Richtung die Möglichkeit des Umstürzens und Fortgleitens dieses Mauerstückes abhängt. Ist der Winkel RKG, um welchen diese Mittelkraft von der Normale zur Trennungsfläche UV abweicht, kleiner als der Reibungswinkel ϱ, so kann ein Fortschieben der Mauer nicht eintreten (I. §. 159), und geht die Kraftrichtung nicht außerhalb der Trennungsfläche UV vorbei, sondern durch dieselbe, so ist auch

Ich habe in Heidelberg mit Herrn Lenard (s. o.) 1906. Zu der vielen Übung in Trennung und Lesen, die bei Spektren eine schon ziemlich weitgehende ist, kommt noch die Übung in Messung und Berechnung, die ich mir in Heidelberg erwarb. Ich habe also Herrn Lenard gegenüber einen Vorsprung, der mir ermöglicht, in kurzer Zeit Resultate zu erzielen, die Herr Lenard nicht so leicht, und wenn er sie auch leicht erzielt, nur mit großer Mühe nachprüfen kann.

Man sieht, wie sehr Herr Lenard mich fürchtet, daß er mir sogar die Ehre erweist, mich zu nennen, wo doch nur von Arbeiten, die ich ausgeführt habe, die Rede ist. Ich habe ihm gegenüber einen Vorsprung, der mir ermöglicht, in kurzer Zeit Resultate zu erzielen, die Herr Lenard nicht so leicht, und wenn er sie auch leicht erzielt, nur mit großer Mühe nachprüfen kann.

Man sieht, wie sehr Herr Lenard mich fürchtet, daß er mir sogar die Ehre erweist, mich zu nennen, wo doch nur von Arbeiten, die ich ausgeführt habe, die Rede ist. Herrn Lenard gegenüber einen Vorsprung, der mir ermöglicht, in kurzer Zeit Resultate zu erzielen, die Herr Lenard nicht so leicht, und wenn er sie auch leicht erzielt, nur mit großer Mühe nachprüfen kann.

Man sieht, wie sehr Herr Lenard mich fürchtet, daß er mir sogar die Ehre erweist, mich zu nennen, wo doch nur von Arbeiten, die ich ausgeführt habe, die Rede ist. Herrn Lenard gegenüber einen Vorsprung, der mir ermöglicht, in kurzer Zeit Resultate zu erzielen, die Herr Lenard nicht so leicht, und wenn er sie auch leicht erzielt, nur mit großer Mühe nachprüfen kann.

Man sieht, wie sehr Herr Lenard mich fürchtet, daß er mir sogar die Ehre erweist, mich zu nennen, wo doch nur von Arbeiten, die ich ausgeführt habe, die Rede ist. Herrn Lenard gegenüber einen Vorsprung, der mir ermöglicht, in kurzer Zeit Resultate zu erzielen, die Herr Lenard nicht so leicht, und wenn er sie auch leicht erzielt, nur mit großer Mühe nachprüfen kann.

Man sieht, wie sehr Herr Lenard mich fürchtet, daß er mir sogar die Ehre erweist, mich zu nennen, wo doch nur von Arbeiten, die ich ausgeführt habe, die Rede ist. Herrn Lenard gegenüber einen Vorsprung, der mir ermöglicht, in kurzer Zeit Resultate zu erzielen, die Herr Lenard nicht so leicht, und wenn er sie auch leicht erzielt, nur mit großer Mühe nachprüfen kann.

Man sieht, wie sehr Herr Lenard mich fürchtet, daß er mir sogar die Ehre erweist, mich zu nennen, wo doch nur von Arbeiten, die ich ausgeführt habe, die Rede ist. Herrn Lenard gegenüber einen Vorsprung, der mir ermöglicht, in kurzer Zeit Resultate zu erzielen, die Herr Lenard nicht so leicht, und wenn er sie auch leicht erzielt, nur mit großer Mühe nachprüfen kann.

Man sieht, wie sehr Herr Lenard mich fürchtet, daß er mir sogar die Ehre erweist, mich zu nennen, wo doch nur von Arbeiten, die ich ausgeführt habe, die Rede ist. Herrn Lenard gegenüber einen Vorsprung, der mir ermöglicht, in kurzer Zeit Resultate zu erzielen, die Herr Lenard nicht so leicht, und wenn er sie auch leicht erzielt, nur mit großer Mühe nachprüfen kann.

Man sieht, wie sehr Herr Lenard mich fürchtet, daß er mir sogar die Ehre erweist, mich zu nennen, wo doch nur von Arbeiten, die ich ausgeführt habe, die Rede ist. Herrn Lenard gegenüber einen Vorsprung, der mir ermöglicht, in kurzer Zeit Resultate zu erzielen, die Herr Lenard nicht so leicht, und wenn er sie auch leicht erzielt, nur mit großer Mühe nachprüfen kann.

Man sieht, wie sehr Herr Lenard mich fürchtet, daß er mir sogar die Ehre erweist, mich zu nennen, wo doch nur von Arbeiten, die ich ausgeführt habe, die Rede ist. Herrn Lenard gegenüber einen Vorsprung, der mir ermöglicht, in kurzer Zeit Resultate zu erzielen, die Herr Lenard nicht so leicht, und wenn er sie auch leicht erzielt, nur mit großer Mühe nachprüfen kann.

$tang.\ \beta = \frac{P}{G} = \frac{\frac{1}{2}x^2\gamma + qx}{\left(b + \frac{nx}{2}\right)x\gamma_1} \cdot \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$; oder Fortſchieben der Mauer.

da β kleiner als ϱ, alſo $tang.\ \beta < \varphi$ ſein muß,

$\frac{\frac{1}{2}x\gamma + q}{\left(b + \frac{nx}{2}\right)\gamma_1} \cdot \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 < \varphi$, woraus nun die geſuchte Mauerdicke $b > \frac{\frac{1}{2}x\gamma + q}{\varphi\gamma_1}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - \frac{nx}{2}$

ſich ergiebt.

Für $x =$ Null erhält man die Dicke am Kopfe:

$b > \frac{q}{\varphi\gamma_1}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$, alſo für $q = 0$ auch $b = 0$;

für $x = h$, die ganze Mauerhöhe eingeſetzt, erhält man die geſuchte Mauerdicke $b > \frac{\frac{1}{2}h\gamma + q}{\varphi\gamma_1}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 - \frac{nh}{2}$.

Will man dieſe Formel auf einen Deich oder Teichdamm anwenden, ſo ſetze man $\varrho = 0$ und $q = 0$.

Dann folgt $b > \left(\frac{\gamma}{\varphi\gamma_1} - n\right)\frac{x}{2}$. (Vergl. I. §. 303).

Die Formeln geben allerdings für $q = 0$, d. i. wenn die Oberfläche der halb- oder ganzflüſſigen Maſſe bis an die Mauerkappe ſteht, die obere Breite = Null; allein die Erfahrung hat gelehrt, daß man dieſe Breite, um die zerſtörenden Wirkungen des Wetter- und Temperaturwechſels zu verhindern, nicht unter $2\frac{1}{2}$ Fuß machen ſoll.

Anmerkung. Der Reibungscoefficient für Mauer- und Ziegelſteine iſt (I. §. 161), wenn ſie unmittelbar auf einander liegen, = 0,67 bis 0,75; und wenn friſcher Mörtel zwiſchen beiden liegt, nur 0,60 bis 0,70. Der eingetrocknete Mörtel wirkt nun auch durch Cohäſion oder Adhärenz, und es iſt nach Boiſtard der Zuſammenhang durch Mörtel auf einen Quadratfuß Fläche 800 bis 1500 Pfund; nach den neueren Verſuchen von Morin aber 2000 bis 5000 Pfund.

§. 8. Man muß den activen und paſſiven Erddruck von einander unterſcheiden. Activ iſt die Wirkung des Erddruckes in dem ſeither betrachteten Falle, wo ſich die Erde gegen ein paſſives Hinderniß ſtützt, paſſiv iſt aber der Erddruck, wenn er einer activen Kraft hindernd in den Weg tritt, wenn er z. B. den Druck eines Gewölbes oder einer liegenden Mauer u. ſ. w. aufnimmt. Poncelet nennt dieſe Wirkung der Erdmaſſen butée des terres, und im Deutſchen hat man ihr den Namen Hebekraft der Erde gegeben. Der Widerſtand, welchen ein Körper dem Hinaufſchieben auf einer ſchiefen Ebene entgegenſetzt, iſt größer als die Kraft, welche nöthig iſt, um einen Körper an dem Herabgleiten auf Hebekraft der Erde.

Wenn wir nun die Gleichungen (1) und (2) mit einander multiplicieren, so erhalten wir

$$\frac{dx}{dt}\frac{dx'}{dt} + \frac{dy}{dt}\frac{dy'}{dt} + \frac{dz}{dt}\frac{dz'}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial x'} + \frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial V}{\partial y'} + \frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial V}{\partial z'}.$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist, wie man sofort sieht, gleich $\frac{dr}{dt}\frac{dr'}{dt}$, wo r und r' die Entfernungen der beiden Massen m und m' vom Coordinatenanfang bedeuten. Die rechte Seite ist gleich $\frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial V}{\partial r'}$, wie man durch Differentiation der Gleichung

$$V = \frac{mm'}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} + \frac{mm'}{\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}}$$

nach r und r' findet. Wir haben also

$$\frac{dr}{dt}\frac{dr'}{dt} = \frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial V}{\partial r'}.$$

Durch Integration dieser Gleichung nach t erhalten wir

$$r r' = \int \frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial V}{\partial r'}\,dt + \text{Const.}$$

Wenn wir nun $\frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial V}{\partial r'}$ durch $\frac{\partial V}{\partial t}$ ersetzen, so ist

$$\frac{\partial V}{\partial r}\frac{\partial V}{\partial r'} = \frac{\partial V}{\partial t}\frac{dt}{dr}\frac{dt}{dr'}$$

und wir haben

$$r r' = \int \frac{\partial V}{\partial t}\frac{dt}{dr}\frac{dt}{dr'}\,dt + \text{Const.}$$

Wenn wir nun $\frac{dt}{dr}\frac{dt}{dr'}$ durch $\frac{dt^2}{dr\,dr'}$ ersetzen, so ist

$$r r' = \int \frac{\partial V}{\partial t}\frac{dt^2}{dr\,dr'} + \text{Const.}$$

Wenn wir nun dt^2 durch $\frac{dr^2}{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2}$ ersetzen, so ist

$$r r' = \int \frac{\partial V}{\partial t}\frac{dr\,dr'}{\left(\frac{dr}{dt}\right)^2} + \text{Const.}$$

Wenn wir nun $\frac{dr}{dt}$ durch $\sqrt{2(V+h)}$ ersetzen, so ist

$$r r' = \int \frac{\partial V}{\partial t}\frac{dr\,dr'}{2(V+h)} + \text{Const.}$$

Wenn wir nun $\frac{\partial V}{\partial t}$ durch $\frac{\partial V}{\partial h}$ ersetzen, so ist

$$r r' = \int \frac{\partial V}{\partial h}\frac{dr\,dr'}{2(V+h)} + \text{Const.}$$

Wenn wir nun $\frac{dr\,dr'}{2(V+h)}$ durch $\frac{dr\,dr'}{\sqrt{2(V+h)}\sqrt{2(V+h)}}$ ersetzen, so ist

$$r r' = \int \frac{\partial V}{\partial h}\frac{dr\,dr'}{\sqrt{2(V+h)}\sqrt{2(V+h)}} + \text{Const.}$$

Wenn wir nun $\sqrt{2(V+h)}$ durch $\frac{dr}{dt}$ ersetzen, so ist

$$r r' = \int \frac{\partial V}{\partial h}\frac{dr\,dr'}{\frac{dr}{dt}\sqrt{2(V+h)}} + \text{Const.}$$

Wenn wir nun $\frac{dr}{dt

Seite in Vereinigung mit der Reibung am Boden dem activen Drucke auf der innern Seite das Gleichgewicht hält. Grundtiefe

Iſt G das Gewicht der Stützmauer AC, Fig. 7, alſo φG ihre Reibung auf dem Grunde AB, iſt h die Höhe der Erdmaſſe auf der innern und h_1 die Höhe der Erdmaſſe auf der äußern Seite, ſind ferner ϱ und γ der Reibungswinkel und die Dichtigkeit für jene und ϱ_1 und γ_1 der Reibungswinkel und die Dichtigkeit für dieſe Erdmaſſe, ſo hat man hiernach zu ſetzen:

$$\varphi G + \tfrac{1}{2} h_1^2 \gamma_1 \left[tang. \left(45^0 + \frac{\varrho_1}{2} \right) \right]^2 = \tfrac{1}{2} h^2 \gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2,$$

und daher die Tiefe BK des Grundes für dieſe Mauer:

$$h_1 = \sqrt{\frac{h^2 \gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2 - 2 \varphi G}{\gamma_1}} . tang. \left(45^0 - \frac{\varrho_1}{2} \right).$$

Der Sicherheit wegen führt man noch einen Stabilitätscoefficienten 1,4 ein, und wendet daher die Tiefe

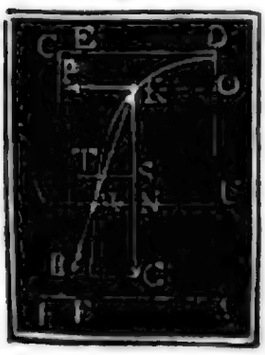
$$h_1 = 1{,}4\, tang. \left(45^0 - \frac{\varrho_1}{2} \right) \sqrt{\frac{h^2 \gamma \left[tang. \left(45^0 - \frac{\varrho}{2} \right) \right]^2 - 2 \varphi G}{\gamma_1}}$$ an.

Beiſpiel. Wie tief muß eine parallelepipediſche Mauer von 8 Fuß Breite und 13 Fuß Höhe von außen im Grunde ſtehen, damit ſie innen den Druck des vom Fuße bis zum Kopfe der Mauer ſtehenden Waſſers auszuhalten vermag, ohne auszugleiten? Hier iſt $\varrho = 0$, $\gamma = 66$ Pfund, $h = 13$ Fuß, ferner $\varphi = 0{,}3$, $\varrho_1 = 30^0$, $\gamma_1 = 1{,}6 \,.\, 66 = 105{,}6$ Pfund, und G, wenn man die Dichtigkeit der Mauer $= 2 \,.\, 66 = 132$ Pfund annimmt, $= 8 \,.\, 13 \,.\, 132 = 13728$ Pfund, daher die geſuchte Grundtiefe: $h_1 = 1{,}4 \,.\, tang.\, (45^0 - 15^0) \sqrt{\frac{13^2 \,.\, 66 - 2 \,.\, 0{,}3 \,.\, 13728}{105{,}6}}$

$$= 1{,}4\, tang.\, 30 \sqrt{\frac{11154 - 8237}{105{,}6}} = 1{,}4 \,.\, 0{,}57735 \sqrt{\frac{2917}{105{,}6}} = 4{,}25 \text{ Fuß}.$$

§. 10. Um die Stabilität einer Stütz- oder Futtermauer in Hinſicht auf Drehung (ſ. I. §. 130) beurtheilen zu können, iſt es nöthig, daß man die Widerſtandslinie derſelben ermittele. Der Einfachheit wegen nehmen wir zunächſt eine parallelepipediſche Mauer AC, Fig. 8, vor. Hätte man es nur mit einer einzigen Horizontalkraft $KP = P$ zu thun, deren Angriffspunkt um $DO = a$ von der Mauerkappe CD abſteht, ſo wäre die Widerſtandslinie eine Hyperbel, wie ſich aus folgender einfachen Betrachtung ergiebt. Aus der Kraft P, deren Angriffspunkt wir nach der vertikalen Schwerlinie der Mauer verlegen, und aus dem Gewichte G eines Mauerſtückes $UVCD$ folgt die Mittelkraft R, welche UV in einem Punkte W der geſuchten Widerſtandslinie ſchneidet. Drehen der Stützmauer

Fig. 8.



Satz 2. Wenn man in der Reihe $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}, \ldots$ die Brüche $\frac{1}{1}, \frac{3}{1}, \frac{5}{1}, \frac{7}{1}, \ldots$ mit ungeraden Zählern, und die Brüche $\frac{2}{1}, \frac{4}{1}, \frac{6}{1}, \frac{8}{1}, \ldots$ mit geraden Zählern, jeden für sich, in Klammern einschließt, so hat man

$$\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \left(\frac{3}{1} + \frac{5}{1}\right) + \left(\frac{7}{1} + \frac{9}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{2}{1} + \frac{4}{1}\right) + \left(\frac{6}{1} + \frac{8}{1}\right) + \ldots$$

Beweis. Es ist $\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \ldots$ nach Satz 1. Nun ist $\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \left(\frac{3}{1} + \frac{5}{1}\right) + \left(\frac{7}{1} + \frac{9}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{2}{1} + \frac{4}{1}\right) + \left(\frac{6}{1} + \frac{8}{1}\right) + \ldots$ nach Satz 1. Folglich ist auch $\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \left(\frac{3}{1} + \frac{5}{1}\right) + \left(\frac{7}{1} + \frac{9}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{2}{1} + \frac{4}{1}\right) + \left(\frac{6}{1} + \frac{8}{1}\right) + \ldots$

Satz 3. Wenn man in der Reihe $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}, \ldots$ die Brüche $\frac{1}{1}, \frac{4}{1}, \frac{7}{1}, \frac{10}{1}, \ldots$ mit Zählern, welche bei der Division durch 3 den Rest 1 lassen, die Brüche $\frac{2}{1}, \frac{5}{1}, \frac{8}{1}, \frac{11}{1}, \ldots$ mit Zählern, welche bei der Division durch 3 den Rest 2 lassen, und die Brüche $\frac{3}{1}, \frac{6}{1}, \frac{9}{1}, \frac{12}{1}, \ldots$ mit Zählern, welche durch 3 ohne Rest teilbar sind, jeden für sich, in Klammern einschließt, so hat man

$$\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \frac{9}{1} + \frac{10}{1} + \frac{11}{1} + \frac{12}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \left(\frac{4}{1} + \frac{7}{1}\right) + \left(\frac{10}{1} + \frac{13}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{2}{1} + \frac{5}{1}\right) + \left(\frac{8}{1} + \frac{11}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{3}{1} + \frac{6}{1}\right) + \left(\frac{9}{1} + \frac{12}{1}\right) + \ldots$$

Beweis. Es ist $\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \frac{9}{1} + \frac{10}{1} + \frac{11}{1} + \frac{12}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \frac{9}{1} + \frac{10}{1} + \frac{11}{1} + \frac{12}{1} + \ldots$ nach Satz 1. Nun ist $\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \frac{9}{1} + \frac{10}{1} + \frac{11}{1} + \frac{12}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \left(\frac{4}{1} + \frac{7}{1}\right) + \left(\frac{10}{1} + \frac{13}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{2}{1} + \frac{5}{1}\right) + \left(\frac{8}{1} + \frac{11}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{3}{1} + \frac{6}{1}\right) + \left(\frac{9}{1} + \frac{12}{1}\right) + \ldots$ nach Satz 1. Folglich ist auch $\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \frac{9}{1} + \frac{10}{1} + \frac{11}{1} + \frac{12}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \left(\frac{4}{1} + \frac{7}{1}\right) + \left(\frac{10}{1} + \frac{13}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{2}{1} + \frac{5}{1}\right) + \left(\frac{8}{1} + \frac{11}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{3}{1} + \frac{6}{1}\right) + \left(\frac{9}{1} + \frac{12}{1}\right) + \ldots$

Satz 4. Wenn man in der Reihe $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}, \ldots$ die Brüche $\frac{1}{1}, \frac{5}{1}, \frac{9}{1}, \frac{13}{1}, \ldots$ mit Zählern, welche bei der Division durch 4 den Rest 1 lassen, die Brüche $\frac{2}{1}, \frac{6}{1}, \frac{10}{1}, \frac{14}{1}, \ldots$ mit Zählern, welche bei der Division durch 4 den Rest 2 lassen, die Brüche $\frac{3}{1}, \frac{7}{1}, \frac{11}{1}, \frac{15}{1}, \ldots$ mit Zählern, welche bei der Division durch 4 den Rest 3 lassen, und die Brüche $\frac{4}{1}, \frac{8}{1}, \frac{12}{1}, \frac{16}{1}, \ldots$ mit Zählern, welche durch 4 ohne Rest teilbar sind, jeden für sich, in Klammern einschließt, so hat man

$$\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \frac{9}{1} + \frac{10}{1} + \frac{11}{1} + \frac{12}{1} + \frac{13}{1} + \frac{14}{1} + \frac{15}{1} + \frac{16}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \left(\frac{5}{1} + \frac{9}{1}\right) + \left(\frac{13}{1} + \frac{17}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{2}{1} + \frac{6}{1}\right) + \left(\frac{10}{1} + \frac{14}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{3}{1} + \frac{7}{1}\right) + \left(\frac{11}{1} + \frac{15}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{4}{1} + \frac{8}{1}\right) + \left(\frac{12}{1} + \frac{16}{1}\right) + \ldots$$

Beweis. Es ist $\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \frac{9}{1} + \frac{10}{1} + \frac{11}{1} + \frac{12}{1} + \frac{13}{1} + \frac{14}{1} + \frac{15}{1} + \frac{16}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \frac{9}{1} + \frac{10}{1} + \frac{11}{1} + \frac{12}{1} + \frac{13}{1} + \frac{14}{1} + \frac{15}{1} + \frac{16}{1} + \ldots$ nach Satz 1. Nun ist $\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \frac{9}{1} + \frac{10}{1} + \frac{11}{1} + \frac{12}{1} + \frac{13}{1} + \frac{14}{1} + \frac{15}{1} + \frac{16}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \left(\frac{5}{1} + \frac{9}{1}\right) + \left(\frac{13}{1} + \frac{17}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{2}{1} + \frac{6}{1}\right) + \left(\frac{10}{1} + \frac{14}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{3}{1} + \frac{7}{1}\right) + \left(\frac{11}{1} + \frac{15}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{4}{1} + \frac{8}{1}\right) + \left(\frac{12}{1} + \frac{16}{1}\right) + \ldots$ nach Satz 1. Folglich ist auch $\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \frac{9}{1} + \frac{10}{1} + \frac{11}{1} + \frac{12}{1} + \frac{13}{1} + \frac{14}{1} + \frac{15}{1} + \frac{16}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \left(\frac{5}{1} + \frac{9}{1}\right) + \left(\frac{13}{1} + \frac{17}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{2}{1} + \frac{6}{1}\right) + \left(\frac{10}{1} + \frac{14}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{3}{1} + \frac{7}{1}\right) + \left(\frac{11}{1} + \frac{15}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{4}{1} + \frac{8}{1}\right) + \left(\frac{12}{1} + \frac{16}{1}\right) + \ldots$

Satz 5. Wenn man in der Reihe $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}, \ldots$ die Brüche $\frac{1}{1}, \frac{6}{1}, \frac{11}{1}, \frac{16}{1}, \ldots$ mit Zählern, welche bei der Division durch 5 den Rest 1 lassen, die Brüche $\frac{2}{1}, \frac{7}{1}, \frac{12}{1}, \frac{17}{1}, \ldots$ mit Zählern, welche bei der Division durch 5 den Rest 2 lassen, die Brüche $\frac{3}{1}, \frac{8}{1}, \frac{13}{1}, \frac{18}{1}, \ldots$ mit Zählern, welche bei der Division durch 5 den Rest 3 lassen, die Brüche $\frac{4}{1}, \frac{9}{1}, \frac{14}{1}, \frac{19}{1}, \ldots$ mit Zählern, welche bei der Division durch 5 den Rest 4 lassen, und die Brüche $\frac{5}{1}, \frac{10}{1}, \frac{15}{1}, \frac{20}{1}, \ldots$ mit Zählern, welche durch 5 ohne Rest teilbar sind, jeden für sich, in Klammern einschließt, so hat man

$$\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \frac{9}{1} + \frac{10}{1} + \frac{11}{1} + \frac{12}{1} + \frac{13}{1} + \frac{14}{1} + \frac{15}{1} + \frac{16}{1} + \frac{17}{1} + \frac{18}{1} + \frac{19}{1} + \frac{20}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \left(\frac{6}{1} + \frac{11}{1}\right) + \left(\frac{16}{1} + \frac{21}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{2}{1} + \frac{7}{1}\right) + \left(\frac{12}{1} + \frac{17}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{3}{1} + \frac{8}{1}\right) + \left(\frac{13}{1} + \frac{18}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{4}{1} + \frac{9}{1}\right) + \left(\frac{14}{1} + \frac{19}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{5}{1} + \frac{10}{1}\right) + \left(\frac{15}{1} + \frac{20}{1}\right) + \ldots$$

Beweis. Es ist $\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \frac{9}{1} + \frac{10}{1} + \frac{11}{1} + \frac{12}{1} + \frac{13}{1} + \frac{14}{1} + \frac{15}{1} + \frac{16}{1} + \frac{17}{1} + \frac{18}{1} + \frac{19}{1} + \frac{20}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \frac{9}{1} + \frac{10}{1} + \frac{11}{1} + \frac{12}{1} + \frac{13}{1} + \frac{14}{1} + \frac{15}{1} + \frac{16}{1} + \frac{17}{1} + \frac{18}{1} + \frac{19}{1} + \frac{20}{1} + \ldots$ nach Satz 1. Nun ist $\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \frac{9}{1} + \frac{10}{1} + \frac{11}{1} + \frac{12}{1} + \frac{13}{1} + \frac{14}{1} + \frac{15}{1} + \frac{16}{1} + \frac{17}{1} + \frac{18}{1} + \frac{19}{1} + \frac{20}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \left(\frac{6}{1} + \frac{11}{1}\right) + \left(\frac{16}{1} + \frac{21}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{2}{1} + \frac{7}{1}\right) + \left(\frac{12}{1} + \frac{17}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{3}{1} + \frac{8}{1}\right) + \left(\frac{13}{1} + \frac{18}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{4}{1} + \frac{9}{1}\right) + \left(\frac{14}{1} + \frac{19}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{5}{1} + \frac{10}{1}\right) + \left(\frac{15}{1} + \frac{20}{1}\right) + \ldots$ nach Satz 1. Folglich ist auch $\frac{1}{1} + \frac{2}{1} + \frac{3}{1} + \frac{4}{1} + \frac{5}{1} + \frac{6}{1} + \frac{7}{1} + \frac{8}{1} + \frac{9}{1} + \frac{10}{1} + \frac{11}{1} + \frac{12}{1} + \frac{13}{1} + \frac{14}{1} + \frac{15}{1} + \frac{16}{1} + \frac{17}{1} + \frac{18}{1} + \frac{19}{1} + \frac{20}{1} + \ldots = \frac{1}{1} + \left(\frac{6}{1} + \frac{11}{1}\right) + \left(\frac{16}{1} + \frac{21}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{2}{1} + \frac{7}{1}\right) + \left(\frac{12}{1} + \frac{17}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{3}{1} + \frac{8}{1}\right) + \left(\frac{13}{1} + \frac{18}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{4}{1} + \frac{9}{1}\right) + \left(\frac{14}{1} + \frac{19}{1}\right) + \ldots + \left(\frac{5}{1} + \frac{10}{1}\right) + \left(\frac{15}{1} + \frac{20}{1}\right) + \ldots$

nen wir nach Poncelet die Reciproke dieſer Zahl, oder das Verhältniß $\frac{FB}{FL}$ zwiſchen der Entfernung der äußerſten Kante von der vertikalen Schwerlinie und zwiſchen der Entfernung des Durchſchnittspunktes L der Widerſtandslinie von eben dieſer Schwerlinie den Stabilitätscoefficienten und bezeichnen wir ihn allgemein durch δ, ſo erhalten wir für die Stabilität einer den Erddruck aufnehmenden parallelepipediſchen Mauer, indem wir in der letzten Formel ſtatt x die Mauerhöhe h und ſtatt y, $\frac{1}{2}b$ einführen: $\frac{b}{2\delta} = \frac{\gamma}{6 b \gamma_1}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 \frac{(h+h_1)^3}{h}$, und daher die erforderliche Mauerdicke:

Drehen der Stützmauer.

$$b = (h+h_1)\, tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\sqrt{\frac{\delta\gamma}{3\gamma_1}\cdot\frac{h+h_1}{h}}.$$

Führt man für $\delta = 3/4$ und für $\frac{\gamma}{\gamma_1}$ den Mittelwerth $2/3$ ein, ſo erhält man

$$b = 0{,}707\,(h+h_1)\sqrt{\frac{h+h_1}{h}}\cdot tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right).$$

Nimmt man $\varrho = 30^0$, ſo erhält man $b = 0{,}4\,(h+h_1)\sqrt{\frac{h+h_1}{h}}$.

Poncelet giebt für Fälle, wo h_1 zwiſchen 0 und $2h$ enthalten iſt, $b = 0{,}865\,(h+h_1)\, tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_1}}$, und annähernd $b = 0{,}285\,(h+h_1)$ an.

Beiſpiel. Welche Dicke muß eine parallelepipediſche Mauer erhalten, welche bei 28 Fuß Höhe einen Haldenſturz von 35 Fuß aufhalten ſoll, vorausgeſetzt, daß die Dichtigkeit der Mauer $2{,}4 \cdot 66 = 158{,}4$ Pfund, die Dichtigkeit des Haldenſturzes (grober Geſteinſtücke) $= 1{,}3 \cdot 66 = 85{,}8$ Pfund iſt, und der Reibungswinkel 50° beträgt? Nach der Formel von Poncelet iſt

$$b = 0{,}865 \cdot 35\, tang.\,(45^0 - 25^0)\sqrt{\frac{13}{24}} = 30{,}3 \cdot \sqrt{\frac{13}{24}}\cdot tang.\, 20^0 = 8{,}11 \text{ Fuß}.$$

§. 12. Zur Erleichterung der Rechnung hat Poncelet eine beſondere Tabelle berechnet, welche die gegebenen Werthe von $\frac{h_1}{h}\cdot\frac{\gamma}{\gamma_1}$ und ϱ entſprechenden Werthe von $\frac{b}{h}$ enthält. Von ihr iſt folgende Tabelle nur ein Auszug. Uebrigens ſind hierin zwei Fälle von einander unterſchieden, nämlich der Fall, wenn die Maſſe ſo hoch ſteht, daß ſie, wie Fig. 7 zeigt, die ganze Mauerkappe bedeckt, und der Fall, wenn, wie in Fig. 10 zu ſehen iſt, die Maſſe um 0,2 der Höhe h von der äußern Mauerfläche zurückſteht, daß alſo ein $0{,}2 \cdot h$ breiter Wallweg CL oder eine ſogenannte Berme frei bleibt. Die Einrichtung und der Gebrauch dieſer Tabelle ſind aus den Ueberſchriften erklärlich.

Poncelet's Tabelle.

Poncelet's Tabelle.

Werthe von $\frac{b}{h}$ für

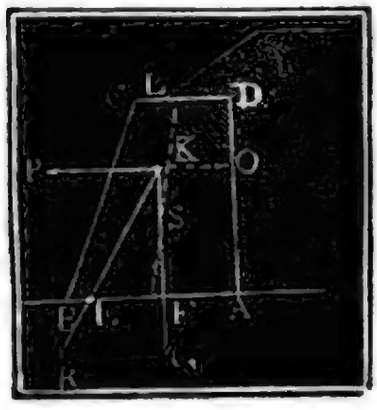
Werthe von $\frac{h_1}{h}$	$\frac{\gamma_1}{\gamma}=1$; $\varphi=0{,}6$. Berme:		$\frac{\gamma_1}{\gamma}=1$; $\varphi=1{,}4$. Berme:		$\frac{\gamma_1}{\gamma}=1{,}5$; $\varphi=1$. Berme:		$\frac{\gamma_1}{\gamma}=\frac{5}{3}$; $\varphi=0{,}6$. Berme:		$\frac{\gamma_1}{\gamma}=\frac{5}{3}$; $\varphi=1{,}4$. Berme:	
	$=0$	$=0{,}2h$	$=0$	$=0{,}2h$	$=0$	$=0{,}2h$	$=0$	$=-0{,}2h$	$=0$	$=0{,}2h$
0,0	0,452	0,452	0,258	0,258	0,270	0,270	0,350	0,350	0,195	0,198
0,1	0,498	0,507	0,282	0,290	0,303	0,306	0,383	0,398	0,222	0,229
0,2	0,545	0,563	0,309	0,326	0,336	0,342	0,439	0,445	0,249	0,262
0,3	0,604	0,618	0,334	0,361	0,365	0,375	0,485	0,489	0,274	0,283
0,4	0,665	0,670	0,369	0,394	0,399	0,405	0,532	0,522	0,303	0,299
0,5	0,726	0,717	0,402	0,423	0,436	0,431	0,579	0,549	0,332	0,314
0,6	0,778	0,754	0,436	0,450	0,477	0,457	0,617	0,572	0,360	0,328
0,7	0,824	0,790	0,472	0,476	0,512	0,481	0,645	0,593	0,387	0,343
0,8	0,847	0,820	0,510	0,501	0,544	0,504	0,668	0,610	0,413	0,357
0,9	0,903	0,848	0,541	0,524	0,575	0,523	0,690	0,624	0,437	0,371
1,0	0,930	0,873	0,571	0,546	0,605	0,540	0,707	0,636	0,457	0,384
1,4	1,023	0,945	0,684	0,624	0,696	0,602	0,762	0,672	0,537	0,428
2,0	1,107	1,001	0,812	0,714	0,795	0,655	0,811	0,705	0,622	0,475
3,0	1,140	1,060	0,981	0,835	0,892	0,717	0,852	0,731	0,726	0,531
5,0	1,247	1,101	1,206	0,994	1,002	0,779	0,883	0,751	0,862	0,596
10,0	1,283	1,137	1,508	1,182	1,109	0,839	0,909	0,771	1,013	0,667
20,0	1,309	1,156	1,757	1,327	1,171	0,878	0,922	0,780	1,129	0,712
30,0	1,316	1,162	1,866	1,359	1,194	0,894	0,926	0,783	1,174	0,730
∞	1,337	1,175	2,144	1,541	1,243	0,927	0,934	0,789	1,279	0,769

In dieſer Tabelle ſind vorzüglich die Grenzwerthe berückſichtigt; ſo entſpricht z. B. $\frac{\gamma_1}{\gamma}=1$ ziemlich der einen und $\frac{\gamma_1}{\gamma}=\frac{5}{3}$ der andern Grenze, ferner kommt φ oder *tang.* $\varrho=0{,}6$ bei der lockerſten und $\varphi=1{,}4$ bei der dichteſten Erde vor. In vielen Fällen der Anwendung iſt es nöthig, das geſuchte Verhältniß durch Interpoliren zu ermitteln.

Die angegebenen Werthe beziehen ſich auf parallelepipediſche und mit Mörtel aufgeführte Mauern. Haben die Mauern eine äußere Böſchung $=0{,}2$, ſo gilt die gefundene Breite b nicht für die Sohle, ſondern für den Querſchnitt $\frac{1}{9}$ der Mauerhöhe über der Sohle; und iſt die Mauer trocken aufgeführt, ſo muß man der Dicke ein Viertel zu ſetzen.

Beiſpiel. Es ſoll für eine 22 Fuß hohe Erdmaſſe deren Reibungswinkel 45° iſt, die Stärke einer 12 Fuß hohen Stützmauer gefunden werden, deren Dichtigkeit 1,5mal ſo groß als die der Erdmaſſe iſt, unter der Vorausſetzung, daß die Mauerkappe ganz frei bleibt. Hier iſt $h = 12$ und $h_1 = 22 - 12 = 10$, daher $\frac{h_1}{h} = \frac{5}{6} = 0{,}83..$; ferner $\frac{\gamma_1}{\gamma} = 1{,}5$ und $\varphi = 1$, daher findet man in der ſechsten Zeile $\frac{b}{h} = 0{,}391$ oder genauer $= 0{,}393$, und ſonach die geſuchte Mauerdicke $b = 0{,}393 . 12 = 4{,}72$ Fuß. Poncelet's Tabelle.

Fig. 10



§. 13. Iſt eine Mauer geböſcht oder bildet deren Querprofil ein Trapez AC, Fig. 10, ſo läßt ſich ihre Dicke in Hinſicht auf Sicherheit gegen Drehung genau nur durch einen complicirteren Ausdruck beſtimmen. Denken wir uns zugleich die Baſis AB als Trennungsebene, und ſetzen wir hier $KF = OA = x$ und $FL = y$, ſo erhalten wir wieder $\frac{y}{x} = \frac{P}{G}$ und Geböſchte Futtermauer

$\overline{FB} = \delta y = \frac{\delta P x}{G}$. Nun iſt aber $x = \frac{1}{3}(h + h_1)$ und

$P = \frac{1}{2}(h + h_1)^2 \gamma \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$, und wenn b die obere Breite und n die relative Böſchung, alſo nh die abſolute Böſchung bezeichnet, $G = (bh + \frac{1}{2}nh^2)\gamma_1$, daher folgt

$$\overline{FB} = \frac{\delta\gamma}{\gamma_1} \cdot \frac{(h+h_1)^3 \cdot \left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2}{6h(b + \frac{1}{2}nh)}.$$

Die Entfernung $\overline{BF}$ der äußern Mauerkante von der vertikalen Schwerlinie iſt aber der Lehre vom Schwerpunkte zufolge

$$= \frac{b+nh}{2} + \frac{3b+nh}{2b+nh} \cdot \frac{nh}{6} = \frac{3b^2 + 6nhb + 2n^2h^2}{3(2b+nh)},$$ es läßt ſich

daher ſetzen: $3b^2 + 6nhb + 2n^2h^2 = \frac{\delta\gamma}{\gamma_1} \cdot \frac{(h+h_1)^3}{h}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2$,

und hieraus folgt die obere Mauerdicke

$$b = -nh + \sqrt{\frac{\delta\gamma}{3\gamma_1} \cdot \frac{(h+h_1)^3}{h}\left[tang.\left(45^0 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 + \frac{1}{3}n^2h^2}.$$

Anmerkung 1. Iſt auch die innere Fläche der Futtermauer geböſcht, ſo hat man es auch mit einem andern Prisma des größten Druckes zu thun, weil die von der Mauer aufgenommene Kraft nicht mehr horizontal iſt. Die Verhältniſſe werden hier überhaupt verwickelter, weswegen wir es dabei bewenden laſſen müſſen, die betreffenden Schriften zu citiren

Anmerkung 2. Der erſte gründliche Schriftſteller über den Erddruck iſt von Coulomb. S. Théorie des machines simples par Coulomb. Weiter verfolgte dieſen Gegenſtand Prony in ſeinen Leçons sur la pousséo des terres

Litteratur. (1802); nächſtdem findet man den Gegenſtand gut und gedrängt bearbeitet in Navier's Leçons sur l'application de la mécanique etc. T. I. Ein beſonderes Werk, in welchem auch die Beobachtungen und Theorien über den Erddruck aller ſeiner Vorgänger abgehandelt werden, lieferte Mayniel (1808) unter dem Titel: Traité expérimental etc. de la poussée des terres. Neue und namentlich ſehr im Großen ausgeführte Verſuche ſind von C. Martony de Köszegh angeſtellt und in folgendem Werke veröffentlicht worden: Verſuche über den Seitendruck der Erde, ausgeführt auf höchſten Befehl u. ſ. w. und verbunden mit den theoretiſchen Abhandlungen von Coulomb und Français, Wien, 1828. Das vollſtändigſte Werk über den Erddruck u. ſ. w. hat aber Poncelet geliefert. Es iſt daſſelbe aus dem Mémorial de l'officier du génie (1838) vom Herrn Lahmeyer überſetzt und unter folgendem Titel herausgegeben worden: »Ueber die Stabilität der Erdbekleidungen und deren Fundamente, Braunſchweig 1844.« Gut und zum Theil eigenthümlich behandelt den Erddruck Moſeley in ſeinen Mechanical principles of Engineering and Architecture. Auch Hagen handelt dieſes Kapitel im zweiten Theile ſeiner Waſſerbaukunſt kurz ab, und verfolgt dabei eine beſondere Anſicht. Ferner iſt neu erſchienen: Nouvelles Expériences sur la poussée des terres, par Audé. Paris 1849. Auch gehört hieher die Schrift: Recherches expérimentales sur les Glissemens spontanés des Terrains argileux, par Alex. Collin, Paris 1846, wovon ein deutſcher Auszug in Bornemann's ꝛc. Ingenieur, Band I., zu finden iſt. Endlich findet man einen Artikel über dieſen Gegenſtand in den Proceedings of the Royal Irish Academy, Vol. IV., Part. II. von John Neville, unter dem Titel: »An Investigation of some Formulae for Finding the Maximum Amount of Resistance acting in any direction required to sustain banks of earth or other materials etc.

Zweites Kapitel.

Die Theorie der Gewölbe.

Gewölbe. §. 14. Ein Gewölbe (franz. voûte; engl. arch) iſt ein Syſtem von Körpern, welche mit ihren Seitenflächen ſo an einander ſtoßen und ſich zwiſchen zwei feſte Hinderniſſe ſo ſtützen, daß ſie nicht allein unter ſich, ſondern auch mit gewiſſen Kräften von außen im Gleichgewichte bleiben. Dieſe Körper ſind in der Regel Steine, und heißen deshalb auch Gewölbſteine (franz. voussoirs; engl. voussoirs, archstones). Die Flächen, in welchen die Gewölbſteine an einander ſtoßen, heißen Gewölbfugen (franz. joints; engl. beds, joints). Die Stützen, worauf ein Gewölbe ruht, heißen Widerlager (franz. pied-droits; engl. abutments), bei Brücken aber Pfeiler (franz. culées, piliers; engl. buttresses, piers). Von den Gewölbſteinen heißt der mittelſte oder höchſte Schlußſtein (franz. clef; engl. key-stone) und diejenigen, welche an die Widerlager anſtoßen, Kämpfer (franz coussinets; engl. imposts). Ein Gewölbe wird zum größten Theil von zwei mehr oder weniger gekrümmten Flächen, den ſogenannten Wölbflächen oder Wölbungen begrenzt, und von ihnen

iſt die äußere (franz. und engl. extrados) und die innere Wölbung (franz. und engl. intrados) zu unterſcheiden. Gewölbe.

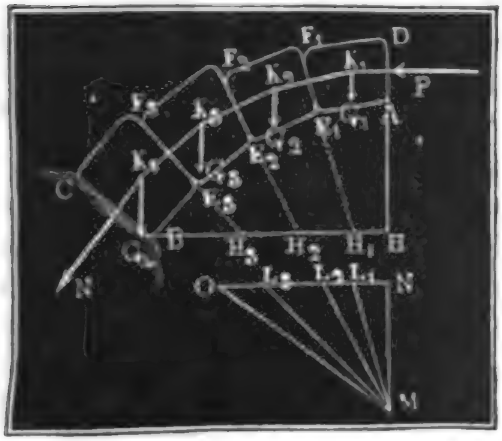
Es giebt in Hinſicht auf die Wölbflächen ſehr verſchiedene Gewölbe. Am häufigſten kommen die cylindriſchen oder Tonnen-Gewölbe vor, bei denen die Wölbungen cylindriſche Flächen bilden. Seltener ſind die Kegelgewölbe, ſo wie die Kloſter- und Kuppelgewölbe. Wir handeln hier nur von den Cylindergewölben, und zwar nur von den horizontalen, d. h. von denjenigen, welche eine horizontale Axe haben. Solche Gewölbe ſind außer den Wölb- und Widerlagsflächen auch noch von zwei parallelen Vertikalflächen, den ſogenannten Stirnflächen (franz. parements; engl. faces) begrenzt. Je nachdem nun die Stirnflächen eines Gewölbes recht- oder ſchiefwinkelig gegen die geometriſche Axe dieſer Gewölbe ſtehen, heißen dieſe gerade oder ſchiefe Gewölbe (franz. droites oder biaises; engl. direct oder oblique auch skew arches). Die geraden Tonnengewölbe (franz. voûtes en berceau) kommen am häufigſten vor; in neueren Zeiten, namentlich bei den Brücken für Eiſenbahnen, ſind aber auch nicht ſelten die ſchiefen Brücken in Anwendung.

Kreuz- oder Kloſtergewölbe (franz. voûtes d'arête; engl. cross-arched vaults) ſind ſich durchkreuzende Tonnengewölbe. Kuppel- oder Keſſelgewölbe (franz. voûtes en domes; engl. domes oder cupolas) ſind Gewölbe, deren Innenfläche durch Umdrehung einer Curve um eine vertikale Axe entſteht.

In Beziehung auf die Wölbung giebt es ſehr verſchiedene Tonnengewölbe. Der Querſchnitt der Wölbflächen kann die Kreisform haben, er kann elliptiſch ſein, er kann eine Kettenlinie bilden, er kann aus Kreisbogen zuſammengeſetzt ſein, und er kann ſogar eine gerade Linie bilden. Man hat hiernach Kreisgewölbe, elliptiſche, Ketten-, Korb- und ſcheidrechte Gewölbe.

Anmerkung. Es iſt in der Folge vorzüglich nur von dem Kreisgewölbe die Rede.

Fig. 11.



§. 15. Unterſuchen wir zunächſt das Gleichgewicht einer Reihe an einander geſtellter Körper wie AF_1, E_1F_2, E_2F_3 u. ſ. w., Fig. 11, und laſſen wir noch die Reibung und Adhäſion zwiſchen den Fugen oder Berührungsflächen E_1F_1, E_2F_2 u. ſ. w. außer Acht. Bezeichnen wir die Gewichte der Gewölbſteine AF_1, E_1F_2, E_2F_3 u. ſ. w. durch G_1, G_2, G_3 u. ſ. w. und die Neigungswinkel der Ge- Gleichgewicht der Gewölbſteine ohne Reibung.

Gleichgewicht der Gewölbsteine ohne Reibung.

wölbfugen, d. i. $E_1 H_1 B$, $E_2 H_2 B$ u. s. w. durch α_1, α_2 u. s. w. Soll nun eine Horizontalkraft P den Gewölbstein auf der durch die Fuge $E_1 F_1$ gebildeten schiefen Ebene $F_1 H_1$ erhalten, so ist nach I. §. 135, $P = G_1 \, tang. \, \alpha_1$, soll sie ebenso die Steinverbindung $A F_2$ auf der durch die zweite Fuge $E_2 F_2$ gebildeten Ebene $F_2 H_2$ erhalten, so muß sie $P = (G_1 + G_2) \, tang. \, \alpha_2$ sein. Da sie ebenso die Steinverbindung $A F_3$ deren Gewicht $G_1 + G_2 + G_3$ ist, auf der schiefen Ebene zu erhalten hat, so ist auch

$$P = (G_1 + G_2 + G_3) \, tang. \, \alpha_3;$$ auch hat man

$$P = (G_1 + G_2 + G_3 + G_4) \, tang. \, \alpha_4 \text{ u. s. w.}$$

Hieraus finden wir nun $G_1 = P \, cotang. \, \alpha_1$,

$G_2 = P \, cotang. \, \alpha_2 - G_1 = P \, (cotang. \, \alpha_2 - cotang. \, \alpha_1)$

$G_3 = P \, cotang. \, \alpha_3 - (G_1 + G_2) = P \, (cotang. \, \alpha_3 - cotang. \, \alpha_2)$

$G_4 = P \, (cotang. \, \alpha_4 - cotang. \, \alpha_3)$ u. s. w., und erhalten durch Vergleichung: $G_1 : G_2 : G_3 : G_4 \ldots = (cotang. \, \alpha_1 - cotang. \, 90^0) : (cotg \, \alpha_2 - cotg \, \alpha_1) : (cotang. \, \alpha_3 - cotg \, \alpha_2) : (cotg. \, \alpha_4 - cotg. \, \alpha_3)$ u. s. w., es verhalten sich also die Gewichte der Gewölbsteine zu einander wie die Differenzen der Cotangenten von den Neigungswinkeln der Gewölbfugen. Ziehen wir ML_1, ML_2 u. s. w. den Gewölbfugen $E_1 F_1$, $E_2 F_2$ u. s. w. parallel, und durchschneiden wir alle diese Linien durch eine Horizontale ON, so bekommen wir eine Reihe von Dreiecken, zwischen deren Seiten sich ähnliche Abhängigkeiten nachweisen lassen, wie zwischen den Gewölbsteingewichten. Es ist nämlich $NL_1 = MN \, cotg \, \alpha_1$, $NL_2 = MN \, cotg. \, \alpha_2$, $NL_3 = MN \, cotg. \, \alpha_3$ u. s. w., daher auch $L_1 L_2 = MN \, (cotg. \, \alpha_2 - cotg. \, \alpha_1)$,

$L_2 L_3 = MN \, (cotg \, \alpha_3 - cotg. \, \alpha_2)$ u. s. w. Es giebt folglich die Division: $NL_1 : L_1 L_2 : L_2 L_3$ u. s. w. $= (cotg. \, \alpha_1 - cotg \, 90^0) : (cotg. \, \alpha_2 - cotg \, \alpha_1) : (cotg. \, \alpha_3 - cotg. \, \alpha_2)$ u. s. w., und daher die Vergleichung mit dem Obigen $G_1 : G_2 : G_3$ u. s. w. $= NL_1 : L_1 L_2 : L_2 L_3$ u. s. w. Wenn daher MN den Horizontaldruck P repräsentirt, so werden die Abschnitte NL_1, $L_1 L_2$, $L_2 L_3$ u. s. w. die Gewichte G_1, G_2, G_3 u. s. w. der Gewölbsteine vorstellen können.

Noch giebt die Statik die Normaldrücke in den Gewölbfugen:

$$N_1 = \frac{G_1}{cos. \, \alpha_1}, \; N_2 = \frac{G_1 + G_2}{cos. \, \alpha_2}, \; N_3 = \frac{G_1 + G_2 + G_3}{cos \, \alpha_3} \text{ u. s. w. und}$$

da nun $ML_1 = \frac{NL_1}{cos. \, \alpha_1} = \frac{G_1}{cos. \, \alpha_1}$, $ML_2 = \frac{G_2}{cos. \, \alpha_2}$, $ML_3 = \frac{G_3}{cos. \, \alpha_3}$ u. s. w. ist, so folgt noch $N_1 : N_2 : N_3$ u. s. w $= ML_1 : ML_2 : ML_3$ u. s. w., es werden also die Normaldrücke zwischen den Steinen durch die Hypotenusen ML_1, ML_2, ML_3 u. s. w. repräsentirt.

Bei einem vollständigen Gewölbe $BCC_1 B_1$, Fig. 12, finden dieselben Verhältnisse statt, nur ist hier P der Horizontaldruck im Scheitel AD.

Regeln der Geschwindigkeit, Zeit und Bewegung, und zwar Regel 1 und 2 sind aus Erfahrungen, 3 und 4 durch Rechnung gefunden.

Regel 1. Wenn die Zeiten gleich sind, so verhalten sich die Räume wie die Geschwindigkeiten, d. h. $s : s' = v : v'$.

Regel 2. Wenn die Räume gleich sind, so verhalten sich die Zeiten umgekehrt wie die Geschwindigkeiten, d. h. $t : t' = v' : v$.

Regel 3. Wenn die Geschwindigkeiten gleich sind, so verhalten sich die Räume wie die Zeiten, d. h. $s : s' = t : t'$.

Regel 4. Wenn weder die Zeiten noch die Geschwindigkeiten gleich sind, so verhalten sich die Räume wie die Produkte aus Zeit und Geschwindigkeit, d. h. $s : s' = tv : t'v'$.

Wo eine Ursache wirkt, da wird eine Bewegung hervorgebracht, und wo eine Bewegung ist, da ist eine Ursache, welche sie hervorgebracht hat.

Abbildung. Abbildung beginnt mit Bildung. Cf. Bd. 1, 318 f. Bildung ist Formierung. Bildung ist Gestaltung. Bildung ist Gestalt. Bildung ist Form. Bildung ist Formung. Bildung ist Formierung. Bildung ist Gestaltung. Bildung ist Gestalt. Bildung ist Form. Bildung ist Formung. Bildung ist Formierung. Bildung ist Gestaltung. Bildung ist Gestalt. Bildung ist Form. Bildung ist Formung. Bildung ist Formierung. Bildung ist Gestaltung. Bildung ist Gestalt. Bildung ist Form. Bildung ist Formung. Bildung ist Formierung. Bildung ist Gestaltung. Bildung ist Gestalt. Bildung ist Form. Bildung ist Formung. Bildung ist Formierung. Bildung ist Gestaltung. Bildung ist Gestalt. Bildung ist Form. Bildung ist Formung.

Abbildung. Cf. Bd. 1, 318 f. Bildung ist Formierung. Bildung ist Gestaltung. Bildung ist Gestalt. Bildung ist Form. Bildung ist Formung. Bildung ist Formierung. Bildung ist Gestaltung. Bildung ist Gestalt. Bildung ist Form. Bildung ist Formung. Bildung ist Formierung. Bildung ist Gestaltung. Bildung ist Gestalt. Bildung ist Form. Bildung ist Formung. Bildung ist Formierung. Bildung ist Gestaltung. Bildung ist Gestalt. Bildung ist Form. Bildung ist Formung. Bildung ist Formierung. Bildung ist Gestaltung. Bildung ist Gestalt. Bildung ist Form. Bildung ist Formung.

sur la Nature des Membres (fig. 27), et sur la Nat. des Arbres (fig. 28), sur la Nat. de la Physionomie (fig. 29), sur la Nat. des Animaux (fig. 30), sur la Nat. des Fleurs (fig. 31), sur la Nat. des Fruits (fig. 32), sur la Nat. des Pierres (fig. 33), sur la Nat. des Métaux (fig. 34), sur la Nat. des Draperies (fig. 35), sur la Nat. des Ornements (fig. 36), sur la Nat. des Armures (fig. 37), sur la Nat. des Vases (fig. 38), sur la Nat. des Meubles (fig. 39), sur la Nat. des Instruments (fig. 40), sur la Nat. des Monuments (fig. 41), sur la Nat. des Navires (fig. 42), sur la Nat. des Machines (fig. 43), sur la Nat. des Chars (fig. 44), sur la Nat. des Armes (fig. 45), sur la Nat. des Ustensiles (fig. 46), sur la Nat. des Costumes (fig. 47), sur la Nat. des Coiffures (fig. 48), sur la Nat. des Chaussures (fig. 49), sur la Nat. des Attributs (fig. 50), sur la Nat. des Supports (fig. 51), sur la Nat. des Cadres (fig. 52), sur la Nat. des Encadrements (fig. 53), sur la Nat. des Bordures (fig. 54), sur la Nat. des Frises (fig. 55), sur la Nat. des Entablements (fig. 56), sur la Nat. des Colonnes (fig. 57), sur la Nat. des Pilastres (fig. 58), sur la Nat. des Arcades (fig. 59), sur la Nat. des Portes (fig. 60), sur la Nat. des Fenêtres (fig. 61), sur la Nat. des Voûtes (fig. 62), sur la Nat. des Dômes (fig. 63), sur la Nat. des Tours (fig. 64), sur la Nat. des Clochers (fig. 65), sur la Nat. des Pyramides (fig. 66), sur la Nat. des Obélisques (fig. 67), sur la Nat. des Fontaines (fig. 68), sur la Nat. des Ponts (fig. 69), sur la Nat. des Escaliers (fig. 70), sur la Nat. des Rampes (fig. 71), sur la Nat. des Terrasses (fig. 72), sur la Nat. des Jardins (fig. 73), sur la Nat. des Parcs (fig. 74), sur la Nat. des Cimetières (fig. 75), sur la Nat. des Tombeaux (fig. 76), sur la Nat. des Villes (fig. 77), sur la Nat. des Villages (fig. 78), sur la Nat. des Chaumières (fig. 79), sur la Nat. des Palais (fig. 80), sur la Nat. des Temples (fig. 81), sur la Nat. des Théâtres (fig. 82), sur la Nat. des Cirques (fig. 83), sur la Nat. des Arènes (fig. 84), sur la Nat. des Hippodromes (fig. 85), sur la Nat. des Naumachies (fig. 86), sur la Nat. des Ports (fig. 87), sur la Nat. des Phares (fig. 88), sur la Nat. des Arsenaux (fig. 89), sur la Nat. des Prisons (fig. 90), sur la Nat. des Ponts-levis (fig. 91), sur la Nat. des Remparts (fig. 92), sur la Nat. des Tours (fig. 93), sur la Nat. des Fossés (fig. 94), sur la Nat. des Barrières (fig. 95), sur la Nat. des Portes (fig. 96), sur la Nat. des Ponts (fig. 97), sur la Nat. des Barricades (fig. 98), sur la Nat. des Retranchements (fig. 99), sur la Nat. des Camps (fig. 100), sur la Nat. des Tentes (fig. 101), sur la Nat. des Pavillons (fig. 102), sur la Nat. des Bannières (fig. 103), sur la Nat. des Drapeaux (fig. 104), sur la Nat. des Étendards (fig. 105), sur la Nat. des Guidons (fig. 106), sur la Nat. des Oriflammes (fig. 107), sur la Nat. des Banderoles (fig. 108), sur la Nat. des Cocardes (fig. 109), sur la Nat. des Écussons (fig. 110), sur la Nat. des Armoiries (fig. 111), sur la Nat. des Blasons (fig. 112), sur la Nat. des Devises (fig. 113), sur la Nat. des Emblèmes (fig. 114), sur la Nat. des Symboles (fig. 115), sur la Nat. des Allégories (fig. 116), sur la Nat. des Mythologies (fig. 117), sur la Nat. des Légendes (fig. 118), sur la Nat. des Traditions (fig. 119), sur la Nat. des Superstitions (fig. 120), sur la Nat. des Croyances (fig. 121), sur la Nat. des Religions (fig. 122), sur la Nat. des Cultes (fig. 123), sur la Nat. des Sectes (fig. 124), sur la Nat. des Hérésies (fig. 125), sur la Nat. des Schismes (fig. 126), sur la Nat. des Conciles (fig. 127), sur la Nat. des Synodes (fig. 128), sur la Nat. des Assemblées (fig. 129), sur la Nat. des Réunions (fig. 130), sur la Nat. des Fêtes (fig. 131), sur la Nat. des Cérémonies (fig. 132), sur la Nat. des Pompes (fig. 133), sur la Nat. des Processions (fig. 134), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 135), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 136), sur la Nat. des Offrandes (fig. 137), sur la Nat. des Prières (fig. 138), sur la Nat. des Vœux (fig. 139), sur la Nat. des Pénitences (fig. 140), sur la Nat. des Mortifications (fig. 141), sur la Nat. des Macérations (fig. 142), sur la Nat. des Flagellations (fig. 143), sur la Nat. des Supplices (fig. 144), sur la Nat. des Tortures (fig. 145), sur la Nat. des Martyres (fig. 146), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 147), sur la Nat. des Glorifications (fig. 148), sur la Nat. des Triomphes (fig. 149), sur la Nat. des Ovations (fig. 150), sur la Nat. des Couronnements (fig. 151), sur la Nat. des Sacres (fig. 152), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 153), sur la Nat. des Funérailles (fig. 154), sur la Nat. des Deuils (fig. 155), sur la Nat. des Obsèques (fig. 156), sur la Nat. des Convois (fig. 157), sur la Nat. des Cortèges (fig. 158), sur la Nat. des Processions (fig. 159), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 160), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 161), sur la Nat. des Offrandes (fig. 162), sur la Nat. des Prières (fig. 163), sur la Nat. des Vœux (fig. 164), sur la Nat. des Pénitences (fig. 165), sur la Nat. des Mortifications (fig. 166), sur la Nat. des Macérations (fig. 167), sur la Nat. des Flagellations (fig. 168), sur la Nat. des Supplices (fig. 169), sur la Nat. des Tortures (fig. 170), sur la Nat. des Martyres (fig. 171), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 172), sur la Nat. des Glorifications (fig. 173), sur la Nat. des Triomphes (fig. 174), sur la Nat. des Ovations (fig. 175), sur la Nat. des Couronnements (fig. 176), sur la Nat. des Sacres (fig. 177), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 178), sur la Nat. des Funérailles (fig. 179), sur la Nat. des Deuils (fig. 180), sur la Nat. des Obsèques (fig. 181), sur la Nat. des Convois (fig. 182), sur la Nat. des Cortèges (fig. 183), sur la Nat. des Processions (fig. 184), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 185), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 186), sur la Nat. des Offrandes (fig. 187), sur la Nat. des Prières (fig. 188), sur la Nat. des Vœux (fig. 189), sur la Nat. des Pénitences (fig. 190), sur la Nat. des Mortifications (fig. 191), sur la Nat. des Macérations (fig. 192), sur la Nat. des Flagellations (fig. 193), sur la Nat. des Supplices (fig. 194), sur la Nat. des Tortures (fig. 195), sur la Nat. des Martyres (fig. 196), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 197), sur la Nat. des Glorifications (fig. 198), sur la Nat. des Triomphes (fig. 199), sur la Nat. des Ovations (fig. 200), sur la Nat. des Couronnements (fig. 201), sur la Nat. des Sacres (fig. 202), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 203), sur la Nat. des Funérailles (fig. 204), sur la Nat. des Deuils (fig. 205), sur la Nat. des Obsèques (fig. 206), sur la Nat. des Convois (fig. 207), sur la Nat. des Cortèges (fig. 208), sur la Nat. des Processions (fig. 209), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 210), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 211), sur la Nat. des Offrandes (fig. 212), sur la Nat. des Prières (fig. 213), sur la Nat. des Vœux (fig. 214), sur la Nat. des Pénitences (fig. 215), sur la Nat. des Mortifications (fig. 216), sur la Nat. des Macérations (fig. 217), sur la Nat. des Flagellations (fig. 218), sur la Nat. des Supplices (fig. 219), sur la Nat. des Tortures (fig. 220), sur la Nat. des Martyres (fig. 221), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 222), sur la Nat. des Glorifications (fig. 223), sur la Nat. des Triomphes (fig. 224), sur la Nat. des Ovations (fig. 225), sur la Nat. des Couronnements (fig. 226), sur la Nat. des Sacres (fig. 227), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 228), sur la Nat. des Funérailles (fig. 229), sur la Nat. des Deuils (fig. 230), sur la Nat. des Obsèques (fig. 231), sur la Nat. des Convois (fig. 232), sur la Nat. des Cortèges (fig. 233), sur la Nat. des Processions (fig. 234), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 235), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 236), sur la Nat. des Offrandes (fig. 237), sur la Nat. des Prières (fig. 238), sur la Nat. des Vœux (fig. 239), sur la Nat. des Pénitences (fig. 240), sur la Nat. des Mortifications (fig. 241), sur la Nat. des Macérations (fig. 242), sur la Nat. des Flagellations (fig. 243), sur la Nat. des Supplices (fig. 244), sur la Nat. des Tortures (fig. 245), sur la Nat. des Martyres (fig. 246), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 247), sur la Nat. des Glorifications (fig. 248), sur la Nat. des Triomphes (fig. 249), sur la Nat. des Ovations (fig. 250), sur la Nat. des Couronnements (fig. 251), sur la Nat. des Sacres (fig. 252), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 253), sur la Nat. des Funérailles (fig. 254), sur la Nat. des Deuils (fig. 255), sur la Nat. des Obsèques (fig. 256), sur la Nat. des Convois (fig. 257), sur la Nat. des Cortèges (fig. 258), sur la Nat. des Processions (fig. 259), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 260), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 261), sur la Nat. des Offrandes (fig. 262), sur la Nat. des Prières (fig. 263), sur la Nat. des Vœux (fig. 264), sur la Nat. des Pénitences (fig. 265), sur la Nat. des Mortifications (fig. 266), sur la Nat. des Macérations (fig. 267), sur la Nat. des Flagellations (fig. 268), sur la Nat. des Supplices (fig. 269), sur la Nat. des Tortures (fig. 270), sur la Nat. des Martyres (fig. 271), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 272), sur la Nat. des Glorifications (fig. 273), sur la Nat. des Triomphes (fig. 274), sur la Nat. des Ovations (fig. 275), sur la Nat. des Couronnements (fig. 276), sur la Nat. des Sacres (fig. 277), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 278), sur la Nat. des Funérailles (fig. 279), sur la Nat. des Deuils (fig. 280), sur la Nat. des Obsèques (fig. 281), sur la Nat. des Convois (fig. 282), sur la Nat. des Cortèges (fig. 283), sur la Nat. des Processions (fig. 284), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 285), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 286), sur la Nat. des Offrandes (fig. 287), sur la Nat. des Prières (fig. 288), sur la Nat. des Vœux (fig. 289), sur la Nat. des Pénitences (fig. 290), sur la Nat. des Mortifications (fig. 291), sur la Nat. des Macérations (fig. 292), sur la Nat. des Flagellations (fig. 293), sur la Nat. des Supplices (fig. 294), sur la Nat. des Tortures (fig. 295), sur la Nat. des Martyres (fig. 296), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 297), sur la Nat. des Glorifications (fig. 298), sur la Nat. des Triomphes (fig. 299), sur la Nat. des Ovations (fig. 300), sur la Nat. des Couronnements (fig. 301), sur la Nat. des Sacres (fig. 302), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 303), sur la Nat. des Funérailles (fig. 304), sur la Nat. des Deuils (fig. 305), sur la Nat. des Obsèques (fig. 306), sur la Nat. des Convois (fig. 307), sur la Nat. des Cortèges (fig. 308), sur la Nat. des Processions (fig. 309), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 310), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 311), sur la Nat. des Offrandes (fig. 312), sur la Nat. des Prières (fig. 313), sur la Nat. des Vœux (fig. 314), sur la Nat. des Pénitences (fig. 315), sur la Nat. des Mortifications (fig. 316), sur la Nat. des Macérations (fig. 317), sur la Nat. des Flagellations (fig. 318), sur la Nat. des Supplices (fig. 319), sur la Nat. des Tortures (fig. 320), sur la Nat. des Martyres (fig. 321), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 322), sur la Nat. des Glorifications (fig. 323), sur la Nat. des Triomphes (fig. 324), sur la Nat. des Ovations (fig. 325), sur la Nat. des Couronnements (fig. 326), sur la Nat. des Sacres (fig. 327), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 328), sur la Nat. des Funérailles (fig. 329), sur la Nat. des Deuils (fig. 330), sur la Nat. des Obsèques (fig. 331), sur la Nat. des Convois (fig. 332), sur la Nat. des Cortèges (fig. 333), sur la Nat. des Processions (fig. 334), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 335), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 336), sur la Nat. des Offrandes (fig. 337), sur la Nat. des Prières (fig. 338), sur la Nat. des Vœux (fig. 339), sur la Nat. des Pénitences (fig. 340), sur la Nat. des Mortifications (fig. 341), sur la Nat. des Macérations (fig. 342), sur la Nat. des Flagellations (fig. 343), sur la Nat. des Supplices (fig. 344), sur la Nat. des Tortures (fig. 345), sur la Nat. des Martyres (fig. 346), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 347), sur la Nat. des Glorifications (fig. 348), sur la Nat. des Triomphes (fig. 349), sur la Nat. des Ovations (fig. 350), sur la Nat. des Couronnements (fig. 351), sur la Nat. des Sacres (fig. 352), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 353), sur la Nat. des Funérailles (fig. 354), sur la Nat. des Deuils (fig. 355), sur la Nat. des Obsèques (fig. 356), sur la Nat. des Convois (fig. 357), sur la Nat. des Cortèges (fig. 358), sur la Nat. des Processions (fig. 359), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 360), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 361), sur la Nat. des Offrandes (fig. 362), sur la Nat. des Prières (fig. 363), sur la Nat. des Vœux (fig. 364), sur la Nat. des Pénitences (fig. 365), sur la Nat. des Mortifications (fig. 366), sur la Nat. des Macérations (fig. 367), sur la Nat. des Flagellations (fig. 368), sur la Nat. des Supplices (fig. 369), sur la Nat. des Tortures (fig. 370), sur la Nat. des Martyres (fig. 371), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 372), sur la Nat. des Glorifications (fig. 373), sur la Nat. des Triomphes (fig. 374), sur la Nat. des Ovations (fig. 375), sur la Nat. des Couronnements (fig. 376), sur la Nat. des Sacres (fig. 377), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 378), sur la Nat. des Funérailles (fig. 379), sur la Nat. des Deuils (fig. 380), sur la Nat. des Obsèques (fig. 381), sur la Nat. des Convois (fig. 382), sur la Nat. des Cortèges (fig. 383), sur la Nat. des Processions (fig. 384), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 385), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 386), sur la Nat. des Offrandes (fig. 387), sur la Nat. des Prières (fig. 388), sur la Nat. des Vœux (fig. 389), sur la Nat. des Pénitences (fig. 390), sur la Nat. des Mortifications (fig. 391), sur la Nat. des Macérations (fig. 392), sur la Nat. des Flagellations (fig. 393), sur la Nat. des Supplices (fig. 394), sur la Nat. des Tortures (fig. 395), sur la Nat. des Martyres (fig. 396), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 397), sur la Nat. des Glorifications (fig. 398), sur la Nat. des Triomphes (fig. 399), sur la Nat. des Ovations (fig. 400), sur la Nat. des Couronnements (fig. 401), sur la Nat. des Sacres (fig. 402), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 403), sur la Nat. des Funérailles (fig. 404), sur la Nat. des Deuils (fig. 405), sur la Nat. des Obsèques (fig. 406), sur la Nat. des Convois (fig. 407), sur la Nat. des Cortèges (fig. 408), sur la Nat. des Processions (fig. 409), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 410), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 411), sur la Nat. des Offrandes (fig. 412), sur la Nat. des Prières (fig. 413), sur la Nat. des Vœux (fig. 414), sur la Nat. des Pénitences (fig. 415), sur la Nat. des Mortifications (fig. 416), sur la Nat. des Macérations (fig. 417), sur la Nat. des Flagellations (fig. 418), sur la Nat. des Supplices (fig. 419), sur la Nat. des Tortures (fig. 420), sur la Nat. des Martyres (fig. 421), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 422), sur la Nat. des Glorifications (fig. 423), sur la Nat. des Triomphes (fig. 424), sur la Nat. des Ovations (fig. 425), sur la Nat. des Couronnements (fig. 426), sur la Nat. des Sacres (fig. 427), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 428), sur la Nat. des Funérailles (fig. 429), sur la Nat. des Deuils (fig. 430), sur la Nat. des Obsèques (fig. 431), sur la Nat. des Convois (fig. 432), sur la Nat. des Cortèges (fig. 433), sur la Nat. des Processions (fig. 434), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 435), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 436), sur la Nat. des Offrandes (fig. 437), sur la Nat. des Prières (fig. 438), sur la Nat. des Vœux (fig. 439), sur la Nat. des Pénitences (fig. 440), sur la Nat. des Mortifications (fig. 441), sur la Nat. des Macérations (fig. 442), sur la Nat. des Flagellations (fig. 443), sur la Nat. des Supplices (fig. 444), sur la Nat. des Tortures (fig. 445), sur la Nat. des Martyres (fig. 446), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 447), sur la Nat. des Glorifications (fig. 448), sur la Nat. des Triomphes (fig. 449), sur la Nat. des Ovations (fig. 450), sur la Nat. des Couronnements (fig. 451), sur la Nat. des Sacres (fig. 452), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 453), sur la Nat. des Funérailles (fig. 454), sur la Nat. des Deuils (fig. 455), sur la Nat. des Obsèques (fig. 456), sur la Nat. des Convois (fig. 457), sur la Nat. des Cortèges (fig. 458), sur la Nat. des Processions (fig. 459), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 460), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 461), sur la Nat. des Offrandes (fig. 462), sur la Nat. des Prières (fig. 463), sur la Nat. des Vœux (fig. 464), sur la Nat. des Pénitences (fig. 465), sur la Nat. des Mortifications (fig. 466), sur la Nat. des Macérations (fig. 467), sur la Nat. des Flagellations (fig. 468), sur la Nat. des Supplices (fig. 469), sur la Nat. des Tortures (fig. 470), sur la Nat. des Martyres (fig. 471), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 472), sur la Nat. des Glorifications (fig. 473), sur la Nat. des Triomphes (fig. 474), sur la Nat. des Ovations (fig. 475), sur la Nat. des Couronnements (fig. 476), sur la Nat. des Sacres (fig. 477), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 478), sur la Nat. des Funérailles (fig. 479), sur la Nat. des Deuils (fig. 480), sur la Nat. des Obsèques (fig. 481), sur la Nat. des Convois (fig. 482), sur la Nat. des Cortèges (fig. 483), sur la Nat. des Processions (fig. 484), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 485), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 486), sur la Nat. des Offrandes (fig. 487), sur la Nat. des Prières (fig. 488), sur la Nat. des Vœux (fig. 489), sur la Nat. des Pénitences (fig. 490), sur la Nat. des Mortifications (fig. 491), sur la Nat. des Macérations (fig. 492), sur la Nat. des Flagellations (fig. 493), sur la Nat. des Supplices (fig. 494), sur la Nat. des Tortures (fig. 495), sur la Nat. des Martyres (fig. 496), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 497), sur la Nat. des Glorifications (fig. 498), sur la Nat. des Triomphes (fig. 499), sur la Nat. des Ovations (fig. 500), sur la Nat. des Couronnements (fig. 501), sur la Nat. des Sacres (fig. 502), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 503), sur la Nat. des Funérailles (fig. 504), sur la Nat. des Deuils (fig. 505), sur la Nat. des Obsèques (fig. 506), sur la Nat. des Convois (fig. 507), sur la Nat. des Cortèges (fig. 508), sur la Nat. des Processions (fig. 509), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 510), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 511), sur la Nat. des Offrandes (fig. 512), sur la Nat. des Prières (fig. 513), sur la Nat. des Vœux (fig. 514), sur la Nat. des Pénitences (fig. 515), sur la Nat. des Mortifications (fig. 516), sur la Nat. des Macérations (fig. 517), sur la Nat. des Flagellations (fig. 518), sur la Nat. des Supplices (fig. 519), sur la Nat. des Tortures (fig. 520), sur la Nat. des Martyres (fig. 521), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 522), sur la Nat. des Glorifications (fig. 523), sur la Nat. des Triomphes (fig. 524), sur la Nat. des Ovations (fig. 525), sur la Nat. des Couronnements (fig. 526), sur la Nat. des Sacres (fig. 527), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 528), sur la Nat. des Funérailles (fig. 529), sur la Nat. des Deuils (fig. 530), sur la Nat. des Obsèques (fig. 531), sur la Nat. des Convois (fig. 532), sur la Nat. des Cortèges (fig. 533), sur la Nat. des Processions (fig. 534), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 535), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 536), sur la Nat. des Offrandes (fig. 537), sur la Nat. des Prières (fig. 538), sur la Nat. des Vœux (fig. 539), sur la Nat. des Pénitences (fig. 540), sur la Nat. des Mortifications (fig. 541), sur la Nat. des Macérations (fig. 542), sur la Nat. des Flagellations (fig. 543), sur la Nat. des Supplices (fig. 544), sur la Nat. des Tortures (fig. 545), sur la Nat. des Martyres (fig. 546), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 547), sur la Nat. des Glorifications (fig. 548), sur la Nat. des Triomphes (fig. 549), sur la Nat. des Ovations (fig. 550), sur la Nat. des Couronnements (fig. 551), sur la Nat. des Sacres (fig. 552), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 553), sur la Nat. des Funérailles (fig. 554), sur la Nat. des Deuils (fig. 555), sur la Nat. des Obsèques (fig. 556), sur la Nat. des Convois (fig. 557), sur la Nat. des Cortèges (fig. 558), sur la Nat. des Processions (fig. 559), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 560), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 561), sur la Nat. des Offrandes (fig. 562), sur la Nat. des Prières (fig. 563), sur la Nat. des Vœux (fig. 564), sur la Nat. des Pénitences (fig. 565), sur la Nat. des Mortifications (fig. 566), sur la Nat. des Macérations (fig. 567), sur la Nat. des Flagellations (fig. 568), sur la Nat. des Supplices (fig. 569), sur la Nat. des Tortures (fig. 570), sur la Nat. des Martyres (fig. 571), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 572), sur la Nat. des Glorifications (fig. 573), sur la Nat. des Triomphes (fig. 574), sur la Nat. des Ovations (fig. 575), sur la Nat. des Couronnements (fig. 576), sur la Nat. des Sacres (fig. 577), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 578), sur la Nat. des Funérailles (fig. 579), sur la Nat. des Deuils (fig. 580), sur la Nat. des Obsèques (fig. 581), sur la Nat. des Convois (fig. 582), sur la Nat. des Cortèges (fig. 583), sur la Nat. des Processions (fig. 584), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 585), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 586), sur la Nat. des Offrandes (fig. 587), sur la Nat. des Prières (fig. 588), sur la Nat. des Vœux (fig. 589), sur la Nat. des Pénitences (fig. 590), sur la Nat. des Mortifications (fig. 591), sur la Nat. des Macérations (fig. 592), sur la Nat. des Flagellations (fig. 593), sur la Nat. des Supplices (fig. 594), sur la Nat. des Tortures (fig. 595), sur la Nat. des Martyres (fig. 596), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 597), sur la Nat. des Glorifications (fig. 598), sur la Nat. des Triomphes (fig. 599), sur la Nat. des Ovations (fig. 600), sur la Nat. des Couronnements (fig. 601), sur la Nat. des Sacres (fig. 602), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 603), sur la Nat. des Funérailles (fig. 604), sur la Nat. des Deuils (fig. 605), sur la Nat. des Obsèques (fig. 606), sur la Nat. des Convois (fig. 607), sur la Nat. des Cortèges (fig. 608), sur la Nat. des Processions (fig. 609), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 610), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 611), sur la Nat. des Offrandes (fig. 612), sur la Nat. des Prières (fig. 613), sur la Nat. des Vœux (fig. 614), sur la Nat. des Pénitences (fig. 615), sur la Nat. des Mortifications (fig. 616), sur la Nat. des Macérations (fig. 617), sur la Nat. des Flagellations (fig. 618), sur la Nat. des Supplices (fig. 619), sur la Nat. des Tortures (fig. 620), sur la Nat. des Martyres (fig. 621), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 622), sur la Nat. des Glorifications (fig. 623), sur la Nat. des Triomphes (fig. 624), sur la Nat. des Ovations (fig. 625), sur la Nat. des Couronnements (fig. 626), sur la Nat. des Sacres (fig. 627), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 628), sur la Nat. des Funérailles (fig. 629), sur la Nat. des Deuils (fig. 630), sur la Nat. des Obsèques (fig. 631), sur la Nat. des Convois (fig. 632), sur la Nat. des Cortèges (fig. 633), sur la Nat. des Processions (fig. 634), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 635), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 636), sur la Nat. des Offrandes (fig. 637), sur la Nat. des Prières (fig. 638), sur la Nat. des Vœux (fig. 639), sur la Nat. des Pénitences (fig. 640), sur la Nat. des Mortifications (fig. 641), sur la Nat. des Macérations (fig. 642), sur la Nat. des Flagellations (fig. 643), sur la Nat. des Supplices (fig. 644), sur la Nat. des Tortures (fig. 645), sur la Nat. des Martyres (fig. 646), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 647), sur la Nat. des Glorifications (fig. 648), sur la Nat. des Triomphes (fig. 649), sur la Nat. des Ovations (fig. 650), sur la Nat. des Couronnements (fig. 651), sur la Nat. des Sacres (fig. 652), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 653), sur la Nat. des Funérailles (fig. 654), sur la Nat. des Deuils (fig. 655), sur la Nat. des Obsèques (fig. 656), sur la Nat. des Convois (fig. 657), sur la Nat. des Cortèges (fig. 658), sur la Nat. des Processions (fig. 659), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 660), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 661), sur la Nat. des Offrandes (fig. 662), sur la Nat. des Prières (fig. 663), sur la Nat. des Vœux (fig. 664), sur la Nat. des Pénitences (fig. 665), sur la Nat. des Mortifications (fig. 666), sur la Nat. des Macérations (fig. 667), sur la Nat. des Flagellations (fig. 668), sur la Nat. des Supplices (fig. 669), sur la Nat. des Tortures (fig. 670), sur la Nat. des Martyres (fig. 671), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 672), sur la Nat. des Glorifications (fig. 673), sur la Nat. des Triomphes (fig. 674), sur la Nat. des Ovations (fig. 675), sur la Nat. des Couronnements (fig. 676), sur la Nat. des Sacres (fig. 677), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 678), sur la Nat. des Funérailles (fig. 679), sur la Nat. des Deuils (fig. 680), sur la Nat. des Obsèques (fig. 681), sur la Nat. des Convois (fig. 682), sur la Nat. des Cortèges (fig. 683), sur la Nat. des Processions (fig. 684), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 685), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 686), sur la Nat. des Offrandes (fig. 687), sur la Nat. des Prières (fig. 688), sur la Nat. des Vœux (fig. 689), sur la Nat. des Pénitences (fig. 690), sur la Nat. des Mortifications (fig. 691), sur la Nat. des Macérations (fig. 692), sur la Nat. des Flagellations (fig. 693), sur la Nat. des Supplices (fig. 694), sur la Nat. des Tortures (fig. 695), sur la Nat. des Martyres (fig. 696), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 697), sur la Nat. des Glorifications (fig. 698), sur la Nat. des Triomphes (fig. 699), sur la Nat. des Ovations (fig. 700), sur la Nat. des Couronnements (fig. 701), sur la Nat. des Sacres (fig. 702), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 703), sur la Nat. des Funérailles (fig. 704), sur la Nat. des Deuils (fig. 705), sur la Nat. des Obsèques (fig. 706), sur la Nat. des Convois (fig. 707), sur la Nat. des Cortèges (fig. 708), sur la Nat. des Processions (fig. 709), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 710), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 711), sur la Nat. des Offrandes (fig. 712), sur la Nat. des Prières (fig. 713), sur la Nat. des Vœux (fig. 714), sur la Nat. des Pénitences (fig. 715), sur la Nat. des Mortifications (fig. 716), sur la Nat. des Macérations (fig. 717), sur la Nat. des Flagellations (fig. 718), sur la Nat. des Supplices (fig. 719), sur la Nat. des Tortures (fig. 720), sur la Nat. des Martyres (fig. 721), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 722), sur la Nat. des Glorifications (fig. 723), sur la Nat. des Triomphes (fig. 724), sur la Nat. des Ovations (fig. 725), sur la Nat. des Couronnements (fig. 726), sur la Nat. des Sacres (fig. 727), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 728), sur la Nat. des Funérailles (fig. 729), sur la Nat. des Deuils (fig. 730), sur la Nat. des Obsèques (fig. 731), sur la Nat. des Convois (fig. 732), sur la Nat. des Cortèges (fig. 733), sur la Nat. des Processions (fig. 734), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 735), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 736), sur la Nat. des Offrandes (fig. 737), sur la Nat. des Prières (fig. 738), sur la Nat. des Vœux (fig. 739), sur la Nat. des Pénitences (fig. 740), sur la Nat. des Mortifications (fig. 741), sur la Nat. des Macérations (fig. 742), sur la Nat. des Flagellations (fig. 743), sur la Nat. des Supplices (fig. 744), sur la Nat. des Tortures (fig. 745), sur la Nat. des Martyres (fig. 746), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 747), sur la Nat. des Glorifications (fig. 748), sur la Nat. des Triomphes (fig. 749), sur la Nat. des Ovations (fig. 750), sur la Nat. des Couronnements (fig. 751), sur la Nat. des Sacres (fig. 752), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 753), sur la Nat. des Funérailles (fig. 754), sur la Nat. des Deuils (fig. 755), sur la Nat. des Obsèques (fig. 756), sur la Nat. des Convois (fig. 757), sur la Nat. des Cortèges (fig. 758), sur la Nat. des Processions (fig. 759), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 760), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 761), sur la Nat. des Offrandes (fig. 762), sur la Nat. des Prières (fig. 763), sur la Nat. des Vœux (fig. 764), sur la Nat. des Pénitences (fig. 765), sur la Nat. des Mortifications (fig. 766), sur la Nat. des Macérations (fig. 767), sur la Nat. des Flagellations (fig. 768), sur la Nat. des Supplices (fig. 769), sur la Nat. des Tortures (fig. 770), sur la Nat. des Martyres (fig. 771), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 772), sur la Nat. des Glorifications (fig. 773), sur la Nat. des Triomphes (fig. 774), sur la Nat. des Ovations (fig. 775), sur la Nat. des Couronnements (fig. 776), sur la Nat. des Sacres (fig. 777), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 778), sur la Nat. des Funérailles (fig. 779), sur la Nat. des Deuils (fig. 780), sur la Nat. des Obsèques (fig. 781), sur la Nat. des Convois (fig. 782), sur la Nat. des Cortèges (fig. 783), sur la Nat. des Processions (fig. 784), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 785), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 786), sur la Nat. des Offrandes (fig. 787), sur la Nat. des Prières (fig. 788), sur la Nat. des Vœux (fig. 789), sur la Nat. des Pénitences (fig. 790), sur la Nat. des Mortifications (fig. 791), sur la Nat. des Macérations (fig. 792), sur la Nat. des Flagellations (fig. 793), sur la Nat. des Supplices (fig. 794), sur la Nat. des Tortures (fig. 795), sur la Nat. des Martyres (fig. 796), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 797), sur la Nat. des Glorifications (fig. 798), sur la Nat. des Triomphes (fig. 799), sur la Nat. des Ovations (fig. 800), sur la Nat. des Couronnements (fig. 801), sur la Nat. des Sacres (fig. 802), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 803), sur la Nat. des Funérailles (fig. 804), sur la Nat. des Deuils (fig. 805), sur la Nat. des Obsèques (fig. 806), sur la Nat. des Convois (fig. 807), sur la Nat. des Cortèges (fig. 808), sur la Nat. des Processions (fig. 809), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 810), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 811), sur la Nat. des Offrandes (fig. 812), sur la Nat. des Prières (fig. 813), sur la Nat. des Vœux (fig. 814), sur la Nat. des Pénitences (fig. 815), sur la Nat. des Mortifications (fig. 816), sur la Nat. des Macérations (fig. 817), sur la Nat. des Flagellations (fig. 818), sur la Nat. des Supplices (fig. 819), sur la Nat. des Tortures (fig. 820), sur la Nat. des Martyres (fig. 821), sur la Nat. des Apothéoses (fig. 822), sur la Nat. des Glorifications (fig. 823), sur la Nat. des Triomphes (fig. 824), sur la Nat. des Ovations (fig. 825), sur la Nat. des Couronnements (fig. 826), sur la Nat. des Sacres (fig. 827), sur la Nat. des Inaugurations (fig. 828), sur la Nat. des Funérailles (fig. 829), sur la Nat. des Deuils (fig. 830), sur la Nat. des Obsèques (fig. 831), sur la Nat. des Convois (fig. 832), sur la Nat. des Cortèges (fig. 833), sur la Nat. des Processions (fig. 834), sur la Nat. des Pèlerinages (fig. 835), sur la Nat. des Sacrifices (fig. 836), sur la Nat. des Offrandes (fig. 837), sur la Nat. des Prières (fig. 838), sur la Nat. des Vœux (fig. 839), sur la Nat. des Pénitences (fig. 840),

Kerne, die 10 μm lang waren. Diese sind nicht, wie in Fig. 1 und 2 mit 1000facher Vergrößerung, sondern mit 500facher Vergrößerung gezeichnet.

Fig. 3 zeigt Kerne, die 15 μm lang waren. Diese sind mit 500facher Vergrößerung gezeichnet.

Fig. 4 zeigt Kerne, die 20 μm lang waren. Diese sind mit 500facher Vergrößerung gezeichnet.

Fig. 5 zeigt Kerne, die 25 μm lang waren. Diese sind mit 500facher Vergrößerung gezeichnet.

Fig. 1 bis 5. Kerne von Spirogyra crassa. Fig. 1 Kerne, die 10 μm lang waren. Fig. 2 Kerne, die 15 μm lang waren. Fig. 3 Kerne, die 20 μm lang waren. Fig. 4 Kerne, die 25 μm lang waren. Fig. 5 Kerne, die 30 μm lang waren.

Fig. 6 bis 10. Kerne von Spirogyra crassa. Fig. 6 Kerne, die 30 μm lang waren. Fig. 7 Kerne, die 35 μm lang waren. Fig. 8 Kerne, die 40 μm lang waren. Fig. 9 Kerne, die 45 μm lang waren. Fig. 10 Kerne, die 50 μm lang waren.

Fig. 11 bis 15. Kerne von Spirogyra crassa. Fig. 11 Kerne, die 50 μm lang waren. Fig. 12 Kerne, die 55 μm lang waren. Fig. 13 Kerne, die 60 μm lang waren. Fig. 14 Kerne, die 65 μm lang waren. Fig. 15 Kerne, die 70 μm lang waren.

Fig. 16 bis 20. Kerne von Spirogyra crassa. Fig. 16 Kerne, die 70 μm lang waren. Fig. 17 Kerne, die 75 μm lang waren. Fig. 18 Kerne, die 80 μm lang waren. Fig. 19 Kerne, die 85 μm lang waren. Fig. 20 Kerne, die 90 μm lang waren.

Fig. 21 bis 25. Kerne von Spirogyra crassa. Fig. 21 Kerne, die 90 μm lang waren. Fig. 22 Kerne, die 95 μm lang waren. Fig. 23 Kerne, die 100 μm lang waren. Fig. 24 Kerne, die 105 μm lang waren. Fig. 25 Kerne, die 110 μm lang waren.

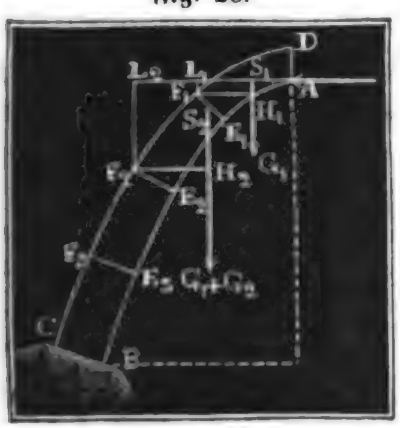
u. ſ. w., ſo hat man für die Kraft P im Scheitelpunkte die Werthe Kippen der Gewölbſteine.

$$P_1 = \frac{b_1}{a_1} G_1,\ P_2 = \frac{b_2}{a_2}(G_1+G_2),\ P_3 = \frac{b_3}{a_3}(G_1 + G_2 + G_3) \text{ u. ſ. w.}$$

Nun nehmen aber vom Scheitel nach den Widerlagern hin nicht allein die Factoren b_n und $G_1+G_2+..+G_n$ des Zählers zu, ſondern es wächſt auch der Nenner a_n; es iſt daher auch einer von den Werthen P_1, P_2, P_3 u. ſ. w. ein Maximum, und zur Herſtellung des Gleichgewichts nöthig, daß die effective Kraft P_m im Scheitel ihm gleich ſei. Man nennt diejenige Fuge, welcher die größte oder die Kraft in dem Scheitel überhaupt entſpricht, die Bruchfuge (franz. joint de rupture; engl. joint of rupture), weil in ihr eine Trennung durch Drehung um die untere Kante zuerſt erfolgt, wenn die Kraft P_m im Scheitel nachläßt. Sie iſt durch den Bruchwinkel (franz. angle de rupture; engl. angle of rupture) beſtimmt, den die Ebene derſelben mit dem Horizonte (oder mit der Vertikalen) einſchließt. Es iſt übrigens leicht zu ermeſſen, daß der Bruchwinkel diejenige Stelle im Gewölbe angiebt, wo die im Scheitelpunkte D anfangende Widerſtandslinie die innere Gewölblinie berührt.

Vergleicht man nun die das Drehen des Gewölbes nach innen verhindernde Maximalkraft mit der nach §. 17 zu beſtimmenden, das Gleiten des Gewölbes nach innen verhindernden Maximalkraft, ſo wird man allerdings in den meiſten Fällen finden, daß jene Kraft größer iſt als dieſe, weshalb daher in der Regel der Druck im Scheitel eines Gewölbes gleich der größten von allen den Kräften P_1, P_2, P_3 u. ſ. w. iſt, welche dem Umdrehen der Gewölbſtücke G_1, $G_1 + G_2$, $G_1 + G_2 + G_3$ u. ſ. w. um die inneren Kanten begegnen. Hat man nun einmal dieſen Druck im Scheitel des Gewölbes ermittelt, ſo iſt es leicht, die Drücke an jeder andern Stelle des Gewölbes zu finden.

Fig. 20.



Zu den Ausnahmen gehört es, wenn Gewölbe dadurch umſtürzen, daß ſich die Gewölbſtücke nach außen drehen. Um die Möglichkeit dieſer Art des Einſtürzens durch den Calcul nachzuweiſen, nimmt man den Angriffspunkt der Kraft P im untern Punkt A, Fig. 20, der Schlußfuge an, weil hier die Hebelarme in Hinſicht auf Drehung um F_1, F_2, F_3 u. ſ. w. am kleinſten, alſo die entſprechenden Kräfte am größten ſind. Bezeichnet man nun die Hebelarme F_1L_1, F_2L_2, F_3L_3 u. ſ. w. wieder durch a_1, a_2, a_3 u. ſ. w. und die Hebelarme F_1H_1, F_2H_2, F_3H_3 u. ſ. w. der Gewichte $G_1, G_1+G_2, G_1+G_2+G_3$

Kippen der Gewölbſteine.

u. ſ. w. durch b_1, b_2, b_3 u. ſ. w., ſo hat man auch die Werthe für P:

$$P_1 = \frac{b_1}{a_1} G,\ P_2 = \frac{b_2}{a_2}(G_1 + G_2),\ P_3 = \frac{b_3}{a_3}(G_1 + G_2 + G_3),$$

und iſt nun der kleinſte dieſer Werthe größer als der Druck im Schlußſtein oder die größte der Kräfte, welche das Einſtürzen nach innen verhindern, ſo beſitzt das Gewölbe Stabilität; außerdem aber tritt ein Zuſammenſtürzen ein.

Anmerkung. Das Zuſammenſtürzen des Gewölbes durch Drehen oder Kippen kann ebenfalls auf zweierlei Weiſe vor ſich gehen, je nachdem die Bruchfuge des

Fig. 21.

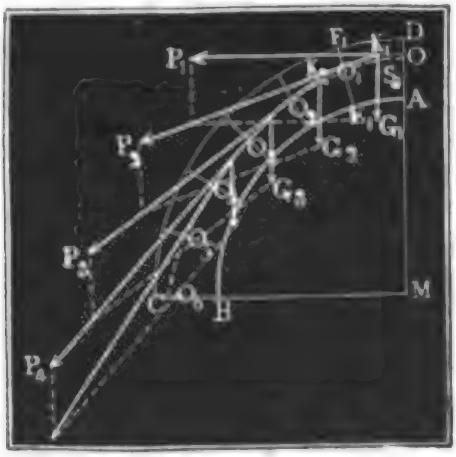
Fig. 22.

Maximalwerthes über oder unter der Bruchfuge des Minimalwerthes liegt. Den erſten Fall repräſentirt Fig. 21, und den zweiten Fig. 22.

Widerſtandslinie.

§. 19. Wenn der Angriffspunkt O und die Größe P der Kraft gegeben iſt, durch welche ein Gewölbſtück $ABCD$, Fig. 23, im Gleichgewichte erhalten wird, ſo kann man die Stabilitätsverhältniſſe mittelſt der Widerſtandslinie, wie die einer Futtermauer beurtheilen. Aus der Kraft P_1 und aus dem im Schwerpunkte S_1 des erſten Gewölbſteines AF_1 angreifenden Gewichte G_1 dieſes Steines ergiebt ſich zunächſt die Kraft P_2 in der erſten Gewölbfuge E_1F_1, ſo wie der Punkt O_1, in welchem die Richtung dieſer Kraft dieſe Gewölbfuge ſchneidet; ferner aus dem Drucke P_2 und dem im Schwerpunkte S_2 des zweiten Gewölbſteines angreifenden Gewichte G_2 dieſes Steines folgt der Druck P_3 in der zweiten Gewölbfuge, ſo wie der Durchſchnitt O_2 der Richtung dieſer Kraft mit der Ebene dieſer Fuge: und wenn man auf dieſe Weiſe fortfährt, ſo erhält man nach und nach die übrigen Drücke P_4, P_5 . . . ., ſo wie die Durchſchnitte O_3, O_4 . . . . ihrer Richtungen mit den folgenden Gewölbfugen. Die Linie $OO_1O_2O_3\ldots$, welche die Durchſchnitte $O_1, O_2, O_3\ldots$

Fig. 23.



oder Angriffspunkte der Kräfte $P_1, P_2, P_3 \ldots$ in den Gewölbfugen mit einander verbindet, ist die Widerstands- oder Drucklinie des Gewölbes (franz. ligne de pression, engl. line of pression, [vergl. II. §. 6]). Das Gewölbe ist nun im Gleichgewichte: 1) wenn diese Linie von den Normalen der Gewölbfugen nirgends um mehr als den Reibungswinkel ϱ abweicht, und 2) wenn sie weder die innere, noch die äußere Wölblinie erreicht oder durchschneidet. Wäre an einer Stelle des Gewölbes die Abweichung der Drucklinie von der Normale der Gewölbfuge größer als der Reibungswinkel, so würde ein Verschieben wie in Fig. 17 oder 18 eintreten, und träte diese Linie aus einer der Wölblinien AB oder CD, Fig. 24 und Fig. 25, heraus, so würde sich ein Gewölbstück $AEFD$ um eins der bei- Widerstandslinie.

Fig. 24.

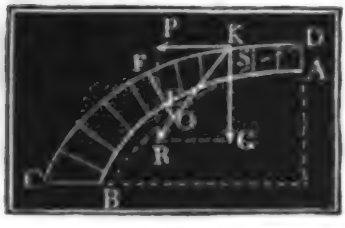
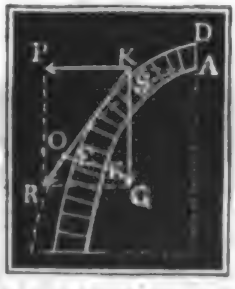


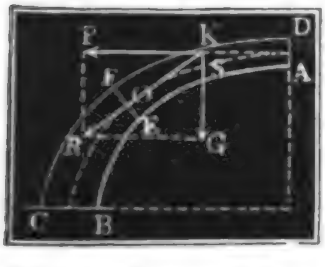
Fig. 25.



den Enden E oder F der Gewölbfuge kippen, weil die Undurchdringlichkeit der Gewölbsteine den an den Hebelarmen EO und FO wirkenden Mittelkräften R, R kein Hinderniß in den Weg legt. Es ist nur die Cohäsionskraft des Mörtels, welche dieser Umdrehung entgegenwirkt, da aber diese Kraft sehr unzuverlässig ist, und namentlich durch Erschütterungen leicht aufgehoben werden kann, so ist auf deren Wirkung nicht zu rechnen.

Das stabilste Gewölbe AC, Fig. 26, ist jedenfalls dasjenige, bei welchem sich die Druck- oder Widerstandslinie mitten zwischen den beiden Wölblinien AB und DC hindurchzieht, weil hier ein Kippen nach der einen oder der anderen Seite hin gleich schwer ist, und die Gewölbsteine dem Zerdrücken am meisten Widerstand entgegensetzen. Kommt dagegen die Drucklinie an einer Stelle der einen oder anderen Wölblinie sehr nahe, so kann nicht allein durch Hinzutritt einer neuen Kraft, sondern auch durch Abbrechen der Gewölbsteinecken an dieser Stelle leicht ein Einstürzen des Gewölbes herbeigeführt werden.

Fig. 26.



Anmerkung. Diese Untersuchung der Stabilitätsverhältnisse eines Gewölbes mit Hülfe der Druck- oder Widerstandslinie ist bei Gewölben, welche an beiden Enden auf Widerlagern aufruhen, also durch keine äußere Kraft im Gleichgewichte erhalten werden, nicht anwendbar, weil hier weder die Größe, noch

Kapitel XVI. Mikrobe, Gärung, Hefe.

Die Mikrobe ist ein Lebewesen, das nur mit dem Mikroskop zu sehen ist. Sie ist so klein, daß man 1000 Mikroben nebeneinander legen müßte, um eine Länge von 1 mm zu erhalten.

Fig. 17. Mikrobe und Hefe.

Fig. 17 stellt eine Mikrobe und eine Hefe dar. Die Mikrobe ist ein Stäbchen, das sich durch Teilung vermehrt. Die Hefe ist eine Kugel, die sich durch Sprossung vermehrt. Bei der Sprossung wächst an der Kugel ein kleiner Höcker, der sich allmählich vergrößert und dann abfällt. Die Mikroben sind Pflanzen, die Hefen sind Tiere.

Die Mikroben leben überall, in der Luft, im Wasser, in der Erde, auf unserer Haut, in unserem Mund, in unserem Darm. Sie sind die Ursache der Fäulnis, der Gärung, der Ansteckung. Sie sind unsere Feinde, aber auch unsere Freunde. Ohne sie könnten wir nicht leben.

Fig. 18 zeigt Mikroben, die sich in Gestalt einer Kette aneinanderlegen. Diese Mikroben sind die Ursache der Milchsäuregärung. Sie wandeln den Milchzucker in Milchsäure um. Die Milchsäure ist ein Gift, das alle Fäulnismikroben tötet. Deshalb ist die saure Milch gesund, während die süße Milch leicht fault.

Fig. 18. Milchsäuregärung.

Fig. 19 zeigt Mikroben, die sich in Gestalt von Ballen aneinanderlegen. Diese Mikroben sind die Ursache der Buttersäuregärung. Sie wandeln den Milchzucker in Buttersäure um. Die Buttersäure ist ein Gift, das alle Fäulnismikroben tötet. Deshalb ist der Sauerkohl gesund, während der süße Kohl leicht fault.

Fig. 19. Buttersäuregärung.

Fig. 20 zeigt Mikroben, die sich in Gestalt von Fäden aneinanderlegen. Diese Mikroben sind die Ursache der Fäulnis. Sie wandeln das Eiweiß in Fäulnisgifte um. Diese Fäulnisgifte sind Ptomaine und Leukomaine. Sie sind sehr giftig.

Fig. 20. Fäulnis.

vertikalen Schwerlinie der Gewölbhälfte AC von der innern Kante B, wo das Gewölbe an das Widerlager anstößt, c die Stärke FO der Widerlagsmauer und e der Abstand FN der vertikalen Schwerlinie der Widerlagsmauer von der Kante F, so hat man das Moment der Gewichte G und G_1, $= G(b + c) + G_1 e$, und es giebt nun das Gleichsetzen beider Momente die Gleichung $P(a + h) = G(b + c) + G_1 e$. Stabilität der Widerlager.

Damit aber hinreichende Sicherheit auf die Dauer erzielt werde, hat man erfahrungsmäßig nach Audoy statt P, $1{,}9\,P$ einzusetzen, so daß man als Bestimmungsgleichung für die Stärke der Widerlagsmauer erhält:

$$1{,}9\,P(a + h) = G(b + c) + G_1 e.$$

Ist h_1 die mittlere Pfeilerhöhe, und γ die Dichtigkeit der Pfeilermasse, so hat man für jeden Fuß Länge des Pfeilers das Gewicht $G_1 = h_1 c \gamma$, und setzt man noch $e = \frac{1}{2} c$, das Moment $G_1 e = \frac{1}{2} h_1 c^2 \gamma$.

Hiernach folgt $\frac{1}{2} h_1 c^2 \gamma + G c = 1{,}9\,P(a + h) - G b$, oder

$$c^2 + \frac{2 G c}{h_1 \gamma} = \frac{1{,}9\,P(a + h) - G b}{\frac{1}{2} h_1 \gamma},$$

daher die in Frage stehende Dicke der Widerlager:

$$c = -\frac{G}{h_1 \gamma} + \sqrt{\frac{1{,}9\,P(a + h) - G b}{\frac{1}{2} h_1 \gamma} + \left(\frac{G}{h_1 \gamma}\right)^2}.$$

Um diese Mauer gegen das Gleiten zu sichern, müßte

$$G_1 > \frac{P}{\varphi} - G, \text{ d. i. } c > \frac{P - \varphi G}{\varphi h_1 \gamma} \text{ sein.}$$

In der Regel wird man finden, daß der erste Werth von c größer ist, als der letzte, daß also die Widerlagsstärke dem ersten gleich zu machen ist.

Für sehr hohe Pfeiler giebt die erste Bedingung, da dann $G c$, $1{,}9\,Pa$ und $G b$, gegen $1{,}9\,Ph$ und $\frac{1}{2} h_1 c^2 \gamma$, welches $\frac{1}{2} h c^2 \gamma$ gesetzt werden kann, verschwinden, $\frac{1}{2} h c^2 \gamma = 1{,}9\,Ph$, d. i. $\frac{1}{2} c^2 \gamma = 1{,}9\,P$, daher die Maximal- oder Grenzstärke

$$c = \sqrt{\frac{3{,}8\,P}{\gamma}}.$$

§. 21. Wir haben seither noch nicht auf die Belastung der Gewölbe Rücksicht genommen; da es aber gerade zu den Ausnahmen gehört, wenn ein Gewölbe unbelastet ist, so haben wir den Einfluß der Belastung auf die Stabilität der Gewölbe noch besonders zu untersuchen. Die Belastung ist entweder veränderlich, oder unveränderlich. Veränderliche oder zufällige Belastungen kommen vorzüglich bei Brücken vor. Damit die Stabilität durch zufällige Belastungen nicht zu sehr alterirt, oder gar aufgehoben werde, ist es nöthig, die Gewölbe schon an und für sich so schwer herzustellen, oder ihnen eine derartige constante Belastung aufzulegen, daß die zufällige Belastung, z. B. die von Lastwagen, welche über die Brücke weg- Belastete Gewölbe.

Ein weiterer Beweis dafür, in welch hohem Grade er in Hamburg als Künstler geschätzt wurde, ist der Umstand, daß er 1862 zum Dirigenten des Philharmonischen Konzertes ernannt wurde. In dieser Stellung wirkte er bis zum Jahre 1864, wo er sie niederlegte, um sich ganz seinen Kompositionen widmen zu können.

Brahms' Geburtshaus in Hamburg, Speckstraße 60.

Brahms' Geburtshaus in Hamburg, Speckstraße 60.

In Hamburg, wo er in Ruhe und in Muße seinen Studien obliegen konnte, entstanden die ersten Werke, die ihn als Komponisten bekannt machten. Hier schrieb er seine Serenaden, die Ouvertüre zu Schillers Trauerspiel „Die Braut von Messina“, die Ouvertüre zu Goethes Tragödie „Egmont“, die Variationen über ein Thema von Paganini, die Variationen über ein Thema von Haydn, die Ballade „Edward“, die Lieder „Wie rafft ich mich auf in der Nacht“, „Wie bist du meine Königin“, „Sapphische Ode“, „Feldeinsamkeit“, „Vergebliches Ständchen“, „Der Schmied“, „Der Jäger“, „Der Gang zum Liebchen“, „Der Strom, der neben mir verrauscht“, „Wiegenlied“ und „Sonntag“.

Im Jahre 1862 siedelte Brahms nach Wien über, wo er sich bald einer großen Beliebtheit erfreute. Er wurde Dirigent der Singakademie und der Gesellschaft der Musikfreunde, und in dieser Stellung wirkte er bis zum Jahre 1864, wo er sie niederlegte, um sich ganz seinen Kompositionen widmen zu können.

Belastete Gewölbe.

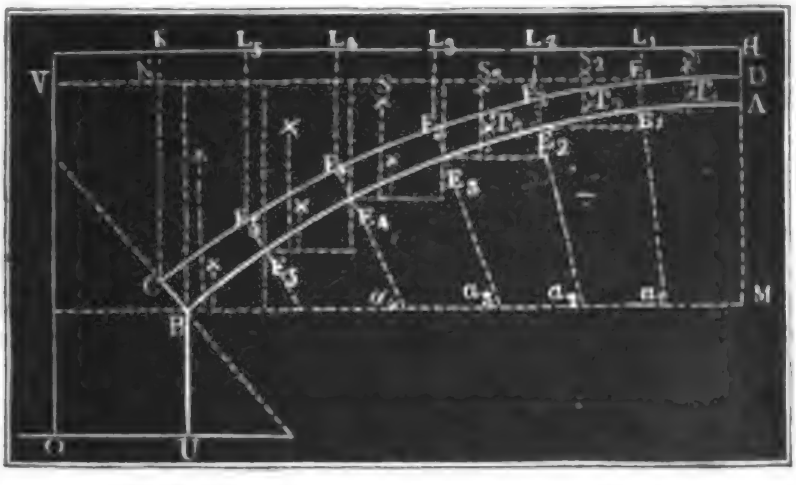
Anmerkung 1. Der Druck von 225 Pfund auf jeden Quadratzoll Fugenfläche entſpricht bei einer 20fachen Sicherheit einem Feſtigkeitsmodul von 4500 Pfund, wie er etwa bei Kalkſtein, Gneis u. ſ. w. vorzufinden iſt. Bei der berühmten Brücke zu Neuilly ohnweit Paris, welche in den Jahren 1768 bis 1774 von Perronet geſchlagen wurde, berechnet ſich dieſer Druck auf 280 Pfund.

Anmerkung 2. Wenn wir, wie im Folgenden allemal geſchieht, den Gewölbſchub oder die Spannung für den höchſten Punkt im Scheitel angeben und ebenſo nur eine Drehung um den unterſten Punkt der Bruchfuge berückſichtigen, ſo iſt es um ſo mehr nöthig, dieſe hohe Sicherheit anzunehmen und dem Gewölbe eine entſprechende Stärke zu geben, da wir in dieſem Falle nur den kleinſten Werth des Druckes erhalten. Ohne dies ſind es aber vorzüglich die oberen Ecken der Steine am Scheitel und die unteren Ecken der Steine in der Nähe der Bruchfuge, welche den größten Druck auszuhalten haben, daher am eheſten abbrechen; es würde daher ein Einſtürzen des ganzen Gewölbes herbeigeführt werden, wenn die Gewölbſtärke nicht hinreichend groß wäre.

Prüfung der Gewölbe.

§. 22. Die Unterſuchung über die Stabilität eines Gewölbes iſt nun auf folgende Weiſe zu führen. Es ſei $ABCD$, Fig. 30, die eine Hälfte

Fig. 30.



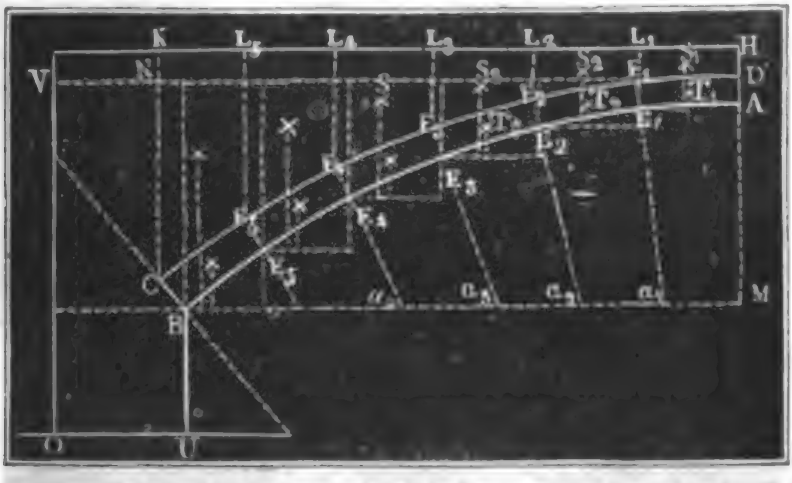
des zu unterſuchenden Gewölbes, und $CDHK$ die von ihr getragene Mauer, welche wir der Einfachheit wegen mit dem Gewölbe von gleicher Dichtigkeit annehmen wollen. Zunächſt theilen wir das Gewölbe durch Linien E_1F_1, E_2F_2, E_3F_3 u. ſ. w. in den Richtungen der Gewölbfugen, oder was in der Regel einerlei iſt, rechtwinkelig gegen die innere Gewölblinie in mehrere (hier in 6) gleiche oder ungleiche Theile, und beſtimmen nun nicht nur die Inhalte und die Schwerpunkte T_1, T_2, T_3... dieſer Theile, ſondern auch die Inhalte und Schwerpunkte S_1, S_2, S_3... der darüber liegenden Theile F_1H, F_2L_1, F_3L_2... Nun nimmt man die ſtatiſchen Momente der erſten Theile AF_1 und F_1H hinſichtlich des erſten Theilpunktes E_1, und dividirt deren Summe durch den Vertikalabſtand dieſes Theilpunktes von der Horizontalen DN durch den Gewölbſcheitel; ebenſo nimmt man die Momente von AF_1, E_1F_2, F_1H und F_2L_1 in Hinſicht

Digitized by Google

Prüfung der Gewölbe.

auf den zweiten Theilpunkt E_2 und dividirt die Summe dieſer Momente durch den Vertikalabſtand dieſes zweiten Punktes von der Horizontalen DN; ferner beſtimmt man die Momente der Gewölbtheile AF_1, E_1F_2, E_2F_3 und die Mauertheile F_1H, F_2L_1, F_3L_2 in Hinſicht auf die Kante E_3 und dividirt deren Summe durch den Abſtand des Punktes E_3 von der Horizontalen DN, u. ſ. f. Indem man ſo die Rechnung für alle Theile zwiſchen A und B fortführt, gelangt man zu den Kräften, welche in D nöthig ſind, um Drehungen um die Punkte E_1, E_2, E_3 u. ſ. w. zu verhindern, und es iſt nun die größte unter dieſen Kräften als die im Gewölbſcheitel wirklich vorhandene Spannung anzunehmen.

Fig. 31.



Außerdem multiplicire man noch die Flächenſumme $AF_1 + F_1H$ mit *tang.* $(\alpha_1 - \varrho)$, ferner $AF_1 + E_1F_2 + F_1H + F_2L_1$ mit *tang* $(\alpha_2 - \varrho)$ u. ſ. w., wofern α_1, α_2... die Neigungswinkel der Gewölbfugen E_1F_1, E_2F_2 u. ſ. w. gegen den Horizont bezeichnen, und ſuche auch unter dieſen Reſultaten den größten Werth aus. Iſt nun der größte dieſer Werthe kleiner als der zur Verhinderung der Drehungen um E_1, E_2, E_3... nöthige Maximalwerth, ſo hat man auf dieſe Kräfte nicht weiter Rückſicht zu nehmen, iſt er aber größer, ſo muß man ihn als Spannung im Gewölbſcheitel und nicht den erſtgefundenen als ſolche einführen.

Endlich hat man wohl noch zu unterſuchen, ob die ſo gefundene Horizontalkraft nicht im Stande iſt, ein Gewölbſtück nach außen zu ſchieben oder nach außen zu drehen

Mit Hülfe des ſo gefundenen Horizontalſchubes ſind nun noch nach §. 20 die Stabilitätsverhältniſſe der Widerlager zu unterſuchen

Beiſpiel. Die Stabilitätsverhältniſſe des Gewölbes in Fig 31 ergeben ſich durch folgende Unterſuchung.

Inhalt des Gewölbſtückes $AF_1 = 6{,}89$ Quadratfuß, Inhalt des darüberliegenden Stückes $F_1H = 8{,}48$ Quadratfuß, Hebelarm des erſten in Hinſicht auf E_1, $= 2{,}50$, des zweiten $= 2{,}45$; folglich Moment beider $= 6{,}89 \cdot 2{,}5 + 8{,}48 \cdot 2{,}45$

Prüfung der Gewölbe

$= 38{,}001$; Abstand des Punktes E_1 von DN oder Hebelarm der Horizontalkraft in D. $= 1{,}50$; daher der erste Werth dieser Kraft $= \frac{38{,}00 \cdot \gamma}{1{,}50} = 25{,}33 \cdot \gamma$ Pfund. Inhalt des zweiten Gewölbstückes $E_1F_2 = 7{,}15$ und des darüber befindlichen Mauerstückes $F_2L_1 = 11{,}02$ Quadratfuß; Momente beider in Hinsicht auf E_2 $= 17{,}52 + 23{,}69 = 41{,}21$. hierzu das Moment von $AL_1 = 38{,}00 + 15{,}37 \cdot 5{,}10$ $= 38{,}00 + 78{,}39 = 116{,}39$, folglich das Moment des ganzen Stückes $AL_2 = 157{,}60$; der Abstand des Punktes E_2 von DN, $= 2{,}35$, daher der zweite Werth der Horizontalkraft in D, $= \frac{157{,}60 \cdot \gamma}{2{,}35} = 67{,}05 \cdot \gamma$ Pfund. Ferner der Inhalt des dritten Gewölbstückes $E_2F_3 = 7{,}68$ und des darüberliegenden Mauerstücks F_2L_3 $= 16{,}51$ Quadratfuß; Moment beider $= 46{,}61$; hierzu das Moment des Stückes $E_2H_2 = 157{,}60 + 166{,}02 = 323{,}62$, folgt das Moment des Ganzen $= 370{,}23$, und da der Abstand des Punktes E_3 von $HN = 3{,}90$ ist, ergiebt sich der dritte Werth der Kraft in D: $= \frac{370{,}23 \cdot \gamma}{3{,}90} = 94{,}93 \cdot \gamma$ Pfund. Auf diese Weise fortfahrend, findet man einen Werth dieser Kraft, welcher die Drehung um E_4 zu verhindern hat, $= \frac{701{,}92\ \gamma}{5{,}9} = 118{,}97 \cdot \gamma$ Pfund; ferner einen fünften in Hinsicht auf Drehung um E_5, $= \frac{1163{,}43 \cdot \gamma}{8{,}45} = 137{,}68 \cdot \gamma$ Pfund; und endlich einen letzten Werth in Hinsicht auf eine Drehung um B, $= \frac{1760{,}21 \cdot \gamma}{11{,}6} = 151{,}74 \cdot \gamma$ Pfund. Da dieser Werth unter allen gefundenen der größte ist, so läßt sich der Druck im Gewölbscheitel ihm gleich, also $P = 151{,}74 \cdot \gamma$. oder die Dichtigkeit der Mauer $= 150$ Pfd. angenommen, $P = 151{,}74 \cdot 150 = 22761$ Pfd. setzen. Die Dicke des Gewölbes ist im Scheitel $= 1{,}3$ Fuß, also der Querschnitt für jeden Fuß Gewölblänge $= 144 \cdot 1{,}3 = 187{,}2$ Quadratzoll, und sonach der Druck auf jeden Quadratzoll nur $\frac{22761}{187{,}2} = 122$ Pfund.

Nimmt man mit Petit den Reibungswinkel zu 30° an, so erhält man noch für die Kraft zur Verhinderung des Herabgleitens der Gewölbsteine, da die Gewölbfugen $E_1F_1, E_2F_2, E_3F_3 \ldots$ unter den Winkeln 83°,40′; 77°,20′; 71°; 64°,40′; 58°,20′; 52° gegen den Horizont geneigt sind, die Werthe

$P_1 = (6{,}89 + 8{,}48)\ tang.(83°{,}40' - 30°).\gamma = 15{,}37 \cdot tang.53°{,}40'.\gamma = 20{,}9\ .\gamma$ Pfd.;
$P_2 = (15{,}37 + 18{,}17)\ tang.(77°{,}20' - 30°).\gamma = 33{,}51\ tang\ 47°{,}20'.\gamma = 36{,}4\ \gamma$ Pfd.;
$P_3 = 57{,}73 \cdot tang.41°.\gamma = 50{,}1\ .\gamma$ Pfd.; $P_4 = 90{,}56 \cdot tang.34°{,}40'.\gamma = 62{,}6.\gamma$ Pfd.;
$P_5 = 134{,}13\ tang.28°{,}20'.\gamma = 72{,}3.\gamma$ Pfd.; $P_6 = 188{,}53 \cdot tang\ 22°.\gamma = 76{,}2.\gamma$ Pfd.;
es ist also der größte Horizontaldruck zur Verhinderung des Gleitens $= 76{,}2.\gamma$ Pfd. Da der Scheiteldruck $(151{,}7\,\gamma)$, welcher aus dem Bestreben zum Umdrehen entspringt, größer ist, so wird durch denselben auch das Herabgleiten der Gewölbsteine verhindert. Ebenso kann man sich auch leicht überzeugen, daß weder ein Gleiten noch eine Drehung nach oben möglich ist.

Was auch noch die Stabilität des Widerlagers OUK anlangt, so ist das Moment der Kraft P zum Umstürzen um $O = 151{,}74 \cdot \gamma \cdot \overline{OV} = 151{,}74 \quad 18 \cdot \gamma$ $= 2731\ .\gamma$ Pfd.; das Moment des belasteten Gewölbes $ABKH$ berechnet sich aber $= 1760{,}2 \cdot \gamma + 188{,}53 \cdot OU \cdot \gamma = (1760{,}2 + 188{,}53 \cdot 6{,}8)\gamma = 3042 \cdot \gamma$ und das des Pfeilers $= 343 \cdot \gamma$ Pfund; es ist demnach das Moment, welches dem Umstürzen um O entgegensteht, $= (3042 + 343) \cdot \gamma = 3385 \cdot \gamma$ Pfund, und daher ein Umstürzen nicht möglich. Will man indessen hinreichende Sicherheit haben,

Abb. 1. Schematische Darstellung der Apparatur zur Herstellung von Hydrogelen. Die Lösung des Monomeren wird in die Form (1) eingegossen, die aus zwei Glasplatten besteht, die durch einen Gummischlauch (2) getrennt sind. Die Form wird in einem Thermostaten (3) polymerisiert.

Lösung des Monomeren wird in die Form (1) eingegossen, die aus zwei Glasplatten besteht, die durch einen Gummischlauch (2) getrennt sind. Die Form wird in einem Thermostaten (3) polymerisiert.

Die Polymerisation kann auch in Rohren durchgeführt werden, wobei man Hydrogele in Form von Stäben erhält. Diese Stäbe können dann mit einem Messer in Scheiben geschnitten werden. Die Dicke der Scheiben kann durch Einstellung des Messers beliebig variiert werden. Die Scheiben können dann in Wasser gequollen werden, wobei man Hydrogele in Form von Linsen erhält. Diese Linsen können dann als Kontaktlinsen verwendet werden.

Die Polymerisation kann auch in Rohren durchgeführt werden, wobei man Hydrogele in Form von Stäben erhält. Diese Stäbe können dann mit einem Messer in Scheiben geschnitten werden. Die Dicke der Scheiben kann durch Einstellung des Messers beliebig variiert werden. Die Scheiben können dann in Wasser gequollen werden, wobei man Hydrogele in Form von Linsen erhält. Diese Linsen können dann als Kontaktlinsen verwendet werden.

Die Polymerisation kann auch in Rohren durchgeführt werden, wobei man Hydrogele in Form von Stäben erhält. Diese Stäbe können dann mit einem Messer in Scheiben geschnitten werden. Die Dicke der Scheiben kann durch Einstellung des Messers beliebig variiert werden. Die Scheiben können dann in Wasser gequollen werden, wobei man Hydrogele in Form von Linsen erhält. Diese Linsen können dann als Kontaktlinsen verwendet werden.

1) Halbkreisgewölbe mit parallelen Wölbflächen.

Verhältniß der Halbmesser $x = \frac{r_2}{r_1}$.	Verhältniß des innern Durchmessers zur Dicke.	Bruchwinkel, Neigung der Bruchfuge gegen die Vertikale.	Coefficient p des Gewölbschubes.		Coefficient für die Grenzen der Widerlagsdicken.
			für Drehung.	für Gleitung.	
2,732	1,154	0°,00′	0,00000	0,98923	
2,70	1,176	13°,42′	0,00211	0,96262	
2,50	1,333	35°,52′	0,02283	0,80346	
2,20	1,666	51°, 4′	0,08648	0,58767	
2,00	2,000	57°,17′	0,13017	0,45912	1,3223
1,80	2,500	61°,24′	0,16373	0,34281	1,1414
1,60	3,333	63°,49′	0,17517	0,23874	0,9525
1,55	3,636	64°, 3′	0,17478	0,21464	0,9031
1,50	4,000	64°, 9′	0,17254	0,19130	0,8527
1,45	4,444	64°, 5′	0,16798	0,16872	0,8007
1,40	5,000	63°,48′	0,16167	0,14691	0,7838
1,35	5,714	63°,19′	0,15287	0,12587	0,7622
1,30	6,666	62°,14′	0,14330	0,10559	0,7379
1,25	8,000	61°,15′	0,12847	0,08608	0,6987
1,20	10,000	59°,41′	0,11140	0 06733	0,6504
1,15	13,333	57°, 1′	0,09176	0,04935	0,5905
1,10	20,000	53°,15′	0,06754	0,03213	0,5066
1,05	40,000	46°,22′	0,03813	0,01568	
1,02	100,000	38°,12′	0,01691	0,00618	
1,00	∞	0°,00′	0,00000	0,00000	

2) Halbkreisgewölbe mit Hintermauerung von 45° Neigung.

Verhältniß der Halbmesser $x = \frac{r_2}{r_1}$.	Verhältniß des innern Durchmessers zur Dicke.	Bruchwinkel, Neigung der Bruchfuge gegen die Vertikale.	Coefficient p des Gewölbschubes		Coefficient für die Grenzen der Widerlagsdicken.
			für Drehung.	für Gleitung.	
2,00	2,000	60°	0,26424	0,74361	1,7264
1,80	2,500	60°	0,29907	0,57383	1,5147
1,60	3,333	60°	0,31245	0,42191	1,2990
1,55	3,636	61°	0,31222	0,38673	1,2437
1,50	4,000	61°	0,30996	0,35266	1,1877
1,45	4,444	60°	0,30587	0,31971	1,1308
1,40	5,000	59°	0,30001	0,28787	1,0954
1,35	5,714	58°	0,29285		1,0823
1,30	6,666	57°	0,28231	0,22756	1,0626
1,25	8,000	54°	0,27102		1,0412
1,20	10,000	50°	0,25806	0,17171	1,0160
1,15	13,333	47°	0,24477		0,9894
1,10	20,000	42°	0,23292	0,12032	0,9652
1,05	40,000	36°	0,22902		0,9571

Gewölbtabellen.

3) Halbkreisgewölbe mit horizontaler Uebermauerung.

Verhältniß der Halbmesser $x = \frac{r_2}{r_1}$.	Verhältniß des innern Durchmessers zur Dicke.	Bruchwinkel, Neigung der Bruchfuge gegen die Vertikale.	Coefficient p des Gewölbschubes		Coefficient für die Grenzen der Widerlagsdicken.
			für Drehung.	für Gleitung.	
2,00	2,000	36°	0,05486	0,50358	1,3834
1,80	2,500	44°	0,08508	0,37901	1,2001
1,60	3,333	52°	0,12300	0,26755	1,0082
1,55	3,636	54°	0,13027	0,24173	0,9584
1,50	4,000	56°	0,13648	0,21673	0,9075
1,45	4,444	57°	0,14122	0,19256	0,8554
1,40	5,000	59°	0,14421	0,16920	0,8018
1,35	5,714	60°	0,14504	0,14666	0,7465
1,30	6,666	61°	0,14332	0,12495	0,7379
1,25	8,000	62°	0,13872	0,10405	0,7260
1,20	10,000	63°	0,13073	0,08397	0,7048
1,15	13,333	64°	0,11895	0,06471	0,6723
1,10	20,000	65°	0,10279	0,04627	0,6249
1,05	40,000	69°	0,081755	0,02865	0,5573
1,00	∞	75°	0 055472	0,01185	

4) Bogengewölbe mit parallelen Wölbflächen.

Verhältniß der Halbmesser $x = \frac{r_2}{r_1}$.	Coefficienten p des Gewölbschubes.						
	$s = 4h$	$s = 5h$	$s = 6h$	$s = 7h$	$s = 8h$	$s = 10h$	$s = 16h$
1,40	0,15445	0,14691	0,14691	0,14691	0,14691	0,14478	
1,35	0,14771	0,13030	0,12587	0,12587	0,12587	0,12405	
1,30	0,13764	0,12331	0,10682	0,10559	0,10559	0,10406	
1,25	0,12547	0,11402	0,10009	0,08668	0,08608	0,08483	0,07180
1,20	0,11023	0,10196	0,09102	0,07999	0,06981	0,06636	0,05616
1,15	0,09123	0,08634	0,07866	0,07050	0,06259	0,04904	0,04116
1,10	0,06737	0,06563	0,06158	0,05666	0,05160	0,02414	0,02681
1,05	0,03776	0 03804	0,03709	0,03550	0,03357	0,02944	0,01882
1,01	0,00834	0,00871	0,00886	0,00889	0,00885	0,00862	0,00747

5) Folgende Tabelle enthält noch eine kurze Uebersicht der Dimensionsverhältnisse von Bogengewölben.

Gewölbtafeln.

Verhältniß der Weite zur Höhe: $\frac{s}{h}$.	Halber Centriwinkel α.	*sin.* α.	Verhältniß des innern Halbmessers r_1 zur Höhe: $\frac{r_1}{h}$.
4	53°, 7′,30″	0,8000	2,500
5	43°,36′,10″	0,6897	3,625
6	36°,52′,10′	0,6000	5,000
7	31°,53′,26″	0,5283	6,625
8	28°, 4′,20″	0,4706	8,500
10	22°,37′,10″	0,3846	13,000
16	14°,15′, 0″	0,2462	32,500

Beispiele. 1. Bei einem Halbkreisgewölbe mit horizontaler Uebermauerung ist der innere Halbmesser $r_1 = 10$ Fuß; man sucht die Gewölbstärke, den Gewölbschub u. s. w. Es ist nach Perronet die Gewölbstärke $d = 0{,}0694 . 10 + 1 = 1{,}694$ Fuß, wofür ich 1,7 Fuß annehmen will. Nun ist $r_2 = 11{,}7$ und $\varkappa = \frac{r_2}{r_1} = 1{,}17$, daher giebt die Tabelle 3. den Bruchwinkel $63\frac{2}{3}°$, den Coefficienten der Horizontalspannung $= 0{,}1190 + \frac{2}{3} . 0{,}0118 = 0{,}1237$. Nimmt man nun den Cubikfuß Mauer zu 150 Pfund Gewicht an, so erhält man die Gewölbspannung im Scheitel $= 0{,}1237 . 150 . 10^2 = 1855$ Pfund. Für die Grenze der Widerlagsstärke giebt dieselbe Tabelle den Coefficienten $0{,}6723 + \frac{2}{3} . 0{,}0325 = 0{,}6855$, daher diese Stärke selbst $= 0{,}6855 . 10 = 6{,}85$ Fuß. Bei niedrigen Widerlagern fällt die nach der Formel des §. 20 zu berechnende Stärke kleiner aus. 2. Welche Dimensionen und Kräfte entsprechen einem Bogengewölbe von 10 Fuß Weite und 2 Fuß Bogenhöhe ohne Belastung? Hier ist $\frac{h}{s} = \frac{1}{5}$, daher der halbe Centriwinkel $\alpha = 43°, 36′, 10″$, *sin.* $\alpha = 0{,}6897$ und der Halbmesser $r = 3{,}625 . 2 = 7{,}25$ Fuß; ferner giebt die Tabelle 4. den Coefficienten des Horizontalschubes, da $s = 5h$ und nach der Formel von Perronet $d = 0{,}0694 . 7{,}25 + 1 = 1{,}5$ also $k = \frac{r_2}{r_1} = \frac{8{,}75}{7{,}25} = 1{,}2$ ist, $p = 0{,}10196$, folglich beträgt der Gewölbschub $P = 0{,}102 . 150 . 7{,}25^2 = 804$ Pfund.

Anmerkung. Damit der Theil des Widerlagers, an welchem der Gewölbbogen unmittelbar aufsitzt, nicht fortgeschoben werde, ist nöthig, daß der Horizontalschub $P = pr^2\gamma$ von der Reibung $\frac{1}{2}\varphi\alpha(r_2^2 - r_1^2)\gamma$ übertroffen werde. Ist dieses nicht der Fall, wie z. B. bei sehr gedrückten Bögen, so muß man dieses Ausgleiten des Obertheiles vom Widerlager durch eiserne Anker verhindern. Uebrigens ist hier der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}76$, also $\frac{1}{2}\varphi = 0{,}38$ zu setzen, weshalb die Kraft, welche die Verankerung auszuhalten hat, $P = [p - 0{,}38\ \alpha\ (\varkappa^2 - 1)]\ r_1^2\ \gamma$ anzunehmen ist. Dieser Fall tritt ein, wenn $s = 4h$ und $\varkappa$ unter 1,06; wenn $s = 5h$ bis $10h$ und $\varkappa$ unter 1,15 ist. Wenn endlich $s = 16h$, so findet dieses Gleiten jedenfalls statt.

Steinerne Brücken.

§. 24. Die Theorie der Gewölbe findet in dem Ingenieurwesen vorzüglich bei den steinernen Brücken (franz. ponts en pierres, engl. stone-bridges) ihre Anwendung. Die steinernen Brücken, so wie auch

Steinerne Brücken.

die Viaducte und Aquäducte, werden in der Regel aus Bögen (franz. und engl. arches) zusammengesetzt, welche die Formen von Tonnengewölben (franz. voûtes cylindriques, engl cylindrical arches) haben. Die Weite (franz. ouverture, engl. span) der Brückenbögen richtet sich vorzüglich nach dem fließenden Wasser, über welches die Brücke gespannt ist. Hat dasselbe eine große Geschwindigkeit und ist es starken Anschwellungen unterworfen, so wendet man Bögen mit großer Spannweite an, um das Wasserbette möglichst wenig zu verengen und dadurch das Austreten des Hochwassers aus dem Bette einzuschränken, so wie die zerstörenden Wirkungen des Hochwassers und der von demselben zugeführten Körper, z. B. Eisschollen, auf die Brückenpfeiler zu schwächen; fließt hingegen der Fluß langsam und hat derselbe keine bedeutenden Hochwasser, so kann man aus den entgegengesetzten Gründen die Brücke über demselben aus einer größeren Anzahl engerer Bögen zusammensetzen. Die Spannweite der gewöhnlichen Brückenbögen beträgt 50 bis 150 Fuß; am größten ist sie bei der Grosvenor-Brücke über dem Dee in England, wo sie sogar 195 Fuß mißt. Die Brückenhöhe richtet sich ebenfalls nach dem Hochwasser; jedenfalls müssen selbst bei dem höchsten Wasserstande die Scheitel der Brückenbögen noch um eine ansehnliche Höhe über, und die Seiten derselben nicht oder nur wenige Fuß unter der Oberfläche des Wassers stehen, damit fremde Körper, welche auf dem Wasser schwimmen, wie z. B. Eisschollen, ungehindert durch die Brücke hindurch schwimmen können, und auch die Stauung des Wassers nicht zu groß ausfällt. In vielen Fällen, namentlich bei Eisenbahnen und Kanälen, liegen die Punkte, welche durch eine Brücke (Viaduct, Aquaduct) zu verbinden sind, so hoch über der Thalsohle, daß die Brückenbögen schon ohne dies viel über das Hochwasser zu stehen kommen. Die gewöhnlichen Fahrbrücken über Flüsse haben eine Höhe von 30 bis 100 Fuß; die Eisenbahnbrücken und Aquaducte erreichen aber Höhen von 150 Fuß und mehr. Z. B. die Gölzschthalbrücke bei der Sächsisch-Baierischen Eisenbahn erhält in vier übereinanderstehenden Bogenreihen eine Höhe von 250 Fuß, und der Römische Aquaduct zu Nismes in Frankreich (Pont du Gard) hat bei drei übereinanderstehenden Bogenreihen eine Höhe von 150 Fuß. Die Bogenhöhe (franz. montée, engl. hight) der Brücke richtet sich natürlich nach der Spannweite und Höhe der Brücke überhaupt; bei den gewöhnlichen Fahrbrücken beträgt diese Höhe $\frac{1}{9}$ bis $\frac{1}{3}$ der Spannweite; bei hohen Eisenbahnbrücken und Wasserleitungen nimmt man diese Höhe $\frac{1}{2}$ oder gar $\frac{5}{8}$ der Spannweite. Was die Breite der Brücken anlangt, so beträgt dieselbe bei gewöhnlichen Fahrbrücken 20 bis 40 Fuß; die neue Brücke über die Elbe bei Dresden, welche für Fuhrwerke, Fußgänger und eine Eisenbahn zugleich dienen soll, erhält sogar eine Breite von 55 Fuß.

Abb. 27. Kirche des Klosters Alpirsbach im Schwarzwald. Nach Photographie von Fr. Hanfstaengl in München. Die Kirche ist eine Basilika mit Querschiff, Vierungsturm und Chor. Die Seitenschiffe sind durch Pfeilerarkaden vom Mittelschiff getrennt. Die Pfeiler wechseln mit Säulen ab. Das Mittelschiff ist mit einer Holzdecke überspannt, die Seitenschiffe haben Kreuzgewölbe. Die Fenster sind rundbogig. Die Kirche ist ein Werk des 12. Jahrhunderts.

Kirche (Abb. 27) ist eine Basilika mit Querschiff und Vierungsturm. Die Seitenschiffe sind durch Pfeilerarkaden vom Mittelschiff getrennt. Die Pfeiler wechseln mit Säulen ab. Das Mittelschiff ist mit einer Holzdecke überspannt, die Seitenschiffe haben Kreuzgewölbe. Die Fenster sind rundbogig. Die Kirche ist ein Werk des 12. Jahrhunderts.

Die Kirche des Klosters Maulbronn (Abb. 28) ist eine Basilika mit Querschiff und Vierungsturm. Die Seitenschiffe sind durch Pfeilerarkaden vom Mittelschiff getrennt. Die Pfeiler wechseln mit Säulen ab. Das Mittelschiff ist mit einer Holzdecke überspannt, die Seitenschiffe haben Kreuzgewölbe. Die Fenster sind rundbogig. Die Kirche ist ein Werk des 12. Jahrhunderts.

Die Kirche des Klosters Maulbronn (Abb. 28) ist eine Basilika mit Querschiff und Vierungsturm. Die Seitenschiffe sind durch Pfeilerarkaden vom Mittelschiff getrennt. Die Pfeiler wechseln mit Säulen ab. Das Mittelschiff ist mit einer Holzdecke überspannt, die Seitenschiffe haben Kreuzgewölbe. Die Fenster sind rundbogig. Die Kirche ist ein Werk des 12. Jahrhunderts.

Steinerne Brücken.

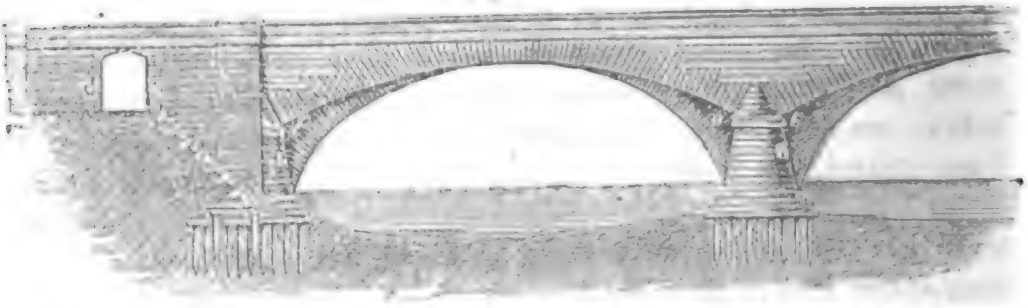
ſtelle der Pfeiler durch einen Fangdamm vor dem Eindringen des Waſſers zu ſichern. Iſt die Tiefe des Waſſers über 4 Fuß, ſo ſind ſogenannte Kaſtendämme (franz. batardeaux, engl. cofferdams) nöthig, welche aus zwei Reihen Bohlen oder Spundwänden und zwiſchengeſtampftem Letten zuſammengeſetzt werden.

Die Fundamente der Pfeiler werden aus gehauenen Steinen treppenförmig aufgemauert, ſo daß die untere Breite derſelben dem ſechsten bis neunten Theile der Spannweite gleichkommt. Um die Brückenpfeiler gegen den Stoß des Eiſes und anderer ſchwimmenden Körper zu ſchützen, und um die auf das Flußbette nachtheilig wirkende wirbelnde Bewegung des Waſſers möglichſt zu verhindern, werden die Pfeiler ſtromauf- und ſtromabwärts mit prismatiſchen Anſätzen, den ſogenannten Pfeilerköpfen (franz. bécs, engl. starlings) verſehen, welchen eine halbkreisförmige oder halbelliptiſche Baſis und eine kegelförmige oder ſphäroidiſche Haube (franz. bonnet, engl. hood) zu geben iſt. Die Landfeſten oder Widerlagspfeiler ſind in der Regel noch mit Flügelmauern (franz. murs en aile, engl. wingwalls) verſehen, welche zur Unterſtützung der Auffahrt dienen. Die Stärke der Pfeiler und Widerlager iſt nach der vorausgeſchickten Theorie unter der Vorausſetzung zu beſtimmen, daß dieſe Stützmauern nicht allein den conſtanten Gewölbſchub, ſondern auch die zufällige und bewegliche Belaſtung aufzunehmen haben.

Anmerkung. Seine vor Augen. und 40 Fuß Höhe.

Fig. 34 führt einen Theil der Brücke von Neuilly über die Sie beſteht aus fünf Bögen von 120 Pariſer Fuß Weite Die Curve, wonach die Bögen conſtruirt ſind, iſt eine Korb-

Fig. 34.



linie mit 11 Mittelpunkten. Die Höhe der Schlußſteine dieſer Brücke beträgt 5 Fuß. Die Pfeilerköpfe (*A* und *B*) ſind halbkreisförmig abgerundet und die Kanten zwiſchen den Stirn- und den innern Wölbflächen der Bögen ſind durch krumme Flächen *C*, *D*, *E* oder ſogenannte Kuhhörner abgeſtumpft.

Korbbögen.

§. 26. Die Brückenbögen werden entweder nach einem Halbkreiſe oder nach einem Kreisbogen (Stichbogen), oder nach einer Ellipſe, oder nach einem ſogenannten Korbbogen conſtruirt. Die Halbkreisgewölbe geben gar keinen Horizontalſchub, und beſitzen daher bei hinreichen-

der Ebene ε ist eine Gerade g und ein Punkt P gegeben, der nicht auf g liegt. Man soll durch P eine Gerade h ziehen, die mit g einen Winkel α bildet, der kleiner ist als ein gegebener Winkel β. Dabei ist α der kleinere der beiden Winkel, die g und h miteinander bilden. Wir nehmen an, daß β kleiner ist als der Winkel, den g mit der Senkrechten s durch P auf g bildet. Wir wählen einen beliebigen Punkt A auf g und bestimmen den Punkt B auf g so, daß $AB = AP$ ist. Dann ist $\alpha = \frac{1}{2}\beta$. Wir halbieren β und erhalten α. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\alpha = 0$. Wir halbieren α und erhalten $\frac{1}{2}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{2}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{2}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{4}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{4}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{4}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{8}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{8}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{8}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{16}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{16}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{16}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{32}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{32}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{32}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{64}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{64}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{64}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{128}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{128}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{128}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{256}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{256}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{256}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{512}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{512}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{512}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{1024}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{1024}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{1024}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{2048}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{2048}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{2048}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{4096}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{4096}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{4096}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{8192}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{8192}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{8192}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{16384}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{16384}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{16384}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{32768}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{32768}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{32768}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{65536}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{65536}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{65536}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{131072}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{131072}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{131072}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{262144}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{262144}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{262144}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{524288}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{524288}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{524288}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{1048576}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{1048576}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{1048576}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{2097152}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{2097152}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{2097152}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{4194304}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{4194304}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{4194304}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{8388608}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{8388608}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{8388608}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{16777216}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{16777216}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{16777216}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{33554432}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{33554432}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{33554432}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{67108864}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{67108864}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{67108864}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{134217728}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{134217728}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{134217728}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{268435456}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{268435456}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{268435456}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{536870912}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{536870912}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{536870912}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{1073741824}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{1073741824}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{1073741824}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{2147483648}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{2147483648}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{2147483648}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{4294967296}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{4294967296}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{4294967296}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{8589934592}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{8589934592}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{8589934592}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{17179869184}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{17179869184}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{17179869184}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{34359738368}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{34359738368}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{34359738368}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{68719476736}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{68719476736}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{68719476736}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{137438953472}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{137438953472}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{137438953472}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{274877906944}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{274877906944}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{274877906944}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{549755813888}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{549755813888}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{549755813888}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{1099511627776}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{1099511627776}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{1099511627776}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{2199023255552}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{2199023255552}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{2199023255552}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{4398046511104}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{4398046511104}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{4398046511104}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{8796093022208}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{8796093022208}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{8796093022208}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{17592186044416}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{17592186044416}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{17592186044416}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{35184372088832}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{35184372088832}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{35184372088832}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{70368744177664}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{70368744177664}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{70368744177664}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{140737488355328}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{140737488355328}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{140737488355328}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{281474976710656}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{281474976710656}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{281474976710656}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{562949953421312}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{562949953421312}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{562949953421312}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{1125899906842624}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{1125899906842624}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{1125899906842624}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{2251799813685248}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{2251799813685248}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{2251799813685248}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{4503599627370496}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{4503599627370496}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{4503599627370496}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{9007199254740992}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{9007199254740992}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{9007199254740992}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{18014398509481984}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{18014398509481984}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{18014398509481984}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{36028797018963968}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{36028797018963968}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{36028797018963968}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{72057594037927936}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{72057594037927936}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{72057594037927936}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{144115188075855872}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{144115188075855872}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{144115188075855872}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{288230376151711744}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{288230376151711744}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{288230376151711744}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{576460752303423488}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{576460752303423488}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{576460752303423488}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{1152921504606846976}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{1152921504606846976}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{1152921504606846976}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{2305843009213693952}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{2305843009213693952}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{2305843009213693952}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{4611686018427387904}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{4611686018427387904}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{4611686018427387904}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{9223372036854775808}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{9223372036854775808}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{9223372036854775808}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{18446744073709551616}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{18446744073709551616}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{18446744073709551616}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{36893488147419103232}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{36893488147419103232}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{36893488147419103232}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{73786976294838206464}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{73786976294838206464}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{73786976294838206464}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{147573952589676412928}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{147573952589676412928}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{147573952589676412928}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{295147905179352825856}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{295147905179352825856}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{295147905179352825856}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{590295810358705651712}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{590295810358705651712}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{590295810358705651712}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{1180591620717411303424}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{1180591620717411303424}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{1180591620717411303424}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{2361183241434822606848}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{2361183241434822606848}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{2361183241434822606848}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{4722366482869645213696}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{4722366482869645213696}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{4722366482869645213696}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{9444732965739290427392}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{9444732965739290427392}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{9444732965739290427392}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{18889465931478580854784}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{18889465931478580854784}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{18889465931478580854784}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{37778931862957161709568}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{37778931862957161709568}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{37778931862957161709568}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{75557863725914323419136}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{75557863725914323419136}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{75557863725914323419136}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{151115727451828646838272}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{151115727451828646838272}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{151115727451828646838272}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{302231454903657293676544}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{302231454903657293676544}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{302231454903657293676544}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{604462909807314587353088}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{604462909807314587353088}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{604462909807314587353088}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{1208925819614629174706176}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{1208925819614629174706176}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{1208925819614629174706176}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{2417851639229258349412352}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{2417851639229258349412352}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{2417851639229258349412352}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{4835703278458516698824704}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{4835703278458516698824704}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{4835703278458516698824704}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{9671406556917033397649408}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{9671406556917033397649408}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{9671406556917033397649408}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{19342813113834066795298816}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{19342813113834066795298816}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{19342813113834066795298816}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{38685626227668133590597632}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{38685626227668133590597632}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{38685626227668133590597632}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{77371252455336267181195264}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{77371252455336267181195264}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{77371252455336267181195264}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{154742504910672534362390528}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{154742504910672534362390528}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{154742504910672534362390528}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{309485009821345068724781056}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{309485009821345068724781056}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{309485009821345068724781056}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{618970019642690137449562112}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{618970019642690137449562112}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{618970019642690137449562112}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{1237940039285380274899124224}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{1237940039285380274899124224}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{1237940039285380274899124224}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{2475880078570760549798248448}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{2475880078570760549798248448}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{2475880078570760549798248448}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{4951760157141521099596496896}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{4951760157141521099596496896}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{4951760157141521099596496896}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{9903520314283042199192993792}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{9903520314283042199192993792}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{9903520314283042199192993792}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{19807040628566084398385987584}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{19807040628566084398385987584}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{19807040628566084398385987584}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{39614081257132168796771975168}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{39614081257132168796771975168}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{39614081257132168796771975168}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{79228162514264337593543950336}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{79228162514264337593543950336}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{79228162514264337593543950336}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{158456325028528675187087900672}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{158456325028528675187087900672}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{158456325028528675187087900672}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{316912650057057350374175801344}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{316912650057057350374175801344}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{316912650057057350374175801344}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{633825300114114700748351602688}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{633825300114114700748351602688}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{633825300114114700748351602688}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{1267650600228229401496703205376}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{1267650600228229401496703205376}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{1267650600228229401496703205376}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{2535301200456458802993406410752}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{2535301200456458802993406410752}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{2535301200456458802993406410752}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{5070602400912917605986812821504}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{5070602400912917605986812821504}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{5070602400912917605986812821504}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{10141204801825835211973625643008}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{10141204801825835211973625643008}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{10141204801825835211973625643008}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{20282409603651670423947251286016}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{20282409603651670423947251286016}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{20282409603651670423947251286016}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{40564819207303340847894502572032}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{40564819207303340847894502572032}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{40564819207303340847894502572032}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{81129638414606681695789005144064}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{81129638414606681695789005144064}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{81129638414606681695789005144064}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{162259276829213363391578010288128}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{162259276829213363391578010288128}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{162259276829213363391578010288128}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{324518553658426726783156020576256}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{324518553658426726783156020576256}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{324518553658426726783156020576256}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{649037107316853453566312041152512}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{649037107316853453566312041152512}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{649037107316853453566312041152512}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{1298074214633706907132624082305024}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{1298074214633706907132624082305024}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{1298074214633706907132624082305024}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{2596148429267413814265248164610048}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{2596148429267413814265248164610048}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{2596148429267413814265248164610048}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{5192296858534827628530496329220096}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{5192296858534827628530496329220096}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{5192296858534827628530496329220096}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{10384593717069655257060992658440192}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{10384593717069655257060992658440192}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{10384593717069655257060992658440192}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{20769187434139310514121985316880384}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{20769187434139310514121985316880384}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{20769187434139310514121985316880384}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{41538374868278621028243970633760768}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{41538374868278621028243970633760768}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{41538374868278621028243970633760768}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{83076749736557242056487941267521536}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{83076749736557242056487941267521536}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{83076749736557242056487941267521536}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{166153499473114484112975882535043072}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{166153499473114484112975882535043072}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{166153499473114484112975882535043072}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{332306998946228968225951765070086144}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{332306998946228968225951765070086144}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{332306998946228968225951765070086144}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{664613997892457936451903530140172288}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{664613997892457936451903530140172288}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{664613997892457936451903530140172288}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{1329227995784915872903807060280344576}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{1329227995784915872903807060280344576}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{1329227995784915872903807060280344576}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{2658455991569831745807614120560689152}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{2658455991569831745807614120560689152}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{2658455991569831745807614120560689152}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{5316911983139663491615228241121378304}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{5316911983139663491615228241121378304}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{5316911983139663491615228241121378304}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{10633823966279326983230456482242756608}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{10633823966279326983230456482242756608}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{10633823966279326983230456482242756608}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{21267647932558653966460912964485513216}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{21267647932558653966460912964485513216}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{21267647932558653966460912964485513216}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{42535295865117307932921825928971026432}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{42535295865117307932921825928971026432}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{42535295865117307932921825928971026432}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{85070591730234615865843651857942052864}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{85070591730234615865843651857942052864}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{85070591730234615865843651857942052864}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{170141183460469231731687303715884105728}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{170141183460469231731687303715884105728}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{170141183460469231731687303715884105728}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{340282366920938463463374607431768211456}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{340282366920938463463374607431768211456}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{340282366920938463463374607431768211456}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{680564733841876926926749214863536422912}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{680564733841876926926749214863536422912}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{680564733841876926926749214863536422912}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{1361129467683753853853498429727072845824}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{1361129467683753853853498429727072845824}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{1361129467683753853853498429727072845824}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{2722258935367507707706996859454145691648}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{2722258935367507707706996859454145691648}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{2722258935367507707706996859454145691648}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{5444517870735015415413993718908291383296}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{5444517870735015415413993718908291383296}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{5444517870735015415413993718908291383296}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{10889035741470030830827987437816582766592}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{10889035741470030830827987437816582766592}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{10889035741470030830827987437816582766592}\alpha$ und erhalten $\frac{1}{21778071482940061661655974875633165533184}\alpha$. Wir ziehen durch P eine Parallele h zu g und erhalten $\frac{1}{21778071482940061661655974875633165533184}\alpha = 0$. Wir halbieren $\frac{1}{21778071482940061661655974875633165533184}\alpha$ und erh

Korbbögen. und daher

$$\tfrac{1}{2}s = r_1(1-\cos\alpha_1) + r_2(\cos.\alpha_1-\cos\alpha_2) + r_3(\cos.\alpha_2-\cos\alpha_3) + \ldots$$
$$= r_1 + (r_2-r_1)\cos.\alpha_1 + (r_3-r_2)\cos.\alpha_2 + (r_4-r_3)\cos.\alpha_3 + (r_5-r_4)\cos.\alpha_4, \text{ dagegen}$$
$$h = r_1 \sin.\alpha_1 + r_2(\sin.\alpha_2-\sin.\alpha_1) + r_2(\sin.\alpha_3-\sin.\alpha_2) + \ldots$$
$$= r_5 - [(r_2-r_1)\sin.\alpha_1 + (r_3-r_2)\sin.\alpha_2 + (r_4-r_3)\sin.\alpha_3 + (r_5-r_4)\sin.\alpha_4].$$

Lassen wir nun die Halbmesser eine arithmetische Reihe bilden, setzen wir also

$$r_2-r_1 = r_3-r_2 = r_4-r_3 = r_5-r_4 = d,$$

so erhalten wir

$$\tfrac{1}{2}s = r_1 + d(\cos.\alpha_1 + \cos.\alpha_2 + \cos.\alpha_3 + \cos.\alpha_4) \text{ und}$$
$$h = r_1 + d[4 - (\sin.\alpha_1 + \sin.\alpha_2 + \sin.\alpha_3 + \sin.\alpha_4)],$$

oder allgemeiner, wenn wir n Krümmungshalbmesser annehmen,

$$\tfrac{1}{2}s = r_1 + d\,.\,\Sigma(\cos.\alpha) \text{ und}$$
$$h = r_1 + d[n-1-\Sigma(\sin.\alpha)],$$

woraus nun

1) $d = \dfrac{\frac{1}{2}s - h}{1 + \Sigma(\cos.\alpha) + \Sigma(\sin.\alpha) - n}$, so wie

2) $r_1 = \frac{1}{2}s - d\,\Sigma(\cos.\alpha)$ folgt.

Was die den einzelnen Bogenstücken entsprechenden Centriwinkel BOS, SNR, RMQ, QLP anlangt, so kann man diese ebenfalls eine arithmetische Reihe bilden lassen, und

$$\angle BOS = \varphi,\ \angle SNR = 2\varphi,\ \angle RMQ = 3\varphi \text{ u. s. w.,}$$

also $\varphi + 2\varphi + 3\varphi + \ldots . n\varphi = 90^0$, oder $\dfrac{(n+1)\,n}{2}\varphi = 90^0$, d. i.

$\varphi = \dfrac{180^0}{n(n+1)}$, so wie $\alpha_1 = n\varphi = \dfrac{180^0}{n+1}$ setzen.

Um nicht zu kleine Krümmungshalbmesser zu erhalten, muß man die Anzahl n der Bogenstücke um so größer nehmen, je größer das Verhältniß $\dfrac{s}{h}$ ist.

Beispiel. Für die in Fig. 35 abgebildeten Bogenhälften mit 5 Mittelpunkten ist

$$\varphi = \frac{180^0}{5\,.\,6} = 6^0,$$

daher $\alpha_1 = n\varphi = 30^0$,
$\alpha_2 = 30^0 + 30^0 - 6^0 = 30^0 + 24^0 = 54^0$,
$\alpha_3 = 54^0 + 24^0 - 6^0 = 54^0 + 18^0 = 72^0$,
$\alpha_4 = 72^0 + 18^0 - 6^0 = 72^0 + 12^0 = 84^0$,
und $\alpha_5 = 84^0 + 12^0 - 6^0 = 84^0 + 6^0 = 90^0$.

$$\text{Ost} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda} \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda} \cdot \frac{\Delta\varphi}{\sqrt{\Delta\varphi^2 + \Delta\lambda^2 \cos^2\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\Delta\lambda^2}{\Delta\varphi^2}\cos^2\varphi + 1}}$$

$$\text{Nord} = \frac{\Delta\lambda}{\Delta s} = \frac{\Delta\lambda}{\sqrt{\Delta\varphi^2 + \Delta\lambda^2 \cos^2\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\Delta\varphi^2}{\Delta\lambda^2}\sec^2\varphi + 1}}$$

Abb. 6 Ägypten, Amarna-Periode, um 1340–1330 v. Chr., Kalkstein, Höhe 18,8 cm, Berlin, Ägyptisches Museum und Papyrussammlung, Staatliche Museen zu Berlin, Inv. 21358

Abb. 7 Ägypten, Amarna-Periode, um 1340–1330 v. Chr., Kalkstein, Höhe 18,8 cm, Berlin, Ägyptisches Museum und Papyrussammlung, Staatliche Museen zu Berlin, Inv. 21358

Abb. 8 Ägypten, Amarna-Periode, um 1340–1330 v. Chr., Kalkstein, Höhe 18,8 cm, Berlin, Ägyptisches Museum und Papyrussammlung, Staatliche Museen zu Berlin, Inv. 21358

Kuppelgewölbe.

desſelben; $\alpha = \frac{2\pi}{n}$ daher der Winkel SAS, welchen die aus dem Horizontalſchub P des Kuppelſegmentes entſpringenden Seitendrücke S und S zwiſchen ſich einſchließen, $= 180 - \alpha = 180^0 - \frac{360^0}{n}$, und folglich die Größe einer ſolchen Seitenkraft:

$$S = \frac{\frac{1}{2}P}{\cos. SAC} = \frac{\frac{1}{2}P}{\sin. \frac{\alpha}{2}},$$

oder, wenn n ſehr groß, alſo α ſehr klein angenommen wird:

$$S = \frac{P}{\alpha} = \frac{nP}{2\pi}.$$

Damit die Gewölbſteine dieſen Druck auszuhalten vermögen, muß ihnen eine hinreichende Dicke gegeben werden.

In der Regel wird der Druck noch durch das Gewicht einer aufſitzenden Laterne vergrößert. Sind die Gewölbſteine hinreichend dick, um die Spannung S aushalten zu können, ſo kann natürlich auch kein Einſtürzen nach innen, ſondern nur ein Ausweichen nach außen ſtattfinden. Um dies zu verhindern, umgiebt man wohl die Kuppel mit eiſernen Reifen.

Anmerkung. Ueber die Gewölbe iſt die Literatur ſehr ausgedehnt, jedoch ſind die in verſchiedenen Schriften abgehandelten Theorien nicht immer richtig, oder wenigſtens nicht immer praktiſch genug, weil ihnen nicht die der Praxis entſprechenden Vorausſetzungen zu Grunde gelegt ſind. Es mögen daher hier nur die vorzüglichſten Schriften angeführt werden. Coulomb legte zuerſt den Grund zur Theorie, wie ſie im Weſentlichen hier vorgetragen wurde. Man ſehe: Théorie de machines simples, par Coulomb Die Theorie weiter ausgebildet findet man in Navier, Résumé des Leçons sur l'application de la mécanique, T. I. Eine deutſche Bearbeitung iſt hiervon kürzlich erſchienen, unter dem Titel: die Mechanik der Baukunſt, von Weſtphal. Abhandlungen von Audoy, Garidel, Poncelet und Petit finden ſich im Mémorial des l'officier du génie. Die Petit'ſche Abhandlung iſt deutſch bearbeitet und unter dem Titel »Theorie der Kreisgewölbe« beſonders im Buchhandel ſo wie in Crelle's Journal der Baukunſt erſchienen, von W. Lahmeyer. Tabellen zur Berechnung des Gewölbſchubes giebt die Schrift: Tables des poussées des voûtes en plein ceintre, par Garidel, Paris 1837 u. 1842. Uebrigens findet man die Gewölbe abgehandelt in den Werken über Mechanik von Boſſut, Prony, Robiſon (Mechanical Philosophy), Whewell, Moſeley, Eytelwein, Gerſtner u. ſ. w. Beſondere Abhandlungen über Gewölbe ſind von Maillard (Mechanik der Gewölbe, Peſth, 1817), von Knochenhauer (Statik der Gewölbe, Berlin, 1842), Hagen (über Form und Stärke gewölbter Bogen, Berlin, 1844), u. ſ. w. erſchienen. Ferner über ſchiefe Gewölbe: Heider, Theorie der ſchiefen Gewölbe, Wien 1846. Hart, Conſtruction ſchiefer Gewölbe, in Romberg's Zeitſchrift, 1847. Ueber ſteinerne Brücken iſt noch zu leſen: Gauthey, Traité de la construction des ponts, und Perronet's Werke, die Beſchreibung der Entwürfe und der Bauarten der Brücken bei Neuilli, Nantes u. ſ. w., aus dem Franzöſiſchen von Dietlein, Halle 1820.

Drittes Kapitel.

Die Theorie der Holz- und Eisenconstructionen.

Holzconstructionen.

§. 28. Die Holz- und Eisenconstructionen unterscheiden sich besonders dadurch von den Steinconstructionen (Mauern und Gewölben), daß sie aus längeren Stücken bestehen als diese, und daß diese Stücke (franz. pièces; engl. pieces) nicht bloß über- oder nebeneinandergelegt, sondern durch Verzapfen, Aufplatten, Aufkämmen u. s. w. fest mit einander verbunden werden. Die Hauptaxen der Hauptstücke einer Construction können eine horizontale, eine geneigte oder eine vertikale Lage haben; im ersten Falle heißen sie Balken, Schwellen u. s. w. (franz. poutres, solives; engl. beams, joists), im zweiten heißen sie Sparren (franz. chevrons; engl. rafters), im dritten aber Säulen (franz. poteaux, piliers; engl. posts). Die kleineren Stücke einer Construction sind entweder Bänder (franz liens; engl. ties), oder Streben, Spreizen (franz. contre-fiches; engl. struts), oder Arme (franz. bras; engl. braces), je nachdem sie einer Ausdehnungs- oder einer Zusammendrückungskraft oder beiden zugleich widerstehen sollen.

Um die Stabilität einer Construction zu untersuchen, kommt es zunächst darauf an, daß man die Kräfte und Gewichte kenne, welche die Construction aufzunehmen hat. Aus ihnen bestimmen sich nun nicht nur die Kräfte, welche einzelne Stücke auszuhalten haben, sondern auch die Kräfte in den Verbindungsstellen und die Wirkungen gegen die Unterstützung. Man hat nun allen Theilen diejenigen Formen, Lagen und Dimensionen zu geben, bei welchen sie den auf sie wirkenden Kräften vollkommenen Widerstand entgegensetzen. Bei diesen Untersuchungen kommen allerdings auch wieder, wie bei den Gewölben, gewisse allgemeine Regeln über Stabilität, Festigkeit u. s. w. zur Anwendung, doch werden wir bei den folgenden Untersuchungen die Reibung außer Acht lassen, nicht allein, weil sie in der Regel viel kleiner ist, als bei den Steinen, sondern auch besonders deshalb, weil sie durch Erschütterungen und Schwankungen, welche bei den Holzconstructionen nicht zu vermeiden sind, momentan aufgehoben wird, und daher auf ihre Wirkung nicht sehr zu rechnen ist.

Was die Befestigung der Stücke unter einander betrifft, so haben wir vorzüglich zu unterscheiden, ob diese in einem Bolzen, Pflock (franz. bou'on; engl. pin) oder in einem Zapfen oder Zapfenloch (franz.

Ionien & Aeolien 1400–1000 v. Chr. Geb. Ionien und Aeolien. Die Ausbreitung der Mykenäer in Ionien und Aeolien ist durch die Funde von Mykenä, Tiryns, Orchomenos, Theben, Attika, Argos, Amyklä, Pylos, Ithaka, Kephallenia, Zante, Elis, Achaia, Arkadien, Lakonien, Messenien, Böotien, Attika, Euböa, Lokris, Phokis, Thessalien, Aetolien, Akarnanien, Epirus, Kreta, Melos, Thera, Rhodos, Kos, Kypros, Troja, Assos, Lesbos, Chios, Samos, Ephesos, Milet, Iasos, Halikarnassos, Knidos, Kaunos, Phaselis, Side, Aspendos, Perge, Termessos, Kelenderis, Soloi, Tarsos, Mallos, Issos, Al Mina, Ras Schamra, Tell Sukas, Tell Abu Hawam, Megiddo, Gezer, Tell el Hesy, Askalon, Tell el Jahudije, Tell el Amarna, Memphis, Abydos, Theben, Naukratis, Sais, Tanis, Bubastis, Heliopolis, Gurob, Kahun, Illahun, Lahun, Medinet Habu, Deir el Bahri, Kurnah, Assuan, Abu Simbel, Sesebi, Soleb, Napata, Meroë, Sennar, Kerma, Kassala, Asmara, Adulis, Aksum, Kyrene, Barka, Leptis Magna, Sabratha, Oea, Gigthis, Thapsos, Karthago, Utica, Hippo Regius, Cirta, Tipasa, Rusicade, Saldae, Tingis, Lixus, Sala, Rabat, Volubilis, Tamuda, Tetuan, Ceuta, Gibraltar, Malaga, Almuñecar, Cadiz, Huelva, Sevilla, Carmona, Alcalá del Rio, Setubal, Lissabon, Alcacer do Sal, Mertola, Alcoutim, Castro Marim, Faro, Portimão, Lagos, Sagres, Cabo de São Vicente, Alcobaça, Coimbra, Aveiro, Porto, Viana do Castello, Vigo, Pontevedra, Santiago de Compostela, La Coruña, Ribadeo, Gijon, Santander, Bilbao, Irun, Pasajes, Fuenterrabia, Bayonne, Biarritz, Arcachon, Bordeaux, Blaye, Pauillac, Lesparre, Soulac, Royan, Rochefort, La Rochelle, Les Sables d'Olonne, Noirmoutier, Nantes, Pornic, Le Croisic, Quiberon, Belle-Ile, Lorient, Concarneau, Douarnenez, Brest, Roscoff, Morlaix, Paimpol, Tréguier, Binic, Erquy, Cancale, Granville, Cherbourg, Barfleur, Le Havre, Honfleur, Trouville, Dieppe, Fécamp, Etretat, Le Tréport, Boulogne, Calais, Gravelines, Dünkirchen, Ostende, Brügge, Zeebrügge, Antwerpen, Vlissingen, Middelburg, Veere, Goes, Terneuzen, Gent, Oudenaarde, Tournai, Lille, Arras, Amiens, Abbeville, Le Crotoy, Saint-Valery-sur-Somme, Dieppe, Rouen, Caudebec, Jumièges, Le Havre, Honfleur, Trouville, Deauville, Cabourg, Ouistreham, Caen, Bayeux, Isigny, Carentan, Saint-Vaast-la-Hougue, Barfleur, Cherbourg, Saint-Pierre-Eglise, Barneville, Coutances, Granville, Avranches, Mont-Saint-Michel, Cancale, Saint-Malo, Dinard, Saint-Briac, Saint-Lunaire, Saint-Cast, Erquy, Binic, Paimpol, Tréguier, Lézardrieux, Perros-Guirec, Trébeurden, Lannion, Morlaix, Roscoff, Saint-Pol-de-Léon, Carantec, Plougasnou, Primel-Trégastel, Locquirec, Saint-Jean-du-Doigt, Plestin-les-Grèves, Le Dossen, Saint-Michel-en-Grève, Lanmodez, Trédrez-Locquémeau, Pleumeur-Bodou, Ploumanac'h

Angelehnte Balken.

chen dann das Balkenende B gegen die ſchiefe Fläche OB ausübt, ergiebt ſich mit Hülfe der Theorie eines Winkelhebels MAC, deſſen Arme $AM = AS\,cos.\,SAM = s\,cos.\,\delta$ und $AC = AB\,cos.\,BAC = l\,cos.\,(\beta - \delta)$ ſind, $P = \frac{G\,s\,cos.\,\delta}{l\,cos.\,(\beta - \delta)}$.

Da nun der Druck im Stützpunkte A gleich iſt der Mittelkraft aller auf den Körper AB wirkenden Kräfte, ſo können wir auch annehmen, daß in dieſem Punkte die Vertikalkraft $G_1 = G$ und die Gegenkraft $P_1 = P$ wirkſam ſei; zerlegen wir daher die letztere in die Horizontalkraft $H_1 = P_1\,sin.\,\beta$ und in die Vertikalkraft $V_1 = P_1\,cos.\,\beta$, ſo erhalten wir für den Geſammtdruck in A den horizontalen Componenten oder Horizontalſchub: $H_1 = \frac{G\,s\,sin.\beta\,cos.\delta}{l\,cos.\,(\beta - \delta)}$, und den vertikalen Componenten oder Vertikalſchub:

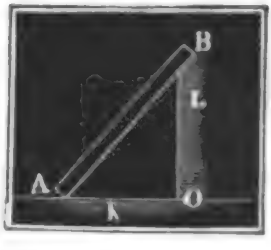
$$V = G - V_1 = G\left(1 - \frac{s\,cos.\,\beta\,cos.\,\delta}{l\,cos.\,(\beta - \delta)}\right),$$

woraus ſich nun auch leicht Größe und Richtung des Totalſchubes berechnen läßt.

Für das Anlehnen an eine vertikale Wand, Fig. 44, iſt $\beta = 90^0$, daher $H = \frac{G\,s\,cos.\,\delta}{l\,sin.\,\delta} = G\frac{s}{l}\,cotg.\,\delta = P$, und $V = G =$ dem Gewichte des Balkens ſelbſt.

Fig. 44.

Fig. 45.



Für das Anlehnen an eine Wand, welche mit dem Balken gleiche Neigung hat, Fig. 45, iſt $\beta = \delta$, daher

$$P = G\frac{s}{l}\,cos\,\delta,$$

$$H = G\frac{s}{l}\,sin.\,\delta\,cos.\,\delta, \text{ und } V = G\left(1 - \frac{s}{l}\,cos.\,\delta^2\right).$$

Sparrenſchub.

§. 30. Die im vorigen Paragraphen gefundenen Formeln finden nun ihre Anwendung bei der Theorie der Dach- oder Sparrenconſtructionen (franz. fermes; engl. roofs). Es iſt hiernach bei den Dächern ohne Säule, Fig. 46 und Fig. 47, der horizontale Sparrenſchub ſowohl im untern als im obern Ende: $H = \frac{Gs}{l}\,cotg.\,\delta$, oder, da hier $s = \frac{1}{2}l$ geſetzt werden kann, $H = \frac{1}{2}G\,cotg.\,\delta$, ferner der Vertikaldruck im obern Ende = Null, und im untern gleich dem Gewichte G des belaſteten

Sparrens. Setzt man die Dachhöhe $BC = h$ und die Breite AC Sparrenſchub.
$= DC = b$, ſo hat man $cotg.\ \delta = \frac{b}{h}$, daher den Sparrenſchub
$H = \frac{1}{2} G \frac{b}{h}$. Es wächſt alſo der (horizontale) Sparrenſchub direkt wie die Breite oder Tiefe des Hauſes und umgekehrt wie die Dachhöhe. Gewöhnlich liegt h zwiſchen den Grenzen $2b$ und

Fig. 46.

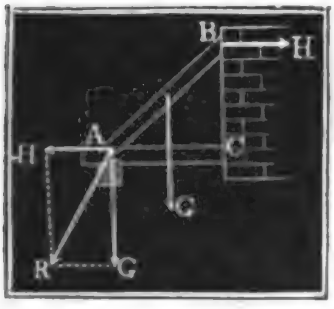
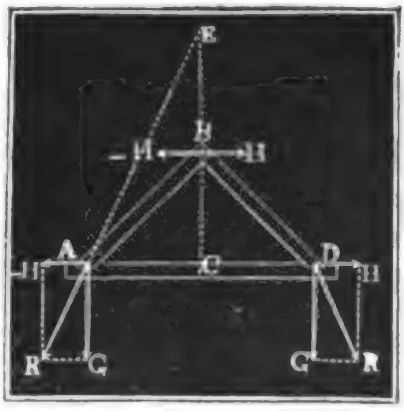


Fig. 47.



$\frac{1}{2}b$. Erſteres Verhältniß findet bei den hohen Kirchdächern, letzteres bei den flachen italieniſchen Hausdächern ſtatt; dort iſt $\delta = 26^0, 34'$, hier aber $63^0, 26'$. Der Sparrenſchub iſt bei flachen Dächern ſehr groß, er iſt z. B. für die letzte Sparrenlage gleich der ganzen, dagegen bei der erſten Sparrenneigung nur ein Viertel der Belaſtung des Sparrens. Um den, zumal bei flachen Dächern Gefahr drohenden Sparrenſchub aufzuheben, werden die Sparrenfüße in die Balkenenden eingezapft, oder wohl auch noch durch andere Mittel vor dem Ausgleiten geſchützt.

Der vollſtändige Druck des Sparrens in ſeinem Fußpunkte A iſt

$$R = \sqrt{H^2 + V^2} = \sqrt{1 + \tfrac{1}{4}\,(cotg.\ \delta)^2}\ .\ G = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{2h}\right)^2}\ .\ G,$$

und für den Winkel $RAH = \varphi$, welchen die Drucklinie mit dem Horizonte einſchließt, hat man

$$tang.\ \varphi = \frac{G}{H} = \frac{G}{\frac{1}{2} G \frac{b}{h}} = \frac{2h}{b} = 2\ tang.\ \delta.$$

Man findet alſo hiernach die Richtung des ganzen Sparrenſchubes im Fußpunkte, wenn man die Sparrenhöhe CB verdoppelt (Fig. 47), alſo $CE = 2\ .\ CB$ macht, und eine Linie ER durch den Fußpunkt A und durch den Endpunkt E der Verlängerung zieht.

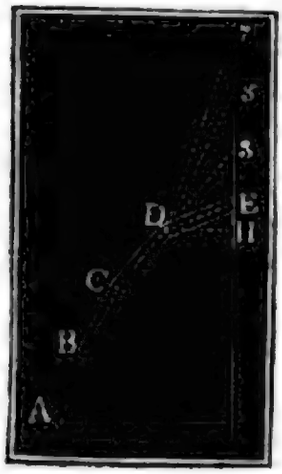
Digitized by Google

Darstellung. Bei der Darstellung der Ester wurde das Verfahren von Fischer und Speier[1] befolgt, nach welchem die Säure mit dem 10—15fachen Gewichte Alkohol und 2% Salzsäure 4 Stunden am Rückflußkühler gekocht wird. Nach dem Erkalten wird das Reaktionsgemisch in Wasser gegossen, der Ester mit Äther ausgeschüttelt, die ätherische Lösung mit Natriumbicarbonat und Wasser gewaschen und mit Natriumsulfat getrocknet. Nach Verjagen des Äthers wird der Ester im Vakuum destilliert. Die Ausbeute ist eine sehr gute, sie beträgt 90—95% der Theorie. Die Ester sind farblose, leicht bewegliche Flüssigkeiten, die sich in Alkohol, Äther, Chloroform, Benzol, Petroläther, Eisessig, Aceton, Schwefelkohlenstoff, Tetrachlorkohlenstoff, Essigester, Nitrobenzol, Anilin, Pyridin, Chinolin, Dimethylanilin, Diäthylanilin, Methylacetanilid, Acetophenon, Benzaldehyd, Benzylalkohol, Phenol, Kresol, Thymol, Guajacol, Eugenol, Isoeugenol, Safrol, Anethol, Methylsalicylat, Äthylsalicylat, Benzylacetat, Äthylbenzoat, Äthylcinnamat, Äthylphenylacetat, Äthylphenylpropionat, Äthylphenylpropiolat, Äthylphenylglycidat, Äthylphenylglycidatoxim, Äthylphenylglycidatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalat, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatphenylhydrazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatsemicarbazon, Äthylphenylglycidatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxalatoxim, Äthylphenylglycidatoxal

rens $= 15 \cdot 4\sqrt{20^2+30^2} = 600 \cdot \sqrt{13} = 2163$ Pfund; nun wiegt aber der Sparrenschub.
Sparren selbst, wenn man das Gewicht eines Cubikfußes Holz $= {}^2/_3 . 66 = 44$ Pfd. annimmt, $= {}^1/_2 . {}^2/_3 . 44\sqrt{20^2+30^2} = {}^{44}/_3\sqrt{13} = 529$ Pfund, es folgt daher der Vertikaldruck eines Sparrens $V = G = 2163 + 529 = 2692$ Pfund, und der Horizontalschub $H = {}^1/_2\ G\ \frac{b}{h} = {}^1/_2 . 2692 . {}^{20}/_{30} = 897$ Pfund.

§. 31. Bei manchen Constructionen, zumal bei den sogenannten Man- Gebrochenes Dach.
sarddächern ruht der Sparren DE, Fig. 49, nicht auf einem Balken oder Bundtrame, sondern auf einem zweiten Sparren CD, dieser nach Befinden wieder auf einem dritten BC u. s. w. Damit nun in diesem Falle die Kraft von einem Sparren auf den andern vollkommen übergetragen werde, ist es nöthig, daß dieselben gewisse Stellungen gegen einander einnehmen. Diese Stellungen aber sind dadurch bestimmt, daß je zwei an einander stoßende Sparren mit gleichen Horizontalkräften auf einander wirken. Nun ist die Horizontalkraft des oberen Sparrens DE, $H = {}^1/_2\ G\ cotg.\ \delta$, wenn G das Gewicht und δ die Neigung desselben bezeichnet; es folgt dagegen für den zweiten Sparren DC, $H = \frac{{}^1/_2 (G + G_1)}{tang.\ \delta_1 - tang.\ \delta}$, wenn G_1 das Gewicht und δ_1 die Neigung dieses zweiten Balkens bezeichnet; daher ergiebt sich durch Gleichsetzen beider Werthe:

Fig. 49.



$$G\ cotg.\ \delta = \frac{G + G_1}{tang.\ \delta_1 - tang.\ \delta}, \text{ d. i.}$$

$$tang.\ \delta_1 = tang.\ \delta + \frac{(G + G_1)}{G}\ tang.\ \delta$$

$$= \left(2 + \frac{G_1}{G}\right) tang.\ \delta;$$ ebenso für den

Neigungswinkel δ_2 eines dritten Sparrens, da der Horizontalschub überall derselbe ist: $G\ cotg.\ \delta = \frac{G_1 + G_2}{tang.\ \delta_2 - tang.\ \delta_1}$, daher

$$tang.\ \delta_2 = tang.\ \delta_1 + \frac{G_1 + G_2}{G}\ tang.\ \delta$$

$$= \left(2 + \frac{G_1}{G} + \frac{G_1}{G} + \frac{G_2}{G}\right) tang.\ \delta = \left[2\left(1 + \frac{G_1}{G}\right) + \frac{G_2}{G}\right] tang.\ \delta$$

ebenso für einen vierten Sparren:

$$tang.\ \delta_3 = tang.\ \delta_2 + \frac{G_2 + G_3}{G}\ tang.\ \delta$$

$$= \left[2\left(1 + \frac{G_1}{G} + \frac{G_2}{G}\right) + \frac{G_3}{G}\right] tang.\ \delta \text{ u. s. w.}$$

Haben die sämmtlichen Sparren einerlei Gewicht G, so ist

Gebrochenes Dach

$tang.\ \delta_1 = 3\ tang.\ \delta$, $tang.\ \delta_2 = 5\ tang.\ \delta$, $tang.\ \delta_3 = 7\ tang.\ \delta$, $tang.\ \delta_4 = 9\ tang.\ \delta$, u. ſ. w.

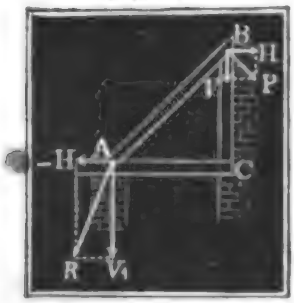
Wenn man daher in dieſem Falle die Dachhöhe EH, Fig. 49, welche dem erſten Sparren DE entſpricht, wiederholt nach obenzu aufträgt, und durch die Theilpunkte 1, 3, 5, 7 u. ſ. w. Linien $D1$, $D3$. $D5$, $D7$ u. ſ. w. zieht, ſo geben dieſe die Neigungen der Sparren DE, CD, BC, AB u. ſ. w. an. Man ſieht übrigens ſogleich ein, daß die Geſtalt dieſer Sparrenverbindung mit einem den Gewichten G_1, G_2, G_3 u. ſ. w. entſprechenden Seilpolygone vollkommen übereinſtimmt (vergl. I. § 144, und II. §. 16), und es iſt dieſe Uebereinſtimmung auch vollkommen erklärlich, wenn man ſich die beiden Hälften von dem Gewichte G eines jeden Sparrens in den End- oder Eckpunkten D, C, B, A u. ſ. w. niederziehend denkt, alſo annimmt, daß in jedem dieſer Punkte das Gewicht G wirkt.

Denkt man ſich die Sparren ſehr kurz und in ſehr großer Anzahl vorhanden, ſo erhält man in der Axe dieſer Conſtruction eine Kettenlinie. Dieſe Curve wird daher beſonders bei Eiſenconſtructionen anzuwenden ſein.

Geſtützte Sparren.

§. 32. Ruht der Sparrenkopf B, Fig. 50, auf einer Säule BC, ſo fällt der Sparrenſchub kleiner aus, als wenn er ſich an eine vertikale Wand oder Säule anlehnt. Es iſt hier nach §. 29 der Druck gegen den Kopf dieſer Säule $P = G\frac{s}{l} cos.\ \delta = \frac{1}{2} G\ cos.\ \delta$ und der Horizontalſchub $H = P sin.\ \delta = \frac{1}{2} G\ cos.\ \delta\ sin.\ \delta = \frac{1}{4} G\ sin.\ 2\delta$. Da die Säule von dem Gewichte G den Theil $V = P\ cos.\ \delta = \frac{1}{2} G\ (cos.\ \delta)^2$ trägt, ſo drückt allerdings der Balken nicht mit ſeinem ganzen Gewichte G, ſondern nur mit der Kraft $V_1 = G - \frac{1}{2} G\ (cos.\ \delta)^2 = G\ [1 - \frac{1}{2}(cos.\ \delta)^2] = \frac{1}{2} G\ [1 + (sin.\ \delta)^2]$ im Fuß A vertikal abwärts. Aus dieſer Vertikalkraft und aus dem Horizontalſchube H folgt nun für den Winkel φ, welchen die Mittelkraft R mit dem Horizonte einſchließt, $tang.\ \varphi = \frac{H}{V_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{sin.\ 2\ \delta}{1 + (sin.\ \delta)^2}$.

Fig. 50.



Führen wir die Tiefe $AC = b$ und Höhe $BC = h$ ein, ſo erhalten wir $H = \frac{b\,h}{b^2 + h^2} \cdot \frac{G}{2}$, während wir beim Anlehnen des Sparrens $H = \frac{b}{h} \cdot \frac{G}{2}$ gefunden haben. Trägt jede Längeneinheit des Sparrens das Gewicht γ, ſo hat man $G = \sqrt{b^2 + h^2} \cdot \gamma$ zu ſetzen, weshalb für den einen Fall $H = \frac{b\,h\,\gamma}{2\sqrt{b^2 + h^2}}$ und für den andern $= \frac{b\sqrt{b^2 + h^2}}{2h} \cdot \gamma$

Fig. 108 und 109 in Abbild. 12. Und zwar Fig. 108 für $\alpha = 60°$ und Fig. 109 für $\alpha = 90°$. Die Figuren sind in Parallelprojektion gezeichnet.

Fig. 108.

Fig. 109.

Ferner bestimmen die Punkte A_1 und A_2 die Kante a_1, die Punkte B_1 und B_2 die Kante b_1, die Punkte C_1 und C_2 die Kante c_1 des Kreisvierflachs. Es sind a_1, b_1, c_1 die Kanten, welche den Kanten a, b, c des Grundtetraeders gegenüberliegen.

Wir wollen nun die Kanten a_1, b_1, c_1 des Kreisvierflachs durch die Kanten a, b, c des Grundtetraeders ausdrücken. Es ist $a_1 = A_1A_2$, $b_1 = B_1B_2$, $c_1 = C_1C_2$. Nun ist $A_1A_2 = A_1M + MA_2$, $B_1B_2 = B_1M + MB_2$, $C_1C_2 = C_1M + MC_2$. Es ist aber $A_1M = MA_2$, $B_1M = MB_2$, $C_1M = MC_2$. Also ist $a_1 = 2A_1M$, $b_1 = 2B_1M$, $c_1 = 2C_1M$.

Nun ist $A_1M = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,r$, $B_1M = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,r$, $C_1M = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,r$. Also ist $a_1 = \sqrt{2}\,r$, $b_1 = \sqrt{2}\,r$, $c_1 = \sqrt{2}\,r$.

Nun ist $r = \frac{a}{2\sin\alpha}$. Also ist $a_1 = \frac{a}{\sqrt{2}\sin\alpha}$, $b_1 = \frac{b}{\sqrt{2}\sin\alpha}$, $c_1 = \frac{c}{\sqrt{2}\sin\alpha}$.

Wir wollen nun die Kanten a_1, b_1, c_1 des Kreisvierflachs durch die Kanten a, b, c des Grundtetraeders ausdrücken. Es ist $a_1 = A_1A_2$, $b_1 = B_1B_2$, $c_1 = C_1C_2$. Nun ist $A_1A_2 = A_1M + MA_2$, $B_1B_2 = B_1M + MB_2$, $C_1C_2 = C_1M + MC_2$. Es ist aber $A_1M = MA_2$, $B_1M = MB_2$, $C_1M = MC_2$. Also ist $a_1 = 2A_1M$, $b_1 = 2B_1M$, $c_1 = 2C_1M$.

Nun ist $A_1M = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,r$, $B_1M = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,r$, $C_1M = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,r$. Also ist $a_1 = \sqrt{2}\,r$, $b_1 = \sqrt{2}\,r$, $c_1 = \sqrt{2}\,r$.

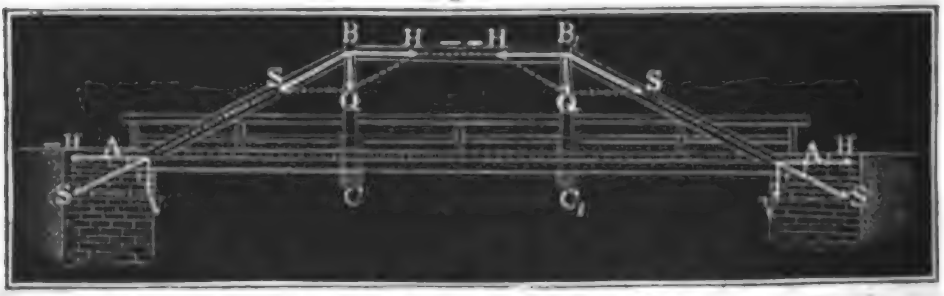
Nun ist $r = \frac{a}{2\sin\alpha}$. Also ist $a_1 = \frac{a}{\sqrt{2}\sin\alpha}$, $b_1 = \frac{b}{\sqrt{2}\sin\alpha}$, $c_1 = \frac{c}{\sqrt{2}\sin\alpha}$.

Hängeſäulen. Seitenmauern F und G über. Die Kraft Q, welche die Hängeſäule aufnimmt, ergiebt ſich aus der Größe und Art der Belaſtung des Balkens AD. Iſt die Laſt auf den Balken gleichmäßig vertheilt, ſo läßt ſich annehmen, daß die eine Hälfte von den Umfangsmauern unmittelbar, und die andere von der Hängeſäule aufgenommen werde, iſt ſie aber in der Mitte oder über dem Unterzugbalken concentrirt, ſo hat man auch anzunehmen, daß ſie vollſtändig von der Hängeſäule getragen werde. Die Kraft Q in der Hängeſäule zerlegt ſich in die zwei nach den Sparrenrichtungen wirkende Seitenkräfte, wovon jede den Werth $S = \frac{Q}{2 \sin. \delta}$ hat; und vereinigen wir nun dieſe Kräfte mit den aus den Sparrengewichten G, G entſpringenden Kräften, ſo bekommen wir den Horizontalſchub in A und D

$H = \frac{1}{2} G \operatorname{cotg}. \delta + S \cos. \delta = \frac{G+Q}{2}. \operatorname{cotg}. \delta$, und den Vertikaldruck ebendaſelbſt: $V = G + S \sin. \delta = G + \frac{Q}{2}$.

Bei Brücken und tiefen Gebäuden kommen zuſammengeſetzte Hängewerke mit zwei oder mehreren Hängeſäulen vor. Fig. 53 repräſentirt ein ſolches Hängewerk mit zwei Hängeſäulen BC und B_1C_1, und

Fig. 53.



einem zwiſchen beiden befindlichen Spannriegel BB_1. Die Berechnung dieſes iſt übrigens vollkommen in Uebereinſtimmung mit der des einfachen Hängewerkes. Aus der Belaſtung Q einer Hängeſäule folgt die Horizontalkraft im Spannriegel und in den Widerlagern A und A_1: $H = Q \operatorname{cotg}. \delta$, wenn δ die Neigung der Streben AB und A_1B_1 gegen den Horizont bezeichnet. Da dieſer Winkel oft ziemlich klein iſt, ſo hat man es dann mit einem bedeutenden Horizontalſchube zu thun und daher Sorge zu tragen, daß den Streben an den Fußpunkten ein hinreichender Widerſtand entgegengeſetzt werde (vergl. II. §. 20). Uebrigens hat man den Streben und Spannriegeln Stärken zu geben, welche ein Biegen oder Zerbrechen derſelben durch die Kraft $S = \frac{Q}{\sin. \delta}$ und $H = Q \operatorname{cotg}. \delta$ nicht zulaſſen, und nach der Lehre von der rückwirkenden Feſtigkeit (I. §. 212 u. f. w.) zu berechnen ſind.

Was endlich noch die Kraft Q anlangt, ſo iſt dieſe allerdings von der Belaſtung der Brücke abhängig. Nehmen wir eine gleichförmig vertheilte Belaſtung an, ſo rechnen wir am ſicherſten, wenn wir annehmen, jede Hängeſäule trägt ein Drittel, und von den beiden Seitenmauern trägt jede ein Sechstel der Belaſtung. Hängeſäulen.

Beiſpiel. Wenn das doppelte Hängewerk in Fig. 53 eine 60 Fuß lange und 12 Fuß breite Brücke zu tragen beſtimmt iſt, und angenommen wird, daß jeder Quadratfuß dieſer Brücke ſammt Belaſtung 50 Pfund wiegt, ſo ergiebt ſich das Gewicht der Brücke $= 60 . 12 . 50 = 36000$ Pfund, und die Belaſtung der Hängeſäulen $= \frac{36000}{3} = 12000$; daher bei $22\frac{1}{2}°$ Neigung der Streben, der Horizontalſchub $= 12000\ cotg.\ 22\frac{1}{2}° = 12000 . 2{,}4142 = 28970$ Pfund, und der Schub in einer Strebe $= \frac{12000}{sin.\ 22\frac{1}{2}°} = 31358$ Pfund. Jedenfalls vertheilen ſich dieſe Spannungen auf zwei Riegel und auf zwei Streben, die ſich auf beiden Seiten der Brücke befinden; es iſt alſo die von einem Spannriegel aufzunehmende Kraft 14485 Pfund, und die von einer Strebe 15679 Pfund. Nehmen wir nun (nach I. §. 212) den Feſtigkeitsmodul des Holzes $= 7400$ Pfund an und geben wir zwanzigfache Sicherheit, ſo erhalten wir für den nöthigen Querſchnitt eines Spannriegels: $F = \frac{14485 . 20}{7400} = \frac{2897{,}5}{74}$ $= 39{,}2$ Quadratzoll, und für eine Strebe $= \frac{15679 . 20}{7400} = \frac{3135{,}8}{74}$ $= 42{,}4$ Quadratzoll.

Fig. 54.

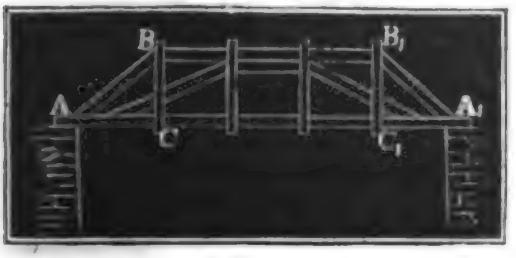
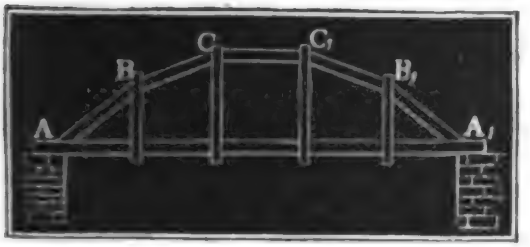


Fig. 55.



Anmerkung. Zuſammengeſetztere Hängewerke, wie die Figuren 54 und 55 vor Augen führen, laſſen ſich leicht nach dem Obigen berechnen. In beiden Fällen läßt ſich annehmen, daß jede der vier Hängeſäulen ein Fünftel der ganzen Belaſtung trägt, und das letzte Fünftel von den Seitenmauern unmittelbar aufgenommen wird. Bei der letztern Conſtruction iſt die Neigung der einen Strebe nicht willkürlich, ſondern von der Neigung der andern abhängig. Iſt Q die Kraft in jeder Hängeſäule, δ die Neigung der Strebe BC und δ_1 die der Strebe AB, ſo hat man die Horizontalſpannung

$$H = Q\ cotg.\ \delta = (Q+Q)\ cotg.\ \delta_1, \text{ daher } cotg.\ \delta = 2\ cotg.\ \delta_1$$
$$\text{oder } tang.\ \delta_1 = 2\ tang.\ \delta.$$

§. 34. Während die Hängewerke einen Boden oder eine Brücke von oben unterſtützen, dienen die ſogenannten Sprengwerke dazu, eine Un- Sprengwerke.

Fig. 1.

Fig. 1. Head of Bee, with the Antennæ, the Eyes, and the Mouth. Fig. 2. Head of the Wasp, the Antennæ, the Eyes, and the Mouth. Fig. 3. Head of the Fly, the Antennæ, the Eyes, and the Mouth.

Fig. 2.

Fig. 3.

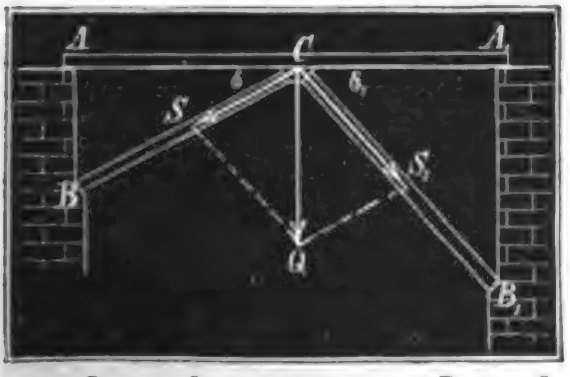
the Bee consists of the Antennæ, the Eyes, and the Mouth. Fig. 2. Head of the Wasp, the Antennæ, the Eyes, and the Mouth. Fig. 3. Head of the Fly, the Antennæ, the Eyes, and the Mouth.

HEAD (fig. 1). Letters represent: A. Upper Maxillæ. B. Lower Maxillæ. C. Lower Lip. D. Tongue. E. Palpi. F. Antennæ. G. Eyes. H. Stemmata. I. Neck. The head is the part of the body which contains the brain, and the organs of the senses, and the mouth. It is connected with the thorax by the neck, which is generally very short, and is capable of a considerable degree of motion. The head is usually of a rounded form, and is covered with a hard shell, which is sometimes smooth, sometimes rough, and sometimes hairy. The mouth is placed in the lower part of the head, and consists of the upper and lower maxillæ, the lower lip, the tongue, and the palpi. The upper maxillæ are placed above the lower maxillæ, and are generally hard and horny. The lower maxillæ are placed below the upper maxillæ, and are generally soft and fleshy. The lower lip is placed below the lower maxillæ, and is generally soft and fleshy. The tongue is placed between the lower maxillæ, and is generally soft and fleshy. The palpi are placed on the lower maxillæ, and are generally soft and fleshy. The antennæ are placed on the head, and are generally soft and fleshy. The eyes are placed on the head, and are generally soft and fleshy. The stemmata are placed on the head, and are generally soft and fleshy. The neck is the part of the body which connects the head with the thorax, and is generally very short, and is capable of a considerable degree of motion.

lang ausfallen. Uebrigens ist es sicherer, wenn man die Gewichte der sämmtlichen Theile mit in Rechnung zieht, indem man die Hälfte eines jeden Theiles an seinen Enden niederziehend annimmt. Sprengwerke.

Haben je zwei gegen einander gestellte Streben BC und B_1C, Fig. 60, verschiedene Neigungswinkel δ und δ_1 gegen den Horizont, so lassen sich die aus dem Vertikaldrucke Q erwachsenden Spannungen S und S_1 der Streben durch die bekannten Proportionen

Fig. 60.



$$\frac{S}{Q} = \frac{sin.\ SQC}{sin.\ CSQ} \text{ und } \frac{S_1}{Q} = \frac{sin.\ S_1\,Q\,C}{sin.\ C\,S_1\,Q}$$ finden; es ist hiernach

$$S = \frac{Q\ cos.\ \delta_1}{sin.\ (\delta+\delta_1)} \text{ und } S_1 = \frac{Q\ cos.\ \delta}{sin.\ (\delta+\delta_1)},$$ und die Horizontalspannung beider Streben:

$$H = S\,cos.\,\delta = S_1\,cos.\,\delta_1 = \frac{Q\,cos.\,\delta\,cos.\,\delta_1}{sin.\ (\delta+\delta_1)} = \frac{Q}{tang.\,\delta + tang.\,\delta_1}$$

(vergl. §. 30).

§. 35. Der Druck, welchen die Stützen eines Balkens aufzunehmen haben, hängt nicht allein von der Größe und Vertheilung der Belastung, sondern auch von den Angriffspunkten der Stützen ab. Ruht ein Balken AB, Fig. 61, mit seinen Enden auf zwei Stützen AD und BE, und wirkt die Last P des Balkens in einem Punkte C, welcher um die Stücke $CA = l_1$ und $CB = l_2$ von den Stützpunkten absteht, während die ganze Länge AB des Balkens $= l$ ist, so hat die Stütze AD die Vertikalkraft Säulen.

$$P_1 = \frac{CB}{AB} \cdot P = \frac{l_2}{l} P,$$ und die Stütze BE die Vertikalkraft

$$P_2 = \frac{CA}{AB} \cdot P = \frac{l_1}{l} P$$ aufzunehmen.

Fig. 61.

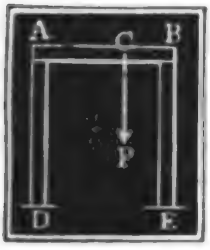
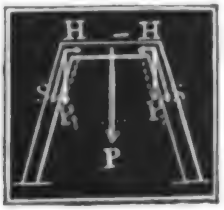


Fig. 62.



Stehen die Stützen oder Säulen schief, wie Fig. 62 zeigt, so zerlegt sich jeder dieser Vertikalkräfte noch in einen Horizontalschub H und in eine Axenkraft S. Ist δ der Neigungswinkel einer Stütze gegen den Horizont, so hat man die Horizon-

Säulen. talkraft, mit welcher jede Stütze oben nach innen, und unten nach außen auszuweichen ſucht:

$$H = P_1 \, cotg \, \delta = \tfrac{1}{2} P \, cotg. \, \delta,$$

und dagegen den Axenſchub der Stütze:

$$S = \frac{P_1}{sin. \, \delta} = \frac{P}{2 \, sin. \delta},$$

wofern die Laſt P in der Mitte des Balkens wirkt, alſo $P_1 = P_2 = \frac{1}{2} P$ iſt. Ruht ein Balken auf drei Stützen, wie ACB, Fig. 63, und trägt derſelbe in den Mittelpunkten zwiſchen je zwei Säulen eine Laſt P, ſo kann man nach I. §. 204 *) annehmen, daß jede der äußeren Stützen $\frac{5}{16} P$, die mittlere aber $\frac{22}{16} P$ trägt, da die neutrale Axe des Balkens in

Fig. 63.

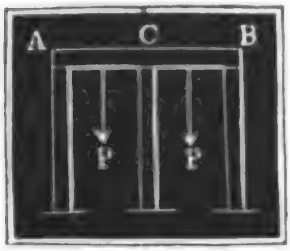
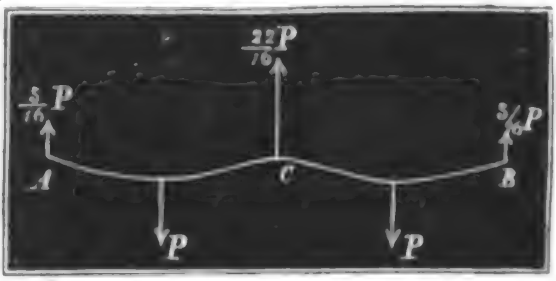


Fig. 64.



dieſem Falle eine krumme Linie wie ACB, Fig. 64, bildet. Iſt der in der Mitte belaſtete Balken AB, Fig. 65, vierfach geſtützt, z. B. durch zwei Säulen AD und A_1D_1 und zwei Streben BC und B_1C_1, ſo nimmt die neutrale Axe des Balkens eine Geſtalt wie Fig. 66 an, welche von

Fig. 65.

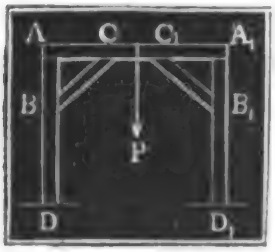
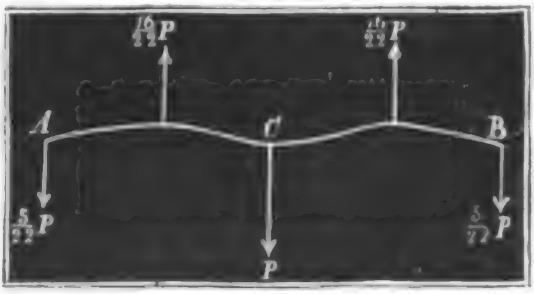


Fig. 66.



der vorigen Curve nur der Lage nach verſchieden iſt; weshalb daher der Druck auf jede der beiden mittleren Stützen oder Streben $= \frac{16}{22} P$ und die Kraft, mit welcher jede der beiden äußerſten Säulen von unten nach oben gezogen wird, in ſo fern natürlich der Balken auf dieſe befeſtigt iſt, $= \frac{5}{22} P$ beträgt.

Iſt δ der Neigungswinkel der Strebe BC gegen den Horizont, ſo hat man die Spannung derſelben $S = \frac{16}{22} \cdot \frac{P}{sin. \, \delta} = \frac{8}{11} \cdot \frac{P}{sin. \, \delta}$, und

dagegen den Horizontalschub in den Enden B und C: $H = {}^8/_{11} P \cot g. \delta$. Säulen.
Ist nun noch l die ganze Länge AD einer Säule und l_1 der Theil DB derselben vom Fußpunkte D bis zur Strebe, so hat man die aus H erwachsende Spannung des Balkens innerhalb AC und A_1C_1:

$$S_1 = \frac{DB}{DA} \cdot H = \frac{l_1}{l} \cdot {}^8/_{11} P \cot g. \delta = {}^8/_{11} \frac{l_1}{l} P \cot g. \delta,$$

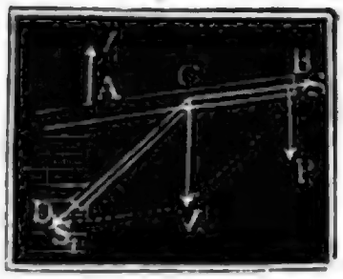
und dagegen die innerhalb CC_1:

$$S_2 = S_1 - H = {}^8/_{11} \cdot \frac{l_1}{l} P \cot g \delta - {}^8/_{11} P \cot g \delta = -{}^8/_{11} \frac{l - l_1}{l} P \cot g. \delta.$$

Das Balkenstück CC_1 hat den Kräften P und S_2 und das Säulenstück BD den Kräften $\frac{P}{2}$ und H durch zusammengesetzte Festigkeit zu widerstehen. (S. I. §. 222 u. f. w.)

§. 36. Die Balken sind besonders dann durch Streben und Bänder zu unterstützen, wenn sie nur an einem Ende befestigt sind. Der mit einem Ende eingemauerte Balken AB, Fig. 67, trage eine am anderen Ende angreifende Last P, und sei durch eine Strebe CD unterstützt. Es sei die ganze Länge AB des Balkens $= l$, der Theil AC desselben $= l_1$, die Neigung des Balkens (oder Sparrens) gegen den Horizont $= \alpha$, und die der Strebe $= \delta$. Aus der Kraft P entspringt der Vertikaldruck in C von oben nach unten: Streben.

Fig. 67.



$$V = \frac{l}{l_1} P,$$ und der Vertikaldruck in A von unten nach oben:

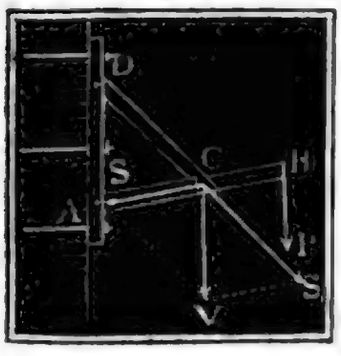
$$V_1 = \frac{l - l_1}{l_1} P.$$

Der erste Vertikaldruck zerlegt sich in die nach den Axen des Balkens und der Strebe gerichteten Kräfte

$$S = \frac{V \cos. \delta}{\sin. (\delta - \alpha)} = \frac{l P \cos. \delta}{l_1 \sin. (\delta - \alpha)} \quad \text{und}$$

$$S_1 = \frac{V \cos. \alpha}{\sin. (\delta - \alpha)} = \frac{l P \cos. \alpha}{l_1 \sin. (\delta - \alpha)}.$$

Fig. 68.



Auf ähnliche Weise läßt sich auch die Aufgabe behandeln, wenn der Balken durch eine Hängesäule CD, Fig. 68, gestützt ist. Nehmen wir wieder einen horizontalen Balken, also $\alpha = 0$ an, so haben wir hier

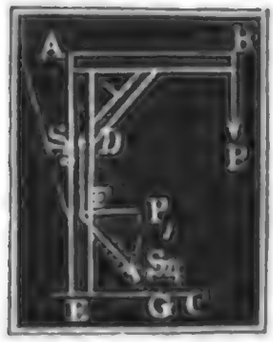
$$S = V \cot g. \delta = \frac{l P}{l_1} \cot g. \delta \quad \text{und}$$

$$S_1 = \frac{l P}{l_1 \sin. \delta}.$$

Streben. Die Strebe oder Hängesäule (Fig. 67 und Fig. 68) hat die Axenkraft S_1 entweder durch ihre rückwirkende oder absolute Festigkeit zu widerstehen, das Stück BC des Balkens aber der Kraft P durch seine relative und das Stück AC desselben der Axenkraft S und dem Drehungsmomente $V_1 l_1 = P(l - l_1)$ durch seine zusammengesetzte Festigkeit.

Ist der Balken AB, Fig. 69, auf dem Kopfe einer Säule befestigt, so hat diese in dem Theile AD der Ausdehnungskraft $V_1 = \frac{l - l_1}{l_1} P$ und

Fig. 69.



in dem Theile DE der Compressionskraft P, in beiden aber überdies noch dem Umdrehungsmomente Pl zu widerstehen.

Ist endlich die Säule am Fuße mit einer Strebe FG ausgerüstet, so nimmt diese eine Kraft S_1 auf, welche sich aus dem Neigungswinkel $FGE = \beta$ und der Höhe EFa des Angriffspunktes F über der Sohle wie folgt bestimmen läßt. Dem Umdrehungsmoment Pl der Kraft P wird durch ein Umdrehungsmoment $P_1 . EF = P_1 a$ das Gleichgewicht gehalten; es ist folglich die Horizontal- oder Normalkraft in F:

$$P_1 = \frac{Pl}{a},$$

und es sind folglich die Componenten derselben, nach der Axe der Säule und der Axe der Fußstrebe gerichtet:

$$S_3 = P_1 \, cotg. \, \beta = \frac{Pl}{a} \, cotg. \, \beta \quad \text{und}$$

$$S_4 = \frac{P_1}{cos. \, \beta} = \frac{Pl}{a \, cos. \, \beta}.$$

Hiernach wird also das Stück EF der Säule entweder durch die Kraft $P - S_3 = P\left(1 - \frac{l}{a} \, cotg. \, \beta\right)$ comprimirt, oder mit der Kraft $S_3 - P = P\left(\frac{l}{a} \, cotg. \, \beta - 1\right)$ ausgedehnt, und zwar ersteres, wenn $a \, tang. \, \beta > l$ ist, also der Fußpunkt G der Fußstrebe über dem Aufhängepunkte B hinausliegt, und letzteres, wenn $a \, tang. \, \beta < l$, also $EG < AB$ ist.

Beispiel. Bei einem Galgengerüste, Fig. 69, betrage die Last $P = 1500$ Pfund, die Armlänge $AB = l = 12$ Fuß, die Neigung beider Streben $\delta = \beta = 45°$, und die Länge einer jeden $8\frac{1}{2}$ Fuß; man sucht die nöthigen Stärken dieser Construction. Die Horizontal- und Vertikalprojectionen der Streben sind $l_1 \, sin. \, \alpha = 8{,}5 \, sin. \, 45° = 6$ Fuß, folglich ist die Spannkraft der Strebe CD:

$$S_1 = \frac{lP}{l_1 \, sin. \, \delta} = \frac{12 \, . \, 1500}{6 \, sin. \, 45°} = \frac{3000}{0{,}7071} = 4243 \text{ Pfund};$$

und daher der nöthige Querschnitt, wenn man nach I. §. 212 den Sicherheits- Streben.
modul $K = 250$ Pfund nimmt, $F = \frac{S_1}{K} = \frac{4243}{250} = 17$ Quadratzoll. Für den Arm oder Balken haben wir nach I. §. 219, 220 und 221:

$$bh = \left(\frac{l}{l_1}\ cotg.\ \delta + \frac{6\,(l-l_1)}{h}\right)\frac{P}{T} = \left(\frac{2.1.}{1200} + \frac{72}{200\,h}\right).\ 1500,\ \text{d. i.}$$

$bh = \frac{3}{2} + \frac{540}{h}$, und wenn wir die Höhe h der doppelten Breite $2b$ des Balkens gleich nehmen,

$$2b^2 = \tfrac{3}{2} + \frac{270}{b} \text{ oder}$$
$$b^3 - \tfrac{3}{4}\,b = 135,$$

woraus nun $b = \sqrt[3]{135 + \frac{3}{4}\,b}$ zunächst annähernd $= 5$, und dann genauer $b = \sqrt[3]{135 + 6{,}25} = \sqrt[3]{141{,}25} = 5{,}21$ Zoll, und $h = 10{,}42$ Zoll folgt. Für die Säule, namentlich für deren Mittelstück DF hat man ebenfalls nach einer der angeführten Regeln im ersten Bande

$$b_1 h_1 = \left(\frac{1}{500} + \frac{l}{200\,h_1}\right)P = \frac{1500}{500} + \frac{144\ .\ 1500}{200\ h_1} = 3 + \frac{1080}{h_1},$$

und macht man hier die Dicke oder Dimension h_1 in der Ebene durch den Balken um die Hälfte größer als die Breite b_1, so ist

$$\tfrac{3}{2}\,b_1^2 = 3 + \frac{720}{b_1} \text{ oder } b_1^3 = 2b_1 + 480,$$

weshalb $b_1 = \sqrt[3]{480 + 2b_1}$, annähernd $= 7{,}8$ dann genauer

$$b_1 = \sqrt[3]{480 + 15{,}6} = \sqrt[3]{495{,}6} = 7{,}91 \text{ Zoll},$$

und daher $h_1 = \frac{3}{2}\,b_1 = 11{,}86$ Zoll sich ergiebt. Für den obern Theil AD des Balkens, welcher statt der Compressionskraft P eine Ausdehnungskraft $\frac{l-l_1}{l}\,P = P$ auszuhalten hat, wäre der Querschnitt

$$b_1 h_1 = \left(\frac{1}{1200} + \frac{l}{200\,h}\right)P = \tfrac{5}{4} + \frac{1080}{h_1}$$

kleiner als der gefundene, und für den Theil EF, welcher die Ausdehnungskraft

$$S_2 - P = P\left(\frac{l}{a}\ cotg.\ \beta - 1\right) = 1500\ (2-1) = 1500 \text{ Pfund}$$

auszuhalten hat, wäre ein Querschnitt $F = \frac{1500}{1200} = \frac{5}{4}$ Quadratzoll nöthig. Jedenfalls genügt also für beide Endstücke der Säule der gefundene Querschnitt $b_1 h_1 = 7{,}91\ .\ 11{,}86 = 94$ Quadratzoll des Mittelstückes. Die Fußspreize FG erleidet endlich den Arendruck $S_4 = \frac{Pl}{a\ cos.\beta} = \frac{12\ .\ 1500}{6\ cos.\ 45^0} = 4343$ Pfund wie die Balkenstrebe, weshalb ihr auch derselbe Querschnitt 17 Quadratzoll zu geben ist.

§. 37. Ueber einandergelegte und nur durch Bänder zusammengehaltene Balken AB, Fig. 70, haben eine Tragkraft, welche nahe gleich der Summe der Tragkräfte aller einzelnen Balken ist. Sind die Balken nur an einander gestoßen, wie Fig. 71, und die Stoßfugen nicht in einer Ebene, so fällt noch Verbundene Balken.

Fig. 70.

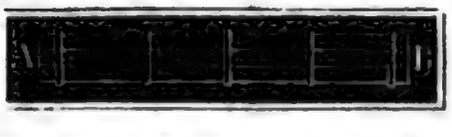


Fig. 71.

Verbundene Balken.

die Tragkraft eines Balkens aus. Sind die Balken verzahnt oder verbolzt, wie Fig. 72 und Fig. 73, und mit ſtarken Bändern umgeben, ſo

Fig. 72.

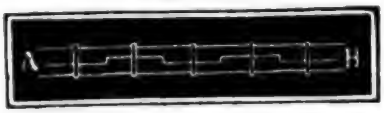
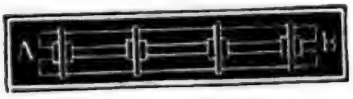


Fig. 73.

iſt die Tragkraft der Verbindung faſt eben ſo groß als bei einem einzigen Balken von denſelben Dimenſionen.

Häufig werden Balken deshalb mit einander verbunden, um eine erhöhte Tragkraft zu erhalten. Bekanntlich iſt die Tragkraft eines Balkenelementes um ſo größer, je entfernter daſſelbe von der neutralen Axe iſt.

Fig. 74.



Legt man daher Keile oder hohe Bolzen zwiſchen zwei Balken, Fig. 74, und verbindet man dieſelben noch durch Bänder oder Schrauben, ſo erhöht man die Tragkraft beider um ein Bedeutendes. • Iſt b die Breite, h die Höhe, l die Länge und a der Abſtand beider Balken von einander, ſo hat man die Tragkraft der Verbindung (ſ. I. §. 206)

$$P = \left(\frac{(a+2h)^3 - a^3}{l(a+2h)}\right)\frac{bK}{6}.$$

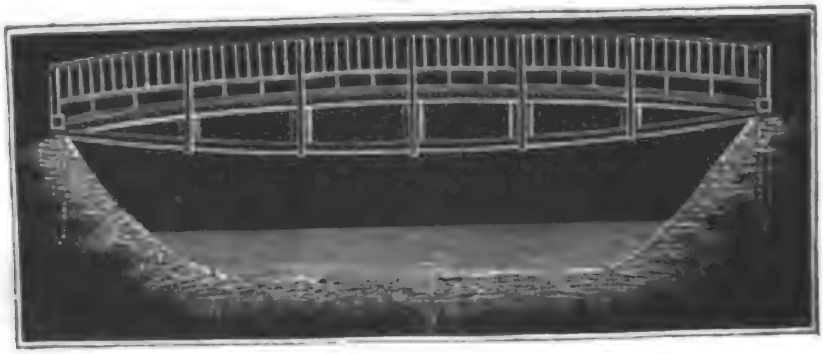
Iſt z. B. $a = 2h$, ſo hat man $P = 14\,\frac{bh^2}{l} \cdot \frac{K}{6}$, wogegen ſich $P = 4\,\frac{bh^2}{l} \cdot \frac{K}{6}$ herausſtellt, wenn beide Balken nur auf einander gekämmt ſind.

Daſſelbe Verhältniß tritt auch bei der Balkenverbindung, Fig. 75, mit

Fig. 75.

Andreaskreuzen ein. Ebenſo ſind endlich noch die Holzconſtructionen mit gekrümmten Balken, die durch Bolzen auseinander gehalten werden, wie die Brücke in Fig. 76 vor Augen führt, zu beurtheilen, doch iſt nicht unberückſichtigt zu laſſen,

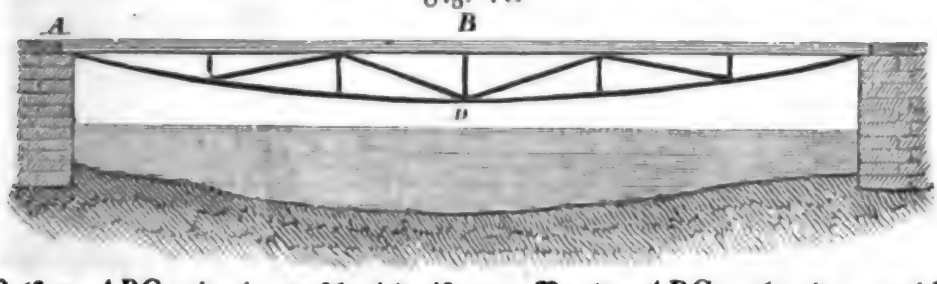
Fig. 76.



daß Holzbalken oder bloße Bohlen beim Biegen schon einen bedeutenden Theil ihrer Tragkraft verlieren. Ein Hauptvorzug solcher Constructionen besteht aber darin, daß sie sich weniger biegen und weniger leicht in Schwingungen gerathen, und daß sie nur vertikal abwärts auf die Stützpunkte wirken, also keine eigentlichen Widerlager erfordern. Verbundene Balken.

Auch gehört hierher die Verstärkung der Balken durch Eisenbänder, wie Fig. 77, in einer Brückenconstruction vor Augen führt. Es ist hier der

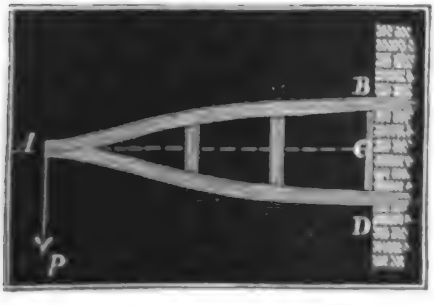
Fig. 77.



Balken ABC mit einem schmiedeeisernen Bande ADC verbunden, welche durch zwischengestellte Säulen und Streben in Spannung erhalten wird. Bei der Belastung wirkt dieses Band der Biegung des Balkens durch seine absolute Festigkeit entgegen.

§. 38 *). Die Tragkraft eines aus zwei gekrümmten Hölzern zusammengesetzten Balkens ABD, Fig. 78, läßt sich wie folgt ermitteln. Es sei b die Breite, h die Höhe und P_1 die Biegungskraft einer Balkenhälfte, ferner l die Länge AC, a die halbe Höhe $CB = CD$ und P die Tragkraft des ganzen Balkens. Wir haben dann das Biegungsmoment einer Balkenhälfte Gesprengte Balken.

Fig. 78.



$$W_1 = \frac{b h^3}{12}$$

und das des ganzen Balkens:

$$W = \frac{b[(2a+h)^3 - (2a-h)^3]}{12} = \frac{bh(12a^2+h^2)}{6}$$ (s. I., §. 198),

und daher das Ausdehnungsverhältniß der äußersten Faser AB als Wirkung der Biegungskraft P_1: $\frac{\lambda_1}{l} = \frac{P_1 l h}{2 W_1 E}$ und die als Wirkung der Last P:

$$\frac{\lambda_2}{l} = \frac{Pl\left(a+\frac{h}{2}\right)}{WE},$$ folglich das Maximalausdehnungsverhältniß

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{\lambda_1}{l} + \frac{\lambda_2}{l} = \frac{P_1 l h}{2 W_1 E} + \frac{Pl\left(a+\frac{h}{2}\right)}{WE}$$ (s. I., §. 219 u. f. w.)

Gefrorengte Balken.

Nun ist aber $\frac{P_1 l^3}{3 W_1 E} = a$ (§. 1, §. 192), und $\frac{\lambda}{l} = \frac{T}{E}$, d. i. das Verhältniß des Tragmodul zum Elasticitätsmodul, daher hat man

$$\frac{T}{E} = \frac{3ah}{2l^2} + \frac{6l\left(a + \frac{h}{2}\right)P}{bh(12a^2 + h^2)E}, \text{ hiernach}$$

$$T = \frac{3ah}{2l^2}E + \frac{6l\left(a + \frac{h}{2}\right)P}{bh(12a^2 + h^2)}, \text{ und folglich die Tragkraft}$$

$$P = \frac{bh(12a^2 + h^2)}{6l\left(a + \frac{h}{2}\right)}\left(T - \frac{3ah}{2l^2}E\right).$$

Es ist hiernach zu ermessen, daß der Balken gar keine Tragkraft mehr besitzt, wenn $\frac{3ah}{2l^2}E = T$, d. i. die Bogenhöhe $a = \frac{2Tl^2}{3Eh}$ beträgt. Dagegen wird er aber auch bei einer gewissen Biegung seiner Theile, d. i. für ein gewisses a eine Maximalkraft tragen, die sich bestimmt, wenn man $\frac{(12a^2 + h^2)\left(T - \frac{3ah}{2l^2}E\right)}{a + \frac{h}{2}}$ in Beziehung auf a differenziirt und den gefundenen Differenzialquotienten = Null setzt.

Unter der Voraussetzung, daß $\frac{h}{2a}$ ein kleiner ächter Bruch ist, kann man die höheren Potenzen von $\frac{h}{2a}$, also $\left(\frac{h}{2a}\right)^2$, $\left(\frac{h}{3a}\right)^3$ vernachlässigen, und daher

$$\frac{(12a^2 + h^2)\left(T - \frac{3ah}{2l^2}E\right)}{a + \frac{h}{2}} = \frac{12a^2 + h^2}{a}\left(T - \frac{3ah}{2l^2}E\right)\left(1 - \frac{h}{2a}\right)$$

$$= (12a - 6h)\left(T - \frac{3hE}{2l^2}a\right) = 12Ta - 6Th - 18\frac{Eh}{l^2}a^2$$

setzen, weshalb nun

$$12T - 36\frac{Eh}{l^2}a = 0, \text{ also}$$

$$a = \frac{Tl^2}{3Eh} \text{ zu setzen ist.}$$

Die entſprechende Maximalkraft iſt nun

Geſprengte Balken.

$$P = \frac{bh}{6l}\left(12Ta - 6Th - 18\frac{Eh}{l^2}a^2\right) = \frac{bh}{6l}\left(2\frac{T^2l^2}{Eh} - 6Th\right)$$
$$= \left(\tfrac{1}{3}\frac{T}{E}\frac{l^2}{h^2} - 1\right)\frac{bh^2}{l}T.$$

Für den einfachen Balken iſt $P = \frac{bh^2}{l}\frac{T}{6}$, und für einen Balken von der doppelten Höhe $2h$, $P = 4 \cdot \frac{bh^2}{l} \cdot \frac{T}{6}$.

Beiſpiel. Wenn jeder der zwei nach Fig. 78 mit einander verbundenen Balken eine Dicke von 6 Zoll und eine Länge $l = 200$ Zoll hat und für dieſelben $\frac{T}{E} = \frac{1200}{1800000} = \frac{1}{150}$ iſt, ſo wird die Verbindung bei einer Spannhöhe $2a = \frac{2l^2}{3h} \cdot \frac{T}{E} = \frac{2 \cdot 40000}{3 \cdot 6 \cdot 150} = 29{,}6$ Zoll die größte Laſt

$$P = \left(\tfrac{1}{3} \cdot \frac{1}{150} \cdot \frac{40000}{36} - 1\right)\frac{bh^2}{l}T = 1{,}47 \cdot \frac{bh^2}{l}T,$$

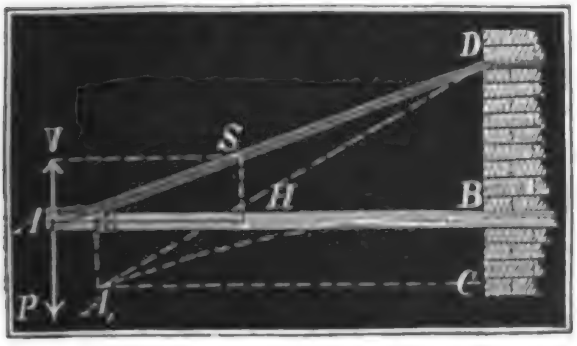
d. i. $1{,}47 \cdot \frac{3}{2} = 2{,}175$ mal ſo groß als bei einem einfachen Balken, welcher mit beiden Balken zuſammen einerlei Höhe ($2h$) hat.

Bei der doppelten Spannhöhe $2a = \frac{4Tl^2}{3Eh} = 59{,}2$ Zoll würde die Balkenverbindung gar kein Tragvermögen beſitzen.

§. 39. Wenn ein Balken AB, Fig. 79, durch eine eiſerne Spannſchiene AD geſtützt wird, ſo entſteht die Frage, welchen Theil der Kraft P am Ende des Balkens nimmt dieſe Schiene auf und welchen Theil hat der Balken ſelbſt zu tragen? Es ſei P das angehängte Gewicht, S die Spannung der Helfſchiene AD, l die Länge AB des Balkens, $F = bh$ der Querſchnitt deſſelben, ferner F_1 der Querſchnitt der Helfſchiene und α der Neigungswinkel BAD derſelben gegen den Horizont, endlich ſei E der Elaſticitätsmodul des Balkens, E_1 der der Schiene und W das Biegungsmoment des erſtern. Die Spannkraft S zerlegt ſich in die Vertikalkraft $V = S \sin.\alpha$ und in die Horizontalkraft $H = S \cos.\alpha$; es wird daher der Balken durch die Kraft

Helfſchienen.

Fig. 79.



$$P - V = P - S \sin.\alpha$$

gebogen und durch die Kraft

$$H = V \cos.\alpha$$

Leitſchienen. zuſammengedrückt. Wenn nun der Balken durch dieſe Kräfte die Bogengeſtalt BA_1 annimmt, ſo iſt für dieſelbe die Höhe

$$BC = EA_1 = a = \frac{(P - S\,sin.\,\alpha)\,l^3}{3WE} \text{ (ſ. I., §. 192),}$$

und die Verkürzung

$$AE = b = \frac{H}{EF} \cdot l = \frac{S\,l\,cos.\,\alpha}{EF} \text{ (ſ. I., §. 185),}$$

daher die Verlängerung der Schiene

$$\lambda = A_1D - AD = \sqrt{\overline{A_1C}^2 + \overline{CD}^2} - \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BD}^2}$$

$$= \sqrt{(l-b)^2 + (l\,tang.\,\alpha + a)^2} - \sqrt{l^2 + l^2\,tang.\,\alpha^2}$$

$$= \sqrt{l^2\,(1 + tang.\,\alpha^2) + 2\,l\,(a\,tang.\,\alpha - b)} - \sqrt{l^2(1 + tang.\,\alpha^2)}$$

$$= l\sqrt{1 + tang.\,\alpha^2} + \frac{a\,tang.\,\alpha - b}{\sqrt{1 + tang.\,\alpha^2}} - l\sqrt{1 + tang.\,\alpha^2}$$

$$= (a\,tang.\,\alpha - b)\,cos.\,\alpha = a\,sin.\,\alpha - b\,cos.\,\alpha,$$

wofern man die höheren Potenzen von a und b vernachläſſigt.

Nun iſt aber die Spannung

$$S = \frac{\lambda}{AD} E_1F_1 = \frac{\lambda\,cos.\,\alpha}{l} \cdot E_1F_1 = \left(\frac{a\,sin.\,\alpha - b\,cos.\,\alpha}{l}\right) cos.\,\alpha \cdot E_1F_1$$

$$= \left(\frac{(P - S\,sin.\,\alpha)\,l^2\,sin.\,\alpha}{3WE} - \frac{S\,cos.\,\alpha^2}{FE}\right) cos.\,\alpha \cdot E_1F_1,$$

daher folgt

$$S\left(\frac{1}{E_1F_1\,cos.\,\alpha} + \frac{cos.\,\alpha^2}{EF} + \frac{l^2\,sin.\,\alpha^2}{3WE}\right) = \frac{P\,l^2\,sin.\,\alpha}{3WE},$$

alſo die geſuchte Spannkraft der Schiene

$$S = \frac{P\,l^2\,sin.\,\alpha}{3WE\left(\frac{1}{E_1F_1\,cos.\,\alpha} + \frac{cos.\,\alpha^2}{EF}\right) + l^2\,sin.\,\alpha^2}, \text{ oder}$$

$$1)\quad S = \frac{P\,l^2\,sin.\,\alpha}{\frac{1}{4}\,\frac{b\,h^3\,E}{E_1F_1\,cos.\,\alpha} + \frac{1}{4}\,h^2\,cos.\,\alpha^2 + l^2\,sin.\,\alpha^2}.$$

Die Querſchnitte F und F_1 des Balkens und der Schiene ergeben ſich nun mittels der entſprechenden Tragmodul T und T_1 durch die Formeln

$$T = \frac{S\,cos.\,\alpha}{F} + \frac{(P - S\,sin.\,\alpha)\,hl}{2W} \text{ und}$$

$$T_1 = \frac{S}{F_1}, \text{ oder umgekehrt}$$

2) $F = bh = \frac{S\,cos.\alpha}{T} + \frac{6\,(P - S\,sin.\,\alpha)\,l}{Th}$ und

Hellschienen.

3) $F_1 = \frac{S}{T_1}$.

Wenn α einen mittleren Werth hat, also sich weder 0^0 noch 90^0 sehr nähert, so kann man in der Formel (1) das Glied $\frac{1}{4}h^2\,cos.\alpha^2$ vernachlässigen, und wenn das Querschnittsverhältniß $\frac{F}{F_1} = \frac{bh}{F_1}$ nicht sehr groß ist, sogar auch das Glied $\frac{1}{4}\,\frac{bh^3E}{E_1F_1\,cos.\,\alpha}$, weshalb für die meisten Fälle $S = \frac{P}{sin.\,\alpha}$ zu setzen und anzunehmen ist, daß die Spannschiene die ganze Last P trägt, und der Balken nur in der Richtung seiner Axe mit der Kraft $H = S\,cos.\,\alpha = P\,cotg.\,\alpha$ zusammengedrückt wird.

Beispiel. Wenn ein Balken AB, Fig. 79, von 100 Zoll Länge eine Last P von 5000 Pfund tragen und hierbei von einer Helfschiene AD unterstützt werden soll, deren Axe um 25 Grad von der Axe des Balkens abweicht, welchen Querschnitt hat man dieser Schiene und dem Balken zu geben? Es ist hier

$$S = \frac{P}{sin.\,\alpha} = \frac{5000}{sin.25^0} = \frac{50000}{0{,}4226} = 11831 \text{ Pfund},$$

und daher der nöthige Querschnitt der Helfschiene $F_1 = \frac{S}{T_1}$ oder besser $\frac{S}{K_1} = \frac{11831}{10000} = 1{,}18$ Quadratzoll, dagegen der Querschnitt des Balkens

$$F = \frac{H}{K} = \frac{P\,cotg.\,\alpha}{K} = \frac{5000\,.\,cotg.\,25^0}{500} = 214 \text{ Quadratzoll}.$$

§. 40*). Es ist für die Praxis auch wichtig, die Biegungsverhältnisse ursprünglich krummer Balken oder Bögen, zumal gußeiserner Bögen, zu kennen. Die allgemeine Theorie derselben ist von der Theorie der Biegung gerader Balken nicht wesentlich verschieden; nur hat man hier das Moment M der biegenden Kraft nicht $= \frac{WE}{r}$ (s. I., §. 191), oder da nach Art. 27 der analyt. Vorlehren $r = -\frac{ds}{d\alpha}$ ist, M nicht $= -\frac{WE\,d\alpha}{ds}$ zu setzen, sondern man muß $M = WE\left(\frac{d\alpha - d\alpha_1}{ds}\right)$ nehmen, weil durch dieses Moment nur der Krümmungswinkel $d\alpha$ in $d\alpha_1$ umzuändern ist, und daher das Moment zum Biegen um $d\alpha$ wegfällt.

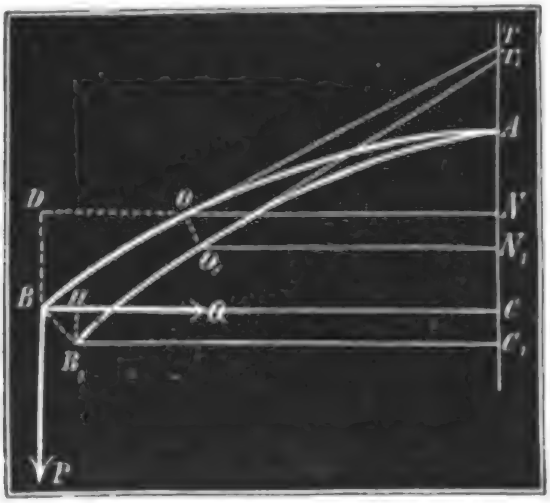
Krumme Balken.

Wird durch die Wirkung der biegenden Kräfte die Axe AOB, Fig. 80 (a. folg. Seite), eines ursprünglich krummen Balkens in die Form AO_1B_1 umgeändert, so gehen die Coordinaten $AN = x$ und $NO = y$ in die

Krumme Balken.

Coordinaten $AN_1 = x_1$ und $NO_1 = y_1$ über, und es wird aus dem Tangentenwinkel $OTN = \alpha$ der Tangentenwinkel $O_1T_1N_1 = \alpha_1$, während die Bogenlänge

Fig. 80.



$$AO = AO_1 = s$$

unverändert bleibt. Beſtehen die biegenden Kräfte in einer Vertikalkraft P und in einer Horizontalkraft Q, ſo haben wir das Moment beider in Beziehung auf den Punkt 0, $M = P \,.\, OD + Q \,.\, BD = P(b-y) + Q(a-x)$, wenn a und b die Höhe AC und die Weite BC des Bogens AB bezeichnen.

Es iſt folglich $WE\left(\frac{d\alpha - d\alpha_1}{ds}\right) = P(b-y) + Q(a-x)$, und daher

$$\alpha - \alpha_1 = \frac{\int [P(b-y) + Q(a-x)]\, ds}{WE}.$$

Da $\alpha - \alpha_1$ ein kleiner Winkel oder Bogen iſt, ſo können wir

$$cos.\alpha - cos.\,\alpha_1 = -2\, sin.\left(\frac{\alpha+\alpha_1}{2}\right) sin.\left(\frac{\alpha-\alpha_1}{2}\right) = -sin.\alpha.(\alpha-\alpha_1)$$

und

$$sin.\alpha - sin.\,\alpha_1 = 2\, cos.\left(\frac{\alpha+\alpha_1}{2}\right) sin.\left(\frac{\alpha-\alpha_1}{2}\right) = cos.\alpha \,.\, (\alpha-\alpha_1),$$

folglich auch

$$cos.\,\alpha - cos.\,\alpha_1 = -\frac{sin.\alpha}{WE}\int [P(b-y) + Q(a-x)]\, ds \text{ und}$$

$$sin.\,\alpha - sin.\,\alpha_1 = \frac{cos.\alpha}{WE}\int [P(b-y) + Q(a-x)]\, ds \text{ ſetzen.}$$

Nun iſt aber nach Art. 26 der analyt. Hülfslehren

$$sin.\,\alpha = \frac{dy}{ds},\ cos.\,\alpha = \frac{dx}{ds}, \text{ alſo auch}$$

$$sin.\,\alpha_1 = \frac{dy_1}{ds},\ cos.\,\alpha = \frac{dx_1}{ds}, \text{ ſo wie}$$

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} \text{ annähernd} = dy\left[1 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right].$$

Digitized by Google

daher läßt sich auch setzen

Krumme Balken.

$$dx_1 - dx = \frac{dy}{WE}\int [P(b-y) + Q(a-x)]\left[1 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right] dy$$

$$dy_1 - dy = -\frac{dx}{WE}\int [P(b-y) + Q(a-x)]\left[1 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right] dy.$$

§. 41*). In den meisten Fällen haben wir es nur mit sehr gedrückten Bögen zu thun, die wir stets als Parabelbögen ansehen und behandeln können. Setzen wir nun die Bogenhöhe AC derselben $= a$ und die Bogenweite $BC = b$, so giebt uns die Parabelgleichung

$$\frac{\overline{ON}^2}{\overline{BC}^2} = \frac{AN}{AC}, \text{ d. i. } \frac{y^2}{b^2} = \frac{x}{a}, \text{ es folgt daher}$$

$$x = \frac{ay^2}{b^2},\ dx = \frac{2\,a\,y\,dy}{b^2} \text{ und}$$

$$ds = dy\left[1 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{dx}{dy}\right)^2\right] \doteq dy\left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right), \text{ so wie}$$

$$dx_1 - dx = \frac{dy}{WE}\int\left[P(b-y) + Qa\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)\right]\left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right) dy$$

und

$$dy_1 - dy = -\frac{2aydy}{WEb^2}\int\left[P(b-y) + Qa\left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)\right]\left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right) dy,$$

d. i.

$$dx_1 - dx = \frac{dy}{WE}\left\{\begin{array}{l} P\left(by - \frac{y^2}{2}\right) + Qa\left(y - \frac{y^3}{3b^2}\right) \\ + \frac{2a^2}{b^4}\left[P\left(\frac{by^3}{3} - \frac{y^4}{4}\right) + Qa\left(\frac{y^3}{3} - \frac{y^5}{5b^2}\right)\right] \end{array}\right\}$$

und

$$dy_1 - dy = -\frac{2a\,dy}{WEb^2}\left\{\begin{array}{l} P\left(by^2 - \frac{y^3}{2}\right) + Qa\left(y^2 - \frac{y^4}{3b^2}\right) \\ + \frac{2a^2}{b^4}\left[P\left(\frac{by^4}{3} - \frac{y^5}{4}\right) + Qa\left(\frac{y^4}{3} - \frac{y^6}{5b^2}\right)\right] \end{array}\right\}.$$

Durch nochmaliges Integriren ergiebt sich nun

$$x_1 - x = \frac{1}{WE}\left\{\begin{array}{l} P\left(\frac{by^2}{2} - \frac{y^3}{6}\right) + Qa\left(\frac{y^2}{2} - \frac{y^4}{12b^2}\right) \\ + \frac{2a^2}{b^4}\left[P\left(\frac{by^4}{12} - \frac{y^5}{20}\right) + Qa\left(\frac{y^4}{12} - \frac{y^6}{30b^2}\right)\right] \end{array}\right\}$$

und

$$y_1 - y = -\frac{2a}{WEb^2}\left\{\begin{array}{l} P\left(\frac{by^3}{3} - \frac{y^4}{8}\right) + Qa\left(\frac{y^3}{3} - \frac{y^5}{15b^2}\right) \\ + \frac{2a^2}{b^4}\left[P\left(\frac{by^5}{15} - \frac{y^6}{24}\right) + Qa\left(\frac{y^5}{15} - \frac{y^7}{35b^2}\right)\right] \end{array}\right\}.$$

Krumme Balken. Setzt man in dieſen Gleichungen $y = b$, ſo geben ſie uns in $x_1 - x$ die Höhe $B_1H = a_1$, um welche das Ende des Balkens durch die Kräfte P und Q herabgezogen wird, und in $y - y_1$ die horizontale Verkürzung $BH = b_1$, welche der Balken durch eben dieſe Kräfte erleidet. Es iſt hiernach

$$a_1 = \frac{P}{WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2b}{15}\right) + \frac{Q}{WE}\left(\tfrac{5}{12}\,ab^2 + \frac{a^3}{10}\right) \text{ und}$$

$$b_1 = \frac{P}{WE}\left(\tfrac{5}{12}\,ab^2 + \frac{a^3}{10}\right) + \frac{Q}{WE}\left(\tfrac{8}{15}\,a^2b + \frac{16\,a^4}{105b}\right).$$

Iſt die Horizontalkraft $Q = 0$, ſo hat man

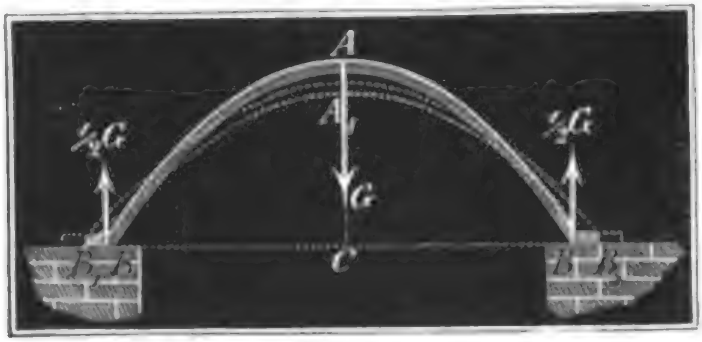
$$a_1 = \frac{P}{WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2b}{15}\right) \text{ und } b_1 = \frac{P}{WE}\left(\tfrac{5}{12}\,ab^2 + \frac{a^3}{10}\right),$$

und iſt überdies $a = 0$, hat man es alſo mit einem geraden Barren zu thun, ſo iſt, wie bekannt,

$$a_1 = \frac{Pb^3}{3WE} \text{ und } b_1 = 0 \text{ (ſ. I., §. 192).}$$

§. 42 Ein an beiden Enden B und B durch eine Horizontalebene unterſtützter und in der Mitte mit einem Gewichte G belaſteter Bogen BAB, Fig. 81, drückt auf jede ſeiner Stützen mit der Vertikalkraft

Fig 81.



$P = -\frac{1}{2}G$, und der Horizontalkraft $Q = 0$, da er ungehindert horizontal ausweichen kann. Es iſt folglich die Senkung des Scheitels

$$AA_1 = a_1 = \frac{G}{2WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2b}{15}\right)$$

und die Horizontalbewegung der Enden B und B_1

$$BB_1 = b_1 = \frac{G}{2WE}\left(\frac{5ab^2}{12} + \frac{a^3}{10}\right).$$

Bei einem geraden Balken, welcher in ſeiner Mitte mit G belaſtet iſt, hat man (I., §. 193)

$$a_1 = \tfrac{1}{16}\,\frac{Pl^3}{3WE} = \tfrac{1}{2}\,\frac{Gb^3}{3WE}$$

etwas kleiner als in dem vorliegenden Falle.

Figur 6a u. b. $\alpha_1 = \alpha_2 = 45°$, $\beta_1 = \beta_2 = 90°$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 45°$, $\delta_1 = \delta_2 = 90°$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 45°$, $\zeta_1 = \zeta_2 = 90°$, $\eta_1 = \eta_2 = 45°$, $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 90°$.

Beweis. In gleicher Weise, wie bei der vorigen Figur, folgt $\alpha_1 = \alpha_2$, $\gamma_1 = \gamma_2$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $\eta_1 = \eta_2$.

Ferner ist $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \beta_2}$, $\frac{\sin \gamma_1}{\sin \delta_1} = \frac{\sin \gamma_2}{\sin \delta_2}$, $\frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \zeta_1} = \frac{\sin \varepsilon_2}{\sin \zeta_2}$, $\frac{\sin \eta_1}{\sin \vartheta_1} = \frac{\sin \eta_2}{\sin \vartheta_2}$.

Da $\alpha_1 = \alpha_2$, $\gamma_1 = \gamma_2$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $\eta_1 = \eta_2$, so folgt $\frac{\sin \beta_1}{\sin \delta_1} = \frac{\sin \beta_2}{\sin \delta_2}$, $\frac{\sin \delta_1}{\sin \zeta_1} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \zeta_2}$, $\frac{\sin \zeta_1}{\sin \vartheta_1} = \frac{\sin \zeta_2}{\sin \vartheta_2}$, $\frac{\sin \vartheta_1}{\sin \beta_1} = \frac{\sin \vartheta_2}{\sin \beta_2}$.

Durch Multiplication folgt $\frac{\sin \beta_1}{\sin \zeta_1} = \frac{\sin \beta_2}{\sin \zeta_2}$, $\frac{\sin \delta_1}{\sin \vartheta_1} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \vartheta_2}$, und somit auch $\frac{\sin \beta_1}{\sin \vartheta_1} = \frac{\sin \beta_2}{\sin \vartheta_2}$.

Da $\beta_1 + \vartheta_1 = 180°$, $\beta_2 + \vartheta_2 = 180°$, so ist $\beta_1 = \beta_2$, $\vartheta_1 = \vartheta_2$.

Ebenso folgt $\delta_1 = \delta_2$, $\zeta_1 = \zeta_2$.

Zu Figuren 7 a, b.

Figur 7a. $\alpha_1 = \alpha_2 = 45°$, $\beta_1 = \beta_2 = 90°$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 45°$, $\delta_1 = \delta_2 = 90°$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 45°$, $\zeta_1 = \zeta_2 = 90°$, $\eta_1 = \eta_2 = 45°$, $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 90°$.

Figur 7b. $\alpha_1 = \alpha_2 = 45°$, $\beta_1 = \beta_2 = 90°$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 45°$, $\delta_1 = \delta_2 = 90°$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 45°$, $\zeta_1 = \zeta_2 = 90°$, $\eta_1 = \eta_2 = 45°$, $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 90°$.

Beweis. Wie bei der vorigen Figur folgt $\alpha_1 = \alpha_2$, $\gamma_1 = \gamma_2$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $\eta_1 = \eta_2$, $\beta_1 = \beta_2$, $\vartheta_1 = \vartheta_2$, $\delta_1 = \delta_2$, $\zeta_1 = \zeta_2$.

Then $\sum_{\text{cyc}} \frac{a^2}{b^2+c^2} \geq \frac{1}{2}$ or $\sum_{\text{cyc}} \frac{b^2+c^2}{a^2} \geq 4$ or $\sum_{\text{cyc}} \frac{a^2}{b^2+c^2} \geq \frac{3}{2}$.

Proof. $\sum_{\text{cyc}} \frac{a^2}{b^2+c^2} = \sum_{\text{cyc}} \frac{a^2}{(b+c)^2-2bc} \geq \sum_{\text{cyc}} \frac{a^2}{(b+c)^2-\frac{1}{2}(b+c)^2} = \frac{1}{2}$.

$\sum_{\text{cyc}} \frac{b^2+c^2}{a^2} = \sum_{\text{cyc}} \frac{(b+c)^2-2bc}{a^2} \geq \sum_{\text{cyc}} \frac{(b+c)^2-\frac{1}{2}(b+c)^2}{a^2} = \frac{1}{2}\sum_{\text{cyc}} \frac{(b+c)^2}{a^2} \geq \frac{1}{2}\cdot 8 = 4$.

$\sum_{\text{cyc}} \frac{a^2}{b^2+c^2} = \sum_{\text{cyc}} \frac{a^2}{(b+c)^2-2bc} \geq \sum_{\text{cyc}} \frac{a^2}{(b+c)^2-\frac{1}{2}(b+c)^2} = \frac{1}{2}\sum_{\text{cyc}} \frac{a^2}{(b+c)^2} \geq \frac{1}{2}\cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$.

Proof. $\sum_{\text{cyc}} \frac{a^2}{b^2+c^2} = \sum_{\text{cyc}} \frac{a^2}{(b+c)^2-2bc} \geq \sum_{\text{cyc}} \frac{a^2}{(b+c)^2-\frac{1}{2}(b+c)^2} = \frac{1}{2}\sum_{\text{cyc}} \frac{a^2}{(b+c)^2} \geq \frac{1}{2}\cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$.

Let a, b, c be the sides of a triangle. Prove that $\sum_{\text{cyc}} \frac{a^2}{b^2+c^2} \geq \frac{3}{2

und b_1 in b aus den beiderlei Kräften entſprechenden Veränderungen zuſammengeſetzt, alſo mit Berückſichtigung des §. 41 Gefundenen: Krumme Balken.

$$a_1 = \frac{P}{WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2 b}{15}\right) + \frac{Q}{WE}\left({}^5/_{12}\, a b^2 + \frac{a^3}{10}\right) + \frac{q}{WE}\left(\frac{b^4}{8} + \frac{a^2 b^2}{60}\right)$$

und

$$b_1 = \frac{P}{WE}\left({}^5/_{12} a b^2 + \frac{a^3}{10}\right) + \frac{Q}{WE}\left({}^8/_{15} a^2 b + \frac{16\, a^4}{105\, b}\right) + \frac{q}{WE}\left(\frac{3 a b^3}{20} + \frac{a^3 b}{42}\right).$$

Nun iſt aber im vorliegenden Falle $P = -qb$ und $b_1 = 0$ zu nehmen; es folgt daher

$$Q\left({}^8/_{15}\, a^2 b + \frac{16\, b^4}{105\, a}\right) = q\left({}^5/_{12}\, a b^3 + \frac{a^3 b}{10}\right) - q\left(\frac{3 a b^3}{20} + \frac{a^2 b}{42}\right)$$

$$= q\,({}^4/_{15}\, a b^3 + {}^8/_{105}\, a^3 b),$$

d. i. $Q = \frac{q b^2}{2a}$ und hieraus wieder

$$a_1 = -\frac{q b}{WE}\left(\frac{b^3}{3} + \frac{a^2 b}{15}\right) + \frac{q b^2}{2 WE a}\left({}^5/_{12} a b^2 + \frac{a^3}{10}\right) + \frac{q}{WE}\left(\frac{b^4}{8} + \frac{a^2 b^2}{60}\right)$$

$$= 0.$$

Es findet alſo in dieſem Falle gar keine Senkung des Scheitels ſtatt. Ueberhaupt erleidet hier der Bogen keine andere Formveränderung als diejenige, welche aus der Spannung deſſelben entſpringt; wir haben es daher hier mit einer ſogenannten Gleichgewichtscurve zu thun.

Wäre aber der Bogen überdies noch in ſeiner Mitte mit einem Gewichte G belaſtet, ſo würde die Horizontalkraft am Fuße B

$$Q = \frac{q b^2}{2a} + {}^1/_2\, G\left(\frac{25\, b}{32\, a} - \frac{a}{28\, b}\right)$$

betragen, und es wäre die Senkung im Scheitel, wie oben (§. 42)

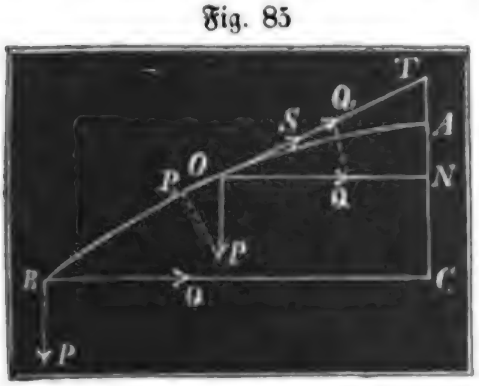
$$a_1 = \frac{G}{2WE}\left(\frac{b^3}{128} + \frac{23\, a^2 b}{6720}\right).$$

§. 44*). Was die Spannung S oder die Zuſammendrückung des Bogens in ſeiner Axe anlangt, ſo iſt dieſe die Summe der in der Tangentenrichtung wirkenden Seitenkräfte von den Kräften P und Q, Fig. 85. Mittels des Tangentenwinkels $OTN = \alpha$ ergeben ſich dieſe Seitenkräfte P_1 und Q_1 von P und Q durch die Formeln

$$P_1 = P\ cos.\ \alpha \text{ und}$$

$$Q_1 = Q\ sin.\ \alpha;$$

Fig. 85



$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta}\frac{\partial \zeta}{\partial x}$$

und ähnliche Gleichungen für $\frac{\partial \varphi}{\partial y}$ und $\frac{\partial \varphi}{\partial z}$, so erhalten wir

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta}\frac{\partial \zeta}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta}\frac{\partial \zeta}{\partial y}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta}\frac{\partial \zeta}{\partial z}$$

Setzen wir diese Werte in (1) ein und ordnen wir diese passend nach den Ableitungen von φ nach ξ, η, ζ, so kommt

$$\Delta\varphi = \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial z}\right)^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \cdots + \frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y}\frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial z}\frac{\partial \eta}{\partial z}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi \partial \eta} + \cdots + \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \cdots$$

Hieraus folgt, daß (1) in ξ, η, ζ wieder eine Laplacesche Gleichung ist, wenn nur die Gleichungen

$$\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial z}\right)^2 = \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial z}\right)^2 = \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z}\right)^2 = 1$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y}\frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial z}\frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial x}\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y}\frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial z}\frac{\partial \zeta}{\partial z} = \frac{\partial \zeta}{\partial x}\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \zeta}{\partial y}\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial z}\frac{\partial \xi}{\partial z} = 0$$

erfüllt sind. Diese Gleichungen sagen aus, daß

$$\xi = \xi(x, y, z), \quad \eta = \eta(x, y, z), \quad \zeta = \zeta(x, y, z)$$

eine Transformation von der Art ist, daß

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = d\xi^2 + d\eta^2 + d\zeta^2$$

wird. Eine solche Transformation nennt man eine Bewegung.

wenn man die höheren Potenzen von a vernachlässigt. Dieser Ausdruck wird mit $y - {}^{25}/_{32} \cdot \frac{y^2}{b}$ ein Maximum, und zwar für $y = {}^{16}/_{25}\, b$. Krumme Balken.

Der entsprechende Maximalwerth ist

$$S = \left(\frac{25}{32}\frac{b}{a} + \frac{423a}{700b}\right)\frac{G}{2}.$$

Wenn dieser Bogen gleichmäßig belastet ist, so haben wir

$$P = -qy \text{ und } Q = \frac{qb^2}{2a}, \text{ daher}$$

$$S = \frac{ay}{b^2}\left(1 - \frac{2a^2y^2}{b^4}\right)qy + \left(1 - \frac{2a^2y^2}{b^4}\right)\frac{qb^2}{2a}.$$

$$= \frac{qb^2}{2a} + \frac{qay^2}{b^2},$$

und trägt er überdies noch im Scheitel das Gewicht G, so ist

$$S = \frac{qb^2}{2a} + \frac{qay^2}{b^2} + \left(\frac{25b}{64a} - \frac{a}{56b} + \frac{ay}{b^2} - \frac{25ay^2}{32b^3}\right)G.$$

Differenziirt man diesen Ausdruck in Beziehung auf y und setzt $\frac{ds}{dy} = 0$, so erhält man den Werth für y, welcher S zum Maximo macht, nämlich:

$$2qy + \left(1 - {}^{25}/_{16}\,\frac{y}{b}\right)G = 0, \text{ d. i.}$$

$$y = \frac{16bG}{25G - 32qb}.$$

Da y nicht größer als b sein kann, so folgt, daß in den Fällen, wenn $16G > 25G - 32qb$, d. i. $G < {}^{9}/_{32}\,qb$ ist, $y = b$ genommen werden muß, und der Maximaldruck an den Enden B und B statthat.

§. 45*). Durch die Spannung wird auch die Bogenlänge verändert; besteht dieselbe in einem Drucke, so wird der Bogen verkürzt, und besteht sie in einem Zuge, so erleidet der Bogen eine Ausdehnung. Wird das Element ds des Bogens durch die Spannung S in ds_1 umgeändert, so hat man bei dem Querschnitte F des Bogens (s. I., §. 185)

$$S = \left(\frac{ds - ds_1}{ds}\right)FE, \text{ und es ist hiernach}$$

$$s - s_1 = \int\frac{Sds}{FE} = \frac{1}{FE}\int S\sqrt{dx^2+dy^2} = \frac{1}{FE}\int\left(1 + \frac{2a^2y^2}{b^4}\right)Sdy,$$

wenn wir es mit einer Parabel zu thun haben. Für einen an beiden Enden gestützten und in der Mitte mit G belasteten Bogen (Fig. 85) ist

Krumme Balken. $S = \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b} + \frac{a\,y}{b^2}\right) G$ gefunden worden, daher haben wir die Verkürzung des Bogens:

$$s - s_1 = \frac{G}{FE}\int\left(\frac{25}{64}\,\frac{b}{a} - \frac{a}{56\,b} + \frac{a\,y}{b^2}\right) dy$$

$$= \frac{G}{FE}\left(\frac{25}{64}\,\frac{b}{a}\,y - \frac{a\,y}{56\,b} + \frac{a\,y^2}{2\,b^2}\right),$$

also für die ganze Länge l, wo $y = b$ ist, die Verkürzung

$$d\,l = l - l_1 = \frac{G}{FE}\left(\frac{25}{64}\,\frac{b^2}{a} + \frac{27}{56}\cdot a\right).$$

Wenn hingegen derselbe Bogen gleichmäßig belastet ist, so hat man

$$s - s_1 = \frac{q}{FE}\int\left(\frac{b^2}{2\,a} + \frac{a\,y^2}{b^2}\right)\left(1 + \frac{2\,a^2\,y^2}{b^4}\right) dy$$

$$= \frac{q}{FE}\left(\frac{b^2\,y}{2\,a} + \frac{2\,a}{3\,b^2}\,y^3\right),$$

folglich für den ganzen Bogen l

$$d\,l = l - l_1 = \frac{q}{FE}\cdot\frac{b^3}{2\,a}\left[1 + {}^4\!/_3\left(\frac{a}{b}\right)^2\right].$$

Wenn der Bogen l durch $\frac{G}{2}$ und $l\,q$ zugleich belastet wird, so ist seine Verkürzung die Summe der beiden der letzten Werthe für $d\,l$, also

$$d\,l = \frac{q\,b^3}{2\,FE\,a}\left[1 + {}^4\!/_3\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] + \frac{G}{FE}\left(\frac{25}{64}\,\frac{b^2}{a} + \frac{27}{56}\,a\right).$$

Aus der Verkürzung der Bogenlänge läßt sich nun auch die entsprechende Senkung $d\,a$ des Scheitels finden. Es ist nach §. 41 *):

$$d\,s = d\,y\left(1 + \frac{2\,a^2\,y^2}{b^4}\right), \text{ folglich}$$

$$s = y\left(1 + {}^2\!/_3\,\frac{a^2\,y^2}{b^4}\right) = y\left(1 + {}^2\!/_3\,\frac{a\,x}{b^2}\right),$$

also für $x = a$ und $y = b$:

$$s = l = b\left(1 + {}^2\!/_3\,\frac{a^2}{b^2}\right) \text{ (vergl. I., §. 147, Anmerkung).}$$

Durch Differenziiren nach a ergiebt sich nun $dl = {}^4\!/_3\,\frac{a\,da}{b^2}$, und daher umgekehrt $d\,a = {}^3\!/_4\,\frac{b^2\,d\,l}{a}$ oder $a - a_1 = {}^3\!/_4\,\frac{b^2}{a}\,(l - l_1)$.

Für den letzten Fall ist daher die Senkung des Scheitels

$$a - a_1 = {}^3\!/_8\,\frac{b^4}{a^3\,FE}\,({}^{25}\!/_{32}\,G + q\,b).$$

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ irgendwelche Zahlen, so ist $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ eine ganze homogene Funktion n^{ten} Grades in den Größen $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Ersetzt man in $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ die Größen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ durch $x_{\alpha_1}, x_{\alpha_2}, \ldots, x_{\alpha_n}$, wo $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ irgendeine Permutation der Zahlen $1, 2, \ldots, n$ bedeutet, so ist

$$f(x_{\alpha_1}, x_{\alpha_2}, \ldots, x_{\alpha_n}) = \pm f(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

wo das Vorzeichen $+$ oder $-$ gilt, je nachdem die Permutation $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ gerade oder ungerade ist.

Es sei $\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ eine zweite ganze homogene Funktion n^{ten} Grades in den Größen $x_1, x_2, \ldots, x_n$, die mit $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ die obige Eigenschaft besitzt, so ist

$$\frac{f(x_{\alpha_1}, x_{\alpha_2}, \ldots, x_{\alpha_n})}{\varphi(x_{\alpha_1}, x_{\alpha_2}, \ldots, x_{\alpha_n})} = \frac{f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n)}.$$

Man sieht hier von selbst Brüche ein, φ braucht nicht gleich Null zu sein.

Ersetzt man $x_1, x_2, \ldots, x_n$ durch $y_1, y_2, \ldots, y_n$, wo

$$\begin{aligned} y_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \\ y_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ y_n &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n \end{aligned}$$

ist, so ist $f(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ eine ganze homogene Funktion n^{ten} Grades in den Größen $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Bezeichnet man die Determinante $\sum \pm a_{1\alpha_1} a_{2\alpha_2} \cdots a_{n\alpha_n}$ mit Δ, so ist

$$f(y_{\alpha_1}, y_{\alpha_2}, \ldots, y_{\alpha_n}) = \Delta \cdot f(x_{\alpha_1}, x_{\alpha_2}, \ldots, x_{\alpha_n}).$$

Fig. 4.

Ist $\Delta \neq 0$, so ist auch $f(y_1, y_2, \ldots, y_n) \neq 0$, außer wenn $x_1 = x_2 = \cdots = x_n = 0$ ist. Ist $\Delta = 0$, so ist $f(y_1, y_2, \ldots, y_n) = 0$, wenn nicht $x_1 = x_2 = \cdots = x_n = 0$ ist.

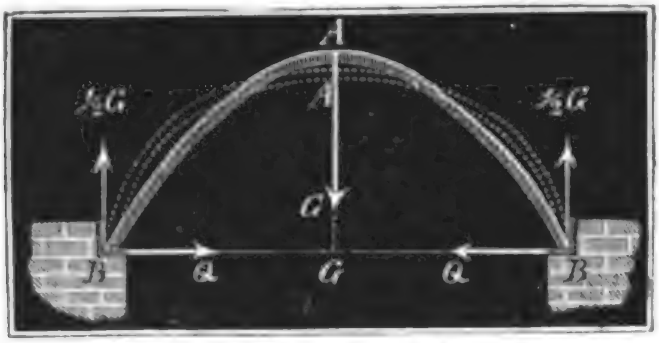
Tragkraft der Bögen.

$$P = -\frac{G}{2},\quad Q = \tfrac{1}{2}G\left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right) \text{ und}$$

$$S = \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b} + \frac{a\,y}{b^2} - \frac{25\,a\,y^2}{32\,b^3}\right) G, \text{ daher}$$

$$T = \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b} + \frac{a\,y}{b^2} - \frac{25\,a\,y^2}{32\,b^3}\right)\frac{G}{F}$$
$$+ \left[\left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right)(a-x) - (b-y)\right]\frac{G\,e}{2\,W}.$$

Fig. 88.



Für $x = y = 0$, d. i. für den Bogenſcheitel, iſt

$$T = \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b}\right)\frac{G}{F} - \left(\tfrac{7}{32}\,b + \frac{a^2}{28\,b}\right)\frac{G\,e}{2\,W}, \text{ oder vielmehr}$$

$$T = \left(\frac{25\,b}{64\,a} - \frac{a}{56\,b}\right)\frac{G}{F} + \left(\tfrac{7}{32}\,b + \frac{a^2}{28\,b}\right)\frac{G\,e}{2\,W},$$

weil ſich bei der von der neutralen Axe am meiſten abſtehenden Faſer Zuſammendrückung mit Zuſammendrückung vereinigt.

Für $x = a$ und $y = b$, alſo für die Fußpunkte, iſt hingegen

$$T = \left(\frac{25\,b}{64\,a} + \frac{45\,a}{224\,b}\right)\frac{G}{F}.$$

Um die ſchwächſte, d. i. diejenige Stelle zu finden, wo der größte Tragmodul erfordert wird, differenziiren wir T in Hinſicht auf y und ſetzen $\frac{dT}{dy} = 0$. Es folgt hiernach

$$\left(\frac{a}{b^2} - \frac{50\,a\,y}{32\,b^3}\right)\frac{2\,W}{F\,e} - \left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right)\frac{dx}{dy} + 1 = 0;$$

oder da $\frac{x}{a} = \frac{y^2}{b^2}$, alſo $\frac{dx}{dy} = \frac{2\,a\,y}{b^2}$ iſt,

$$\left(\frac{a}{b^2} - \frac{50\,a\,y}{32\,b^3}\right)\frac{2\,W}{F\,e} + 1 = \left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b}\right)\frac{2\,a\,y}{b^2}, \text{ d. i.}$$

$$\frac{2\,W}{F\,e}\cdot\frac{a}{b^2} + 1 = \left(\frac{25\,b}{32\,a} - \frac{a}{28\,b} + \frac{50}{32}\cdot\frac{W}{F\,b\,e}\right)\frac{2\,a\,y}{b^2};$$

Digitized by Google

Tragkraft der Bögen.

hiernach ist $y = \dfrac{2Wa + Fb^2e}{{}^{25}/_{8}W.\dfrac{a}{b} + \left({}^{25}/_{16}b - \dfrac{a^2}{14b}\right)Fe}$.

Annähernd hat man, wenn man die Glieder mit a vernachlässigt, $y = {}^{16}/_{25}b$, und daher

$$T = \left(\frac{25b}{32a} + \frac{423a}{700b}\right)\frac{G}{2F} + \left[\left(\frac{25b}{32a} - \frac{a}{28b}\right).{}^{369}/_{625}a - {}^{9}/_{25}b\right]\frac{Ge}{2W}$$

$$= \left(\frac{25b}{32a} + \frac{423a}{700b}\right)\frac{G}{2F} + \left({}^{81}/_{800}b - \frac{369a^2}{17500}\right)\frac{Ge}{2W},$$

oder wenn man die Glieder mit a und a^2 vernachlässigt,

$$T = \frac{25b}{64a}\frac{G}{F} + \frac{81Gbe}{1600W}.$$

Wäre die Last $2bq$ auf dem Bogen BAB vertheilt, so hätte man

$$\frac{e(d\alpha - d\alpha_1)}{ds} = \frac{-qb(b-y) + {}^{1}/_{2}q(b-y)^2 + \dfrac{qb^2}{2a}(a-x)}{WE}$$

$$= \frac{-{}^{1}/_{2}q(b^2-y^2) + {}^{1}/_{2}q(b^2-y^2)}{WE} = 0, \text{ und daher}$$

$$T = \frac{S}{F} = \left(\frac{b^2}{2a^2} + \frac{ay^2}{b^2}\right)\frac{q}{F}.$$

Beispiel. Welche Dimensionen b_1 und h_1 hat man dem rectangulären Querschnitt $b_1 h_1$ eines gußeisernen Bogens BAB, Fig. 88, von 12 Fuß Spannweite und 3 Fuß Höhe zu geben, wenn derselbe in der Mitte ein Gewicht von 10000 Pfund tragen soll? Für das Zerbrechen im Scheitel haben wir

$$T = \frac{25b}{64a}\frac{G}{F} + {}^{7}/_{64}\frac{Gbe}{W},$$

und für das Zerbrechen im Abstande $y = {}^{16}/_{25}b$

$$T = \frac{25b}{64a}\frac{G}{F} + \frac{81Gbe}{1600W};$$

da der erstere Ausdruck einen größern Werth giebt, so werden wir nur diesen in Betracht ziehen. Führen wir statt T, die Sicherheitsmodul K_2 für das Zerbrechen und K_3 für das Zerdrücken ein (s. I., §. 220), schreiben wir also

$$1 = \frac{25b}{64a}.\frac{G}{FK_3} + \frac{7Gbe}{64WK_2},$$

und setzen wir hierin

$$\frac{b}{a} = {}^{6}/_{3} = 2,\ b = 6 \text{ Fuß} = 72 \text{ Zoll},\ G = 10000 \text{ Pfd.},$$

${}^{1}/_{6}K_2 = 1700$, $K_3 = 20000$ Pfd., $F = b_1h_1$, $W = \dfrac{b_1h_1^3}{12}$ und $e = \dfrac{h_1}{2}$.

Dann folgt

$$b_1h_1^2 = \frac{25}{64}.2.\frac{10000h_1}{20000} + \frac{7}{64}.\frac{10000.72}{1700} = 0{,}39h_1 + 64{,}3.$$

Tragkraft der Bögen.

Nimmt man nun noch $h_1 = 10\,b_1$, so folgt

$$b_1^3 = 0{,}039\,b_1 + 0{,}463, \text{ daher}$$

$$b_1 = 0{,}79 \text{ Zoll und } h_1 = 7{,}9 \text{ Zoll.}$$

Für einen geraden gußeisernen Balken hätte man bei der Länge $l = 12$ Fuß $= 144$ Zoll und dem Gewichte $G = 10000$ Pfund, nach I., §. 203:

$$b_1 h_1^2 = \frac{Pl}{1700} = \frac{5000 \,.\, 72}{1700} = 211{,}8, \text{ also für } h_1 = 10\,b_1,$$

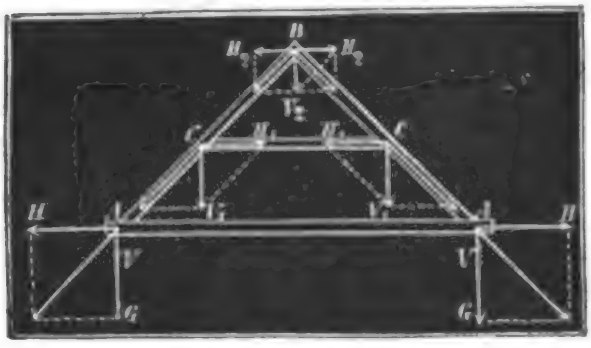
$$b_1 = \sqrt[3]{2{,}118} = 1{,}285 \text{ Zoll und } h_1 = 12{,}85 \text{ Zoll.}$$

Dachgespärre.

§. 47. Bei Dachgespärren werden, zumal wenn dieselben eine große Spannweite haben, oft sehr complicirte Constructionen angewendet; nicht selten bestehen sie sogar aus Hänge- und Sprengwerken zugleich.

Zur Unterstützung der Sparren oder Dächer wendet man Kehlbalken, Dachstühle u. s. w. an. Bei Beurtheilung dieser Constructionen läßt sich wieder voraussetzen, daß das Gewicht des Daches auf die Fläche desselben gleichförmig vertheilt ist, und daß gleich große Theile desselben gleich stark nach unten drücken. Ist hiernach ein Sparren AB, Fig. 89, in einem Punkte C unterstützt, welcher von den Endpunkten A und B um l_1 und l_2 absteht, während die ganze Länge des Balkens $AB = l$ ist, so hat man die der ganzen Belastung G entsprechende Vertikalkraft in A:

Fig. 89.



$$V = \tfrac{1}{2} \,.\, \frac{l_1}{l} G, \text{ in } B:$$

$$V_2 = \tfrac{1}{2}\,\frac{l_2}{l}\,G, \text{ und in } C:$$

$$V_1 = V + V_2 = \frac{l_1 + l_2}{2\,l}\,G = \tfrac{1}{2}\,G.$$

Ist nun das Gespärre mit einem einfachen Kehlbalken CC ausgerüstet, so hat man die aus V_1 und V_2 resultirenden Horizontalschube

$$H_1 = V_1 \,cotg.\,\delta = \tfrac{1}{2}\,G\,cotg.\,\delta \text{ und}$$

$$H_2 = V_2 \,cotg.\,\delta = \tfrac{1}{2}\,\frac{l_2}{l}\,G\,cotg.\,\delta,$$

wofern, wie seither, δ den Neigungswinkel des Sparrens gegen den Horizont bezeichnet.

Es ist hiernach der Sparrenschub am Fuße:

$$H = H_1 + H_2 = \tfrac{1}{2}\left(1 + \frac{l_2}{l}\right) G\,cotg.\,\delta;$$

gilt $S_1 : S_2 : S_3 = \cos\alpha : \cos\beta : \cos\gamma$, d. h. die Stabkräfte verhalten sich wie die Cosinus der Winkel, welche die Stäbe mit der Richtung der Resultante bilden.

Fig. 46.

Beispiel. Ein Dreieck ABC (Fig. 46) mit den Seiten $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$ m ist durch eine Kraft $P = 1$ t belastet, deren Richtung mit der Seite a den Winkel $\alpha = 30°$ einschließt. Wie groß sind die Stabkräfte?

Es ist $\beta = 90° - \alpha = 60°$, $\gamma = 90°$, also

$$S_1 : S_2 : S_3 = \cos 30° : \cos 60° : \cos 90° = 0{,}866 : 0{,}5 : 0,$$

$$S_1 = \frac{0{,}866}{1{,}366} P = 0{,}634 \text{ t}, \quad S_2 = \frac{0{,}5}{1{,}366} P = 0{,}366 \text{ t}, \quad S_3 = 0.$$

Fig. 47.

Beispiel. Ein Dreieck ABC (Fig. 47) mit den Seiten $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$ m ist durch eine Kraft $P = 1$ t belastet, deren Richtung mit der Seite b den Winkel $\beta = 30°$ einschließt. Wie groß sind die Stabkräfte?

Es ist $\alpha = 90° - \beta = 60°$, $\gamma = 90°$, also

$$S_1 : S_2 : S_3 = \cos 60° : \cos 30° : \cos 90° = 0{,}5 : 0{,}866 : 0,$$

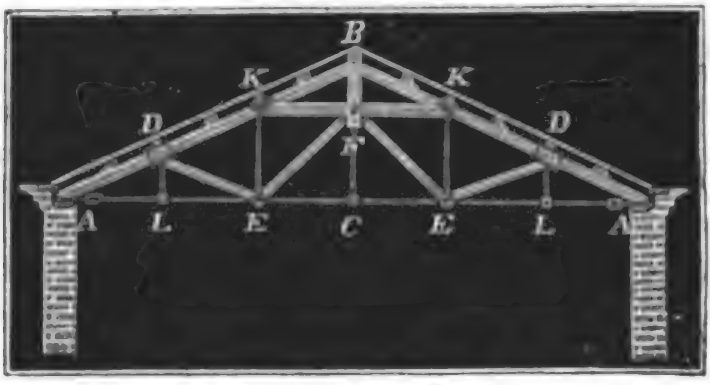
$$S_1 = \frac{0{,}5}{1{,}366} P = 0{,}366 \text{ t}, \quad S_2 = \frac{0{,}866}{1{,}366} P = 0{,}634 \text{ t}, \quad S_3 = 0.$$

Dachgeſpärre. alſo den Geſammtſchub in den längeren Streben:

$$S_1 + S_2 = \tfrac{1}{2}\left(\frac{G\ cos.\,\delta_1}{sin.\,(\delta_1+\delta_2)} + \frac{Q}{sin.\,\delta_2}\right).$$

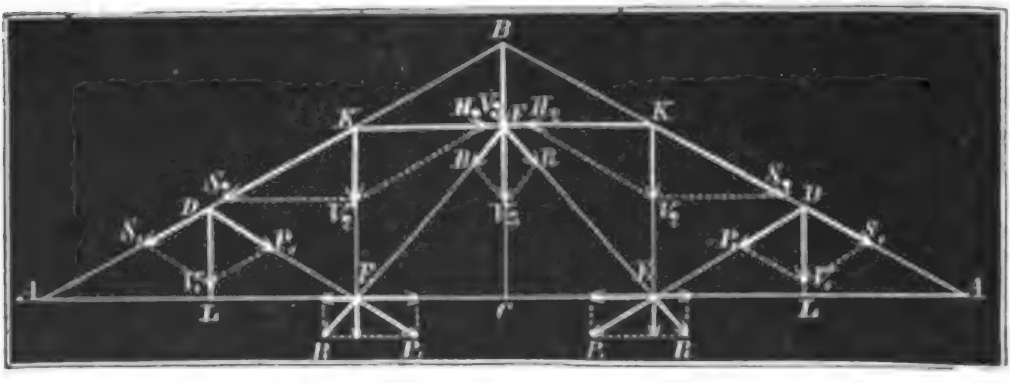
§. 48. Geſpärre von großer Spannweite haben, wenn ſie beſonders ſehr flach ſind, einen bedeutenden Schub, und es iſt deshalb ſehr nöthig, dieſelben durch einen Durchzug (franz. tirant, engl. tie-beam) zu unterſtützen. Einen ſolchen Dachſtuhl führt Fig. 92 vor Augen. Es beſteht

Fig. 92



hier der Durchzug in einer ſchmiedeeiſernen Stange AA, welche mittels eiſerner Füße A, A den Schub der Hauptſparren AB, AB (franz. arbalétriers, engl. principal-rafter) aufnimmt. Zur Unterſtützung der letzteren dient das aus Streben DE, EF, aus Hängeſtäben DL, KE, FC, aus einem Kehlbalken KK und aus einer Hängeſäule BF zuſammengeſetzte Hänge- und Sprengwerk. Die Art und Weiſe, wie die Sparrenlaſt G von dem zuſammengeſetzten Hänge- und Sprengwerk aufgenommen wird, iſt aus Fig. 93 zu erſehen. Die Vertikalkraft $V_1 = \frac{1}{3}G$ zerlegt

Fig. 93.



ſich in zwei Seitenkräfte P_1 und S_1 nach der Richtung der Strebe DE und der des Sparrens AB; die Vertikalkraft $V_2 = \frac{1}{3}G$ hingegen in zwei Seitenkräfte H_2 und S_2, nach der Axe des Kehlbalkens und nach

der des Sparrens, die Vertikalkraft $V_3 = \frac{1}{3}G$ endlich nimmt die Hängesäule BF auf und zerlegt sich in zwei Seitenkräfte R, R, welche auf die Streben EF, EF übergehen. Die Kräfte P_1 und R zerlegen sich in E in Horizontal- und Vertikalkräfte, deren Resultanten von den Zugstangen AE, AE und Hängestangen KE, KE aufgenommen werden. Die beiden Componenten von P_1 sind, wenn die Streben DE, DE mit den Sparren AB, AB einerlei Neigung δ haben, Dachgespärre.

$$P_1 \sin.\delta = \frac{G}{6} \text{ und } P_1 \cos.\delta = \frac{G}{6} \operatorname{cotg}.\delta$$

und die von R sind, wenn δ_1 den Neigungswinkel der Streben EF gegen den Horizont ausdrückt, $R \sin.\delta_1 = \frac{1}{6} G$ und

$$R \cos.\delta = \frac{1}{6} \frac{G}{\sin.\delta_1} . \cos.\delta_1 = \frac{1}{6} G \operatorname{cotg}.\delta_1;$$

in Folge dieser Kräfte wird daher die Hängestange KE mit einer Kraft $\frac{G}{6} + \frac{G}{6} = \frac{G}{3}$ und die Zugstange AE mit einer Kraft

$$\frac{G}{6} (\operatorname{cotg}.\delta - \operatorname{cotg}.\delta_1)$$

gespannt. Durch die ersten dieser beiden Kräfte wird V_2 verdoppelt, d. i. $= \frac{G}{3} + \frac{G}{3} = \frac{2}{3} G$, weshalb die Horizontalspannung des Kehlbalkens $H_2 = \frac{2}{3} G \operatorname{cotg}.\delta$ und daher der horizontale Sparrenschub in A:

$$H = H_1 + H_2 = S_1 \cos.\delta_1 + H_2 = \frac{1}{6} G \operatorname{cotg}.\delta + \frac{2}{3} G \operatorname{cotg}\delta = \frac{5}{6} G \operatorname{cotg}.\delta$$

ausfällt.

Die Durchzugstange ist endlich zwischen A und E mit der Kraft $H = \frac{5}{6} G \operatorname{cotg}.\delta$ und zwischen E und E mit der Kraft

$$H_3 = \frac{5}{6} G \operatorname{cotg}.\delta - \frac{1}{6} G (\operatorname{cotg}.\delta - \operatorname{cotg}.\delta_1) = \frac{2}{3} \operatorname{cotg}.\delta + \frac{1}{6} G \operatorname{cotg}.\delta_1$$

gespannt.

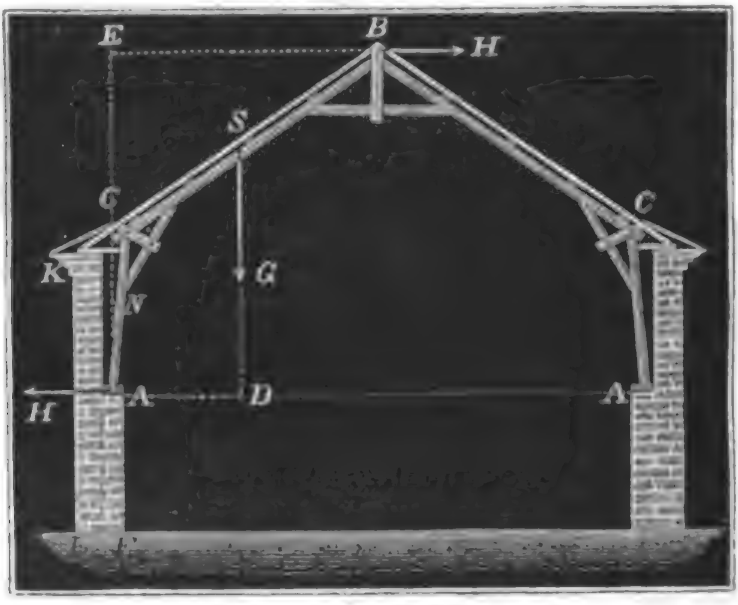
§. 49. Wenn ein Gespärre keinen Durchzug hat, so muß der Sparrenschub H von den Seiten- oder Stützmauern des Gebäudes aufgenommen werden, und es sind die Sparren durch Bänder und Zangen mit einander zu verbinden, so wie durch Streben zu stützen. In den Figuren 94, 95 und 96 (siehe folg. Seiten) sind drei solcher Gespärre abgebildet. Bei der Bestimmung des horizontalen Sparrenschubes gilt auch die §. 30 mitgetheilte Regel. Ist G das Gewicht des halben Gespärres ACB, ferner h die Höhe AE des Forstes B über dem Fuße des Gespärres und s der Horizontalabstand AD des letzteren Punktes von der vertikalen

Dachgeſpärre. Schwerlinie des Geſpärres, ſo hat man den Horizontalſchub im Fuße A und Scheitel B:

$$H = \frac{Gs}{h}.$$

Die Richtigkeit dieſer Formel wird durch die Verſuche Ardant's (ſiehe das am Ende des Kapitels angeführte Werk) vollkommen beſtätigt; nach dieſen iſt für die hier abgebildeten Geſpärre $H = 0{,}44\,G$. Es iſt hier-

Fig. 94.



nach leicht zu ermeſſen und auch die Verſuche Ardant's erweiſen, daß der Schub H um ſo kleiner ausfällt, je mehr ſich der Schwerpunkt der Sparrenlaſt dem Fußpunkte A des Sparrens in horizontaler Richtung nähert. Für ein halbkreisförmiges Sparrwerk mit gleichförmiger Belaſtung wäre z. B. nach I., §. 102, $\frac{s}{h} = 1 - {}^7/_{11} = {}^4/_{11}$, daher auch $H = {}^4/_{11}\,G = 0{,}36\,G$, während Ardant's Verſuche

$$H = 0{,}32\,G \text{ geben.}$$

Bildet das Geſpärre einen flachen Parabelbogen, ſo iſt nach §. 43 bei gleichmäßiger Belaſtung, der Sparrenſchub $Q = \frac{qb^2}{2a}$, d. i. $H = \frac{Gb}{2a}$, was mit der zuletzt gefundenen Formel $H = \frac{Gs}{h}$ ebenfalls übereinſtimmt, da b die halbe Spannweite und a die Dachhöhe (h) bezeichnet.

Bogengeſpärre, ſie mögen aus übereinander liegenden krumm gebogenen Holzſchienen, oder aus nebeneinander liegenden krumm geſchnittenen Holzbohlen beſtehen, geben denſelben Horizontalſchub wie gerade Geſpärre.

Gruppe 64. Die 6 Einzelbilder sind in Gruppe 64 Wandtafeln angeordnet und Bilder 1 bis 6 genannt. Bild 1 ist Wandtafel 1, Bild 2 ist Wandtafel 2 usw.

Wandtafel 1 ist Bild 1 der Gruppe 64. Sie ist 1,5 m hoch und 1,5 m breit. Sie ist in 3 Felder eingeteilt, die 1,5 m hoch und 0,5 m breit sind.

Wandtafel 1 ist die mit der Nr. 1 bezeichnete Wandtafel der Gruppe 64. Sie ist 1,5 m hoch und 1,5 m breit. Sie ist in 3 Felder eingeteilt, die 1,5 m hoch und 0,5 m breit sind. Das linke Feld ist mit $\sin \alpha$, das mittlere Feld mit $\cos \alpha$ und das rechte Feld mit $\operatorname{tg} \alpha$ überschrieben.

Das linke Feld enthält 1 Kreis, 1 $\sin \alpha$, 1 $\sin(-\alpha)$, 1 $\sin(90° + \alpha)$, 1 $\sin(90° - \alpha)$, 1 $\sin(180° + \alpha)$, 1 $\sin(180° - \alpha)$, 1 $\sin(270° + \alpha)$, 1 $\sin(270° - \alpha)$, 1 $\sin(360° + \alpha)$.

Abb. 61. Die Wandtafeln der 64. Gruppe nach Bild 1 bis 6 (Bild 1 ist nicht in Richtung der Wandtafeln fotografiert, sondern von der Seite, damit die Tafeln besser zu sehen sind).

Das mittlere Feld enthält 1 Kreis, 1 $\cos \alpha$, 1 $\cos(-\alpha)$, 1 $\cos(90° + \alpha)$, 1 $\cos(90° - \alpha)$, 1 $\cos(180° + \alpha)$, 1 $\cos(180° - \alpha)$, 1 $\cos(270° + \alpha)$, 1 $\cos(270° - \alpha)$, 1 $\cos(360° + \alpha)$.

Das rechte Feld enthält 1 Kreis, 1 $\operatorname{tg} \alpha$, 1 $\operatorname{tg}(-\alpha)$, 1 $\operatorname{tg}(90° + \alpha)$, 1 $\operatorname{tg}(90° - \alpha)$, 1 $\operatorname{tg}(180° + \alpha)$, 1 $\operatorname{tg}(180° - \alpha)$, 1 $\operatorname{tg}(270° + \alpha)$, 1 $\operatorname{tg}(270° - \alpha)$, 1 $\operatorname{tg}(360° + \alpha)$.

Wandtafel 2 ist Bild 2 der Gruppe 64. Sie ist 1,5 m hoch und 1,5 m breit. Sie ist in 3 Felder eingeteilt, die 1,5 m hoch und 0,5 m breit sind. Das linke Feld ist mit $\sin \alpha$, das mittlere Feld mit $\cos \alpha$ und das rechte Feld mit $\operatorname{tg} \alpha$ überschrieben.

Das linke Feld enthält 1 Kreis, 1 $\sin \alpha$, 1 $\sin(-\alpha)$, 1 $\sin(90° + \alpha)$, 1 $\sin(90° - \alpha)$, 1 $\sin(180° + \alpha)$, 1 $\sin(180° - \alpha)$, 1 $\sin(270° + \alpha)$, 1 $\sin(270° - \alpha)$, 1 $\sin(360° + \alpha)$.

Das mittlere Feld enthält 1 Kreis, 1 $\cos \alpha$, 1 $\cos(-\alpha)$, 1 $\cos(90° + \alpha)$, 1 $\cos(90° - \alpha)$, 1 $\cos(180° + \alpha)$, 1 $\cos(180° - \alpha)$, 1 $\cos(270° + \alpha)$, 1 $\cos(270° - \alpha)$, 1 $\cos(360° + \alpha)$.

Das rechte Feld enthält 1 Kreis, 1 $\operatorname{tg} \alpha$, 1 $\operatorname{tg}(-\alpha)$, 1 $\operatorname{tg}(90° + \alpha)$, 1 $\operatorname{tg}(90° - \alpha)$, 1 $\operatorname{tg}(180° + \alpha)$, 1 $\operatorname{tg}(180° - \alpha)$, 1 $\operatorname{tg}(270° + \alpha)$, 1 $\operatorname{tg}(270° - \alpha)$, 1 $\operatorname{tg}(360° + \alpha)$.

Setzen wir $\frac{\partial x}{\partial u} = \alpha_1$, $\frac{\partial x}{\partial v} = \alpha_2$, $\frac{\partial y}{\partial u} = \beta_1$, $\frac{\partial y}{\partial v} = \beta_2$, $\frac{\partial z}{\partial u} = \gamma_1$, $\frac{\partial z}{\partial v} = \gamma_2$, so ist

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} \beta_1 & \beta_2 \\ \gamma_1 & \gamma_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 \\ \alpha_1 & \alpha_2 \end{vmatrix}^2 = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{vmatrix}^2 \left(1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right)$$

und folglich $= \left(\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right)$. Es ist also $\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = \pm \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}$. Da $\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$ und $\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}$ beide positiv sind, so ist

$$\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}.$$

Beispiel. Es sei $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, $z = f(r)$. Dann ist

$$\frac{\partial(x,y)}{\partial(r,\varphi)} = \begin{vmatrix} \cos\varphi & -r\sin\varphi \\ \sin\varphi & r\cos\varphi \end{vmatrix} = r,$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = f'(r)\frac{x}{r}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = f'(r)\frac{y}{r}.$$

Hieraus folgt $\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} = \sqrt{1 + f'(r)^2}$.

Für das Abbrechen des Sparrens AC um ſeine Mitte N iſt dagegen, wenn l_1 die Länge, δ_1 den Neigungswinkel und G_1 das Gewicht deſſelben bezeichnet, das Moment Dachgeſpärre.

$$M_1 = \tfrac{1}{8} G_1 l_1 \cos.\delta_1 + \tfrac{1}{2} G (l \cos.\delta + l_1 \cos.\delta_1) - H (l \sin.\delta + \tfrac{1}{2} l_1 \sin.\delta_1).$$

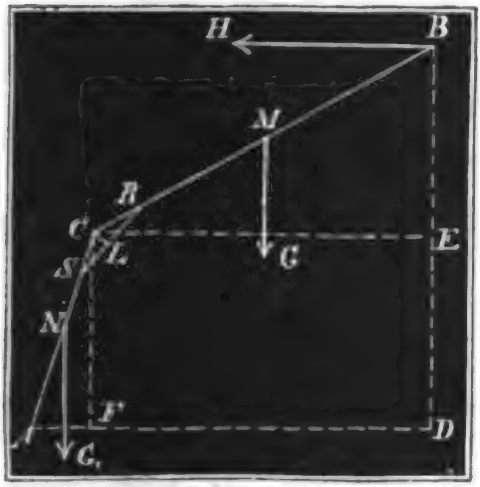
die Compreſſionskraft

$$S_1 = H \cos.\delta_1 + (G + \tfrac{1}{2} G_1) \sin.\delta_1,$$

und der Querſchnitt

$$b_1 h_1 = \frac{S_1}{500} + \frac{M_1}{200 h_1}.$$

Fig. 98.



Für eine Drehung um die Ecke C iſt das Moment

$$M_2 = \tfrac{1}{2} G l \cos.\delta - H l \sin.\delta,$$

und der nöthige Querſchnitt der Strebe RS

$$F = \frac{M_2}{\overline{CL} \cdot K_3} = \frac{M_2}{500 d'}$$

wenn d den Abſtand $\overline{CL}$ des Eckpunktes C von der Strebe RS bezeichnet.

Für dieſe Berechnung kann man folgende Erfahrungsreſultate zu Grunde legen.

Ein Quadratfuß Ziegeldach wiegt 13 Pfund,
" " Schieferdach " 8 "
" " Zinkdach " 5½ "

Hierzu kommt noch auf jeden Quadratfuß 15 bis 20 Pfund zufällige Belaſtung durch Schnee und Wind, und außerdem noch 0,15 bis 0,20 Cubikfuß Holz, welches an Gewicht 4,5 bis 12 Pfund ausmacht, da ein Cubikfuß Tannenholz 30 bis 40 Pfund und ein Cubikfuß Eichenholz 50 bis 60 Pfund wiegt.

Beiſpiel. Bei einem Ziegeldach, wie Fig. 95 und 96, ſei die Länge des oberen Sparrens: $BC = l = 30$ Fuß, die des unteren $AC = l_1 = 15{,}5$ Fuß, ferner der Neigungswinkel des erſteren $\delta = 30°$ und der des letzteren $\delta_1 = 75°$; man ſucht die nöthigen Stärken dieſer Conſtruction. Nehmen wir die Laſt des Daches auf jeden Quadratfuß $= 13 + 7 + 20 = 40$ Pfund, und ſetzen wir voraus, daß die Geſpärre 6 Fuß von einander abſtehen. Die ganze Laſt eines Sparrens AB iſt hiernach $G = 30 \cdot 6 \cdot 40 = 7200$ Pfund, und die eines Sparrens AC, $G_1 = 15{,}5 \cdot 6 \cdot 40 = 3720$ Pfund, folglich iſt der Sparrenſchub

$$H = [\tfrac{1}{2} G_1 l_1 \cos.\delta_1 + G (l_1 \cos.\delta_1 + \tfrac{1}{2} l \cos.\delta)] : (l \sin.\delta + l_1 \sin.\delta_1)$$
$$= [1860 . 15{,}5 . \cos.75° + 7200 (15{,}5 \cos.75° + 15 \cos.30°)] : (30 \sin.30° + 15{,}5 \sin.75°)$$
$$= (28830 \cdot 0{,}2588 + 7200 \cdot 17) : (15 + 14{,}97)$$
$$= \frac{129861}{29{,}97} = 4333 \text{ Pfund.}$$

Digitized by Google

Dachgeſpärre. Für den Bruch in der Mitte M des Balkens AC, Fig. 99, iſt nun das Moment

$$M = \tfrac{1}{2} H l \sin.\delta - \tfrac{1}{8} G l \cos.\delta = 2166{,}5 \,.\, 15 - 900 \,.\, 25{,}98$$
$$= 32497 - 23382 = 9115 \text{ Fußpfund} = 109380 \text{ Zollpfund},$$

und die Spannung

$$S = H \cos.\delta + \tfrac{1}{2} G \sin.\delta = 4333 \,.\, 0{,}8660 + 3600 \,.\, \tfrac{1}{2} = 5552 \text{ Pfd.},$$

folglich hat man für den Querſchnitt dieſes Sparrens:

$$bh = \frac{S}{500} + \frac{M}{200h} = \frac{5552}{500} + \frac{109380}{200h} = 11{,}1 + \frac{546{,}9}{h},$$

alſo, wenn man $h = \tfrac{7}{5} b$ macht, $\tfrac{49}{25} b^3 = 11{,}1 \,.\, \tfrac{7}{5} b + 546{,}9$, folglich die Sparrenbreite $b = \sqrt[3]{279 + 7{,}96} = 7$ Zoll und die Sparrenhöhe

$$h = \tfrac{7}{5} \,.\, 7 = \tfrac{49}{5} = 9\tfrac{4}{5}, \text{ alſo nahe 10 Zoll.}$$

Für den Bruch in der Mitte N des Sparrens AC iſt ferner das Moment

$$M_1 = \tfrac{1}{8} G_1 l_1 \cos.\delta_1 + \tfrac{1}{2} G (l \cos.\delta + l_1 \cos.\delta_1) - H (l \sin.\delta + \tfrac{1}{2} l_1 \sin.\delta_1)$$
$$= \tfrac{1}{8} \,.\, 3720 \,.\, 4{,}01 + 3600 \,(25{,}98 + 4{,}01) - 4333 \,(15 + 7{,}485)$$
$$= 465 \,.\, 4{,}01 + 3600 \,.\, 29{,}99 - 4333 \,.\, 22{,}485$$
$$= 109828 - 97428 = 12400 \text{ Fußpfund} = 148800 \text{ Zollpfund},$$

und die Spannung

$$S_1 = H \cos.\delta_1 + (G + \tfrac{1}{2} G_1) \sin.\delta_1$$
$$= 4333 \,.\, 0{,}2588 + (7200 + 1860) \,.\, 0{,}5$$
$$= 1121 + 4530 = 5651 \text{ Pfund};$$

hiernach hat man für den Querſchnitt dieſes Sparrens

$$b_1 h_1 = \frac{5651}{500} + \frac{148800}{200 h_1}$$
$$= 11{,}3 + \frac{744}{h_1},$$

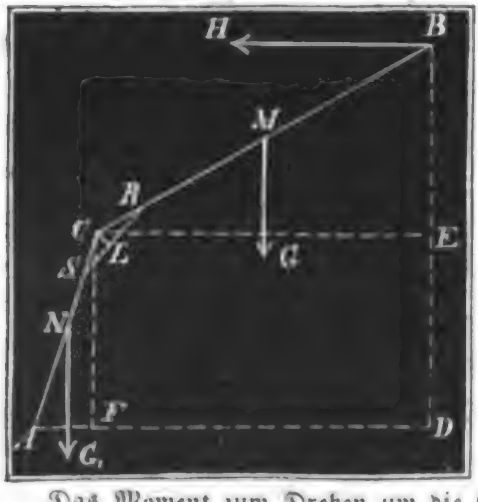
folglich, wenn man $h_1 = \tfrac{7}{5} b_1$ nimmt, die Sparrenbreite

$$b_1 = \sqrt[3]{379 + 8{,}07 \, b_1} = 7{,}6 \text{ Zoll},$$

und die Sparrendicke

$$h_1 = 1{,}4 \,.\, b_1 = 10{,}64 \text{ Zoll}.$$

Fig. 99.



Das Moment zum Drehen um die Sparrenecke C iſt endlich

$$M_2 = \tfrac{1}{2} G l \cos.\delta - H l \sin.\delta = 3600 \,.\, 25{,}98 - 4333 \,.\, 15$$
$$= 93528 - 64995 = 28533 \text{ Fußpfund};$$

ſteht demnach die Strebe RS um $CL = 1$ Fuß von C ab, ſo iſt der nöthige Querſchnitt dieſer Strebe:

$$F = \frac{28533}{500} = 57 \text{ Quadratzoll}.$$

Aus dem Horizontalſchube $H = 4333$ Pfund und dem Abſtande $a = 6$ Fuß je zweier Geſpärre von einander folgt der Horizontalſchub für den laufenden Fuß Mauer $H_1 = \frac{4333}{6} = 722$ Pfund, und ebenſo aus der Laſt $G = 10920$ Pfund eines Geſpärres der Vertikaldruck auf den laufenden Fuß Mauer

$$G_1 = \frac{10920}{6} = 1820 \text{ Pfund};$$

iſt nun noch die innere Mauer AF, Fig. 97, 30 Fuß hoch und 1 Fuß dick, hat

Lehrsatz 6. Sind a_1, a_2, a_3, a_4 vier Punkte einer Ebene, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ vier Ebenen, so ist

$$(a_1 a_2 a_3 a_4)(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4) = (a_1 \alpha_1)(a_2 \alpha_2)(a_3 \alpha_3)(a_4 \alpha_4).$$

Lehrsatz 7. Sind a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 fünf Punkte einer Ebene, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$ fünf Ebenen, so ist

$$(a_1 a_2 a_3 a_4 a_5)(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5) = (a_1 \alpha_1)(a_2 \alpha_2)(a_3 \alpha_3)(a_4 \alpha_4)(a_5 \alpha_5).$$

Lehrsatz 8. Sind $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ sechs Punkte einer Ebene, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ sechs Ebenen, so ist

$$(a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6)(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6) = (a_1 \alpha_1)(a_2 \alpha_2)(a_3 \alpha_3)(a_4 \alpha_4)(a_5 \alpha_5)(a_6 \alpha_6).$$

§ 3. Die projectivischen Eigenschaften dieser vielfach mit einander verbundenen Punkte und Ebenen sind nun leicht zu übersehen. Die Verbindungslinie von a_1 und a_2 schneidet die Verbindungsebene von a_3, a_4, a_5 in einem Punkte b_{12}, und die Verbindungsebene von α_1 und α_2 schneidet den Punkt $(\alpha_3 \alpha_4 \alpha_5)$ in einer Ebene β_{12}. Ebenso sind $b_{13}, b_{14}, b_{15}, b_{16}$ und $\beta_{13}, \beta_{14}, \beta_{15}, \beta_{16}$ bestimmt. Es ist $b_{12} = b_{21}$, $\beta_{12} = \beta_{21}$ u. s. w.

Lehrsatz 9. Sind $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ sechs Punkte einer Ebene, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ sechs Ebenen, so ist

$$(a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6)(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6) = (b_{12} \beta_{12})(b_{13} \beta_{13})(b_{14} \beta_{14})(b_{15} \beta_{15})(b_{16} \beta_{16}).$$

Beweis. Es ist

$$(a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6)(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6) = (a_1 a_2 b_{12} a_3 a_4 a_5)(\alpha_1 \alpha_2 \beta_{12} \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5)$$

$$= (a_1 \alpha_1)(a_2 \alpha_2)(b_{12} \beta_{12})(a_3 \alpha_3)(a_4 \alpha_4)(a_5 \alpha_5)$$

$$= (b_{12} \beta_{12})(a_1 \alpha_1)(a_2 \alpha_2)(a_3 \alpha_3)(a_4 \alpha_4)(a_5 \alpha_5)$$

$$= (b_{12} \beta_{12})(b_{13} \beta_{13})(b_{14} \beta_{14})(b_{15} \beta_{15})(b_{16} \beta_{16}).$$

Durch Lehrsatz 9 ist der Wert der Function $(a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6)(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 \alpha_6)$ gefunden.

Lehrgerüſte.

$$Q_2 = (G_1 + G_2)\, sin.\, \alpha_2 - Q_1\, cos.\, (\alpha_1 - \alpha_2)$$
$$- \varphi\,[(G_1 + G_2)\, cos.\, \alpha_2 - Q_1\, sin.\, (\alpha_1 - \alpha_2)]$$
$$= (G_1 + G_2)\, (sin.\, \alpha_2 - \varphi\, cos.\, \alpha_2)$$
$$- Q_1\,[cos.\, (\alpha_1 + \alpha_2) - \varphi\, sin.\, (\alpha_1 - \alpha_2)].$$

Auf demſelben Wege findet man die Kraft in der Richtung E_3F_3 zum Stützen des dritten Gewölbſteines:

$$Q_3 = (G_1 + G_2 + G_3)\, (sin.\, \alpha_3 - \varphi\, cos.\, \alpha_3)$$
$$- Q_1\,[cos.\, (\alpha_1 - \alpha_3) - \varphi\, sin.\, (\alpha_1 - \alpha_3)]$$
$$- Q_2\,[cos.\, (\alpha_2 - \alpha_3) - \varphi\, sin.\, (\alpha_2 - \alpha_3)];$$

ebenſo die Kraft gegen das Herabgleiten eines vierten Steines E_4F_4:

$$Q_4 = (G_1 + G_2 + G_3 + G_4)\, (sin.\, \alpha_4 - \varphi\, cos.\, \alpha_4)$$
$$- Q_1\,[cos.\, (\alpha_1 - \alpha_4) - \varphi\, sin.\, (\alpha_1 - \alpha_4)]$$
$$- Q_2\,[cos.\, (\alpha_2 - \alpha_4) - \varphi\, sin.\, (\alpha_2 - \alpha_4)]$$
$$- Q_3\,[cos.\, (\alpha_3 - \alpha_4) - \varphi\, sin.\, (\alpha_3 - \alpha_4)].$$

U. ſ. w.

Dieſe Kräfte ſind auch wirklich von dem Lehrgerüſte unmittelbar vor dem Schluſſe des Gewölbes aufzunehmen.

Es iſt übrigens hiernach leicht zu ermeſſen, daß der Druck eines Gewölbſteines gegen das Lehrgerüſte abnimmt, wenn man über denſelben nach und nach noch andere Gewölbſteine legt. Der erſte Gewölbſtein, welcher einen Druck auf das Gerüſte ausübt, liegt über der Fuge, deren Neigungswinkel α_n durch die Gleichung $tang.\, \alpha_n = \varphi$ (I., §. 159) beſtimmt iſt. Kommt nun auf dieſen ein zweiter Stein G_{n-1} mit der Fugenneigung α_{n-1}, ſo hat man dann die Kraft zum Stützen dieſes Steines

$$Q_{n-1} = G_{n-1}\, (sin.\, \alpha_{n-1} - \varphi\, cos.\, \alpha_{n-1}),$$

und die zum Stützen des erſteren:

$$Q_n = (G_n + G_{n-1})\, (sin.\, \alpha_n - \varphi\, cos.\, \alpha_n)$$
$$- Q_{n-1}\,[cos.\, (\alpha_{n-1} - \alpha_n) - \varphi\, sin.\, (\alpha_{n-1} - \alpha_n)]$$
$$= - Q_{n-1}\,[cos.\, (\alpha_{n-1} - \alpha_n) - \varphi\, sin.\, (\alpha_{n-1} - \alpha_n)],$$

alſo negativ. Es iſt folglich wohl nöthig, die Gewölbſteine in den Seiten des Gewölbes gegen das Ausſchieben durch Belaſtung von oben zu ſchützen.

§. 52. Die Lehrgerüſte beſtehen in der Regel aus zwei, drei oder mehreren Kränzen, welche von unten durch Streben unterſtützt werden, und durch Latten, die ſogenannten Schaallatten (franz. couchis, engl. bolstres) bedeckt werden, auf die nun die Gewölbſteine mit ihren inneren Flächen zu liegen kommen. Die Streben ſtemmen ſich entweder gegen die Widerlagspfeiler, oder ſie kommen auf feſteingerammte Pfähle oder auf beſonders zu dieſem Zwecke aufgeführte Pfeiler zu ſtehen. Damit ſich das durch die Gewölbſteine belaſtete Gerüſte ſo wenig wie möglich in

Hans Hilfer, 47 Jahre, und H. Mark, 43 Jahre, jetzt 50 Jahre. Beide sind Physiker. Hilfer, der in Berlin und Heidelberg studierte, ist Professor für Physik an der Technischen Hochschule Darmstadt. Mark, der in Wien studierte, ist Professor für Physik an der Universität Wien. Beide haben sich durch Arbeiten über Röntgenstrahlen und Kristallstruktur einen Namen gemacht. Hilfer ist Mitherausgeber der Zeitschrift für Physikalische Chemie, Mark der Zeitschrift für Physik. Beide sind Mitglieder der Akademie der Wissenschaften in Wien. Hilfer ist Mitglied der Deutschen Akademie der Naturforscher Leopoldina in Halle. Mark ist Ehrenmitglied der Akademie der Wissenschaften in Krakau. Hilfer ist Ehrenmitglied der Akademie der Wissenschaften in Lissabon. Mark ist korrespondierendes Mitglied der Akademie der Wissenschaften in Madrid. Hilfer ist Ehrenmitglied der Akademie der Wissenschaften in Neapel. Mark ist korrespondierendes Mitglied der Akademie der Wissenschaften in Turin. Hilfer ist korrespondierendes Mitglied der Akademie der Wissenschaften in Amsterdam. Mark ist korrespondierendes Mitglied der Akademie der Wissenschaften in Göttingen. Hilfer ist korrespondierendes Mitglied der Akademie der Wissenschaften in Wien. Mark ist korrespondierendes Mitglied der Akademie der Wissenschaften in Wien. Hilfer ist korrespondierendes Mitglied der Akademie der Wissenschaften in Wien. Mark ist korrespondierendes Mitglied der Akademie der Wissenschaften in Wien.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

Fig. 12.

Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 15.

Fig. 16.

Fig. 17.

Fig. 18.

Fig. 19.

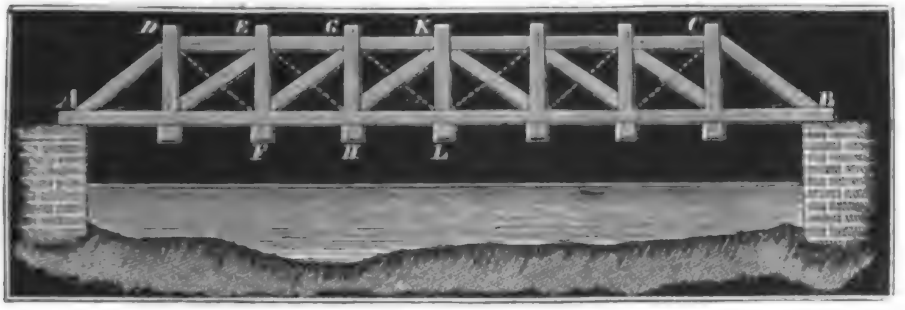
Fig. 20.

Fig.

FG... und die diagonalen Zangen oder Bänder HK, LM . . . mit dem Bogen verbunden. Hölzerne Brücken.

Zu den aus zuſammengeſetzten oder durchbrochenen Balken beſtehenden Brücken gehört gewiſſermaßen ſchon die in Fig. 105 abgebildete Brücke

Fig. 105.



von Palladio. Es iſt hier $ABCD$ ein gewöhnliches Hängewerk; der Spannriegel beſteht aber aus kürzeren Stücken DE, EG . . ., welche ſich gegen zwiſchen eingeſetzte Hängeſäulen EF, GH . . . ſtemmen, die den Balken oder die Rippe AB mittels Träger F, H . . . unterſtützen. Zwiſchen je zwei Hängeſäulen ſind die Streben FG, HK . . . eingeſetzt, welche der Conſtruction erſt eine größere Haltbarkeit geben, weil ſie durch ihre rückwirkende Feſtigkeit der Verſchiebung der Rechtecke EH, GL . . . in ſchiefwinkelige Parallelogramme entgegenwirken, welche bei der Biegung des Ganzen eintritt. Statt dieſer Streben kann man auch Eiſenſtäbe EH, GL . . . einziehen, welche durch ihre abſolute Feſtigkeit der Verſchiebung der Parallelogramme entgegenwirken. In dieſer Art iſt z. B. von Wernwag die obere Schuylbill-Brücke bei Philadelphia ausgeführt; da dieſe Brücke auch auf dreifachen Bogenrippen ruht, ſo gehört ſie jedoch mehr dem zweiten Syſteme an.

Ein Stück einer Gitterbrücke nach Howe's Plan zeigt Fig. 106 (auf folg. Seite). Die Rippen AB und CD ſind hier durch Streben AE, EF, CG, GH . . . und durch eiſerne Bolzen AC, EG . . . ſo mit einander verbunden, daß eine Verſchiebung nicht leicht möglich iſt. Es iſt übrigens die Feſtigkeit eines ſolchen Gitterbalkens nach der Formel

$$Pl = \frac{WK}{e} = \frac{Fh^2}{4h} K = \frac{Fh}{4} K,$$

in welcher F den Querſchnitt eines einfachen Balkens AB und CD, und h den Abſtand $AC = BD$ beider Balken von einander bezeichnet, Pl aber das Brechungsmoment ausdrückt, zu berechnen.

Anmerkung. Die größeren Holzbrücken haben zum Theil noch größere Spannweiten als die ſteinernen Brücken. Bei der oberen Schuylbill-Brücke

Abb. 1. Kelch aus Silber mit Vergoldung und Emaillen, 1. Hälfte des 14. Jahrhunderts. Aus dem Stift Heiligenkreuz bei Baden. Jetzt im Schatzhause der Wiener Hofburg. Nach Ilg, Kunstgewerbe.

Die Kunstwerke sind nicht für alle Menschen da. Sie sind nicht für die Menschen da, die sich nicht um sie kümmern, die sie nicht kennen lernen wollen. Sie sind nicht für die Menschen da, die sie nicht verstehen können. Sie sind nicht für die Menschen da, die sie nicht genießen können. Sie sind nicht für die Menschen da, die sie nicht lieben können. Sie sind nicht für die Menschen da, die sie nicht hassen können. Sie sind nicht für die Menschen da, die sie nicht verachten können. Sie sind nicht für die Menschen da, die sie nicht vergessen können. Sie sind nicht für die Menschen da, die sie nicht ignorieren können. Sie sind nicht für die Menschen da, die sie nicht zerstören können. Sie sind nicht für die Menschen da, die sie nicht verbrennen können. Sie sind nicht für die Menschen da, die sie nicht begraben können. Sie sind nicht für die Menschen da, die sie nicht vergessen können. Sie sind nicht für die Menschen da, die sie nicht ignorieren können. Sie sind nicht für die Menschen da, die sie nicht zerstören können. Sie sind nicht für die Menschen da, die sie nicht verbrennen können. Sie sind nicht für die Menschen da, die sie nicht begraben können.

Abb. 2. Kelch aus Silber mit Vergoldung und Emaillen, 1. Hälfte des 14. Jahrhunderts. Aus dem Stift Heiligenkreuz bei Baden. Jetzt im Schatzhause der Wiener Hofburg. Nach Ilg, Kunstgewerbe.

Fig. 107. Ansicht der Brücke über den Rhein bei Worms, nach einer Photographie.

Fig. 108.

Die zweigleisige, rund 700 m lange Eisenbahnbrücke besteht, wie Fig. 108 und Querschnitt Fig. 109 bis 111, aus drei Öffnungen, einer Mittelöffnung von 112 m und zwei Seitenöffnungen von je 94 m Lichtweite, die durch Fachwerkträger überspannt sind.

Fig. 109. Querschnitt durch die Mittelöffnung der Eisenbahnbrücke über den Rhein bei Worms. Maßstab 1 : 200.

Figur. Die Bekleidung hat die verschiedensten mehr oder weniger reichen Abänderungen erfahren, wie wir dieses schon bei den Griechen und Römern gesehen haben, und wie es auch bei den Völkern des Mittelalters und der Neuzeit der Fall ist.

Kleid, gegen Kälte, aus Leinwand, Wolle und Fell in der Mongolei. Nach Prof. Dr. Bretschneider in Petersburg.

§. 64. Bekleidung der Völker des Mittelalters. Die Bekleidung der Völker des Mittelalters, wie sie uns in den Miniaturen der Handschriften, in den Glasgemälden, Elfenbeinschnitzereien, Siegeln, Münzen, Grabsteinen, Wandgemälden, Holzschnitzereien, Kupferstichen und Holzschnitten entgegentritt, ist eine sehr mannigfaltige. Sie ist nicht nur bei den verschiedenen Völkern, sondern auch bei ein und demselben Volke in den verschiedenen Jahrhunderten des Mittelalters eine sehr verschiedene gewesen. Wir können hier nur einige Hauptformen der Bekleidung anführen.

Die Bekleidung der Germanen bestand in einem Hemde, einer Hose, einem Rocke, einem Mantel und einer Kopfbedeckung. Das Hemd war von Leinwand, die Hose von Leder, der Rock von Wolle, der Mantel von Wolle oder Pelz, die Kopfbedeckung von Leder oder Pelz. Die Hose reichte bis an die Knöchel und wurde mit Riemen befestigt. Der Rock reichte bis an die Knie und wurde mit einem Gürtel zusammengehalten. Der Mantel wurde mit einer Spange auf der Brust befestigt. Die Kopfbedeckung war eine Mütze oder ein Hut. Die Füße waren mit Schuhen bekleidet, welche mit Riemen befestigt wurden. Die Bekleidung der Frauen bestand in einem Hemde, einem Unterrocke, einem Oberrocke, einem Mantel und einer Kopfbedeckung. Das Hemd war von Leinwand, der Unterrock von Wolle, der Oberrock von Wolle oder Leder, der Mantel von Wolle oder Pelz, die Kopfbedeckung von Leder oder Pelz. Der Unterrock reichte bis an die Knöchel, der Oberrock bis an die Knie. Der Mantel wurde mit einer Spange auf der Brust befestigt. Die Kopfbedeckung war eine Mütze oder ein Hut. Die Füße waren mit Schuhen bekleidet, welche mit Riemen befestigt wurden.

Fig. 1.—Photograph of Mr. Ernest Wilson's Model Aeroplane in Flight.

Fig. 1 shows the machine in flight, and Fig. 2 is a plan of the machine. The total weight of the machine is 2 lbs. 12 ozs., and the total area of the supporting surfaces is 4 square feet. The machine is driven by a single screw propeller, which is driven by a rubber band. The machine is launched by hand, and it flies for a distance of about 100 feet. The machine is very stable in flight, and it can be easily controlled by the operator. The machine is made of wood and paper, and it is very light in weight. The machine is a very interesting model, and it is a good example of the application of the principles of aerodynamics to the design of flying machines.

Fig. 16.—Ground-plan of the Church of the Ascension at Kolomenskoe, near Moscow, built by Vasili III. in 1532 to commemorate the birth of his son Ivan.

Fig. 17.—Ground-plan of the Church of the Intercession on the Moat, Moscow, built by Ivan IV. in 1555 to commemorate the capture of Kazan.

1888 Fig. 1. Ein Stück der Maschine von der Seite. Fig. 2. Ansicht von oben. Fig. 3. Ansicht von vorn. Fig. 4. Ansicht von hinten. Fig. 5. Ansicht von unten. Fig. 6. Ansicht von der Seite. Fig. 7. Ansicht von vorn. Fig. 8. Ansicht von hinten. Fig. 9. Ansicht von unten. Fig. 10. Ansicht von der Seite. Fig. 11. Ansicht von vorn. Fig. 12. Ansicht von hinten. Fig. 13. Ansicht von unten. Fig. 14. Ansicht von der Seite. Fig.

fläche $= b$, so können wir das Biegungsmoment für beide setzen: Röhrenbrücken.

$$W_2 \cdot \frac{E}{r} = 2 \cdot bd \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2 \frac{E}{r} = \frac{bh^2 d}{2} \frac{E}{r}.$$

Ist ferner die Höhe der Zellen über dem Boden und unter dem Deckel $= h_1$, so haben wir das Biegungsmoment der Deckflächen der Zellen:

$$W_3 \cdot \frac{E}{r} = \frac{(h-2h_1)^2 b\,d}{2} \frac{E}{r} = \tfrac{1}{2}(h-2h_1)^2\, b\,d\,\frac{E}{r}.$$

In sofern die Höhe h_1 der Zellen klein ist gegen die ganze Röhrenhöhe h, kann man endlich das Biegungsmoment der n Zellenwände setzen:

$$W_4 \cdot \frac{E}{r} = n \cdot 2h_1\, d \cdot \left(\frac{h-h_1}{2}\right)^2 \frac{E}{r} = \tfrac{1}{2} n\,(h-h_1)^2\, h_1\, d\,\frac{E}{r}.$$

Hiernach ist nun das Biegungsmoment der ganzen Brückenröhre:

$$(W_1+W_2+W_3+W_4)\frac{E}{r} = \left[\frac{h^3}{3}+bh^2+b(h-2h_1)^2+nh_1(h-h_1)^2\right]\frac{d.E}{2r}.$$

Das Gewicht einer Röhre sammt ihren Zellen ist bei einer gleichmäßigen Dicke d:

$$G = (2h+4b+2nh_1)\,.\,ld\,.\,\gamma,$$

wenn l die Länge der Brücke und γ die Dichtigkeit des Schmiedeeisens bezeichnet. Durch die hinzukommenden Rippen, Nieten u. s. w. wird dasselbe um die Hälfte größer, daher läßt sich

$$G = 3\,(h+2b+nh_1)\,ld\gamma \text{ setzen.}$$

Zu diesem Gewichte der leeren Brücke kommt noch die zufällige Last von 100 Tonnen eines Dampfwagenzuges, oder ungefähr die Last Q von 25 Tonnen $= 25\,.\,2172 = 54300$ Pfund in der Mitte, folglich läßt sich das Moment der Kraft, mit welcher die Brücke gebogen wird, setzen:

$$\frac{Q}{2}\cdot\frac{l}{2} + \frac{G}{4}\cdot\frac{l}{2} = \left(Q+\frac{G}{2}\right)\frac{l}{4} = [Q+\tfrac{3}{2}(h+2b+nh_1)\,ld\gamma]\,\frac{l}{4}.$$

Endlich ist hiernach für den Gleichgewichtszustand zwischen der Last und der Festigkeit der Brücke, da nach I., §. 200, $\frac{E}{K} = \frac{r}{e} = \frac{r}{\frac{1}{2}h}$ ist,

$$[Q+\tfrac{3}{2}(h+2b+nh_1)\,ld\,.\,\gamma]\,\frac{l}{4} = \left[\frac{h^3}{3}+bh^2+b\,(h-2h_1)^2+nh_1(h-h_1)^2\right]\frac{d.K}{h},$$

und es läßt sich hiernach eine Dimension der Röhre, z. B. die Höhe h derselben, berechnen, wenn der Sicherheitsmodul K gegeben ist.

Wenn wir nun noch das Gewicht eines Cubikzolles Eisens 0,294 Pfund annehmen, so können wir daher bei der Berechnung einer Röhrenbrücke folgende Formel zu Grunde legen:

$$Q = \frac{4dK}{hl}\left[\frac{h^3}{3}+bh^2+b(h-2h_1)^2+nh_1(h-h_1)^2\right] - 0{,}441(h+2b+nh_1)\,ld.$$

Röhrenbrücken. Die Größe der Einbiegung der Röhrenbrücke in der Mitte läßt sich durch die bekannte Formel (s. I., § 193)

$$a = (Q + {}^5/_8 G)\,\frac{l^3}{48\,WE}$$

berechnen. Vielfältigen Beobachtungen zu Folge fällt jedoch diese Einbiegung noch größer aus, wenn sich die Last Q über der Brücke weg bewegt, und nimmt auch mit der Geschwindigkeit dieser Last zu. (Siehe die unten citirten Werke von Becker und Dempsey.) Um keine der Haltbarkeit nachtheiligen Durchbiegungen zu erhalten, soll man daher stets mit einer mäßigen Geschwindigkeit über diese wegfahren.

Anmerkung. Bei den Festigkeitsversuchen, welche Hodgkinson an Röhren von kreisförmigen, elliptischen und rectangulären Querschnitten angestellt hat, wurde nicht nur bestätigt, daß die letzteren unter übrigens gleichen Umständen mehr Stärke besitzen, sondern auch noch dargethan, daß die an beiden Enden aufliegende und in der Mitte belastete Röhre von oben herein, also durch Zerdrücken und nicht durch Zerreißen zerbricht. Es hat daher das Schmiedeeisen mit dem Holze die Eigenschaft gemein, daß es dem Zerreißen mehr widersteht als dem Zerdrücken, während es beim Gußeisen umgekehrt ist (s. I., §. 202). Deshalb versieht man denn auch die Decke der Röhre mit mehr Zellen, als den Boden.

Beispiel. Welchen Festigkeitsmodul besitzt eine Rohrenbrücke von 400 Fuß Länge, 30 Fuß Höhe und 14 Fuß Breite, wenn dieselbe aus Eisenblech von ${}^5/_8$ Zoll Stärke zusammengesetzt und an jeder der beiden Grundflächen mit 7 Zellen von 2 Fuß Höhe verstärkt wird und wenn sie außer ihrem Gewichte noch eine Last von 50000 Pfund in der Mitte tragen soll?

Es ist hier $l = 400 \,.\, 12$, $h = 30 \,.\, 12$, $h_1 = 2 \quad 12$,
$b = 14 \,.\, 12$, $d = {}^5/_8$ und $n = 7$, daher

$$K = \frac{[Q + 0{,}441\,(h + 2b + n h_1)\,l d]\,hl}{4d\left[\frac{h^3}{3} + b h^2 + b\,(h - 2h_1)^2 + n h_1\,(h - h_1)^2\right]}$$

$$= \frac{[50000 + 0{,}441 \,.\, 144 \,.\, 400 \,.\, {}^5/_8\,(30 + 2 \,.\, 14 + 7 \,.\, 2)] \,.\, 30 \,.\, 400}{4 \,.\, {}^5/_8 \,.\, 12\,\left(\frac{30^3}{3} + 14 \,.\, 30^2 + 14 \,.\, 26^2 + 12 \,.\, 28^2\right)}$$

$$= \frac{400\,(50000 + 441 \,.\, 36 \,.\, 70)}{9000 + 12600 + 9464 + 9408} = \frac{400 \,.\, 1161320}{40472}$$

$= 10894$ Pfund.

Nach der Tabelle auf Seite 249, Bd. I., ist $K = 55000$ Pfund, folglich hiernach die Sicherheit eine fünffache. Durch Versuche ist gefunden worden im Mittel $K = 15$ Tonnen $= 32580$ Pfund, wornach die Sicherheit nur die dreifache wäre. Nimmt man den Elasticitätsmodul des Schmiedeeisens

$E = 26'000000$ Pfund, setzt die zufällige Last

$Q = 50000$ Pfund, das Gewicht der leeren Brücke

$G = 3(h + 2b + n h_1)\,l d \gamma = 2 \,.\, 1161320 = 2322640$ Pfund,

und das Maaß des Biegungsmomentes:

$$W = \left(\frac{h^3}{3} + l h^2 + b\,(h - 2h_1)^2 + n h_1\,(h - h_1)^2\right)\frac{d}{2} = 40472 \,.\, 1728 \,.\, {}^5/_{16}$$

$$= 202360 \,.\, 108 = 21854880,$$

so erhält man die entsprechende Durchbiegung der Röhre in der Mitte: Röhrenbrücken.

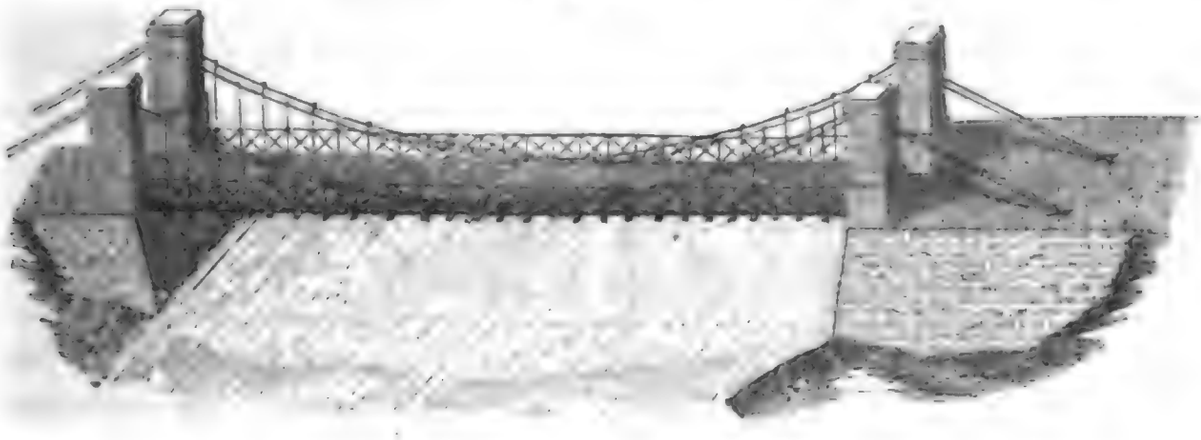
$$a = (Q + \tfrac{5}{8}\, G)\,\frac{l^3}{48\,WE} = \frac{(50000 + 1451650)\,.\,64000000\,.\,1728}{48\,.\,12647\,.\,1728\,.\,26000000}$$

$$= \frac{1501650\,.\,64}{48\,.\,12647\,.\,26} = \frac{500550\,.\,2}{12647\,.\,13} = \frac{1001100}{164411} = 6 \text{ Zoll.}$$

Wenn durch die Verbindung des Eisenbleches mittels Rippen und Nieten die Röhre eine größere Steifigkeit erlangt, so wird allerdings diese Einbiegung kleiner. Uebrigens bewirkt die zufällige Belastung nur $\frac{50000}{1501650} = \frac{1}{30}$ dieser Einbiegung, d. i. nur $\frac{1}{5}$ Zoll.

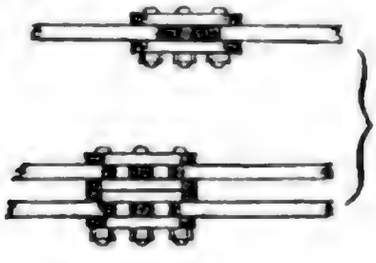
§. 57. Eigenthümliche Constructionen sind die Hänge- oder Ketten- Kettenbrücken.
brücken (franz. ponts suspendus; engl. suspension-bridges). Sie unterscheiden sich dadurch von den Stein-, Holz- und Eisenbrücken, daß ihre Bahn an Ketten oder Seilen aufgehängt oder von diesen unterstützt wird. In der Regel findet das Aufhängen statt, daher der Name Hängebrücken. Die mit starker Kraft gespannten Ketten oder Seile liegen über zwei oder mehreren Pfeilern und sind mit ihren Enden an Felsen oder Mauerwerk angeschlossen, wie Fig. 121 vor Augen führt. Die Ketten (franz. chaînes; engl. chains) bestehen aus schmiedeeisernen Gliedern, die durch cylindrische Bolzen mit einander verbunden sind; Seile

Fig. 121.



(franz. câbles; engl. cables), welche man zuweilen statt der Ketten anwendet, werden aus Stahl- oder Eisendraht zusammengedreht. Die einzelnen Glieder sind von 1 Zoll Dicke, 3 bis 6 Zoll Höhe, und etwa 10 Fuß Länge. Meist hängt man mehrere Ketten über und neben einander, und verbindet die neben einander hängenden durch Blätter und Bolzen, wie in Figur 122 vorgestellt wird. Die Drahtseile bestehen aus Drähten von $\frac{1}{2}$ bis $1\frac{1}{2}$ Linien Dicke und erhalten einen Durchmesser von 1 bis $2\frac{1}{2}$ Zoll. Das Hängewerk (franz. suspensoires;

Fig. 122.



Kettenbrücken. engl. suspending rods) besteht entweder aus schmiedeeisernen Stangen oder aus Drahtseilen von etwa 1 Zoll Stärke. Die Hängestangen AB, A_1B_1 sind durch Bolzen an den Verbindungsblättern aufgehangen, wie Fig. 123 zeigt, die Hängeseile AB, Fig. 124 und 125, hingegen sind mittels Oehren oder Haken mit den Hauptseilen verbunden. Die Querbalken oder Unterzüge C, C_1, auf welchen die ganze Brückenbahn ruht, sind in dem einen Falle wie Fig. 123 und im andern wie Fig. 125 an die Hängeeisen befestigt; es geht nämlich entweder die Hängestange durch den unten mit einer Eisenplatte bedeckten Tragbalken hindurch und es wird ihr durchlochtes oder schraubenförmiges Ende B verkeilt, oder durch eine starke Mutter verschraubt, oder es wird der Tragbalken mit einem Bügel umgeben, dessen hakenförmiger Kopf in das untere Oehr des Hängeseiles einhakt. Ueber den Tragbalken liegen in der Richtung der Längenaxe die Längenschwellen und 3 Zoll dicke Bohlen, und darüber kommt wieder quer über ein Lager von Bohlen, oder eine Holzpflasterung u. s. w. zu liegen. Meist hat man zwei Ketten oder Kettensysteme über einander, weshalb die Zahl der Hängestäbe noch einmal so groß ist, als die Zahl der Glieder einer Kette und die Entfernung von je zwei Hängestäben etwa nur 5 Fuß beträgt.

Fig. 123.

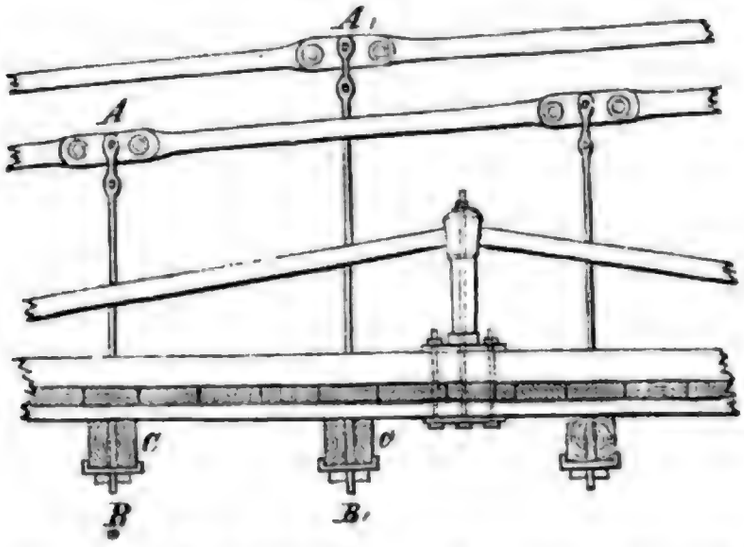


Fig. 124.

Fig. 125.

Die Breite der Brückenbahn richtet sich allerdings nach dem Zwecke der Brücke, allein man kann für die Laufbahn mindestens 3 Fuß, und für eine Fahrbahn 7 bis $7\frac{1}{2}$ Fuß rechnen, und erhält daher, wenn man die Barriere u. s. w. einrechnet, für eine Doppelbrücke eine Totalbreite von circa 25 Fuß.

Fig. 1. Prague: Apartment Block, Vinohrady

Fig. 2. Prague: Apartment Block, Vinohrady

Fig. 3. Prague: Apartment Block, Vinohrady

Fig. 4. Prague: Apartment Block, Vinohrady

Fig. 1.

Fig. 1. Shows a Wheatstone bridge arranged for measuring the resistance of a galvanometer coil. The resistance of the coil is placed in the gap between the terminals *a* and *b*, and the resistance of the bridge wire is adjusted until the galvanometer needle remains at zero when the key is depressed. The resistance of the coil is then equal to the resistance of the bridge wire between the points *a* and *b*.

Fig. 2.

Fig. 2. Shows a Wheatstone bridge arranged for measuring the resistance of a galvanometer coil. The resistance of the coil is placed in the gap between the terminals *a* and *b*, and the resistance of the bridge wire is adjusted until the galvanometer needle remains at zero when the key is depressed. The resistance of the coil is then equal to the resistance of the bridge wire between the points *a* and *b*.

Fig. 3.

Fig. 3. Shows a Wheatstone bridge arranged for measuring the resistance of a galvanometer coil. The resistance of the coil is placed in the gap between the terminals *a* and *b*, and the resistance of the bridge wire is adjusted until the galvanometer needle remains at zero when the key is depressed. The resistance of the coil is then equal to the resistance of the bridge wire between the points *a* and *b*.

man bei der Spannweite $BD = 2b$, bei der Bogenhöhe $AC = a$, für den Winkel $CBT = CDT = \alpha$, welchen die Kettenenden B und D mit dem Horizonte einschließen, $tang.\,\alpha = \frac{CT}{BC} = \frac{2a}{b}$ (I., §. 144). Sind die Aufhängepunkte B und D, Fig. 129, in verschiedenem Niveau, so liegt der Kettenscheitel A nicht in der Mitte und es haben auch die Kettenenden verschiedene Neigungen. Setzen wir die Coordinaten AC und $BC = a$ und b, und die Coordinaten AF und $FD = a_1$ und b_1, bezeichnen wir die ganze Spannweite BE durch s und den Höhenunterschied DE beider Aufhängepunkte durch h, so haben wir $h = a - a_1$, $s = b + b_1$ und $\frac{a}{a_1} = \frac{b^2}{b_1^2}$, es folgt daher aus h, s und a: Kettenbrücken.

1) $a_1 = a - h$, 2) $b = \frac{s}{1 + \sqrt{\frac{a_1}{a}}}$, 3) $b_1 = s - b = \frac{s}{1 + \sqrt{\frac{a}{a_1}}}$,

und für die Neigungswinkel α und α_1 der Kettenenden:

$$tang.\,\alpha = \frac{2a}{b} \text{ und } tang.\,\alpha_1 = \frac{2a_1}{b_1}.$$

Die Länge der Kettenstücke $AB = l$ und $AD = l_1$ ist endlich noch: $l = b\left[1 + \frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]$ und $l_1 = b_1\left[1 + \frac{2}{3}\left(\frac{a_1}{b_1}\right)^2\right]$ (I., §. 147).

Giebt man nun die Entfernung e zwischen je zwei Hängestangen, so erhält man die Anzahl derselben auf die Länge $BC = b$, $n = \frac{b}{e}$; und setzt man nun noch in der Gleichung $x = \frac{y^2}{b^2}a$ statt y die Werthe o, e, $2e$, $3e$, $4e$ u. s. w., so erhält man die Längen der Hängestangen: $0, \frac{e^2}{b^2}a, \frac{4e^2}{b^2}a, \frac{9e^2}{b^2}a$ u. s. w., oder $0, \frac{a}{n^2}, \frac{4a}{n^2}, \frac{9a}{n^2}$ u. s. w., wenn man hierzu noch ein paar Zolle addirt.

Aus dem Gewichte G der belasteten Kettenhälfte AB ergiebt sich die Horizontalspannung der ganzen Kette: $H = G\ cotg.\,\alpha = \frac{b}{2a}G$ und die vollständige Kettenspannung am Ende:

$$S = \frac{G}{sin.\,\alpha} = \frac{\sqrt{b^2 + 4a^2}}{2a} \cdot G.$$

Kennt man die Festigkeitsmodul der Spannketten und Hängestangen, so kann man nun die erforderlichen Querschnitte dieser Theile finden. Nach den Erfahrungen in Frankreich kann man für Spannketten die größte Belastung auf 1 Quadratmillimeter 12 Kilogramme und für Spannseile aus Eisendraht 18 Kilogramme Tragkraft annehmen. Da

Kettenbrücken. die Hängestäbe noch die Stöße der Wagen u. s. w. aufzunehmen haben, so belastet man sie gar nur mit $1\frac{1}{2}$ Kilogrammen auf 1 Quadratmillimeter. Auf das Preuß. Maaß reducirt, läßt sich hiernach setzen, für die Spannketten auf einen Quadratzoll 17500 Pfund, für Spannseile 26300 und für die Hängestäbe 2190 Pfund Maximalbelastung.

Stärke der Ketten und Seile. §. 60. Um die Querschnittsverhältnisse einer Hängebrücke auszumitteln, hat man nicht allein auf das Gewicht der Brückenbahn, sondern auch noch auf die größte zufällige Belastung durch Menschen, Thiere und Lastwagen Rücksicht zu nehmen, und diese kann man, nach Navier, auf 200 Kilogramme für 1 Quadratmeter Brückenfläche, d. i. auf 42 Pfund für 1 Quadratfuß annehmen, in welchem Falle allerdings ein dichtes Gedränge noch nicht vorkommen darf. Aus dieser Maximallast berechnen sich nun auch nach der Lehre der relativen Festigkeit die Querschnitte der Quer- und Längenbalken, Bohlen u. s. w. und hieraus folgt wieder das Gewicht der ganzen Brückenbahn. Setzen wir nun die Summe aus diesem constanten Gewichte und jener Maximalbelastung $= Q$, die mittlere Länge einer Hängestange $= c$ und den Festigkeitsmodul der Tragstangen $= K$, so haben wir nach l., §. 188 den Querschnitt der Hängestangen $F = \frac{Q}{K - c\gamma}$, also wenn man c in Fußen giebt, und das Gewicht γ eines Cubikzolles Schmiedeeisen 0,294 Pfund setzt:

$$1) \quad F = \frac{Q}{K - 3{,}53\,c}.$$

Hiernach haben nun sämmtliche Hängestangen das Gewicht

$$G = 3{,}53\,Fc = \frac{3{,}53\,Qc}{K - 3{,}53\,c}, \text{ annähernd}$$

$$= \left(1 + \frac{3{,}53\,c}{K}\right) \cdot \frac{3{,}53\,Qc}{K} = 3{,}53\,\frac{Qc}{K}.$$

Ist F_1 der Querschnitt der Spannkette, so hat man deren Gewicht

$$G_1 = F_1 l\gamma = 2F_1 b\gamma \cdot \left[1 + \tfrac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right],$$

folglich ist die ganze Belastung der Spannketten:

$$Q + G + G_1 = Q + 3{,}53\,Fc + 2\left[1 + \tfrac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] F_1 b\gamma,$$

und daher die Maximalspannung derselben:

$$S = \frac{Q + G + G_1}{2\sin.\,\alpha} = \frac{Q + 3{,}53\left(Fc + 2\left[1 + \tfrac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] F_1 b\right)}{2\sin.\,\alpha}.$$

Ist K_1 der Festigkeitsmodul für die Spannketten, so kann man auch setzen $S = F_1 K_1$, daher folgt Stärke der Ketten und Seile.

$$2 F_1 K_1 \sin.\alpha = Q + 3{,}53 \left(Fc + 2 \left[1 + \tfrac{2}{3} \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right] F_1 b \right),$$

so daß nun der gesuchte Querschnitt der Spannketten:

$$2)\quad F_1 = \frac{\tfrac{1}{2} Q + 1{,}765\, Fc}{K_1 \sin.\alpha - 3{,}53\, b \left[1 + \tfrac{2}{3} \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right]}$$ sich ergiebt.

Beispiel. Man soll für eine Kettenbrücke von 150 Fuß Spannweite, 15 Fuß Bogenhöhe und 25 Fuß Breite die nöthigen Querschnittsverhältnisse berechnen. Geben wir über die ganze Breite 45 Hängeeisen, so bekommen wir $45 - 1 = 44$ Theile. und daher die Entfernung zwischen je zwei Hängeeisen $= \frac{150}{44} = 3{,}409$ Fuß.

Es folgen nun die Längen dieser Eisen, von der Mitte ausgegangen: $0, \frac{15}{22^2} = 0{,}031$,

$4 . \frac{15}{22^2} = 0{,}124, 9 . \frac{15}{22^2} = 0{,}279, 16 . \frac{15}{22^2} = 0{,}496, 25 . \frac{15}{22^2} = 0{,}775$ Fuß u. s. w.,

oder, wenn man hierzu 2 Zoll addirt: 2 Zoll, 2,37, 3,49, 5,35, 7,95, 11,30 Zoll u. s. w. Die Maximalbelastung der halben Brückenbahn ist $75.25.42 = 78750$ Pfd., und wiegt nun die übrigens vollkommen armirte halbe leere Brückenbahn ebenso viel, so erhalten wir die Last $\frac{1}{2} Q = 157500$ Pfund. Die mittlere Länge eines Hängeeisens ist der Quadratur der Parabel zu Folge (s. den Ingenieur S. 253) ein Drittel der Bogenhöhe a, also hier mit Einschluß von 2 Zoll Uebermaaß $c = \frac{15}{3} + \frac{1}{6} = 5{,}167$ Fuß. Folglich hat man den Querschnitt sämmtlicher Hängeeisen

$$F = \frac{Q}{K - 3{,}53\, c} = \frac{315000}{2190 - 3{,}53 . 5{,}17} = \frac{315000}{2172} = 145 \text{ Quadratzoll}.$$

Es ist also der Querschnitt eines Hängestabes $\frac{F}{90} = \frac{145}{90} = 1{,}61$ Quadratzoll, und der Durchmesser desselben $d = 1{,}43$ Zoll.

Nimmt man $K_1 = 17500$ Pfund und

$$\sin.\alpha = \frac{2a}{\sqrt{b^2 + 4a^2}} = \frac{30}{\sqrt{75^2 + 30^2}} = \frac{1}{\sqrt{6{,}25 + 1}} = 0{,}3714,$$

so erhält man den Querschnitt der Spannketten:

$$F_1 = \frac{\tfrac{1}{2} Q + 1.765\, Fc}{K_1 \sin.\alpha - 3{,}53 b \left[1 + \tfrac{2}{3} \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right]} = \frac{157500 + 1{,}765 . 145 . 5{,}167}{17500.0{,}3714 - 3{,}53.75(1 + \tfrac{2}{3}.0{,}04)}$$

$$= \frac{157500 + 1322}{6499 - 272} = \frac{158822}{6227} = 25{,}5 \text{ Quadratzoll},$$

also bei vier Spannketten, der Querschnitt einer jeden:

$$\frac{F}{4} = 6{,}375 \text{ Quadratzoll}.$$

§. 61. Die Spannketten werden durch die angehängte Last verlängert und nehmen dadurch auch eine größere Bogenhöhe an, auch geht aus dem Temperaturwechsel eine Veränderung in der Kettenlänge hervor, welche Verlängerung der Ketten.

Verlängerung der Ketten.

wieder eine Veränderung in der Bogenhöhe zur Folge hat. Beides müssen wir daher noch kennen lernen. Wenn die Bogenhöhe a in a_1 übergeht, so geht die Länge $l = b\left[1 + \frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]$ in $l_1 = b\left[1 + \frac{2}{3}\left(\frac{a_1}{b}\right)^2\right]$ über, und es folgt daher die Verlängerung der Kette:

$\lambda_1 = l_1 - l = \frac{2}{3}\left(\frac{a_1^2 - a^2}{b}\right) = \frac{2}{3}\frac{(a_1 - a)(a_1 + a)}{b}$, oder, die Vergrößerung $a_1 - a$ der Bogenhöhe mit δ bezeichnet und annähernd $a + a_1 = 2a$ gesetzt, $\lambda_1 = \frac{4}{3} \cdot \frac{a}{b}\,\delta$, also für die ganze Kette $\lambda = \frac{8}{3} \cdot \frac{a}{b}\,\delta$, umgekehrt aber $\delta = \frac{3}{8} \cdot \frac{b}{a}\,\lambda$. Nun folgt aber aus dem Gewichte G der halben Kettenbrücke die Horizontalspannung oder Spannung im Scheitel, $H = G\,colg.\,\alpha$ und die Maximalspannung oder Spannung an den Enden: $S = \frac{G}{sin.\,\alpha}$; es läßt sich daher im Mittel die Spannung $= \frac{H + S}{2}$ $= \frac{G\,(1 + cos.\,\alpha)}{2\,sin.\,\alpha}$ und die von ihr bewirkte Ausdehnung der Spannketten setzen: $\lambda = \frac{(1 + cos.\,\alpha)}{2\,sin.\,\alpha} \cdot \frac{G}{FE} \cdot 2l$ (I. §. 183), wofür annähernd $\lambda = \frac{2Gb}{FE\,sin.\,\alpha}$ anzunehmen ist. Führen wir diesen Werth in den Ausdruck für δ ein, so erhalten wir die gesuchte Vergrößerung der Bogenhöhe bei der belasteten Spannkette: $\delta = \frac{3}{8} \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{2Gb}{FE\,sin.\,\alpha} = \frac{3}{4}\frac{G}{FE\,sin.\,\alpha} \cdot \frac{b^2}{a}$, oder, $sin.\,\alpha = \frac{2a}{\sqrt{b^2 + 4a^2}}$ annähernd $= \frac{2a}{b}$ gesetzt, folgt

$$\delta = \frac{3}{8} \cdot \frac{G}{FE} \cdot \frac{b^3}{a^2}.$$

Das Schmiedeeisen nimmt bei jedem Centesimalgrad Wärmezunahme um 0,0000122 an Länge zu; es ist daher diese Zunahme bei t^0 Temperaturveränderung und für die ganze Spannkette $= 0{,}0000122 \cdot 2lt$ $= 0{,}0000244 \cdot lt$. Setzen wir diesen Werth in die Formel für δ, so folgt die der Temperaturzunahme t entsprechende Vergrößerung der Bogenhöhe:

$$\delta = \frac{3}{8} \cdot \frac{b}{a} \cdot 0{,}0000244 \cdot lt, \text{ oder annähernd}$$

$$= 0{,}00000915 \cdot t \cdot \frac{b^2}{a}.$$

Ebenso bestimmt sich die Verkürzung bei einer Temperaturabnahme.

Verlängerung der Ketten.

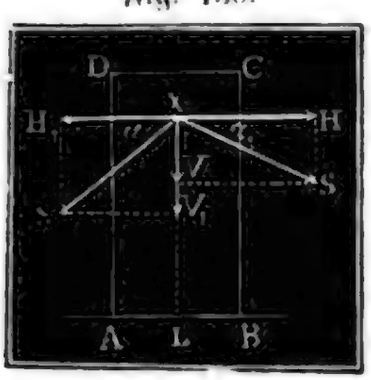
Beiſpiel. Behalten wir die Werthe des Beiſpieles im letzten Paragraphen bei, ſo erhalten wir die Vergrößerung der Bogenhöhe, welche der Belaſtung entſpricht, und wenn wir den Elaſticitätsmodul E des Stabeiſens $= 29000000$ (I., §. 189) ſetzen, und zur Belaſtung 158882 Pfund noch das halbe Gewicht der Spannketten, d. i. $Fb\left[1+\frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]\gamma = 25{,}5\ .\ 268{,}5 = 6841{,}6$ Pfd. hinzufügen, alſo $G = 158882 + 6841{,}6 = 165666$ Pfund annehmen,

$$\delta = \frac{3}{8}\cdot\frac{165666}{25{,}5\ .\ 29000000}\cdot\frac{900^3}{180^2} = \frac{1342}{639} = 2{,}1 \text{ Zoll.}$$

Bei einem Temperaturwechſel von 20° ſtellt ſich dieſe Veränderung $= 0{,}00000915\ .\ 20\ .\ \frac{900^2}{180} = 0{,}4$ Zoll heraus.

Pfeiler und Widerlager.

Fig. 130.



§. 62. Ein wichtiger Gegenſtand iſt noch die Beſtimmung der Dimenſionen der Pfeiler und der Widerlagsmauern. Sind S und S_1 die Spannungen der Kettenenden, Fig. 130, und α und α_1 ihre Neigungswinkel, ſo hat man den Vertikaldruck auf den Pfeiler: $V_2 = V + V_1 = S\,sin.\,\alpha + S_1 sin.\,\alpha_1$, und den Horizontaldruck, da die Horizontalſpannungen einander entgegenwirken, $H_2 = H - H_1 = S\,cos.\,\alpha - S_1\,cos.\,\alpha_1$. Iſt nun h die Höhe, b die Breite und d die Dicke AB eines Pfeilers, deſſen Dichtigkeit aber $= \gamma$, ſo hat man das Gewicht deſſelben: $G = bdh\gamma$, und den geſammten Vertikaldruck $= V_2 + G = S\,sin.\,\alpha + S_1 sin.\,\alpha_1 + bdh\gamma$. Damit aber die Horizontalkraft $H_2 = H - H_1$ den Pfeiler nicht umſtürze um die Kante B, iſt es nöthig, daß das ſtatiſche Moment $H_2 . LX = H_2 h = (S\,cos.\,\alpha - S_1\,cos.\,\alpha_1)\,h$ von dem ſtatiſchen Momente $(V_2 + G)\,BL = (S\,sin.\,\alpha + S_1 sin.\,\alpha_1 + b\,d\,h\,\gamma)\,\frac{b}{2}$ übertroffen werde, daß alſo

$$b^2 + \left(\frac{S\,sin.\,\alpha + S_1 sin.\,\alpha_1}{dh\gamma}\right) b > \frac{2\,(S\,cos.\,\alpha - S_1\,cos.\,\alpha_1)}{d\gamma} \text{ oder}$$

$$b^2 + \left(\frac{V + V_1}{dh\gamma}\right) b > \frac{2\,(H - H_1)}{d\gamma} \text{ ſei.}$$

Uebrigens iſt der Sicherheit wegen für $S\,cos.\,\alpha$ der größte und für $S_1\,cos.\,\alpha_1$ der kleinſte Werth zu ſetzen, alſo anzunehmen, daß S vollkommen, S_1 aber unbelaſtet ſei. Dieſe Formel ſetzt voraus, daß die Kräfte S und S_1 vollkommen übertragen werden auf den Pfeilerkopf, was allerdings nur eintritt, wenn die Reibung auf dieſem die Differenz $S - S_1$ der Spannungen übertrifft. Nach I., §. 175, iſt dieſe Reibung:

$F = \left[\left(1 + 2\varphi\,sin\,\frac{\beta}{2}\right)^n - 1\right] S_1$, wenn φ den Reibungscoefficienten, n die Zahl der auf dem Pfeilerkopfe aufliegenden Kettenglieder und β den

PROP. XVIII. THEOR. XIII.

Similar pyramids are to one another in the triplicate ratio of their homologous sides.

Let ABCD, EFGH be similar pyramids, and let AB be the homologous side to EF; the pyramid ABCD is to the pyramid EFGH in the triplicate ratio of that which AB has to EF.

For let the pyramid ABCD be completed, and let the parallelopipeds AK, EL be completed upon the bases BCM, FGN, and the solids AK, EL, which are the halves of the parallelopipeds, shall be equal to the pyramids ABCD, EFGH (XI. 39. Cor.). And because the pyramid ABCD is similar to the pyramid EFGH, the angle ABC is equal to the angle EFG, and the angle ABM to the angle EFN, and the angle CBM to the angle GFN; and as AB is to EF, so is BC to FG, and so is BM to FN; and the sides about the equal angles are proportionals; therefore the parallelogram MB is similar to the parallelogram NF, and the parallelogram CM to the parallelogram GN, and the parallelogram AM to the parallelogram EN; and the three parallelograms MB, CM, AM are equal and similar to the three NF, GN, EN, each to each (XI. 24.). And because the equal plane angles of the solid parallelopiped AK are equal to the equal plane angles of the solid parallelopiped EL, and the similitude of the figures is the same, the parallelopiped AK is similar to the parallelopiped EL; and they are contained by three similar and equal parallelograms in the one, and by three similar and equal parallelograms in the other; therefore the parallelopiped AK is to the parallelopiped EL in the triplicate ratio of that which AB has to EF (XI. Def. 10.). But as the parallelopiped AK is to the parallelopiped EL, so is the pyramid ABCD to the pyramid EFGH (XII. 15.); therefore the pyramid ABCD is to the pyramid EFGH in the triplicate ratio of that which AB has to EF.

Q. E. D.

Pfeiler und Widerlager.

Beiſpiel. Bei der in den Beiſpielen der vorſtehenden Paragraphen behandelten Kettenbrücke iſt die Vertikalkraft der belaſteten Kette: $V = 165666$ Pfd., und die der unbelaſteten $V_1 = V - 78750 = 86916$ Pfund; wird nun noch $\frac{a}{r} = \frac{1}{4}$ und $\varphi = \frac{1}{4}$ angenommen, ſo iſt die Zapfenreibung zwiſchen den Rollen $= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot (165666 + 86916) = 15786$ Pfund viel kleiner als die Differenz der Spannungen, und es tritt daher eine Bewegung der Kette und ein Umdrehen der Rollen ein, welches ſo lange fortgeht, bis die eine Spannung ſo viel zu- und die andere ſo viel abgenommen hat, daß die Differenz wirklich nur 15786 Pfd. beträgt. Iſt nun die Pfeilerhöhe 16 Fuß, die Dicke 4 Fuß und die Dichtigkeit der Mauermaſſe $= 130$ Pfd., ſo hat man für die nöthige Pfeilerbreite $b^2 + \frac{252582}{16.4.130} . b = \frac{2 \,.\, 15786 \, cos. \alpha}{4 \,.\, 130}$, d. i. $b^2 + 30{,}4b = \frac{15786 \,.\, 0{,}9285}{260}$ $= 56{,}36$. Hiernach folgt $b = \frac{56{,}36 - b^2}{30{,}4} = 1{,}75$ Fuß, wofür der Sicherheit wegen vielleicht das Dreifache, d. i. 5,25 Fuß zu nehmen iſt. Die nöthige Länge der Widerlagsmauer hat man, wenn wir $h = 16$ und $d = 16$ Fuß ſetzen, $l = \frac{2 \, S \, sin. \, \alpha}{h d \gamma} = \frac{2 \,.\, 165666}{16 \,.\, 10 \,.\, 130} = 15{,}9$ Fß., wofür vielleicht 30 Fß. zu nehmen iſt.

Schlußanmerkung. Zum weiteren Studium der Holz- und Eiſenconſtruction ſind folgende Schriften zu empfehlen:

1) Eytelwein's Stativ und Gerſtner's Mechanik.
2) Navier, Résumé des leçons sur l'application de la mécanique. I. p. Paris 1833. Auch deutſch von Wesphal, unter dem Titel: »Mechanik der Baukunſt«.
3) Ardant, theoretiſch-praktiſche Abhandlung über Anordnung und Conſtruction der Sprengwerke von großer Spannweite, aus dem Franzöſiſchen von Kaven. Hannover 1844
4) Persy, Cours de stabilité des constructions. Lithographie de l'école d'application à Metz.
5) Sganzin, Cours de constructions. Paris 1840.
6) M. Becker, die gußeiſernen Brücken der badiſchen Eiſenbahnen. Carlsruhe 1847.
7) Cresy, An Encyclopaedia of Civil-Engineering. London 1847.
8) Dempsey, Iron, applied to Railway Structures.
9) — Malleable Iron Bridges.
10) — Examples for iron roofs etc.
11) Fairbairn, An Account of the Construction of the Britannia- and Conway-Tubular-Bridges etc.

Ueber Ketten- und Hängebrücken kann man nachleſen in Gerſtner's Mechanik, Band I., worin beſonders die Hammerſmith- und die Menai-Kettenbrücke ausführlich abgehandelt werden, ferner in Navier's Rapport et Mémoire sur les ponts suspendus, Paris 1823; worin nicht nur die allgemeine Theorie vorgetragen, ſondern auch eine in Paris über die Seine aufgehangene Kettenbrücke beſchrieben wird, welche leider durch das Nachgeben der Pfeiler unbrauchbar wurde und deshalb wieder abgetragen werden mußte. Vollſtändige Kenntniß über die Kaiſer-Franz-Kettenbrücke verſchafft man ſich aus einer beſonderen Schrift von Hennig. Eine gedrängte Zuſammenſtellung über Kettenbrücken

Pfeiler und Widerlager.

findet man im erſten Bande von Sganzin's Cours des Constructions. Ueber die in Frankreich ſehr häufig angewendeten Drahtbrücken handelt Seguin (d. Aelt.) in ſeinem Mémoire sur les ponts en fil de fer. Nächſtdem findet man in den Annales des ponts et chaussées viele Abhandlungen über Hängebrücken. Auch findet man noch im Jahrgange 1842 dieſer Annalen eine Abhandlung über Hängebrücken aus Bandeiſen. Ueber engliſche Hängebrücken wird auch noch gehandelt in den Verhandlungen des preußiſchen Gewerbevereines, Jahrgang 5 und 11.

Zweite Abtheilung.

Die Anwendung der Mechanik auf Maschinen.

Digitized by Google

Einleitung.

§. 63. Maſchinen (franz. und engl. machines) heißen alle künſtlichen Vorrichtungen, durch welche Kräfte in den Stand geſetzt werden, mechaniſche Arbeiten zu verrichten. Sie ſind inſofern von den Bauwerken (franz. constructions; engl. structures) verſchieden, als dieſe den Zweck haben, nur den Gleichgewichtszuſtand zwiſchen den Kräften verſchiedener Körper herzuſtellen. Inſtrumente oder Werkzeuge (franz. und engl. instruments) ſind von den Maſchinen weſentlich nicht verſchieden; ſie dienen nur zur Verrichtung kleiner Arbeiten durch Menſchenhände. Maſchinen.

Bei jeder Maſchine iſt zu unterſcheiden Kraft und Laſt oder Widerſtand Kraft (franz. force; engl. power) iſt die Urſache der Bewegung, und Laſt oder Widerſtand (franz. und engl. résistance) iſt Das, was der Kraft entgegenwirkt, und deſſen Ueberwindung Zweck der Maſchine iſt. Die Körper, deren Kräfte zur Bewegung von Maſchinen verwendet werden, heißen Beweger, Motoren (franz. moteurs; engl. motors); dieſe Kräfte ſelbſt ſind aber vorzüglich die animaliſchen Kräfte, die Schwerkraft, die Trägheit, Elaſticität, Expanſivkraft u. ſ. w. (I., §. 60). Laſt oder Widerſtand iſt aber zu überwinden, indem man Körper von einem Orte nach einem andern bringt, oder Körper in ihrer Form verändert, z. B. zertheilt, zuſammendrückt u. ſ. w.

An jeder Maſchine laſſen ſich in der Regel drei Haupttheile unterſcheiden. Der erſte Haupttheil dient zur Aufnahme der Kraft, und heißt deshalb die Kraft- oder Umtriebsmaſchine (franz. récepteur; engl. receiver), der zweite Haupttheil dient zur unmittelbaren Verrichtung der Arbeit, und heißt deshalb die Laſt-, Ausübungs- oder Arbeitsmaſchine (franz. opérateur, outil; engl. operator), und der dritte dient zur Verbindung beider, indem er die Bewegung der Kraftmaſchine auf die Arbeitsmaſchine überträgt, ſie dem Zwecke entſprechend verändert u. ſ. w.; er heißt deshalb die Verbindungs- oder Zwiſchenmaſchine (franz. com-

Maschinen. municateur; engl. communicator). Bei einer gewöhnlichen Mahlmühle ist z. B. das Wasserrad die Umtriebsmaschine, der armirte umlaufende Mühlstein die Arbeitsmaschine und das Räderwerk zwischen beiden die Zwischenmaschine (das Zwischengeschirr).

Anmerkung. Nicht bei allen Maschinen treten diese drei Haupttheile vollständig getrennt hervor, namentlich fehlt die Zwischenmaschine zuweilen ganz, weil die Umtriebsmaschine manchmal schon diejenige Bewegung hat, welche zur Verrichtung einer gewissen Arbeit nöthig ist. Bei einem gewöhnlichen Schubkarren sind die drei Haupttheile ganz mit einander vereinigt; die Handhaben lassen sich als den kraftaufnehmenden, die Schenkel als den fortpflanzenden und der Kasten als den ausübenden Maschinentheil ansehen, doch machen alle drei nur einen einzigen Körper aus.

Leistung. §. 64. Die Wirkung, Leistung oder der Effect einer Maschine (franz. effet; engl. effect), wird durch die in einer Minute oder Secunde verrichtete Arbeit (s. I., §. 67) oder durch das Product aus der Kraft und dem in der Zeiteinheit zurückgelegten Wege gemessen. Ist P die Kraft und s der in jeder Secunde wirklich zurückgelegte oder einer Secunde entsprechende Weg, so hat man demnach als Maaß der Leistung einer Maschine: $L = Ps$ Pfundfuß (Fußpfund) oder Kilogrammeter.

Es ist sehr gewöhnlich, sich noch einer größeren Einheit, von 75 Kilogrammeter oder 510 Fußpfund zum Messen der Maschinenleistungen zu bedienen, und diese Einheit eine Pferdekraft (franz. cheval-vapeur; engl. horse-power) zu nennen.

Es ist auch nothwendig, Nutz-, Neben- und Totalleistung einer Maschine von einander zu unterscheiden. Nutzleistung (franz. effet utile; engl. useful effect) ist diejenige, deren Ueberwindung die Maschine bezweckt, welche auch wirklich verrichtet wird; Nebenleistung (franz. effet perdu; engl. lost effect, impeding effect) ist diejenige Wirkung, welche die Maschine durch die Reibung, Steifigkeit, Stöße u. s. w. ohne Nutzen consumirt; Totalleistung (franz. effet total, effet absolut; engl. whole-effect) ist die Summe beider oder das dem Motor innewohnende oder ihm entnommene Arbeitsvermögen. Eine Maschine ist um so vollkommener, je kleiner ihre Nebenleistung in Hinsicht auf die Nutz- oder Totalleistung, oder je größer ihre Nutzleistung in Hinsicht auf die Totalleistung ist, je weniger also Wirkung durch die Maschine beim Uebertragen vom Motor auf den Widerstand verloren geht. Man bedient sich deshalb des Verhältnisses der Nutzleistung zur Totalleistung als Maaß zur Beurtheilung der Vollkommenheit einer Maschine, und nennt dieses die relative Leistung oder den Wirkungsgrad einer Maschine. Ist L die Total-, L_1 die Nutz- und L_2 die Nebenleistung, so hat man den Wirkungsgrad $\eta = \frac{L_1}{L} = \frac{L - L_2}{L}$. Eine Maschine ist hiernach um so vollkomme-

ner oder um so zweckmäßiger eingerichtet, je mehr sich ihr Wirkungsgrad der Einheit nähert. Da sich die Nebenhindernisse, z. B. die Reibung u. s. w., nie ganz beseitigen lassen, so ist es allerdings nie möglich, den Wirkungsgrad einer Maschine auf Eins zu bringen. Leistung.

Beispiel. Ein Pochwerk besteht aus 20 Stempeln, wovon jeder 250 Pfd. schwer ist und in jeder Minute 40 Mal 1 Fuß hoch gehoben wird; die Umtriebsmaschine desselben besteht in einem Wasserrade, welches ein Wasserquantum von 260 Cubikfuß pr. Min. bei 20 Fuß Gefälle aufnimmt. Man sucht die Wirkungsverhältnisse dieser Maschine. Die Nutzleistung pr. Sec. ist $\frac{20 \cdot 250 \cdot 40 \cdot 1}{60}$ $= 3333\frac{1}{3}$ Fußpfund $= 6\frac{1}{2}$ Pferdekräfte; die Totalleistung aber, da in jeder Secunde $\frac{260}{60}$ Cubikfuß $= \frac{260 \cdot 66}{60} = 286$ Pfd. Wasser 20 Fuß hoch herabsinken, $= 286 \cdot 20 = 5720$ Fußpfund, $= 11{,}2$ Pferdekräfte; die Nebenleistung $= 5720 - 3333\frac{1}{3} = 2386\frac{2}{3}$ Fußpfund $= 4{,}7$ Pferdekräfte; der Wirkungsgrad der Maschine endlich, $\eta = \frac{3333\frac{1}{3}}{5720} = 0{,}583$.

§. 65. Auch die Last einer Maschine ist in Nutz- und Nebenlast zu unterscheiden; da aber die Kraft, Nutz- und Nebenlast in der Regel an verschiedenen Punkten angreifen, so läßt sich die Kraft nicht unmittelbar der Summe aus der Nutz- und Nebenlast gleichsetzen, sondern es erfordert dieses Gleichsetzen erst eine Reduction. Diese Reduction ist aber mit Hülfe der gleichzeitigen Wege der verschiedenen Angriffspunkte einer Maschine auszuführen. Legt die Kraft P den Weg s zurück, während die Nutzlast P_1 den Weg s_1 und die Nebenlast den Weg s_2 macht, so hat man $Ps = P_1 s_1 + P_2 s_2$, daher $P = \frac{s_1}{s} P_1 + \frac{s_2}{s} P_2$. Nutz- und Nebenlast.

Man nennt den Punkt einer Maschine, in welchem die Kraft (P) angreift oder angreifend gedacht werden kann, den Kraftpunkt, und den Punkt, in welchem die Last (P_1 und P_2) unmittelbar wirkt, den Laſtpunkt und erhält in $\frac{s_1}{s} P_1$ die auf den Kraftdruck reducirte Nutz-, so wie in $\frac{s_2}{s} P_2$ die ebendahin reducirte Nebenlast; es ist also die Kraft gleich der Summe aus der auf den Kraftpunkt reducirten Nutz- und der ebendahin reducirten Nebenlast. Auch ist $P_1 = \frac{s}{s_1} P - \frac{s_2}{s_1} P_1$, d. i. die Nutzlast ist die Differenz aus der auf den Laſtpunkt reducirten Kraft und aus der ebendahin reducirten Nebenlast.

Hiernach läßt sich auch der Wirkungsgrad einer Maschine:

$\eta = \frac{P_1 s_1}{Ps} = \frac{s_1}{s} P_1 : P = P_1 : \frac{s}{s_1} P$, d. i. dem Quotienten aus der auf

Figure 1.3.1 Solution curves for $y' = y^2 - x$.

Solution curves for $y' = y^2 - x$ are shown in Figure 1.3.1. Observe that the curves appear to be approaching the parabola $y^2 = x$ as x increases. Is this true? Can you prove it?

Example 1.3.2 Consider the differential equation

$$y' = \frac{x}{y}.$$

Here $f(x, y) = x/y$ is defined for all (x, y) with $y \neq 0$. Thus, the rectangle R in Theorem 1.3.1 can be any rectangle in the xy-plane that does not intersect the x-axis. Therefore, if (x_0, y_0) is any point with $y_0 \neq 0$, then there is a unique solution of the differential equation such that $y(x_0) = y_0$.

Solution curves for this equation are shown in Figure 1.3.2. Observe that the curves appear to be approaching the lines $y = x$ and $y = -x$ as x increases. Is this true? Can you prove it?

Figure 1.3.2 Solution curves for $y' = x/y$.

Example 1.3.3 Consider the differential equation

$$y' = \frac{x}{y^2 - 4}.$$

Here $f(x, y) = x/(y^2 - 4)$ is defined for all (x, y) with $y \neq \pm 2$. Thus, the rectangle R in Theorem 1.3.1 can be any rectangle in the xy-plane that does not intersect the lines $y = 2$ or $y = -2$. Therefore, if (x_0, y_0) is any point with $y_0 \neq \pm 2$, then there is a unique solution of the differential equation such that $y(x_0) = y_0$.

Solution curves for this equation are shown in Figure 1.3.3. Observe that the curves appear to be approaching the lines $y = 2$ and $y = -2$ as x increases. Is this true? Can you prove it?

Figure 1.3.3 Solution curves for $y' = x/(y^2 - 4)$.

Example 1.3.4 Consider the differential equation

$$y' = \frac{x}{y^2 + 4}.$$

Here $f(x, y) = x/(y^2 + 4)$ is defined for all (x, y). Thus, the rectangle R in Theorem 1.3.1 can be any rectangle in the xy-plane. Therefore, if (x_0, y_0) is any point, then there is a unique solution of the differential equation such that $y(x_0) = y_0$.

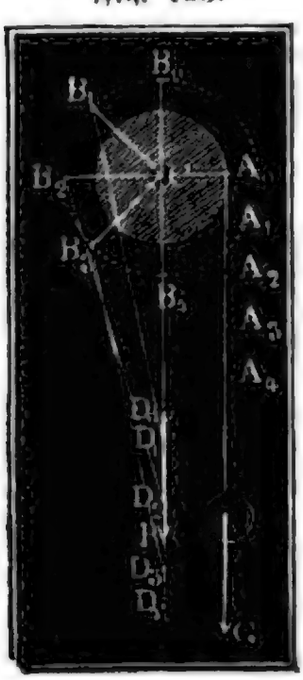
Solution curves for this equation are shown in Figure 1.3.4. Observe that the curves appear to be approaching the lines $y = 2$ and $y = -2$ as x increases. Is this true? Can you prove it?

Figure 1.3.4 Solution curves for $y' = x/(y^2 + 4)$.

Maschine gleichförmig, so befindet sich dieselbe in einem gleichförmigen Beharrungszustande, bewegen sich dieselben aber innerhalb einer Periode ungleichförmig, so ist die Maschine in einem ungleichförmigen Beharrungszustande. Die Ursachen des letzten Zustandes sind: Veränderlichkeit der Kraft, der Last, oder der Masse der Maschine, ferner durch die Zusammensetzung der Maschinentheile bedingte Veränderlichkeit des Verhältnisses zwischen den gleichzeitigen Wegen der Kraft und Last. Bei einer Dampfmaschine ist die Kraft veränderlich, wenn sie mit Expansion wirkt, wenn also der Dampfzufluß während der Kolbenbewegung aufgehoben wird; bei einem Hammerwerke ist aber Kraft und Masse veränderlich, weil der Hammer während des Zurückfallens mit der Maschine außer Verbindung ist; beide Maschinen können daher nur einen ungleichförmigen Beharrungszustand annehmen; sind nun noch diese Maschinen mit einander verbunden, wird also das Hammerwerk durch die Expansionsdampfmaschine in Bewegung gesetzt, so ist dieser Zustand aus drei Ursachen zugleich ein ungleichförmiger. Wird ein Gewicht G, Fig. 133, mittels eines Rades CA_0 und einer Kurbel CB_0 durch eine Dampfmaschine mit constantem Dampfdrucke gehoben, so nimmt die Maschine ebenfalls einen ungleichförmigen Beharrungszustand an, weil gleichen Wegen A_0A_1, A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4 der Last sehr ungleiche Wege D_0D_1, D_1D_2, D_2D_3, D_3D_4 der Kraft entsprechen, das Wegeverhältniß während einer halben Umdrehung also ein veränderliches ist.

Beharrungszustand.

Fig. 133.



Bei einem gleichförmigen Beharrungszustande sind die trägen Massen der Maschine ohne Einfluß auf den Gang und die Wirkung der Maschine, weil sie nur anfangs, so lange noch ein Geschwindigkeitszuwachs statt hat, Arbeit in sich aufnehmen, später aber, bei unveränderlicher Geschwindigkeit, weder Arbeit aufnehmen noch ausgeben (I., §. 52). Befindet sich hingegen eine Maschine in einem ungleichförmigen Beharrungszustande, so haben die trägen Massen einen wesentlichen Einfluß auf den Gang der Maschine, weil sie beim Zunehmen an Geschwindigkeit Arbeit in sich aufnehmen und beim Abnehmen derselben wieder Arbeit ausgeben. Ist M die Summe aller auf den Kraft- oder Lastpunkt reducirten Massen der Maschine, v_1 die Minimal- und v_2 die Maximalgeschwindigkeit des Kraft- oder Lastpunktes, so hat man die Arbeit, welche die trägen Massen in dem Theile der Periode, in welchem v_1 in v_2 übergeht, consumiren, und welche dieselben in dem Theile der Periode, in welchem v_2 wieder in v_1 sich umändert, wieder ausgeben, $= \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}\right) M$.

Beharrungszuſtand. Es wird alſo hiernach durch die Trägheit der Maſſen in jeder Periode die Nebenleiſtung um dieſe Arbeit vergrößert und auch um ſo viel vermindert, und es iſt daher die Totalleiſtung für die ganze Periode oder die mittlere Leiſtung überhaupt dieſelbe, als wenn die trägen Maſſen nicht vorhanden wären, es gilt alſo die allgemeine Formel einer Maſchine $Ps = P_1 s_1 + P_2 s_2$ auch beim ungleichförmigen Gange, inſofern man für s, s_1, s_2 die Wege einer vollſtändigen Periode oder für P, P_1, P_2 die Mittelwerthe von Kraft, Nutz-, und Nebenlaſt innerhalb einer Periode ſubſtituirt. Für den beſchleunigten Bewegungszuſtand hat man

$$Ps = P_1 s_1 + P_2 s_2 + \left(\frac{v_2^2 - v_1^2}{2}\right) M, \text{ daher}$$

$$v_2 - v_1 = \frac{Ps - (P_1 s_1 + P_2 s_2)}{\left(\frac{v_2 + v_1}{2}\right) M}.$$

Dieſe Formel zeigt, daß die Geſchwindigkeitsveränderung einer Maſchine nicht allein um ſo kleiner ausfällt, je kleiner die Differenz zwiſchen den Arbeiten der Kraft und der Summe der Arbeiten der Laſten iſt, ſondern auch je größer die Maſſen und Geſchwindigkeiten der Maſchinentheile ſind.

Anmerkung. Wenn hiernach die Maſſen nur auf den Bewegungszuſtand, nicht aber auf die Wirkung einer Maſchine Einfluß äußern, ſo folgt daraus noch nicht, daß es gleichgiltig iſt, ob die Theile einer Maſchine mehr oder weniger Maſſe beſitzen. Veränderungen in Geſchwindigkeit vergrößern oft die Nebenhinderniſſe, wie z. B. die Reibung, veranlaſſen nicht ſelten Stöße, auch liefern manche Maſchinen beim ungleichförmigen Gange ein ſchlechteres Product u. ſ. w., weshalb es oft nöthig iſt, Mittel anzuwenden, um die Ungleichförmigkeit im Gange einer Maſchine zu vermindern. Hierüber kann jedoch erſt in der Folge gehandelt werden.

Erſter Abſchnitt.

Von den bewegenden Kräften und von den Kraftmaſchinen.

Erſtes Kapitel.

Von dem Meſſen der bewegenden Kräfte und ihrer Wirkungen.

§. 67. Um die Wirkungen der Kräfte und Maſchinen angeben zu können, hat man drei Elemente nöthig, nämlich die Größe der Kraft, die Größe ihres Weges und die entſprechende Zeit der Wirkung. Wir haben daher zunächſt auch von dem Meſſen der Kräfte, von dem Ausmeſſen der Wege und von der Beſtimmung der Zeit zu handeln. Zum Ausmeſſen der Kräfte dienen Kraftmeſſer, oder Dynamometer, zu dem Ausmeſſen von Wegen dienen Meßſtäbe, Ketten und Meßbänder, und zur Angabe der Zeit dienen Pendel und Uhren. Iſt P die Größe der durch das Dynamometer angegebenen Kraft, und s der Weg, längs deſſen dieſelbe während einer gewiſſen Zeit t wirkt, ſo hat man die Leiſtung oder mechaniſche Arbeit dieſer Kraft auf dieſe Zeit, $= Ps$ und daher die Leiſtung pro Secunde: $L = \frac{Ps}{t}$. Dynamometer.

Was die Dynamometer (franz. dynamomètres; engl. dynamometers) anlangt, ſo hat man Gewichts-, Feder- und Bremsdynamometer. Gewichts- und Federdynamometer ſind von den Gewichts- und Federwaagen nicht weſentlich verſchieden; während letztere vorzüglich nur zum Abwägen oder Meſſen der Schwerkraft dienen, wendet man erſtere zum Meſſen der Kräfte überhaupt an. Bremsdynamometer dienen zum Ausmeſſen der Kraft einer umlaufenden Welle.

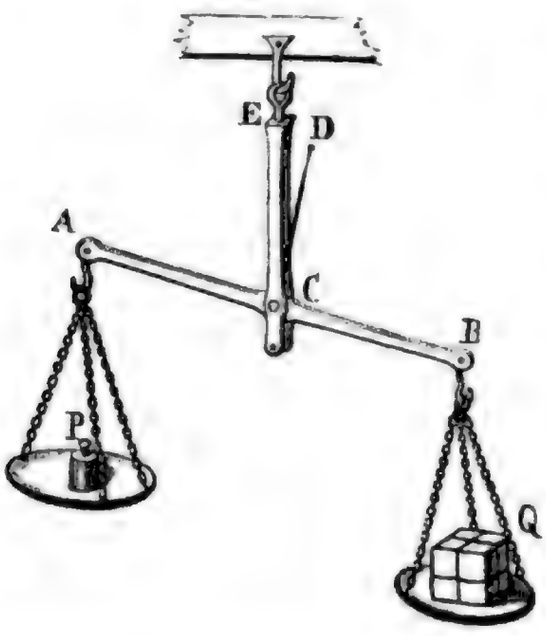
Die Gewichtsdynamometer oder Gewichtswaagen ſind ein- oder mehrfache Hebel, an welchen die zu meſſende Kraft oder die abzuwägende Laſt

Dynamometer. mit bekannten Gewichten in's Gleichgewicht gesetzt wird; die Federdynamometer sind Stahlfedern, welche die Größe der auf sie wirkenden Kräfte durch die bewirkte Formveränderung mit Hülfe von Zeigern angeben.

Die Gewichtswaagen sind entweder gleicharmige oder ungleicharmige, letztere wieder entweder einfache oder zusammengesetzte Waagen, je nachdem sie aus einem gleicharmigen oder aus einem oder mehreren ungleicharmigen Hebeln bestehen.

Die gleicharmige Waage. §. 68. Die gemeine oder gleicharmige Gewichtswaage (franz. balance ordinaire; engl. common balance) ist im Wesentlichen ein gleicharmiger Hebel AB, Figur 134, an welchem die abzuwägende Last Q mit einem gleichgroßen Gewichte P in's Gleichgewicht gesetzt wird. Man unterscheidet an ihr den Waagebalken AB (franz. fléau; engl. beam), die Zunge CD (franz. aiguille, languette; engl. languet), die Scheere CE (franz. und engl. chape), die durch ein dreiseitiges Prisma gebildete Axe C (franz. axe; engl. axis) und die mittels Schnüre, Ketten u. s. w., aufgehängten, zur Aufnahme der Gewichte bestimmten Waagschalen (franz. bassins; engl. scales).

Fig. 134.



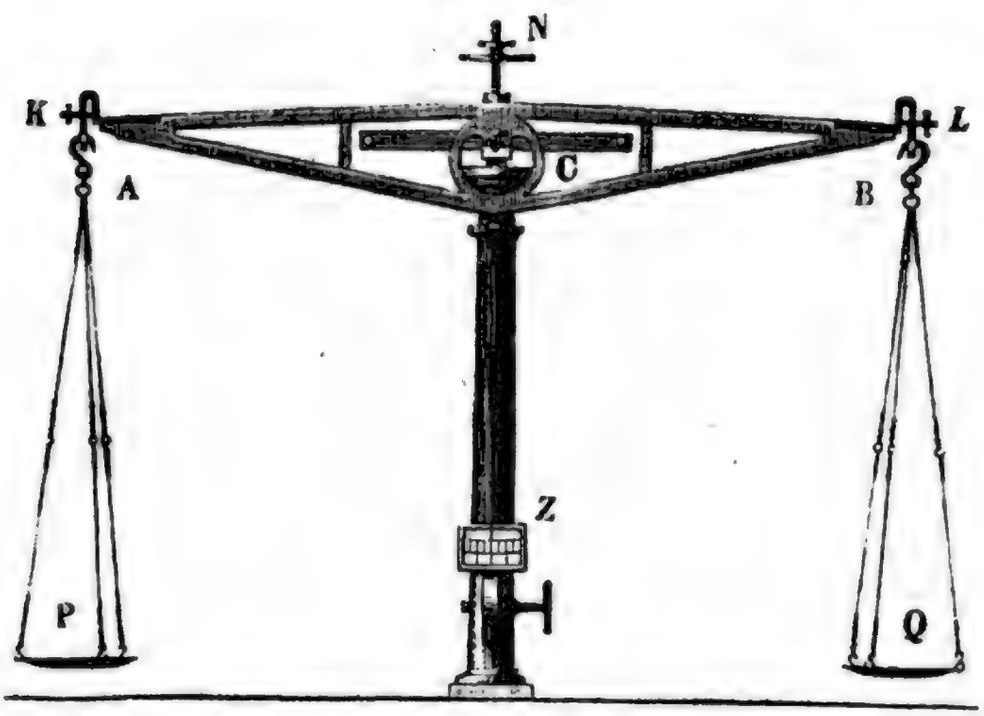
Von einer solchen Waage fordert man, daß sie, und zwar nur dann einspiele, d. h. der Waagbalken eine horizontale, also die Zunge eine vertikale Lage annehme, oder mit der Scheere zusammenfalle, wenn das bestimmte Gewicht in der einen Waagschale so groß ist als das Gewicht des Körpers in der anderen Waagschale. Außerdem soll eine Waage auch noch Empfindlichkeit und Stabilität besitzen, d. h. sie soll eine Neigung annehmen, wenn auf der einen Seite der vorher im Einspielen befindlichen Waage ein kleines Gewicht zugelegt wird, und soll in den horizontalen Stand zurückkehren, wenn die Gleichheit der Gewichte wieder hergestellt, oder die Zulage wieder weggenommen wird.

Damit eine Waage bei gleichen Auflagen zu beiden Seiten einspiele, müssen die Hebelarme derselben vollkommen gleich sein. Ist a die Länge des einen, b die des anderen Armes, P das Gewicht an dem einen und Q das Gewicht an dem anderen Arme, so hat man beim Einspielen $Pa = Qb$; vertauscht man aber die Gewichte, bringt man P an den anderen Arm und Q an den ersten, so hat man auch $Pb = Qa$, falls hierbei wieder

ein Einſpielen ſtatt hat. Aus beiden Gleichungen folgt $P^2 . ab = Q^2 . ab$, d. i. $P = Q$ und ebenſo auch $a = b$. Wenn alſo durch das Vertauſchen der Gewichte das Gleichgewicht nicht geſtört wird, ſo iſt dies ein Beweis von der Richtigkeit der Waage. Dieſe Prüfung läßt ſich aber auch auf folgende Weiſe bewerkſtelligen. Bringt man hinter einander zwei Gewichte P und P mit einem dritten Q in der zweiten Waagſchale in's Gleichgewicht, ſo ſind dieſelben unter ſich wenn auch nicht mit dieſem dritten gleich; legt man daher nach Wegnahme dieſes dritten Gewichtes die beiden erſten auf, ſo hat man für den Gleichgewichtszuſtand $Pa = Pb$, und alſo auch $a = b$. Es liefert alſo hier das Einſpielen der Waage beim Auflegen von zwei gleichen Gewichten den Beweis der Richtigkeit der Waage unmittelbar. Kleine Unrichtigkeiten kann man durch angeſchraubte Gegengewichtchen K, L beſeitigen, wie die Waage, Fig. 135, vor

Die gleicharmige Waage.

Fig. 135.



Augen führt. Giebt eine Waage für einen und denſelben Körper die Gewichte P und Q an, je nachdem man denſelben in der einen oder in der andern Waagſchale wiegt, ſo hat man für den wahren Werth X des Gewichtes: $Xa = Pb$ und $Xb = Qa$, daher $X^2 . ab = PQ . ab$, alſo $X^2 = PQ$ und $X = \sqrt{PQ}$. Es iſt alſo das geometriſche Mittel aus beiden Angaben das wahre Gewicht des Körpers.

Auch läßt ſich $X = \sqrt{P(P+Q-P)} = P\sqrt{1 + \frac{Q-P}{P}}$, annähernd $= P\left(1 + \frac{Q-P}{2P}\right) = \frac{P+Q}{2}$ ſetzen, wenn, wie gewöhnlich, die Abweichung $Q-P$ nicht groß iſt; man kann alſo auch einfacher das

Fig. 1. Ansicht des Kraters Vesuv.

Fig. 2. Ansicht des Kraters Vesuv.

Gleichgewichtszustand $(P+Q+Z)(l\cos.\varphi - a\sin.\varphi) = (P+Q)$ Empfindlichkeit der Waage.
$(l\cos.\varphi + a\sin.\varphi) + Gs\sin.\varphi$, oder, wenn man *tang.* φ einführt und transformirt, $\left[[2(P+Q)+Z]a + Gs\right]$ *tang.* $\varphi = Zl$, also

$$\text{tang. } \varphi = \frac{Zl}{[2(P+Q)+Z]a + Gs}.$$

Dieser Ausdruck sagt uns, daß der Ausschlag, und also auch die Empfindlichkeit, mit der Länge des Waagbalkens, so wie mit der Zulage gleichmäßig wächst, daß dagegen die Empfindlichkeit abnimmt, wenn die Gewichte P, Q, G, Z oder die Abstände a und s größer werden. Es ist daher eine schwere Waage weniger empfindlich als eine leichte unter übrigens gleichen Umständen, und es nimmt auch die Empfindlichkeit immer mehr und mehr ab, je größer die abzuwiegenden Gewichte sind. Um endlich die Empfindlichkeit einer Waage zu erhöhen, soll man die Aufhängelinie AB und den Schwerpunkt des Waagbalkens dem Drehungspunkte D nahe bringen.

Wäre a und s = Null, fiele also D und S in AB, so hätte man *tang.* $\varphi = \frac{Zl}{o} = \infty$, also $\varphi = 90^0$; es würde also die geringste Zulage eine Drehung des Waagbalkens um 90^0 bewirken. Auch wäre in diesem Falle für $Z = 0$, *tang.* $\varphi = \frac{0}{0}$, d. h. es könnte die Waage bei jeder Lage in Ruhe bleiben, wenn gleiche Gewichte aufgelegt sind, es besäße also die Waage ein indifferentes Gleichgewicht und wäre deshalb unbrauchbar. Macht man bloß $a = 0$, legt man also den Drehpunkt in die Linie AB durch die Aufhängepunkte, so hat man *tang.* $\varphi = \frac{Zl}{Gs}$, es ist also in diesem Falle die Empfindlichkeit gar nicht von den angehängten und aufgelegten Gewichten abhängig, daher die Waage besonders brauchbar. Man kann durch ein angeschraubtes Gegengewicht N, wie Fig. 135 vor Augen führt, die Empfindlichkeit reguliren.

§. 70. Die Stabilität oder das statische Moment, mit welchem eine gleichbelastete Waage in die Gleichgewichtslage zurückkehrt, wenn sie vorher einen Ausschlag φ hatte, ist bestimmt durch die Formel Stabilität und Schwingungen einer Waage.

$S = 2(P+Q).DE + G.DF = [2(P+Q)a + Gs]\sin.\varphi.$

Es wächst also das Maaß $[2(P+Q)a + Gs]$ der Stabilität mit den Gewichten P, Q und G und mit den Abständen, ist aber von der Länge des Waagbalkens unabhängig.

Eine schwingende Waage läßt sich mit einem Pendel vergleichen, und deren Schwingungsdauer auch nach der Theorie des letzteren berechnen. Es ist $2(P+Q)a$ das statische und $2(P+Q).\overline{AD}^2 = 2(P+Q)(l^2+a^2)$ das Trägheitsmoment der belasteten Waagschalen, ferner Gs das statische

Stabilität und Schwingungen einer Waage.

Moment des leeren Waagbalkens; ſetzt man noch das Trägheitsmoment deſſelben $= Gr^2$, ſo hat man die Länge des mathematiſchen Pendels, welches mit der Waage iſochron ſchwingt (I. §. 267):

$$r = \frac{2(P+Q)(l^2+a^2)+Gr^2}{2(P+Q)a+Gs},$$ und daher die Schwingungszeit der Waage:

$$t = \pi\sqrt{\frac{2(P+Q)(l^2+a^2)+Gr^2}{g[2(P+Q)a+Gs]}};$$

wofür man, wenn a ſehr klein oder gar Null iſt, ſetzen kann:

$$t = \pi\sqrt{\frac{2(P+Q)l^2+Gr^2}{gGs}}.$$

Man erſieht hieraus, daß die Schwingungsdauer wächſt, je größer P, Q und l, je kleiner aber a und s iſt. Bei gleichen Gewichten ſchwingt hiernach auch eine Waage um ſo langſamer, je empfindlicher ſie iſt. Es iſt alſo das Abwägen an empfindlichen Waagen aufhältiger als bei weniger ſcharfen Waagen. Aus dieſem Grunde iſt es denn auch nützlich, empfindliche Waagen mit Scalen (wie Z, Fig. 135) zu verſehen. Um die Angaben dieſer beurtheilen zu können, ſetzen wir in dem Nenner der Formel $tang.\ \varphi = \frac{Zl}{[2(P+Q)+Z]a+Gs}$, $Z=0$, und ſchreiben φ ſtatt $tang.\ \varphi$, ſo daß wir

$$\varphi = \frac{Zl}{2(P+Q)a+Gs}$$

erhalten. Führen wir dann ſtatt Z, Z_1 und ſtatt φ, φ_1 ein, ſo erhalten wir

$\varphi_1 = \frac{Z_1 l}{2(P+Q)a+Gs}$, daher $\varphi : \varphi_1 = Z : Z_1$. Bei kleinen Zulagen verhalten ſich alſo die Ausſchlagwinkel wie die Zulagen ſelbſt. Es iſt hiernach auch $\varphi : \varphi_1 - \varphi = Z : Z_1 - Z$; und daher

$$Z = \frac{\varphi}{\varphi_1 - \varphi}(Z_1 - Z).$$

Man findet alſo die einem Ausſchlage φ entſprechende Zulage, indem man zuſieht, wie viel der Ausſchlag vergrößert wird, wenn man die Zulage um ein beſtimmtes Gewicht vergrößert, und nun dieſe Vergrößerung $(Z_1 - Z)$ durch das Verhältniß des erſten Ausſchlages zur nachherigen Vergrößerung deſſelben multiplicirt.

Anmerkung. Die gleicharmigen Waagen kommen in ſehr verſchiedenen Größen und in ſehr verſchiedenen Graden der Güte vor. Die gewöhnlichſte Waage iſt die im Handel vorkommende Krämerwaage, wie ſie Fig. 134 vor Augen

führt; am feinsten sind aber die Probir- und solche Waagen, welche zu physikalischen und chemischen Zwecken bestimmt sind, wie deren eine in Fig. 135 abgebildet ist. An ihnen wiegt man höchstens 1 Pfund schwere Gegenstände ab, und sie geben gleichwohl noch $\frac{1}{50}$ Gran oder $\frac{1}{3000}$ Quentchen, also $\frac{1}{384000}$ von einem Pfunde oder von dem größten Gewichte an. Die feinsten Waagen geben sogar noch den millionten Theil der Last an, doch wiegt man damit nur höchstens wenige Lothe schwere Gegenstände ab. Uebrigens lassen sich auch große Waagen, womit man centnerschwere Gegenstände abwiegt, in sehr hohem Grade empfindlich construiren, namentlich wenn man dieselben leicht, ihre Balken aus Holz u. s. w., verfertigt. S. Lardner's und Kater's Lehrbuch der Mechanik.

Ungleicharmige Waage.

§. 71. Der ungleicharmigen Gewichtswaagen (Schnellwaagen) giebt es dreierlei, nämlich die Schnellwaage mit Laufgewicht, die Schnellwaage mit verjüngtem Gewichte und die Schnellwaage mit festem Gewichte. Die Schnellwaage mit Laufgewicht (fr. bal Romaine; engl. steel-yard) Fig. 137, ist ein ungleicharmiger Hebel AB, an dessen kürzerem Arme CA eine Schale und an dessen längerem eingetheilten Arme CB, ein verschiebbares Gewicht (Laufgewicht) hängt, das mit dem in der Schale liegenden Körper Q in's Gleichgewicht gesetzt wird. Ist l_0 der Hebelarm CO des Laufgewichtes G, wenn dasselbe die leere Waage zum Einspielen bringt, so hat man das statische Moment, mit welchem die leere Waagschale niederzieht, $X_0 = Gl_0$. ist aber l_n der Hebelarm CG, wenn das Laufgewicht G der belasteten Waage das Gleichgewicht hält, so hat man für deren statisches Moment: $X_n = Gl_n$; und es folgt daher durch Subtraction das Moment der aufgelegten Last Q, $= X_n - X_0 = G(l_n - l_0) = G.\overline{OG}$. Bezeichnet nun noch a den Hebelarm CA der Last und b die Entfernung OG des Laufgewichtes von dem Punkte O, wo dasselbe die leere Waage zum Einspielen bringt, so hat man $Q.a = G.b$, daher die Last selbst: $Q = \frac{G}{a}.b$. Es ist also die Last oder das Gewicht Q der aufgelegten Waare der Entfernung b oder dem Wege des Laufgewichtes vom Punkte O aus, proportional. Dem doppelten b entspricht ein doppeltes Q, dem dreifachen b ein dreifaches Q u. s. w.; es ist daher die Scala OB eine gleichtheilige und ihr Anfang im Punkte O. Die Einheit der Eintheilung aber ergiebt sich, wenn man zusieht, welches Gewicht

Fig. 137.

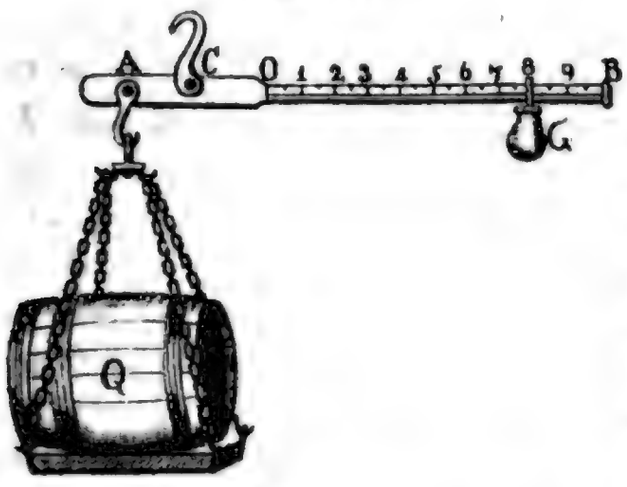


Fig. 1. Oort's sketch of the Leiden Observatory in 1900. The dome of the 8-inch refractor is on the left, the transit room in the middle, and the dome of the 6-inch refractor on the right. The building was demolished in 1969.

Fig. 2. Oort's sketch of the Leiden Observatory in 1900. The dome of the 8-inch refractor is on the left, the transit room in the middle, and the dome of the 6-inch refractor on the right. The building was demolished in 1969.

Le Cahier de Jean-Claude de la Mésange

Ce cahier est à moi. Il est très important. Il contient mes secrets. Il est interdit de le lire. Si tu le lis, je te tue. Si tu le lis, je te tue. Si tu le lis, je te tue

Ausgabe der Bibel von der Bibelgesellschaft, und zwar 600 000 Bibeln und 1 000 000 Teile der Bibel.

Eine englische Bibelgesellschaft, deren Existenz bisher noch nicht bekannt war, hat in Paris ihre Tätigkeit begonnen. Sie hat 1000 Bibeln in Umlauf gesetzt.

Neue Bücher. Kleine Notizen.

Neue Bücher. Kleine Notizen.

Neue Bücher. Kleine Notizen.

Das Kloster Hermannstadt und die Pfarrei. 47

Kirche und Kloster Hermannstadt.

Nach Ausweis der Urkunden ist das Kloster Hermannstadt im Jahre 1223 gegründet worden. Es war ein Nonnenkloster und gehörte dem Orden der Prämonstratenser an. Die Gründung geschah durch Graf Hermann, den Sohn des Grafen Simon von Keza, der auch Graf von Temesch war. Dieser Graf Hermann war ein Enkel des Grafen Hermann, der 1142 Palatin von Ungarn war und 1146 starb. Graf Hermann, der Gründer des Klosters, war Palatin von Ungarn in den Jahren 1223 bis 1228. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi, in der die Ungarn von den Mongolen besiegt wurden. Graf Hermann hatte zwei Söhne, Simon und Ladislaus, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1228 bis 1232. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1232 bis 1234. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1234 bis 1235. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1235 bis 1241. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1241 bis 1242. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1242 bis 1243. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1243 bis 1244. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1244 bis 1245. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1245 bis 1246. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1246 bis 1247. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1247 bis 1248. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1248 bis 1249. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1249 bis 1250. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1250 bis 1251. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1251 bis 1252. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1252 bis 1253. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1253 bis 1254. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1254 bis 1255. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1255 bis 1256. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1256 bis 1257. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1257 bis 1258. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1258 bis 1259. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1259 bis 1260. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1260 bis 1261. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1261 bis 1262. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1262 bis 1263. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1263 bis 1264. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1264 bis 1265. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1265 bis 1266. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1266 bis 1267. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1267 bis 1268. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1268 bis 1269. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1269 bis 1270. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1270 bis 1271. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1271 bis 1272. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1272 bis 1273. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1273 bis 1274. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1274 bis 1275. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1275 bis 1276. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1276 bis 1277. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1277 bis 1278. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1278 bis 1279. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1279 bis 1280. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1280 bis 1281. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1281 bis 1282. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1282 bis 1283. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1283 bis 1284. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1284 bis 1285. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1285 bis 1286. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1286 bis 1287. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1287 bis 1288. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1288 bis 1289. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1289 bis 1290. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1290 bis 1291. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1291 bis 1292. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1292 bis 1293. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1293 bis 1294. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1294 bis 1295. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1295 bis 1296. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1296 bis 1297. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1297 bis 1298. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1298 bis 1299. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1299 bis 1300. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1300 bis 1301. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1301 bis 1302. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1302 bis 1303. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1303 bis 1304. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1304 bis 1305. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1305 bis 1306. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1306 bis 1307. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1307 bis 1308. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1308 bis 1309. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1309 bis 1310. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1310 bis 1311. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1311 bis 1312. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1312 bis 1313. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1313 bis 1314. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1314 bis 1315. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1315 bis 1316. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1316 bis 1317. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1317 bis 1318. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1318 bis 1319. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1319 bis 1320. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1320 bis 1321. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1321 bis 1322. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1322 bis 1323. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1323 bis 1324. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1324 bis 1325. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1325 bis 1326. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1326 bis 1327. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1327 bis 1328. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1328 bis 1329. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1329 bis 1330. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1330 bis 1331. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1331 bis 1332. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1332 bis 1333. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1333 bis 1334. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1334 bis 1335. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1335 bis 1336. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1336 bis 1337. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1337 bis 1338. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1338 bis 1339. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1339 bis 1340. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1340 bis 1341. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1341 bis 1342. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1342 bis 1343. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1343 bis 1344. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1344 bis 1345. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1345 bis 1346. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1346 bis 1347. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1347 bis 1348. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1348 bis 1349. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1349 bis 1350. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1350 bis 1351. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Stephan von Bosnien hatte zwei Söhne, Ladislaus und Stephan, und eine Tochter, Elisabeth. Elisabeth war mit Graf Ugrin Csák verheiratet. Graf Ugrin Csák war Palatin von Ungarn in den Jahren 1351 bis 1352. Er starb 1241 in der Schlacht bei Mohi. Graf Ugrin Csák hatte zwei Söhne, Peter und Ugrin, und eine Tochter, Margarete. Margarete war mit Graf Stephan von Bosnien verheiratet. Graf Stephan von Bosnien war Palatin von Ungarn in den Jahren 1352 bis 1353. Er starb 1241 in der Schlac

Abb. 1. Ansicht des Gerätes mit Kamera und Stativ.

Abb. 2. Ansicht des Gerätes mit Kamera und Stativ.

Abb. 3. Ansicht des Gerätes mit Kamera und Stativ.

Abb. 4. Ansicht des Gerätes mit Kamera und Stativ.

Abb. 5. Ansicht des Gerätes mit Kamera und Stativ.

Abb. 6. Ansicht des Gerätes mit Kamera und Stativ.

Abb. 7. Ansicht des Gerätes mit Kamera und Stativ.

Abb. 8. Ansicht des Gerätes mit Kamera und Stativ.

Abb. 9. Ansicht des Gerätes mit Kamera und Stativ.

Abb. 10. Ansicht des Gerätes mit Kamera und Stativ.

Abb. 11. Ansicht des Gerätes mit Kamera und Stativ.

Abb. 12. Ansicht des Gerätes mit Kamera und Stativ.

Die Kunst der Fuge 1742 und 1751 Handschrift. Mit Bleistift in der oberen rechten Ecke: 19. Mit Bleistift in der oberen linken Ecke: 19. Contrapunctus 1. Mit Bleistift in der Mitte: Contrapunctus 1. Mit Bleistift in der unteren linken Ecke: 19. Mit Bleistift in der unteren rechten Ecke: 19. Mit Bleistift in der unteren rechten Ecke: 19. Mit Bleistift in der unteren rechten Ecke: 19.

Figur 1 und 2 zeigt die Kurven für $n = 1/2$ und $n = 1/3$. Figur 3 und 4 zeigt die Kurven für $n = 2/3$ und $n = 3/2$. Figur 5 zeigt die Kurven für $n = 1$ und $n = 2$. Figur 6 zeigt die Kurven für $n = 3$ und $n = 4$. Figur 7 zeigt die Kurven für $n = 5$ und $n = 6$. Figur 8 zeigt die Kurven für $n = 7$ und $n = 8$.

Fig. 1 bis 8. Es ist $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$, $\delta = 0$, $\varepsilon = 0$, $\zeta = 0$, $\eta = 0$, $\vartheta = 0$, $\iota = 0$, $\varkappa = 0$, $\lambda = 0$, $\mu = 0$, $\nu = 0$, $\xi = 0$, $o = 0$, $\pi = 0$, $\varrho = 0$, $\sigma = 0$, $\tau = 0$, $\upsilon = 0$, $\varphi = 0$, $\chi = 0$, $\psi = 0$, $\omega = 0$, $\mathfrak{A} = 0$, $\mathfrak{B} = 0$, $\mathfrak{C} = 0$, $\mathfrak{D} = 0$, $\mathfrak{E} = 0$, $\mathfrak{F} = 0$, $\mathfrak{G} = 0$, $\mathfrak{H} = 0$, $\mathfrak{J} = 0$, $\mathfrak{K} = 0$, $\mathfrak{L} = 0$, $\mathfrak{M} = 0$, $\mathfrak{N} = 0$, $\mathfrak{O} = 0$, $\mathfrak{P} = 0$, $\mathfrak{Q} = 0$, $\mathfrak{R} = 0$, $\mathfrak{S} = 0$, $\mathfrak{T} = 0$, $\mathfrak{U} = 0$, $\mathfrak{V} = 0$, $\mathfrak{W} = 0$, $\mathfrak{X} = 0$, $\mathfrak{Y} = 0$, $\mathfrak{Z} = 0$, $\mathfrak{a} = 0$, $\mathfrak{b} = 0$, $\mathfrak{c} = 0$, $\mathfrak{d} = 0$, $\mathfrak{e} = 0$, $\mathfrak{f} = 0$, $\mathfrak{g} = 0$, $\mathfrak{h} = 0$, $\mathfrak{j} = 0$, $\mathfrak{k} = 0$, $\mathfrak{l} = 0$, $\mathfrak{m} = 0$, $\mathfrak{n} = 0$, $\mathfrak{o} = 0$, $\mathfrak{p} = 0$, $\mathfrak{q} = 0$, $\mathfrak{r} = 0$, $\mathfrak{s} = 0$, $\mathfrak{t} = 0$, $\mathfrak{u} = 0$, $\mathfrak{v} = 0$, $\mathfrak{w} = 0$, $\mathfrak{x} = 0$, $\mathfrak{y} = 0$, $\mathfrak{z}

Fig. 1.

Ellipse, Hyperbel, Parabel, Kreis, Gerade, Punkt und Linie

Gesetzes, z. B. die Bestimmungen über Reinheit und Unreinheit, Essen, Trinken, Kleidung, Schmuck, Haar- und Barttracht, Waschungen, Salbungen, Beschneidung, Opfer, Feste, Sabbat, Jubeljahr, Aussatz, Leichenbestattung, Ehe, Ehescheidung, Blutrache, Asylrecht, Eidesleistung, Gottesurteil, Zauberei, Wahrsagerei, Totenbeschwörung, Menschenopfer, Tieropfer, Gelübde, Bann, Krieg, Sklaverei, Wucher, Diebstahl, Mord, Ehebruch, Unzucht, Meineid, Gotteslästerung, Götzendienst, Tempel, Priester, Leviten, Opferschau, Orakel, Prophetie, Prophetenschulen, Nasiräer, Rechabiter, Recht, Richter, Gericht, Strafen, Gefängnis, Fronden, Steuern, Zehnten, Erstlinge, Erbrecht, Testament, Adoption, Leihe, Pfand, Bürgschaft, Schuldhaft, Schuldenerlass, Grenzen, Grenzsteine, Maße, Gewichte, Münzen, Schreiben, Bücher, Schulen, Gelehrte, Schriftgelehrte, Sprüche, Rätsel, Lieder, Musik, Tanz, Spiele, Ackerbau, Viehzucht, Jagd, Fischerei, Gärtnerei, Weinbau, Ölbau, Getreidebau, Brot, Wein, Öl, Honig, Milch, Käse, Fleischgenuss, Gastfreundschaft, Fremdenrecht, Handel, Karawanen, Schiffahrt, Häfen, Städte, Dörfer, Häuser, Mauern, Tore, Türme, Paläste, Gärten, Wasserleitungen, Brunnen, Teiche, Bäder, Gräber, Grabmäler, Totenklage, Totenmahl, Totenopfer, Totenkult, Ahnenkult, Heroenkult, Fruchtbarkeitskult, Sonnenkult, Mondkult, Sternkult, Himmelskult, Naturkult, Baumkult, Steinkult, Quellkult, Berge, Höhlen, Wüste, Steppe, Oase, Fluss, Meer, Inseln, Küsten, Sonne, Mond, Sterne, Himmel, Wolken, Regen, Wind, Sturm, Donner, Blitz, Erdbeben, Vulkane, Pflanzen, Tiere, Menschen, Völker, Stämme, Familien, Geschlechter, Könige, Fürsten, Adel, Volk, Sklaven, Freie, Arme, Reiche, Krankheiten, Seuchen, Tod, Leben, Seele, Geist, Leib, Fleisch, Blut, Knochen, Herz, Nieren, Leber, Galle, Auge, Ohr, Mund, Zunge, Lippen, Zähne, Nase, Hand, Finger, Fuß, Zehen, Haar, Bart, Nägel, Haut, Schlaf, Traum, Ohnmacht, Krampf, Lähmung, Wahnsinn, Geburt, Kindheit, Jugend, Alter, Tod, Auferstehung, Unsterblichkeit, Himmel, Hölle, Scheol, Abaddon, Gericht, Lohn, Strafe, Sünde, Vergebung, Versöhnung, Gnade, Barmherzigkeit, Liebe, Hass, Zorn, Eifer, Geduld, Demut, Hochmut, Stolz, Scham, Ehre, Schande, Lüge, Wahrheit, Treue, Gerechtigkeit, Ungerechtigkeit, Frieden, Krieg, Sieg, Niederlage, Flucht, Verfolgung, Gefangenschaft, Befreiung, Rückkehr, Wiederherstellung, Messias, Gottesknecht, Menschensohn, Reich Gottes, Weltende, Weltgericht, Neuschöpfung, Neuer Himmel und neue Erde, Neues Jerusalem, Neuer Bund, Neues Gesetz, Neue Kreatur, Neue Geburt, Neues Leben, Neue Gemeinde, Neue Ordnung, Neue Zeit, Neue Welt, Neue Menschheit, Neue Religion, Neue Kirche, Neue Theologie, Neue Ethik, Neue Moral, Neue Kultur, Neue Gesellschaft, Neue Politik, Neue Wirtschaft, Neue Technik, Neue Wissenschaft, Neue Kunst, Neue Literatur, Neue Musik, Neue Architektur, Neue Malerei, Neue Skulptur, Neue Dichtung, Neue Prosa, Neue Poesie, Neue Drama, Neue Epik, Neue Lyrik, Neue Romantik, Neue Klassik, Neue Moderne, Neue Postmoderne, Neue Avantgarde, Neue Neue, Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue Neue, Neue

Le Cahiers d'Outre-Mer et la Revue de la Société d'Histoire et de Géographie du Maroc, dont le premier numéro a paru en janvier 1948, ont pour but de faire connaître les travaux des membres de la Société d'Histoire et de Géographie du Maroc, de publier des études originales sur le Maroc et sur les pays d'Outre-Mer, et de servir de liaison entre les chercheurs qui s'intéressent à ces pays.

Les Cahiers d'Outre-Mer paraissent trimestriellement. Ils comprennent des articles de fond, des notes et documents, des comptes rendus d'ouvrages et de revues, des chroniques et des informations.

La Revue de la Société d'Histoire et de Géographie du Maroc paraît annuellement. Elle publie les travaux présentés à la Société et les mémoires de ses membres.

Les manuscrits doivent être adressés au Secrétaire de la Société, 1, rue Bugeaud, Rabat. Ils ne sont pas rendus, même en cas de refus.

Les auteurs reçoivent gratuitement 25 tirages à part de leurs articles.

Les Cahiers d'Outre-Mer et la Revue de la Société d'Histoire et de Géographie du Maroc sont envoyés gratuitement à tous les membres de la Société.

Le prix de chaque numéro des Cahiers d'Outre-Mer est de 150 francs.

Le prix de la Revue de la Société d'Histoire et de Géographie du Maroc est de 300 francs.

Les demandes d'échange doivent être adressées au Secrétaire de la Société.

Les publications reçues en échange sont déposées à la bibliothèque de la Société.

Les Cahiers d'Outre-Mer et la Revue de la Société d'Histoire et de Géographie du Maroc ne sont pas responsables des opinions émises par leurs collaborateurs.

Les articles publiés dans les Cahiers d'Outre-Mer et la Revue de la Société d'Histoire et de Géographie du Maroc ne peuvent être reproduits sans autorisation.

Imprimerie Officielle, Rabat

Federwaagen. $s = \frac{1}{2} \cdot \frac{Pl^3}{Ebh^3}$, also überhaupt $s = \frac{\varphi l^3}{bh^3} \cdot P$ zu setzen, wenn φ eine Erfahrungszahl bezeichnet. Wenn man vor der Anwendung eines solchen Instrumentes ein bekanntes Gewicht angehängt und die bewirkte Ausbiegung s beobachtet hat, so läßt sich das Verhältniß zwischen Kraft und Ausbiegung berechnen, und dieselbe zur Anfertigung der Scala benutzen. Bei Anwendung des besten Stahles hat sich gezeigt, daß die Bogenhöhe bis $\frac{1}{10}$ der Länge ausfallen kann, ehe das Verhältniß zwischen Kraft und Weg ein anderes und die Elasticitätsgrenze überschritten wird. Die in Anwendung gekommenen Federn sind aber im Querschnitte nicht rectangulär, sondern als Körper von gleichem Widerstande (I. §. 210) parabolisch gestaltet, also in der Mitte dicker und nach den Enden zu schwächer.

Anmerkung. In der Regel wirken die Kräfte nicht immer gleich stark, sondern sie sind steten Schwankungen ausgesetzt, es ist daher meist nur die Frage nach dem mittleren Werthe einer veränderlichen Kraft. Nun geben aber die gewöhnlichen Zeigerapparate einer Federwaage nur die Kraft für einen Augenblick, oder nur den Maximalwerth derselben an; es lassen daher die gewöhnlichen Dynamometer bei größerer Veränderlichkeit, wie z. B. bei Bewegung von Fuhrwerken, noch eine große Unsicherheit zurück. Aus diesem Grunde ist die Anwendung eines zuerst von Poncelet vorgeschlagenen und von Morin zur Anwendung gebrachten Zeichnen- oder Zählapparates (s. die oben citirte Abhandlung von Morin) von Nutzen. Beide Apparate geben das Product aus Kraft und Weg, oder die Arbeit derselben an, und es läßt sich nun der mittlere Werth der Kraft finden, wenn man die Arbeit durch den Weg der Kraft, z. B. durch den zurückgelegten Weg des Wagens, dividirt. Bei dem Zeichnenapparate (Dynamomètre à style et à bandes de papier) wird das Maaß der Kraftleistung von einem durch *M* gesteckten Stifte auf einem sich unter ihm wegziehenden Papierstreifen aufgezeichnet. Dieser Papierstreifen wird von der Rolle *F*, Fig. 151, auf die Rolle *F* aufgewickelt, die durch die Maschine selbst mittels Riemen und Räder, wie *G*, *H*, *K* u. s. w. ihre Bewegung erhält. Ohne Spannung der Federn, und also auch ohne Kraft, würde sich während der Bewegung der Maschine eine gerade Linie auf dem sich unter dem Zeichnenstifte hinziehenden Papierstreifen abbilden; da aber bei der Bewegung der Maschine die Federn durch die Kraft *P* gespannt sind, so bildet sich auf dem Papierstreifen in einiger Entfernung von jener Linie eine im Ganzen mit ihr parallellaufende Curve ab. Der Flächenraum zwischen diesen beiden Linien ist aber das Maaß von der Arbeit der Kraft, da er zur Basis eine dem Wege der Kraft proportionale Linie und zur Höhe die der Kraft selbst proportionale, übrigens aber mit ihr veränderliche Ausbiegung der Feder hat. Von diesen Instrumenten wird auch ausführlich gehandelt in Morin's Leçons de mécanique practique, Partie I.

Bremsdynamometer. §. 76. Das Bremsdynamometer, Prony's Zaum (franz. frein dynamométrique, engl. dynamometrical break) wird angewendet, um die Kraft und Arbeit einer umlaufenden Welle oder einer rotirenden Maschine überhaupt, zu ermitteln. In seiner einfachsten Gestalt besteht die-

Die Geschichte der Stadt Bern.

Bern ist eine der größten Städte der Schweiz. Sie hat 46 000 Einwohner und ist Hauptstadt des Kantons Bern. Sie liegt auf einer Halbinsel, die von der Aare gebildet wird. Diese Halbinsel ist 2 km lang und 1 km breit. Die Aare fließt in einem tiefen Bett. Sie ist 100 m breit und 5 m tief. Sie ist reich an Fischen. Die Stadt ist von einer Mauer umgeben. Diese Mauer ist 6 m hoch und 2 m dick. Sie hat 12 Tore. Die Stadt hat 3 Hauptstraßen. Diese Straßen sind 1 km lang und 20 m breit. Sie sind mit Kopfsteinen gepflastert. Die Häuser sind meist 3 Stockwerke hoch. Sie haben rote Ziegeldächer. Viele Häuser haben Lauben. Unter den Lauben sind Läden. Die Stadt hat 2 Kirchen. Die Münsterkirche ist 100 m lang und 40 m breit. Ihr Turm ist 100 m hoch. Die Heiliggeistkirche ist kleiner. Sie hat einen Turm mit einer Uhr. Die Stadt hat ein Rathaus. Es ist 30 m lang und 15 m breit. Es hat 2 Stockwerke. Im Rathaus sind die Behörden. Die Stadt hat ein Gymnasium. Es hat 300 Schüler. Es hat 20 Lehrer. Die Stadt hat ein Spital. Es hat 200 Betten. Es hat 10 Ärzte. Die Stadt hat ein Theater. Es hat 800 Plätze. Es hat 2 Ränge. Die Stadt hat 2 Banken. Sie hat 3 Gasthöfe. Sie hat 5 Bäckereien. Sie hat 2 Metzgereien. Sie hat 1 Brauerei. Sie hat 1 Brauerei. Sie hat 1 Brauerei

§ 17. Begriff und Einteilung der Kurven.

Kurve. Wir wollen Kurven als solche Gebilde nennen, die sich durch eine Gleichung zwischen zwei Veränderlichen darstellen lassen. Diese Gleichung wird dann die Gleichung der Kurve heißen. Wir werden sehen, daß es Gebilde gibt, die sich nicht durch eine solche Gleichung darstellen lassen, und die wir deshalb nicht als Kurven bezeichnen können. Auch die Kurven, die sich durch eine Gleichung darstellen lassen, sind von sehr verschiedener Art, und es ist daher eine wichtige Aufgabe, sie nach gewissen Gesichtspunkten einzuteilen.

Algebraische und transzendente Kurven.

1. Wir wollen eine Kurve dann als algebraisch bezeichnen, wenn sich ihre Gleichung in der Form

$$f(x, y) = a_0 y^n + a_1 y^{n-1} + a_2 y^{n-2} + \cdots + a_{n-1} y + a_n = 0$$

darstellen läßt, wo $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$ ganze rationale Funktionen von x sind. Ist n der höchste Exponent, mit dem y in dieser Gleichung vorkommt, so heißt n die Ordnung der Kurve.

Fig. 1.

Ist eine Kurve gegeben, so ist es nicht immer leicht, ihre Gleichung in der Form (1) zu finden. Wir können uns aber leicht davon überzeugen, daß es überhaupt eine solche Gleichung gibt. Wir ziehen zu diesem Zwecke durch einen beliebigen Punkt P der Kurve (Fig. 1) eine Gerade, die wir zur x-Achse machen, und eine Senkrechte, die wir zur y-Achse machen. Ist P_1 ein zweiter Punkt der Kurve, so ist $OM = x$ eine rationale Funktion von $MP_1 = y$, und zwar ist x eine ganze rationale Funktion n-ten Grades von y, wenn n die Ordnung der Kurve ist. Denn wenn wir durch P eine Gerade ziehen, die mit der x-Achse einen Winkel φ bildet, so daß $\operatorname{tg} \varphi = \lambda$ ist, so ist $x = y \operatorname{ctg} \varphi + b = \lambda y + b$, wo b eine Konstante ist, die gleich Null ist, wenn die Gerade durch P geht. Diese Gerade hat mit der Kurve n Punkte gemeinsam, und wenn wir y aus der Gleichung der Kurve und der Gleichung der Geraden eliminieren, so erhalten wir eine Gleichung n-ten Grades für x, die n Wurzeln hat. Da b gleich Null ist, wenn die Gerade durch P geht, so ist x eine ganze rationale Funktion n-ten Grades von y, wenn n die Ordnung der Kurve ist.

Wappen und Siegel des Bischofs Johannes von Dalmatien, † 1. Dezember 1344 in Avignon. Nach Photographien von Dr. Hans Jantzen.

Grabdenkmal des Bischofs Johannes von Dalmatien († 1344) in der Kirche von Villeneuve-lès-Avignon. Nach Photographie von Dr. Hans Jantzen.

Grabdenkmal des Bischofs Johannes von Dalmatien († 1344) in der Kirche von Villeneuve-lès-Avignon. Nach Photographie von Dr. Hans Jantzen.

Brems-dynamometer. von Schinz (ſiehe die Eiſenbahnzeitung, 1848, Nr. 39, oder Dingler's polytechniſches Journal, Band 110, 1848). Gewiſſermaßen iſt auch das Dynamometer, womit man die Arenkraft der Schraubendampfſchiffe beſtimmt, hierher zu rechnen; es ſtemmt ſich hier die Welle der Waſſerſchraube gegen einen Hebel, deſſen längerer Arm mit einem ſpiralförmigen Federdynamometer und einem Zeichnenapparat verbunden iſt, welcher die Arbeit der Kraft auf den Mantel eines umlaufenden Cylinders verzeichnet (ſiehe The indicator and dynamometer etc., London 1847).

Anmerkung 2. Ueber die verſchiedenen Dynamometer zum Meſſen der Maſchinenkräfte handelt Egen in ſeinen Unterſuchungen über den Effect einiger Waſſerwerke ꝛc., nächſtdem Hülſſe im Artikel »Bremsdynamometer« in der allgemeinen Maſchinenencyclopädie. Die Literatur über dieſen Gegenſtand findet man in dieſen beiden Abhandlungen vollſtändig angegeben. Wir haben hier nur noch die neueſten Aufſätze im 88ſten und 92ſten Bande von Dingler's Journal anzuführen. Beſonders zeichnen ſich die ſich ſelbſt regulirenden Dynamometer nach Poncelet, Saint-Leger u. ſ. w. aus, welche durch angebrachtes Räderwerk die Schrauben von ſelbſt anziehen oder löſen, je nachdem der Hebel zu ſinken oder zu ſteigen anfängt. Dann wird für das Ausmeſſen kleiner Maſchinenkräfte das zuerſt von White vorgeſchlagene und in der neueſten Zeit von Batchelder vervollkommnete Dynamometer mit Differenzialgetriebe als ſehr geeignet empfohlen. (S. Differenzialgetriebe). In den neueſten Aufſätzen iſt meiſt von den totaliſirenden Dynamometern die Rede. Dieſe Vorrichtungen geben unmittelbar die Leiſtung durch einen Zähl- oder Zeichnenapparat an (ſ. Anmerkung §. 75); dieſer aber wird entweder durch die Maſchine ſelbſt, oder durch ein beſonderes Chronometer in Bewegung erhalten.

Zweites Kapitel.

Von den Menſchen- und Thierkräften, ſo wie von den Maſchinen zur Aufnahme derſelben.

Thieriſche Kräfte.

§. 78. Die thieriſchen Kräfte oder das Arbeitsvermögen der Thiere iſt allerdings nicht allein bei Individuen verſchiedener Gattungen, ſondern auch bei Geſchöpfen einer und derſelben Species verſchieden. Bei Thieren gleicher Art hängt das Arbeitsvermögen von der beſonderen Conſtitution des Individui, von deſſen Alter und Geſundheitszuſtand, von deſſen Willen oder Beaufſichtigung, dann aber auch noch davon ab, ob das Thier hinreichend in nahrhaftem Futter erhalten wird, ob es an die Arbeit, welche es verrichtet, gewöhnt iſt, u. ſ. w. Auf alle dieſe Verſchiedenheiten können wir, da ſie auf unendlich viele Abſtufungen führen, nicht Rückſicht nehmen, wir müſſen vielmehr bei unſeren Berechnungen von jeder Gattung ein Thier von mittlerer Stärke und Behendigkeit vorausſetzen, welches an die Arbeit, die es verrichtet, gewöhnt iſt, dabei im mittleren Lebensalter ſteht, ſich in geſundem Zuſtande befindet und in gutem nahrhaften Futter gehalten wird.

Noch hängt aber auch das Arbeitsvermögen eines Thieres von der Kraft, Geſchwindigkeit und Arbeitszeit ab; und es iſt dieſes bei einer mittleren Kraft, Geſchwindigkeit und täglichen Arbeitszeit am größten. Je größer die Kraft iſt, welche ein Geſchöpf ausübt, deſto kleiner fällt die Geſchwindigkeit aus, und umgekehrt, je größer die Geſchwindigkeit iſt, deſto kleiner ſtellt ſich die damit ausgeübte Kraft heraus; ja es giebt eine Maximalkraft, wo die Geſchwindigkeit und alſo auch die Arbeit Null iſt, und ebenſo eine Maximalgeſchwindigkeit, bei welcher die Geſchwindigkeit und alſo die Arbeit wiederum Null ausfällt. Man ſieht hieraus, daß man die animaliſchen Motoren nur mit einer mittleren Kraft und einer mittleren Geſchwindigkeit arbeiten laſſen ſoll, und kann übrigens noch leicht ermeſſen, daß man dieſelben auch nur auf eine mittlere Zeit in Anſpruch nehmen darf, um von denſelben ein möglichſt großes Arbeitsquantum zu gewinnen. Uebrigens folgt aus unzähligen Erfahrungen, daß kleine Abweichungen von der mittleren Kraft, mittleren Geſchwindigkeit und mittleren Arbeitszeit, namentlich wenn die Verrichtung zur Gewohnheit geworden iſt, eine beachtungswerthe Verminderung der Leiſtung nicht verurſachen. Auch

Thieriſche Kräfte.

iſt es eine Thatſache, daß es keineswegs vortheilhaft iſt, die animaliſchen Motoren mit conſtanter Kraft und Geſchwindigkeit ohne Unterbrechung wirken zu laſſen, ſondern daß das animaliſche Arbeitsvermögen beſſer benutzt oder weniger Ermüdung herbeigeführt wird, wenn das arbeitende Geſchöpf in Pauſen arbeitet, die um ſo öfter zu wiederholen ſind, je mehr die wirklich verrichtete Arbeit in der Zeiteinheit von der mittleren Arbeit abweicht.

Das Hauptmoment bei Beurtheilung der Wirkungen animaliſcher Motoren iſt die tägliche Leiſtung. Vergleicht man dieſelbe mit den täglichen Unterhaltungs- und, nach Befinden mit den täglichen Zinſen der Ankaufskoſten, ſo erhält man ein Maaß zur Vergleichung der Werthe verſchiedener Motoren unter einander.

§. 79. Die Art und Weiſe, wie Menſchen und Thiere mechaniſche Arbeiten verrichten, iſt ſehr verſchieden. Die animaliſchen Motoren arbeiten entweder mit oder ohne Maſchinen: und zwar die Menſchen mit den Händen oder mit den Füßen oder mit beiden zugleich, die Thiere natürlich nur mit den Füßen. Bei den ſo ſehr verſchiedenen Verrichtungen iſt jedoch der Grad der Ermüdung der geleiſteten mechaniſchen Arbeit nicht proportional, manche Arbeiten ſcheinen mehr zu ermüden als andere, oder was daſſelbe iſt, bei manchen Verrichtungen fällt das mechaniſche Arbeitsquantum größer oder kleiner aus, als bei anderen Verrichtungen. Auch laſſen ſich manche Arbeiten gar nicht auf eine und dieſelbe Weiſe meſſen, wie z. B. das Tragen auf horizontalen Wegen und das Aufheben einer Laſt. Nach den ſeither gefaßten Begriffen iſt die Arbeit beim Tragen auf horizontalen Wegen Null, weil hierbei in der Richtung der Kraft, d. i. vertikal, kein Weg zurückgelegt wird (I. §. 80), wogegen beim Aufheben oder Aufziehen einer Laſt die Arbeit beſtimmt das Product aus Gewicht und Steighöhe deſſelben iſt. Gleichwohl führt das Gehen oder Tragen ebenfalls zur Ermüdung wie das Aufheben; d. h. es wird durch jenes auch das tägliche Arbeitsvermögen conſumirt wie durch dieſes; es muß daher auch der einen Thätigkeit ein tägliches Arbeitsquantum zukommen wie der anderen, wenn auch dieſe Arbeiten ſelbſt weſentlich verſchieden ſind. Erfahrungsmäßig geht ein Menſch leer auf horizontalem Wege täglich 10 Stunden lang mit $4\frac{3}{4}$ Fuß Geſchwindigkeit; nimmt man nun ſein Gewicht 140 Pfund an, ſo erhält man als tägliches Arbeitsquantum den Werth

$$140 \,.\, 4{,}75 \,.\, 10 \,.\, 60 \,.\, 60 = 23'940000 \text{ Fußpfund.}$$

Trägt der Menſch $85\frac{1}{2}$ Pfund auf dem Rücken, ſo geht er täglich 7 Stunden lang auf horizontalem Wege mit 2,4 Fuß Geſchwindigkeit und leiſtet daher täglich, wenn man ſein Gewicht unbeachtet läßt, die Arbeit

$$85{,}5 \,.\, 2{,}4 \,.\, 7 \,.\, 60 \,.\, 60 = 5',171040 \text{ Fußpfund.}$$

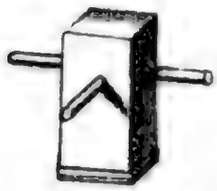
Ein Pferd trägt auf dem Rücken 256 Pfd. täglich 10 Stunden lang

im Schritt mit $3\frac{1}{2}$ Fuß Geschwindigkeit, und leistet folglich in einem Tage: $256 . 3{,}5 . 10 . 60 . 60 = 32'256000$ Fßpfd., also mehr als 6 mal so viel als ein Mensch beim Tragen. Hat das Pferd nur 171 Pfd. auf dem Rücken, so läuft es täglich 7 Stunden im Trabe mit 7 Fuß Geschwindigkeit und leistet daher nur $171 . 7 . 7 . 60 . 60 = 30'164400$ Fußpfund täglich. Thierische Kräfte.

Viel kleiner fallen die Arbeiten beim Heben von Lasten aus, weil hier mechanische Arbeit im eigentlichen Sinne zu nehmen, also der Weg in Hinsicht auf die Kraftrichtung einzuführen ist.

Steigt ein Mensch auf einer Treppe oder Auffahrt leer hinauf, so ist bei einer täglichen Arbeitszeit von 8 Stunden, die Geschwindigkeit in vertikaler Richtung gemessen, $= 0{,}48$ Fuß, daher sein tägliches Arbeitsquantum $= 140 . 0{,}48 . 8 . 60 . 60 = 1'935000$ Fßpfd. Hiernach kann ein Mensch täglich horizontal $12\frac{1}{2}$ mal so viel Weg zurücklegen als vertikal.

Fig. 156.



Bei dem hiesigen Teichbaue hat der Verfasser beobachtet, daß 4 kräftige und eingeübte Arbeiter einen Rammkloß, wie Fig. 156, welcher 120 Pfund wiegt, in jeder Minute genau 34 mal 4 Fuß hoch heben, dabei nach 260 Secunden Arbeit jedesmal wieder 260 Secunden Ruhezeit nöthig haben und im Ganzen täglich nur 5 Stunden arbeiten; es stellt sich daher hier die tägliche Arbeit eines Menschen $= \frac{120}{4} . 4 . 34 . 5 . 60 = 1'224000$ Fßpfd. heraus.

Anmerkung 1. Ausführliche Zusammenstellungen über die Leistungen animalischer Motoren theilt der »Ingenieur« mit. Uebrigens findet man auch die Leistungen der Thiere bei Maschinen in der Folge bei den betreffenden Maschinen angegeben.

Anmerkung 2. Die Leistungen der Menschen und Thiere sind noch lange nicht vollständig genug bekannt. Die Leistungen ungeübter oder unter ungünstigen Umständen arbeitender Menschen (bei großer Hitze, Regen u. s. w.) können um die Hälfte kleiner ausfallen als die Leistungen tüchtiger und eingeübter Arbeiter. Die erste vollständige Untersuchung über die Leistung der animalischen Motoren lieferte Coulomb (s. Théorie des machines simples). Vor ihm hatten sich vorzüglich Desaguliers (Cours de Physique expér.) und Schulze (Abhandlungen der Berliner Akademie, 1783) mit der Bestimmung der thierischen Kräfte beschäftigt. In den neueren Zeiten sind die Erfahrungen Coulomb's von Vielen vervollständigt worden. S. Hachette, Traité élémentaire des machines, Bouguer, Euler und Gerstner haben versucht, die Wirkungen der animalischen Motoren auf Gesetze zurückzuführen. Man kann jedoch behaupten, daß diese Aufgabe selbst durch Gerstner (Mechanik Band I.) noch keineswegs als gelöst anzusehen ist.

§. 80. Kraft und Geschwindigkeit bei der Arbeitsverrichtung animalischer Wesen stehen zwar im genauesten Zusammenhange mit einander, Kraftformeln.

Satz 4.3.2 (Regel von Bernoulli-de l'Hospital) Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und $f, g : [a, b] \to \mathbb{R}$ differenzierbare Funktionen. Es existiere $\lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$. Ferner gelte entweder $\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} g(x) = 0$ oder $\lim_{x \to a} g(x) = \infty$. Dann existiert $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$ und es gilt

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Gilt $\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} g(x) = 0$, so heißt $\frac{f(x)}{g(x)}$ für $x \to a$ ein Ausdruck vom Typ $\frac{0}{0}$, gilt $\lim_{x \to a} g(x) = \infty$, so heißt $\frac{f(x)}{g(x)}$ für $x \to a$ ein Ausdruck vom Typ $\frac{\infty}{\infty}$. Satz 4.3.2 besagt also, dass man Ausdrücke vom Typ $\frac{0}{0}$ oder $\frac{\infty}{\infty}$ durch Übergang zu den Ableitungen auflösen kann.

Guillaume François Antoine de l'Hospital (1661–1704)

Beweis. Wir beweisen den Satz nur für den Fall $\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} g(x) = 0$. Wir setzen $f(a) = g(a) = 0$ und betrachten für $x \in (a, b]$ die Funktionen $f_x, g_x : [a, x] \to \mathbb{R}$ mit $f_x(t) = f(t)$ und $g_x(t) = g(t)$. Nach dem Mittelwertsatz der Differentialrechnung gibt es ein $\xi \in (a, x)$ mit

$$\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(x) - f(a)}{g(x) - g(a)} = \frac{f_x(x) - f_x(a)}{g_x(x) - g_x(a)} = \frac{f_x'(\xi)}{g_x'(\xi)} = \frac{f'(\xi)}{g'(\xi)}.$$

Wegen $\xi \to a$ für $x \to a$ folgt die Behauptung. Der Beweis für den Fall $\lim_{x \to a} g(x) = \infty$ ist etwas schwieriger, wir gehen darauf nicht ein. Es sei jedoch bemerkt, dass auch dieser Fall mit Hilfe des Mittelwertsatzes bewiesen wird.

Example 6.1 Consider the data set of the heights of 100 male students:

Find the mean, median, mode, and standard deviation of the heights of the students.

Solution The mean, median, mode, and standard deviation can be found using the following commands:

```
mean(x)
median(x)
mode(x)
sd(x)
```

The results are shown in Table 6.1.

Table 6.1 Mean, median, mode, and standard deviation of the heights of the students.

Mean	Median	Mode	Standard deviation
174.38	174.5	175	6.02

Example 6.2 Consider the data set of the heights of 100 male students:

Find the quartiles, deciles, and percentiles of the heights of the students.

Solution The quartiles, deciles, and percentiles can be found using the following commands:

```
quantile(x)
quantile(x, seq(0.1, 0.9, 0.1))
quantile(x, seq(0.01, 0.99, 0.01))
```

The results are shown in Table 6.2.

Table 6.2 Quartiles, deciles, and percentiles of the heights of the students.

Quartiles					Deciles									
0%	25%	50%	75%	100%	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	
160	170	174.5	179	188	167	170	172	173	174.5	176	177	179	181	

Percentiles																				
1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%	16%	17%	18%	19%	20%	
160	160	161	162	163	164	165	166	166	167	168	168	169	169	170	170	170	171	171	170	

Percentiles																				
21%	22%	23%	24%	25%	26%	27%	28%	29%	30%	31%	32%	33%	34%	35%	36%	37%	38%	39%	40%	
171	171	171	172	172	172	173	173	173	173	173	173	173	174	174	174	174	174	174	174	

Percentiles																				
41%	42%	43%	44%	45%	46%	47%	48%	49%	50%	51%	52%	53%	54%	55%	56%	57%	58%	59%	60%	
174	174	174	174	174	175	175	175	175	174.5	175	175	175	175	175	175	175	175	175	176	

Percentiles																				
61%	62%	63%	64%	65%	66%	67%	68%	69%	70%	71%	72%	73%	74%	75%	76%	77%	78%	79%	80%	
176	176	176	176	176	176	176	176	176	177	177	177	177	177	179	179	179	179	179	179	

Percentiles																				
81%	82%	83%	84%	85%	86%	87%	88%	89%	90%	91%	92%	93%	94%	95%	96%	97%	98%	99%	100%	
179	179	179	179	180	180	180	180	180	181	181	181	181	181	182	182	182	183	183	188	

Arbeit beim Steigen.

§. 81. Noch kann man nach Gerſtner die Leiſtungen nach animaliſchen Motoren bei der Bewegung auf ſchiefen Ebenen berechnen. Iſt G das Gewicht des Motors, P die von ihm getragene Laſt und α der Neigungswinkel der ſchiefen Ebenen, auf welcher der Motor mit der Laſt hinaufſteigt, ſo iſt die Kraft $= P + G \sin. \alpha$ (ſ. Theorie der ſchiefen bene, I., §. 134), und daher zu ſetzen:

$$\left(2 - \frac{v}{c}\right) K = P + G \sin. \alpha.$$

Hiernach folgt die Laſt, mit welcher ein animaliſcher Motor auf einer ſchiefen Ebene von gegebener Neigung emporſteigen kann, ſo wie umgekehrt der Neigungswinkel, welcher einer gegebenen Laſt entſpricht; es iſt nämlich

$$\sin. \alpha = \frac{\left(2 - \frac{v}{c}\right) K - P}{G},$$

darnach für $P = 0$, und $v = c$, alſo leer und bei der mittleren Geſchwindigkeit, $\sin. \alpha = \frac{K}{G}$. Nun iſt aber das Gewicht eines Thieres faſt immer fünfmal ſo groß als ſeine mittlere Kraft, es iſt daher $\sin. \alpha = 1/5$ und $\alpha = 11\frac{1}{2}^0$ der Neigungswinkel derjenigen ſchiefen Ebene, auf welcher ein Thier bei mittlerer Kraftanſtrengung hinaufſteigt.

Anmerkung. Bei dem Ausſchreiten auf horizontalem Wege HR. Fig. 159, dreht ſich der ganze Körper um den Fußpunkt C, wobei der Schwerpunkt des Körpers um eine Höhe $DE = h$ ſteigt, die ſich aus der Schenkellänge $CA = CB = l$ und der Schrittlänge $CH = CR = s$ durch die bekannte Formel

$$DE = \frac{\overline{AD}^2}{2AC}, \text{ d. i.}$$

$$h = \frac{s^2}{8l}$$

leicht beſtimmen läßt. Iſt nun G das Gewicht des Menſchen und Q die von demſelben getragene Laſt, ſo hat man die von demſelben bei jedem Schritte zu verrichtende Arbeit

$$L = (G+Q)h = \frac{(G+Q)s^2}{8l},$$

alſo die Kraft

$$P = \frac{L}{s} = \frac{(G+Q)s}{8l}.$$

Fig. 159.

Setzen wir die Schenkellänge $l = 3$ Fuß und die Schrittlänge $s = 2\frac{1}{4}$ Fuß, ſo haben wir hiernach die Kraft Arbeit beim Steigen.

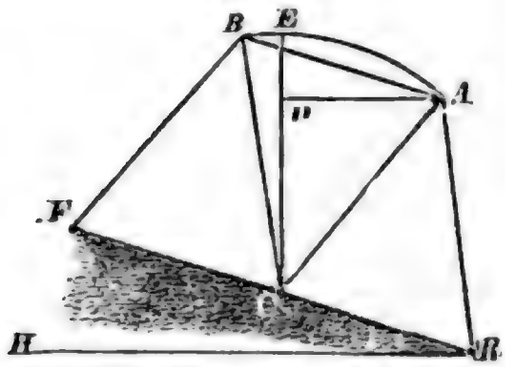
$$P = \frac{9\,(G+Q)}{4\,.\,8\,.\,3} = \frac{3}{32}\,(G+Q) = 0{,}09375\,(G+Q),$$

alſo für $Q = 0$ und $G = 150$ Pfund,

$$P = 14 \text{ Pfund}.$$

Hiernach wäre alſo die Anſtrengung, um ſich ſelbſt auf horizontalem Wege fortzubewegen, bei gleichem Wege eben ſo groß, als diejenige, welche man nöthig hat, ein Gewicht von 14 Pfund zu heben.

Fig. 160.



Beim Hinaufſteigen auf einer ſchwach anſteigenden Ebene FR, Fig. 160, iſt, wenn α den Steigwinkel FRH dieſer Ebene und β den Drehungswinkel ACB bezeichnen, die Steighöhe eines Schrittes

$$DE = h = CE - CD = CE\,(1 - \cos.\,ACD)$$
$$= l\left[1 - \cos.\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)\right]$$
$$= l\left(1 - \cos.\alpha\,.\,\cos.\frac{\beta}{2} + \sin.\alpha\,.\sin.\frac{\beta}{2}\right),$$

annähernd, bei kleinem Steigwinkel α,

$$h = l\left(1 - \cos.\frac{\beta}{2} + \sin.\alpha\,\sin.\frac{\beta}{2}\right) = l\left(\frac{s^2}{8\,l^2} + \frac{s}{2\,l}\sin.\alpha\right)$$
$$= \frac{s}{2}\left(\frac{s}{4\,l} + \sin.\,\alpha\right).$$

Es iſt folglich die mechaniſche Arbeit bei jedem Schritte

$$L = (G+Q)\,h = (G+Q)\left(\frac{s}{4\,l} + \sin.\,\alpha\right)\frac{s}{2}$$

und die mittlere Kraft

$$P = \tfrac{1}{2}\,(G+Q)\left(\frac{s}{4\,l} + \sin.\,\alpha\right).$$

Für das Herabſteigen auf der ſchiefen Ebene iſt α negativ, daher die Kraft

$$P = \tfrac{1}{2}\,(G+Q)\left(\frac{s}{4\,l} - \sin.\,\alpha\right).$$

Hiernach wäre allerdings für $\sin.\alpha = \frac{s}{4\,l}$, die Kraft = Null. Nimmt man wieder $l = 3$ und $s = 2\frac{1}{4}$ Fuß, ſo erhält man $\sin.\alpha = \frac{9}{48} = \frac{3}{16} = 0{,}1875$, d. i. $\alpha = 10^\circ, 48'$, den Neigungswinkel, bei welchem das Herabſteigen am leichteſten wird. Iſt der Steigwinkel $\alpha = \frac{\beta}{2}$, ſo hat man die Kraft zum Aufſteigen:

$$P = \frac{(G+Q)\,s}{4\,l},$$

und iſt $\alpha > \frac{\beta}{2}$, d. i. $> \frac{s}{2\,l}$, in Zahlen $\alpha > \frac{9}{24} = \frac{3}{8} > 0{,}375$, alſo $\alpha^\circ > 22$ Grad, ſo hat man einfach:

$$P = (G + Q)\,\sin.\,\alpha.$$

§. 82. Wenn man nach Gerſtner der Arbeitszeit z denſelben Einfluß auf das tägliche Arbeitsquantum beimißt, wie der Geſchwindigkeit, ſo hat Arbeit an Maſchinen.

Arbeit an Maſchinen.

man für die Kraft zu ſetzen: $P = \left(2 - \frac{v}{c}\right)\left(2 - \frac{z}{t}\right) K$, und erhält hiernach die tägliche Leiſtung $L = \left(2 - \frac{v}{c}\right)\left(2 - \frac{z}{t}\right) K v z$.

Jedenfalls iſt die Leiſtung am größten, und zwar $= K c t$, wenn das Thier nicht allein mit der mittleren Geſchwindigkeit und Kraft arbeitet, ſondern auch die mittlere Arbeitszeit innehält. Uebrigens iſt nicht außer Acht zu laſſen, daß dieſe Formel bloß für ſolche Werthe von v, z und P hinreichende Genauigkeit gewährt, welche nicht ſehr von den mittleren Werthen c, t und K abweichen.

Herr Maſchek empfiehlt ſtatt der obigen Kraftformel von Gerſtner den einfacheren Ausdruck $P = \left(3 - \frac{v}{c} - \frac{z}{t}\right) K$, der allerdings zum Rechnen ſehr bequem iſt. S. Neue Theorie der menſchlichen und thieriſchen Kräfte u. ſ. w. von F. J. Maſchek, Prag u. ſ. w.

In der Regel wird man die Thiere während der mittleren Arbeitszeit von 8 bis 10 Stunden arbeiten laſſen, und daher auf den Factor $\left(2 - \frac{z}{t}\right)$ nicht weiter Rückſicht zu nehmen haben, alſo die tägliche Leiſtung $L = \left(2 - \frac{v}{c}\right) K v z$ ſetzen können. Arbeitet nun aber ein Thier an einer Maſchine, ſo wird ſich ſeine Kraft P in eine Nutzlaſt P_1 und eine Nebenlaſt P_2 zerlegen, alſo $P = P_1 + P_2$ zu ſetzen ſein, wofern wir beide auf den Kraftpunkt reducirt uns denken. Auch wird in der Regel, wie wir in der Folge wiederholt ſehen können, die Nebenlaſt P_2 aus einem conſtanten und ſchon bei der unbelaſteten Maſchine vorkommenden Theile R und aus einem von der Nutzlaſt abhängigen und dieſer genau oder wenigſtens annähernd proportionalen Theile δP_1, wo δ einen Erfahrungscoefficienten bezeichnet, beſtehen, es wird alſo $P_2 = R + \delta . P_1$ und ſonach $P = (1+\delta) P_1 + R$, alſo auch

$$\left(2 - \frac{v}{c}\right) K = (1+\delta) P_1 + R \text{ zu ſetzen ſein.}$$

Die Totalleiſtung pr. Sec. iſt nun

$$Pv = \left(2 - \frac{v}{c}\right) Kv = (1+\delta) P_1 v + Rv,$$

und daher die Nutzleiſtung

$$P_1 v = \frac{(2K - R) v - \frac{K v^2}{c}}{1+\delta} = \left[\left(2 - \frac{R}{K}\right) c - v\right] v . \frac{K}{(1+\delta) c}.$$

Damit dieſe Leiſtung ſo groß wie möglich ausfalle, muß (ſiehe §. 80) $v = \frac{1}{2}\left(2 - \frac{R}{K}\right) c = \left(1 - \frac{R}{2K}\right) c$, alſo die Geſchwin-

Sodann lassen sich Arbeit und Leistung durch Linienintegrale ausdrücken. Ist $\mathfrak{k}$ die Kraft, $\mathfrak{v}$ die Geschwindigkeit, $\mathfrak{r}$ der Ortsvektor des Punktes, auf den $\mathfrak{k}$ wirkt, so ist $\mathfrak{k} = \mathfrak{k}\left(\mathfrak{r}, \frac{d\mathfrak{r}}{dt}, t\right)$, $\mathfrak{v} = \frac{d\mathfrak{r}}{dt}$, die Arbeit ist in der Zeit dt

$$dA = \mathfrak{k} \cdot \mathfrak{v}\, dt = \mathfrak{k} \cdot d\mathfrak{r}$$

und die Leistung

$$L = \frac{dA}{dt} = \mathfrak{k} \cdot \mathfrak{v}.$$

Ist Potentialkraft, d. h. $\mathfrak{k} = \mathfrak{k}(\mathfrak{r})$ und $\mathfrak{k} = -\operatorname{grad} U$, U Potentialfunktion, dann ist

$$dA = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\, dx + \frac{\partial U}{\partial y}\, dy + \frac{\partial U}{\partial z}\, dz\right) = -dU$$

und

$$A = -\int_{\mathfrak{r}_0}^{\mathfrak{r}_1} dU = U(\mathfrak{r}_0) - U(\mathfrak{r}_1).$$

Die Arbeit, die eine Potentialkraft bei Verschiebung ihres Angriffspunktes von einem Punkte $\mathfrak{r}_0$ zu einem Punkte $\mathfrak{r}_1$ leistet, ist gleich der Differenz der Potentialfunktion in diesen beiden Punkten.

Ist $\mathfrak{k}$ eine Potentialkraft, so ist $\operatorname{rot} \mathfrak{k} = 0$, d. h. $\frac{\partial k_x}{\partial y} = \frac{\partial k_y}{\partial x}$, $\frac{\partial k_y}{\partial z} = \frac{\partial k_z}{\partial y}$, $\frac{\partial k_z}{\partial x} = \frac{\partial k_x}{\partial z}$. Ist umgekehrt $\operatorname{rot} \mathfrak{k} = 0$, so ist $\mathfrak{k}$ eine Potentialkraft, d. h. $\mathfrak{k}$ ist dann und nur dann eine Potentialkraft, wenn $\operatorname{rot} \mathfrak{k} = 0$ ist. Ist $\mathfrak{k}$ eine Potentialkraft, so ist $\int \mathfrak{k} \cdot d\mathfrak{r}$ längs jeder geschlossenen Kurve gleich Null.

Fig. 10.

§ 10. Gravitationsgesetz. Zwischen zwei Massenpunkten m und m' wirkt eine Kraft, die in der Verbindungslinie r der beiden Massenpunkte liegt und die Größe $\frac{mm'}{r^2}$ hat. Sie ist eine Anziehungskraft, wenn m und m' gleiches Vorzeichen haben, eine Abstoßungskraft, wenn m und m' verschiedenes Vorzeichen haben. Ist $\mathfrak{r}$ der Ortsvektor des Punktes m, $\mathfrak{r}'$ der Ortsvektor des Punktes m', so ist die Kraft, die auf m wirkt, $\mathfrak{k} = \frac{mm'}{r^3}(\mathfrak{r} - \mathfrak{r}')$, die Kraft, die auf m' wirkt, $\mathfrak{k}' = \frac{mm'}{r^3}(\mathfrak{r}' - \mathfrak{r})$.

Fig. 11.

§ 11. Die Gravitation $\mathfrak{k}$ eines Massenpunktes m ist eine Potentialkraft, $\mathfrak{k} = -\operatorname{grad} U$, $U = \frac{m}{r}$. Ist $\mathfrak{r}$ der Ortsvektor des Punktes m, $\mathfrak{r}'$ der Ortsvektor des Punktes m', so ist $U = \frac{m}{|\mathfrak{r} - \mathfrak{r}'|}$.

Ist $\mathfrak{k}$ die Gravitation eines Massenpunktes m, $\mathfrak{k}'$ die Gravitation eines Massenpunktes m', so ist $\mathfrak{k} + \mathfrak{k}'$ die Gravitation der beiden Massenpunkte m und m'.

Hebel. CA, dieser aber hat deren zwei, nämlich CA und CA_1. Man erzeugt durch den Hebel eine schwingende Bewegung im Kreise, und wendet ihn deshalb vorzüglich in den Fällen an, wo eine auf- und nieder- oder hin- und hergehende Bewegung erzeugt werden soll, wie z. B. bei Pumpen, zumal bei Feuerspritzen. Zur Aufnahme der Menschenkräfte dienen die Handhaben oder Spillen, deren Anzahl und Länge sich nach der Anzahl der Arbeiter richtet, welche den Hebel in Bewegung setzen. Da die Kraftausübung bei der Bewegung von oben nach unten eine leichtere ist als bei der Bewegung von unten nach oben, so läßt man den Arbeiter meist nur beim Niedergange wirken, und bringt zu diesem Zwecke Gegengewichte an, welche dem Aufgange zu Hülfe kommen, oder bedient sich eines doppelten Hebels, an welchem dann die Arbeiter abwechselnd niederzudrücken haben. In dem Falle, wenn die Arbeiter nur beim Niedergange wirken, werden oft die Handhaben durch Seile ersetzt, die vom Hebel niederhängen und von den Menschen ergriffen werden. Zuweilen werden Hebel auch mit den Füßen durch Treten in Bewegung gesetzt.

Um eine nicht zu große Richtungsänderung während eines Spieles zu erhalten, läßt man den Hebel in einem nicht sehr großen, wenigstens nicht 60 Grad überschreitenden Bogen schwingen; und um die Ausübung der Kraft nicht zu erschweren, läßt man den Handhaben oder Angriffspunkten der Kräfte nur die der menschlichen Armlänge entsprechenden Wege von $2\frac{1}{2}$ bis $3\frac{1}{2}$ Fuß zurücklegen. Aus dem letzteren Grunde ist es auch angemessen, die Handhaben bei ihrem mittleren Stande um die der menschlichen Länge entsprechende Höhe von 3 bis $3\frac{1}{2}$ Fuß vom Fußboden abstehen zu lassen. Nach gemachten Erfahrungen arbeitet ein Mensch an einem Hebel täglich 8 Stunden lang mit der Kraft $K = 10{,}7$ Pfund, und Geschwindigkeit $c = 3{,}5$ Fuß, es ist daher seine Leistung an dieser Maschine pr. Sec.: $L = 10{,}7 \,.\, 3{,}5 = 37{,}45$ Fußpfund; und demnach täglich $Kcl = 37{,}45.8.3600 = 1'078560$ Fußpfund.

Es ist nöthig, bei der Anordnung eines Hebels dafür zu sorgen, daß die Arbeiter mit der angegebenen mittleren Kraft und Geschwindigkeit arbeiten, oder vielmehr, daß die effective Kraft nur um die halbe constante Nebenlast größer ausfällt als die mittlere Kraft.

An dem Hebel selbst stellt sich nur ein Hinderniß, nämlich dessen Axenreibung heraus. Ist D der aus dem Gewichte des Hebels und aus der Kraft und Last desselben entspringende Zapfendruck, r der Zapfenhalbmesser und φ der Reibungscoefficient, endlich a der Hebelarm CA der Kraft, so hat man die auf den Kraftpunkt reducirte Zapfenreibung: $F = \frac{\varphi r}{a} D$; da nun aber φ und in der Regel auch $\frac{r}{a}$ ein kleiner Bruch ist, so fällt mei-

Figure 3.1 Scientific notation is used to express very large numbers, such as the number of stars in the universe, and very small numbers, such as the wavelength of light.

Figure 3.2 Scientific notation is used to express very large numbers, such as the number of stars in the universe, and very small numbers, such as the wavelength of light.

Figure 3.3 Scientific notation is used to express very large numbers, such as the number of stars in the universe, and very small numbers, such as the wavelength of light.

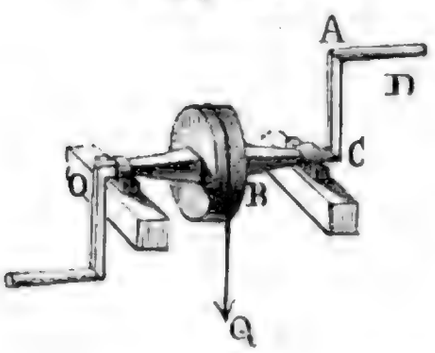
Hebel. 4,9 Fuß Weg zurücklegen, und nimmt man nun den Schwingungswinkel $\beta = 50°$, ſo erhält man die nöthige Armlänge $b = \frac{s}{2\,sin.\frac{\beta}{2}} = \frac{0{,}5}{sin.\,25°} = 1{,}183$ Fuß und die Armlänge $a = 4{,}9\,.\,b = 4{,}9\,.\,1{,}183 = 5{,}80$ Fuß. Der nöthige Kraftaufwand iſt nun $P = \frac{160 + 79}{4{,}9} = 48{,}78$ Pfund, folglich die Kraft eines Arbeiters $= 12{,}195$ Pfund, und der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{\left(1 - \frac{55}{2\,.\,4{,}9\,.\,42{,}8}\right)^2}{1{,}15} = \frac{(1 - 0{,}1311)^2}{1{,}15} = 0{,}657.$$

Wenn alſo auch die vier Menſchen eine tägliche Arbeit von $4\,.\,1{\cdot}075860 = 4{\cdot}303440$ Fußpfund verrichten können, ſo werden ſie an dieſer Maſchine doch nur $0{,}657\,.\,4{\cdot}303440$, alſo circa $= 2{\cdot}800000$ Fußpfund nützliche Arbeit leiſten.

Haspel. §. 84. Das vorzüglichſte Mittel zur Aufnahme der Menſchenkraft iſt die liegende Radwelle, welche in dieſem Falle den Namen Haspel (franz. treuil, tour; engl. windlass) erhält. Dieſe Maſchine beſteht im Allgemeinen aus einer horizontalen Welle, an deren Umfang die Laſt wirkt, und in einem Syſteme von Handhaben oder Spillen zur Aufnahme der Kraft. Man unterſcheidet vorzüglich drei Arten von Haspeln, nämlich den Kurbel- oder Hornhaspel, den Kreuz- und den Spillenhaspel von einander. Bei dem Hornhaspel wirkt die Kraft an der Kurbel (franz. manivelle; engl. winch), einem knieförmig gebogenen Anſatze CAD, Fig. 164,

Fig. 164.



des Zapfens der Welle. Der Kreuzhaspel, Fig. 165, hat ſtatt der Kurbel durch die Welle geſteckte, als Hebel dienende Arme, CA, CA_1 ... und

Fig. 165.

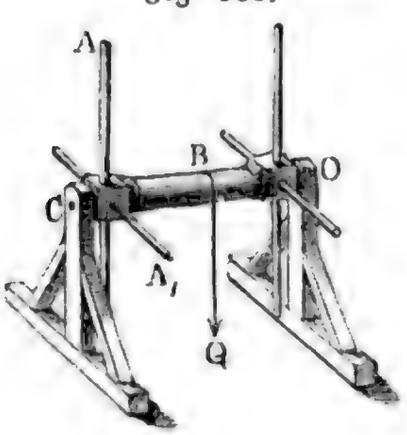
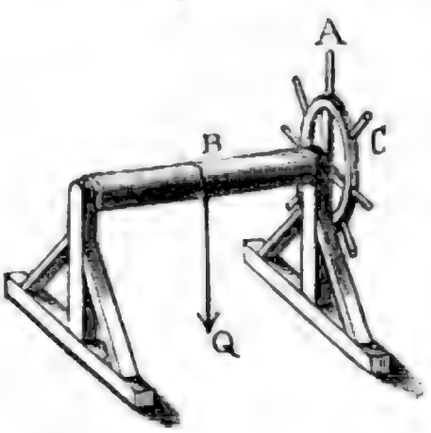


Fig. 166.

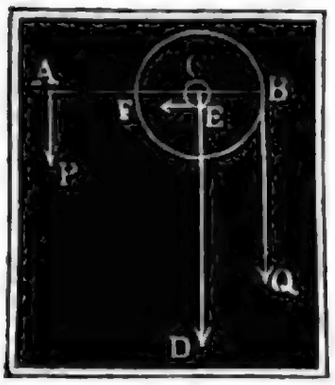


der Spillenhaspel, Fig. 166, iſt eine vollſtändige Radwelle mit radialen oder axiellen Handhaben oder Spillen (franz. chevilles; engl. pins). Bei dem Hornhaspel verändert der Arbeiter ſeinen Angriffspunkt

während einer Umdrehung nicht, bei den Kreuz- und Spillenhaspeln hingegen geht hierbei die Hand des Arbeiters von einem Arme oder von einer Spille zur anderen über. Die letzteren beiden Haspelarten werden angewendet, wenn es darauf ankommt, auf kürzere Zeit und bei längeren Unterbrechungen große Lasten zu überwinden, z. B. Baumaterialien und Maschinentheile beim Aufstellen derselben zu heben u. s. w. Zur gewöhnlichen stetigen Arbeitsverrichtung dienen die Hornhaspel. Haspel

Damit der Arbeiter am Hornhaspel seine Arbeit mit möglichstem Nutzen verrichten könne, ist es nöthig, daß die Armlänge oder Kurbel, der menschlichen Armlänge entsprechend, 16 bis 18 Zoll betrage, und daß die Axe der Kurbel der mittleren Menschenlänge entsprechend, 38 bis 39 Zoll über dem Fußboden stehe. Uebrigens hat man nach der Zahl der Arbeiter, welche sich an einem Haspel anstellen lassen, ein-, zwei- und mehrmännische Kurbeln (Haspeln). Da der Mensch mit weniger Anstrengung drückend und schiebend arbeiten kann als ziehend und hebend, so wird ihm die Umdrehung der Kurbel an allen Stellen ihrer Spille im Kreise nicht gleich schwer, und es ist deshalb zweckmäßig, bei einem zwei- oder mehrmännischen Haspel die Spillen auf dem Kreise gleichmäßig zu vertheilen, also z. B. beim zweimännischen Haspel die beiden Kurbelhörner einander gegenüber zu stellen. Man hat die tägliche Leistung eines Menschen an der Kurbel nicht größer als 1′175040 Fußpfund gefunden, und zwar bei der mittleren Kraft $K = 17$ Pfund, mittleren Geschwindigkeit $c = 2{,}4$ Fuß und Arbeitszeit $t = 8$ Stunden. Die Berechnung des Haspels ist übrigens von der Berechnung einer Radwelle überhaupt nicht verschieden. Wirkt die Last Q, Fig. 167, am Hebelarme $CB = b$, die Kraft P aber am Hebelarme $CA = a$, so hat man $Pa = Qb$, daher die einer gegebenen Last entsprechende Kraft $P = \frac{b}{a} Q$; ist noch D der Zapfendruck und r der Zapfenhalbmesser CE, so hat man vollständiger $Pa = Qb + \varphi D r$, und daher $P = \frac{b}{a} Q + \frac{r}{a} . \varphi D$. Besteht die Last Q sammt Reibung $\frac{r}{b} \varphi D$ aus der Nutzlast Q_1, der constanten Nebenlast W und der veränderlichen Nebenlast δQ, ist also $Q = (1 + \delta) Q_1 + W$, so gilt die Regel

Fig. 167.



$$P = \frac{b}{a}[(1 + \delta) Q_1 + W] = K + \frac{b}{a} \cdot \frac{W}{2},$$

also ist das Verhältniß $\frac{a}{b} = \frac{(1 + \delta) Q_1 + \frac{1}{2} W}{K}$ zu machen.

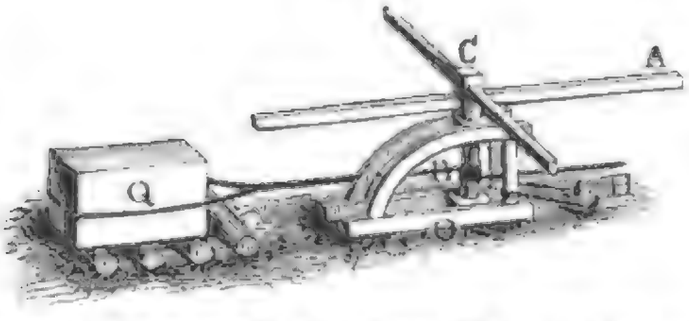
Haspel. Da aber die Kurbel eine vorgeschriebene Höhe von 16 bis 18 Zoll hat, so ist hiernach der Hebelarm b der Last zu bestimmen, nämlich $b = \frac{Ka}{(1+\delta)Q_1 + \frac{1}{2}W}$ zu machen, damit die Arbeiter mit möglichstem Vortheile wirken.

Beispiel. An einem zweimännischen Haspel wirkt eine Last Q von 200 Pfd., wovon aber nur 150 Pfund Nutzlast, 30 Pfund dagegen constante und 20 Pfund veränderliche Nebenlast sind; der Hebelarm der Last beträgt 4 Zoll, der der Kraft 18 Zoll, der Zapfenhalbmesser $\frac{1}{2}$ Zoll, der Reibungscoefficient aber $\varphi = 0{,}1$, und das Gewicht der Maschine $= 80$ Pfund; man sucht die Leistung dieser Maschine. Die ganze Kraft ist, wenn man den Zapfendruck zu $200+80 = 280$ Pfd. annimmt, $P = \frac{4}{18}\cdot 200 + 0{,}1\cdot\frac{1}{2\,.\,18}\cdot 280 = 44{,}44 + 0{,}5 = 44{,}94$ Pfund, daher die eines Arbeiters $= 22{,}47$ Pfund, und nach der Gerstner'schen Formel die Geschwindigkeit der Kraft oder Haspelspille: $v = \left(2 - \frac{P}{K}\right)c = \left(2 - \frac{22.47}{17}\right)\cdot 2{,}4 = 1{,}628$ Fuß. also die der Last $w = \frac{a}{b}v = \frac{2}{9}\,.\,1{,}628 = 0{,}362$ Fuß, und die Nutzleistung pr. Sec. $Q_1 w = 0{,}362\,.\,150 = 54{,}3$ Fußpfund, und täglich $= 1563840$ Fußpfund; endlich ist der Wirkungsgrad, da beide Arbeiter die Arbeit $2\,.\,1175040 = 2350080$ Fußpfund verrichten können, $\eta = \frac{1563840}{2350080} = 0{,}665$.

Anmerkung. Trethaspel, Zug- und Stoßhaspel, Schwunghaspel sind außer Gebrauch gekommene Vorrichtungen, über die man sich in den älteren Werken von Langsdorf, Gerstner u. s. w. unterrichten kann.

Stehende Welle. §. 85. Die stehende Welle oder Winde (franz. cabestan; engl. capstan) wird entweder von Menschen oder von Thieren in Umdrehung gesetzt. Man unterscheidet Erdwinden, Schiffswinden, und Göpel. Die Erdwinde, Fig. 168, ist transportabel und dient gewöhnlich zum Fortschaffen großer Lasten auf dem Erdboden. Sie besteht aus einer runden Welle CO und aus vier, durch ihren vierseitigen Kopf C gesteckten Armen wie CA u. s. w. Ihr Gestell wird mittels Stricken an eingeschlagene Pfähle H befestigt. Die Schiffswinde ist von der Erdwinde nicht wesentlich verschieden. Der Göpel (franz. baritel) ist eine größere stehende Welle, welche vorzüglich zum Heben von Lasten, namentlich zum Fördern aus Gruben, verwendet wird. Er wird durch Menschen oder durch Pferde in Bewegung gesetzt, und heißt im ersten Falle ein Handgöpel, im zweiten aber ein Pferdegöpel (franz. ma-

Fig. 168.



Versuchsanordnung nach Rüchardt.

Bild 1.

Bild 2.

Bild 3.

Bild 4.

Bild 1 bis 4. — Kurz gesagt, das Verfahren von Rüchardt ist folgendes: Ein Metallzylinder, der in einem Glasrohr mit seinem Rande dicht anliegt, kann in diesem Rohr reibungslos schwingen, wenn er nur mit einer kleinen Kraft in Bewegung gesetzt wird. Ist er nun auf irgend eine Weise in Schwingungen versetzt, so kann man aus der Schwingungsdauer T und der Masse m des Zylinders, sowie aus dem Durchmesser d des Rohres und dem Volumen V des eingeschlossenen Gases c_p/c_v berechnen. Die Formel lautet:

$$\frac{c_p}{c_v} = \frac{4\,m\,V}{T^2\,d^4\,\pi^2\,p}$$

Dabei ist p der Druck des Gases, der sich aus dem Barometerstand und dem Druck des Zylinders zusammensetzt. Bild 1 zeigt die Versuchsanordnung, Bild 2 den Zylinder, Bild 3 und 4 die Einrichtung, um den Zylinder in Schwingungen zu versetzen. Bild 3 zeigt die Ruhelage, Bild 4 die Lage, wenn der Zylinder durch einen Magneten in Schwingungen versetzt ist.

Ableitung der Formel. Es sei V das Volumen des Gases, p sein Druck, m die Masse des Zylinders, d der Durchmesser des Rohres, x die Verschiebung des Zylinders aus der Ruhelage. Dann ist die Kraft, die auf den Zylinder wirkt, gleich $d^2\,\pi\,p$. Wird nun der Zylinder um x verschoben, so ändert sich das Volumen des Gases um $d^2\,\pi\,x$, und der Druck wird $p\,\frac{V}{V + d^2\,\pi\,x}$. Die Kraft, die auf den Zylinder wirkt, ist also

$$d^2\,\pi\,p\,\frac{V}{V + d^2\,\pi\,x} - d^2\,\pi\,p = -\frac{d^4\,\pi^2\,p\,x}{V + d^2\,\pi\,x}$$

Somit ist die Gleichung für die Schwingungen des Zylinders

$$m\,\ddot{x} = -\frac{d^4\,\pi^2\,p\,x}{V + d^2\,\pi\,x}$$

Gesucht wird nun eine Lösung dieser Gleichung, die $x = x_0 \sin \frac{2\pi}{T} t$ ist.

Kap. 1. Die Ausbildung der Lehre von den Kegelschnitten.

Schneidung beider Kreise in einem Punkte, und die Kreise der Schar A schneiden sich ebenfalls in zwei Punkten, die auf der Linie O_1O_2 liegen. Diese Punkte sind die Grundpunkte der Schar A.

Ist P ein beliebiger Punkt der Ebene, so gehen durch ihn ein Kreis der Schar B und ein Kreis der Schar A. Diese beiden Kreise schneiden sich außer in P noch in einem zweiten Punkte P'. Wir nennen P und P' zwei zugeordnete Punkte. Sie liegen auf einer Geraden durch O, und es ist $OP \cdot OP' = r^2$.

Fig. 8. Zu jedem Punkte P der Ebene gehört ein zugeordneter Punkt P', der auf der Geraden OP liegt und mit P zusammen auf einem Kreise durch A_1 und A_2 liegt.

Ist P ein Punkt der Geraden O_1O_2, so fallen P und P' zusammen. Ist P ein Punkt der Geraden A_1A_2, so ist P' der Schnittpunkt dieser Geraden mit der Polare von P in bezug auf K. Ist P ein Punkt der Polare von O, so fällt P' ins Unendliche.

Ist P ein Punkt außerhalb K, so ist P' der Mittelpunkt der Sehne A_1A_2 des Kreises K, die P zum Pol hat. Ist P ein Punkt innerhalb K, so ist P' der Mittelpunkt der Sehne B_1B_2 des Kreises K, die P zum Pol hat.

Ist P ein Punkt des Kreises K, so ist $P' = P$

Rose Bowl on October 1 and 2 in Pasadena, Calif. Entries are open to all amateur photographers. Prizes will be awarded in each of the following classes: Class A, Pictorial; Class B, Portraiture; Class C, Landscape; Class D, Animal Life; Class E, Still Life; Class F, Architecture; Class G, Industrial; Class H, Commercial; Class I, Miscellaneous; Class J, Stereoscopic; Class K, Lantern Slides; Class L, Motion Pictures. Entry blanks may be obtained from the Secretary, Pasadena Camera Club, Pasadena, Calif.

The Pasadena Camera Club is one of the most active of the amateur photographic clubs in the West. It has a membership of 200 and has been in existence for 10 years. Its meetings are held on the first and third Tuesday evenings of each month in the Public Library Building, Pasadena, Calif.

The Pasadena Camera Club is also one of the most progressive clubs in the West. It has a membership of 200 and has been in existence for 10 years. Its meetings are held on the first and third Tuesday evenings of each month in the Public Library Building, Pasadena, Calif.

Portrait of Mrs. Wm. Hall, Jr.

Kugel um die Kugelfläche rollt. Ferner sind, wie bei der Ebene, die Kurven, die von einem Punkte der Kugel beschrieben werden, wenn

diese Kugel auf einer zweiten Kugelfläche rollt, Epi- und Hypozykloiden, und zwar sind sie Epizykloiden, wenn die Kugeln sich von einander aus berühren, Hypozykloiden, wenn die Kugeln sich von innen berühren. Auch hier ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{n}{m}$, wo r und ϱ die Radien der Kugeln, n und m ganze Zahlen sind. Ist $\frac{r}{\varrho}$ irrational, so ist die Kurve nicht geschlossen. Ist $\frac{r}{\varrho}$ rational, so ist die Kurve geschlossen und hat n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho}$ eine ganze Zahl, so ist die Kurve ein Kreis. Ist $\frac{r}{\varrho}$ ein Bruch, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{1}{2}$, so ist die Kurve eine Ellipse. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{1}{3}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 3. Ordnung, die Steinersche Hypozykloide. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{1}{4}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 4. Ordnung, die Lamésche Hypozykloide. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{1}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Lamésche Hypozykloide. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{2}{3}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 6. Ordnung, die Epizykloide mit drei Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{2}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{3}{4}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 8. Ordnung, die Epizykloide mit vier Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{3}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{4}{5}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 10. Ordnung, die Epizykloide mit fünf Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{4}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{5}{6}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 12. Ordnung, die Epizykloide mit sechs Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{5}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{6}{7}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 14. Ordnung, die Epizykloide mit sieben Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{6}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{7}{8}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 16. Ordnung, die Epizykloide mit acht Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{7}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{8}{9}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 18. Ordnung, die Epizykloide mit neun Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{8}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{9}{10}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 20. Ordnung, die Epizykloide mit zehn Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{9}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{10}{11}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 22. Ordnung, die Epizykloide mit elf Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{10}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{11}{12}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 24. Ordnung, die Epizykloide mit zwölf Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{11}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{12}{13}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 26. Ordnung, die Epizykloide mit dreizehn Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{12}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{13}{14}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 28. Ordnung, die Epizykloide mit vierzehn Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{13}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{14}{15}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 30. Ordnung, die Epizykloide mit fünfzehn Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{14}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{15}{16}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 32. Ordnung, die Epizykloide mit sechzehn Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{15}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{16}{17}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 34. Ordnung, die Epizykloide mit siebzehn Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{16}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{17}{18}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 36. Ordnung, die Epizykloide mit achtzehn Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{17}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{18}{19}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 38. Ordnung, die Epizykloide mit neunzehn Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{18}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{19}{20}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 40. Ordnung, die Epizykloide mit zwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{19}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{20}{21}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 42. Ordnung, die Epizykloide mit einundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{20}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{21}{22}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 44. Ordnung, die Epizykloide mit zweiundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{21}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{22}{23}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 46. Ordnung, die Epizykloide mit dreiundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{22}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{23}{24}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 48. Ordnung, die Epizykloide mit vierundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{23}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{24}{25}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 50. Ordnung, die Epizykloide mit fünfundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{24}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{25}{26}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 52. Ordnung, die Epizykloide mit sechsundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{25}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{26}{27}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 54. Ordnung, die Epizykloide mit siebenundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{26}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{27}{28}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 56. Ordnung, die Epizykloide mit achtundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{27}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{28}{29}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 58. Ordnung, die Epizykloide mit neunundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{28}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{29}{30}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 60. Ordnung, die Epizykloide mit dreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{29}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{30}{31}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 62. Ordnung, die Epizykloide mit einunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{30}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{31}{32}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 64. Ordnung, die Epizykloide mit zweiunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{31}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{32}{33}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 66. Ordnung, die Epizykloide mit dreiunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{32}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{33}{34}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 68. Ordnung, die Epizykloide mit vierundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{33}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{34}{35}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 70. Ordnung, die Epizykloide mit fünfundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{34}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{35}{36}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 72. Ordnung, die Epizykloide mit sechsundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{35}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{36}{37}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 74. Ordnung, die Epizykloide mit siebenundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{36}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{37}{38}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 76. Ordnung, die Epizykloide mit achtundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{37}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{38}{39}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 78. Ordnung, die Epizykloide mit neunundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{38}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{39}{40}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 80. Ordnung, die Epizykloide mit dreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{39}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{40}{41}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 82. Ordnung, die Epizykloide mit einunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{40}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{41}{42}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 84. Ordnung, die Epizykloide mit zweiunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{41}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{42}{43}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 86. Ordnung, die Epizykloide mit dreiunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{42}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{43}{44}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 88. Ordnung, die Epizykloide mit vierundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{43}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{44}{45}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 90. Ordnung, die Epizykloide mit fünfundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{44}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{45}{46}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 92. Ordnung, die Epizykloide mit sechsundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{45}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{46}{47}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 94. Ordnung, die Epizykloide mit siebenundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{46}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{47}{48}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 96. Ordnung, die Epizykloide mit achtundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{47}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{48}{49}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 98. Ordnung, die Epizykloide mit neunundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{48}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{49}{50}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 100. Ordnung, die Epizykloide mit dreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{49}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{50}{51}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 102. Ordnung, die Epizykloide mit einunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{50}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{51}{52}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 104. Ordnung, die Epizykloide mit zweiunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{51}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{52}{53}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 106. Ordnung, die Epizykloide mit dreiunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{52}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{53}{54}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 108. Ordnung, die Epizykloide mit vierundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{53}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{54}{55}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 110. Ordnung, die Epizykloide mit fünfundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{54}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{55}{56}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 112. Ordnung, die Epizykloide mit sechsundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{55}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{56}{57}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 114. Ordnung, die Epizykloide mit siebenundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{56}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{57}{58}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 116. Ordnung, die Epizykloide mit achtundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{57}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{58}{59}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 118. Ordnung, die Epizykloide mit neunundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{58}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{59}{60}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 120. Ordnung, die Epizykloide mit dreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{59}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{60}{61}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 122. Ordnung, die Epizykloide mit einunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{60}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{61}{62}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 124. Ordnung, die Epizykloide mit zweiunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{61}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{62}{63}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 126. Ordnung, die Epizykloide mit dreiunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{62}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{63}{64}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 128. Ordnung, die Epizykloide mit vierundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{63}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{64}{65}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 130. Ordnung, die Epizykloide mit fünfundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{64}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{65}{66}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 132. Ordnung, die Epizykloide mit sechsundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{65}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{66}{67}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 134. Ordnung, die Epizykloide mit siebenundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{66}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{67}{68}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 136. Ordnung, die Epizykloide mit achtundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{67}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{68}{69}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 138. Ordnung, die Epizykloide mit neunundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{68}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{69}{70}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 140. Ordnung, die Epizykloide mit dreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{69}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{70}{71}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 142. Ordnung, die Epizykloide mit einunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{70}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{71}{72}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 144. Ordnung, die Epizykloide mit zweiunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{71}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{72}{73}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 146. Ordnung, die Epizykloide mit dreiunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{72}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{73}{74}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 148. Ordnung, die Epizykloide mit vierundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{73}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{74}{75}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 150. Ordnung, die Epizykloide mit fünfundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{74}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{75}{76}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 152. Ordnung, die Epizykloide mit sechsundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{75}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{76}{77}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 154. Ordnung, die Epizykloide mit siebenundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{76}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{77}{78}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 156. Ordnung, die Epizykloide mit achtundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{77}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{78}{79}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 158. Ordnung, die Epizykloide mit neunundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{78}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{79}{80}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 160. Ordnung, die Epizykloide mit dreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{79}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{80}{81}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 162. Ordnung, die Epizykloide mit einunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{80}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{81}{82}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 164. Ordnung, die Epizykloide mit zweiunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{81}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{82}{83}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 166. Ordnung, die Epizykloide mit dreiunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{82}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{83}{84}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 168. Ordnung, die Epizykloide mit vierundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{83}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{84}{85}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 170. Ordnung, die Epizykloide mit fünfundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{84}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{85}{86}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 172. Ordnung, die Epizykloide mit sechsundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{85}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{86}{87}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 174. Ordnung, die Epizykloide mit siebenundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{86}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{87}{88}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 176. Ordnung, die Epizykloide mit achtundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{87}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{88}{89}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 178. Ordnung, die Epizykloide mit neunundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{88}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{89}{90}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 180. Ordnung, die Epizykloide mit dreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{89}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{90}{91}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 182. Ordnung, die Epizykloide mit einunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{90}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{91}{92}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 184. Ordnung, die Epizykloide mit zweiunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{91}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{92}{93}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 186. Ordnung, die Epizykloide mit dreiunddreißig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{92}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{93}{94}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 188. Ordnung, die Epizykloide mit vierundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{93}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{94}{95}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 190. Ordnung, die Epizykloide mit fünfundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{94}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{95}{96}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 192. Ordnung, die Epizykloide mit sechsundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{95}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{96}{97}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 194. Ordnung, die Epizykloide mit siebenundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{96}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve n^{ter} Ordnung, die Epizykloide mit n Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{97}{98}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve 196. Ordnung, die Epizykloide mit achtundzwanzig Spitzen. Ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{97}{n}$, so ist die Kurve eine Kugelkurve $n^

Aus der Bedeutung der Determinante, welche wir im Abschnitt 4 — 10 als Maßzahl des Volumens kennen gelernt haben, folgt, daß die Determinante der Substitution (1) Null ist, wenn die Punkte x_1, x_2, x_3 und x_1', x_2', x_3' in derselben Ebene durch den Anfangspunkt liegen. Dann müssen sich die Punkte x_1', x_2', x_3' durch eine Substitution

$$x_1' = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2, \quad x_2' = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2, \quad x_3' = \gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2$$

darstellen lassen, in welcher die Determinante $\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1$ nicht Null ist. Wenn wir diese Werte in die Substitution (1) einsetzen, so müssen wir eine Substitution erhalten, welche nur zwei Variablen enthält. Wir erhalten

$$\begin{aligned} x_1' &= (a_1\alpha_1 + b_1\beta_1 + c_1\gamma_1)x_1 + (a_1\alpha_2 + b_1\beta_2 + c_1\gamma_2)x_2 \\ x_2' &= (a_2\alpha_1 + b_2\beta_1 + c_2\gamma_1)x_1 + (a_2\alpha_2 + b_2\beta_2 + c_2\gamma_2)x_2 \\ x_3' &= (a_3\alpha_1 + b_3\beta_1 + c_3\gamma_1)x_1 + (a_3\alpha_2 + b_3\beta_2 + c_3\gamma_2)x_2 \end{aligned}$$

Die Determinante dieser Substitution ist

$$\begin{vmatrix} a_1\alpha_1 + b_1\beta_1 + c_1\gamma_1 & a_1\alpha_2 + b_1\beta_2 + c_1\gamma_2 \\ a_2\alpha_1 + b_2\beta_1 + c_2\gamma_1 & a_2\alpha_2 + b_2\beta_2 + c_2\gamma_2 \\ a_3\alpha_1 + b_3\beta_1 + c_3\gamma_1 & a_3\alpha_2 + b_3\beta_2 + c_3\gamma_2 \end{vmatrix}$$

oder, wenn wir $\begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{vmatrix} = \Delta$ und $\begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \gamma_1 & \gamma_2 \end{vmatrix} = \Delta'$ und $\begin{vmatrix} \beta_1 & \beta_2 \\ \gamma_1 & \gamma_2 \end{vmatrix} = \Delta''$ setzen, so ist diese Determinante

$$\Delta \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} + \Delta' \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} + \Delta'' \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} + \Delta \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + \Delta' \begin{vmatrix} a_2 & c_2 \\ a_3 & c_3 \end{vmatrix} + \Delta'' \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

Da Δ die Determinante $\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1$ ist, so ist

$$\Delta = \alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1 = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{vmatrix}$$

Ebenso ist

$$\Delta' = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \gamma_1 & \gamma_2 \end{vmatrix} \quad \text{und} \quad \Delta'' = \begin{vmatrix} \beta_1 & \beta_2 \\ \gamma_1 & \gamma_2 \end{vmatrix}$$

Wenn wir diese Werte in die Determinante einsetzen, so erhalten wir

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \gamma_1 & \gamma_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \beta_1 & \beta_2 \\ \gamma_1 & \gamma_2 \end{vmatrix}$$

Diese Determinante ist also Null, wenn die Punkte x_1, x_2, x_3 und x_1', x_2', x_3' in derselben Ebene durch den Anfangspunkt liegen.

Tretſcheibe. die Umdrehungskraft $P = G \sin. \alpha$, und daher wie beim Tret- und Laufrade, das Umdrehungsmoment $= Pa = G\,a \sin. \alpha$. Wirkt nun noch die Laſt Q am Hebelarme b, ſo hat man ihr Moment $= Q\,b$, iſt ferner G_1 das Gewicht der armirten Maſchine und bezeichnet r die Halbmeſſer ihrer Zapfen, ſo hat man das ſtatiſche Moment der Reibung an der Baſis $= \frac{2}{3} \varphi\,(G + G_1) \cos. \alpha . r$ und das Moment der Seitenreibung $= \varphi\,[(G+G_1) \sin. \alpha - Q]\,r$, weil ſich das Gewicht $G + G_1$ in die Seitenkraft $(G + G_1) \cos. \alpha$ nach der Richtung der Axe und in die Seitenkraft $(G + G_1) \sin. \alpha$ nach der Fallrichtung der Scheibe zerlegt, Q aber der letzten Kraft entgegenwirkt. Es folgt hiernach

$$G\,a \sin. \alpha = Q\,(b - \varphi\,r) + \varphi\,(G + G_1)\,(\tfrac{2}{3} \cos. \alpha + \sin. \alpha)\,.\,r.$$

Beiſpiel. Man will durch ein 20 Fuß hohes Tretrad eine an einem Hebelarme von 0,8 Fuß wirkende Laſt von 900 Pfund heben, und ſucht die nöthige Zahl der Arbeiter. Schätzen wir das Gewicht des belaſteten Rades zu 5000 Pf., nehmen wir den Zapfenhalbmeſſer $2\frac{1}{2}$ Zoll, und den Reibungscoefficienten 0,075 an, ſo erhalten wir das ſtatiſche Laſtmoment $= 0{,}8\,.\,900 + 0{,}075\,.\,\frac{5}{24}\,.\,5000 = 720 + 78 = 798$ Fußpfund; und daher die nöthige Kraft am Umfange des Rades: $P = \frac{798}{10} = 79{,}8$ Pfund. Nun übt aber ein Arbeiter bei circa 24° Abſtand vom Radſcheitel eine Kraft von $25\frac{2}{3}$ Pfund aus; es wird daher die nöthige Arbeiterzahl $= \frac{79{,}8}{25\frac{2}{3}} = 3$ ausreichend, und nun zu erwarten ſein, daß dieſe eine tägliche Leiſtung von $3\,.\,1663000 = 4989000$ Fußpfund liefern und demnach die Laſt Q von 900 Pfund täglich $\frac{4989000}{900} = 5890$ Fuß hoch heben, oder z. B. täglich $\frac{5980}{200} = 30$ mal 900 Pfund auf die Höhe von 200 Fuß fördern.

Drittes Kapitel.

Von dem Anſammeln, ſowie von dem Zu- und Abführen des Aufſchlagewaſſers.

Waſſerleitungen. §. 88. Das Aufſchlagewaſſer (franz. l'eau motrice; engl. the moving water) d. i. das Waſſer, wodurch Maſchinen in Bewegung geſetzt werden, nimmt man meiſtens aus Bächen und Flüſſen, oft aber auch aus Seen und Teichen und nur ſelten unmittelbar aus Quellen. In den meiſten Fällen kann die Maſchine nicht unmittelbar am Faſſungspunkte des Waſſers aufgeſtellt werden, ſondern es iſt dieſelbe hiervon mehr oder weniger entfernt, und daher faſt immer eine Waſſerleitung (franz.

conduite d'eau; engl. conduit of water) nöthig, um das Aufschlagewasser vom Fassungspunkte nach der Maschine zu führen. Die Wasserleitungen sind entweder oben offen oder ringsum verschlossen. Zu den offenen Wasserleitungen gehören die Canäle, Gräben und Gerinne, zu diesen aber die Röhrenleitungen. Canäle (franz. und engl. canals) sind die größeren, meist schiffbaren, Gräben (franz. fosses; engl. ditches) aber die kleineren, stets unschiffbaren aus Mauern, Steinen, Erde oder Sand gebildeten, Gerinne (Spundstücke) (franz. auges, rigoles; engl. channels) endlich die aus Holz, Eisen oder Steinen künstlich zusammengesetzten oben offenen Wasserleitungen. Die Röhrenleitungen (franz. tuyaux de conduite; engl. pipes, conduits) bestehen aus cylindrisch oder prismatisch geformten Röhren von Eisen, Holz, Thon, Steinen, Glas u. s. w. In ihnen führt man meist nur kleinere Wasserquanta ab. Uebrigens haben sie vor den offenen Wasserleitungen den Vorzug, daß sie mit beliebigem Steigen und Fallen angelegt werden können, während die offenen Wasserleitungen vom Fassungspunkte aus stets fallen müssen. Es lassen sich daher durch Röhrenleitungen Thäler, Schluchten und Anhöhen überschreiten, ohne Ueberbrückungen oder Unterfahrungen nöthig zu haben. Um dagegen mit oben offenen Wasserleitungen große Umwege zu vermeiden, ist es nöthig, bei Ueberschreitung von Vertiefungen oder Erhöhungen der Erdoberfläche, in welcher diese Leitungen gewöhnlich eingeschnitten sind, sogenannte Aquäducte oder Röschen (unterirdische Canäle) anzulegen. Wasserleitungen.

§. 89. Die fließenden Wasser, aus denen man den Aufschlag für eine Maschine nimmt, sind Bäche (franz. ruisseaux; engl. brooks) oder Flüsse (franz. rivières; engl. rivers). Die lebendige Kraft der fließenden Wasser ist — bei der mäßigen Geschwindigkeit von 1 bis 6 Fuß — meist nicht hinreichend, um sie zum Umtriebe von Maschinen benutzen zu können; um dieselbe zu erhöhen, oder um das Wasser durch sein Gewicht wirken lassen zu können, ist es daher nöthig, das Wasser aufzustauen und ein Gefälle (franz. chut; engl. head) zu erzeugen. Dieses Aufstauen des Wassers erfolgt aber durch Wehre (franz. barrages; engl. bars, weirs), d. i. durch quer über einen Bach oder Fluß weggehende Dämme (franz. digues; engl. dams). Man unterscheidet aber Ueberfallwehre oder Ueberfälle und Durchlaß- oder Schleusenwehre von einander. Während bei jenen das Wasser frei über der höchsten Schwelle oder Rippe wegfließen kann, wird es bei diesen durch aufgestellte Schutzbretter (Fallschützen) noch über der Wehrkappe aufgestaut. In der Regel will man durch die Ueberfallwehre das aufgestaute Wasser oder einen Theil desselben zum Eintritt in einen nahe oberhalb des Wehres einmündenden Canal nöthigen, um es durch diesen nach der Umtriebsmaschine zu führen, wo- Wehre.

Wehre. gegen man mit den Durchlaßwehren beabsichtigt, dem Wasser eine erhöhte lebendige Kraft zu ertheilen und dadurch die unmittelbar unter dem Wehre befindliche Maschine in Bewegung zu setzen.

Bei größeren Flüssen und Strömen wendet man oft Dämme an, welche nicht über die ganze Breite des fließenden Wassers weggehen, um eine Aufstauung zu bewirken. Solche Dämme nennt man lichte Wehre, während man die den ganzen Strom absperrenden Wehre dichte Wehre zu nennen pflegt. Brückenpfeiler, Buhnen und andere das Querprofil eines fließenden Wassers verengende Einbaue sind ebenfalls als lichte Wehre (franz. barrages discontinus) anzusehen.

Was die am häufigsten vorkommenden Ueberfallwehre betrifft, so unterscheidet man vollkommene Ueberfälle (franz. déversoirs complets; engl. complete overfalls) von den unvollkommenen Ueberfällen oder Grundwehren (franz. déversoirs incomplets; engl incomplete overfalls). Bei jenen Wehren liegt die Ueberfallschwelle noch über der Oberfläche des Unterwassers, und es findet daher ein freier Ausfluß statt, bei diesen hingen liegt diese Schwelle unter dem Spiegel des abfließenden Wassers, es erleidet also ein Theil des überfließenden Wassers eine Rückwirkung vom Unterwasser.

Stauung. §. 90. Durch alle eben angeführte Einbaue erleidet das fließende Wasser eine Stauung (franz. remou; engl. swell), d. i. eine Erhöhung seines Wasserspiegels und eine damit nothwendiger Weise verbundene Geschwindigkeitsverminderung. Von besonderer Wichtigkeit sind aber die Stauhöhe und Stauweite (franz. hauteur et amplitude du remou; engl. hight and amplitude of swell). Jene ist die Höhe der Oberfläche des aufgestauten Wassers über dem ersten Wasserspiegel oder der Oberfläche des frei abfließenden Wassers unmittelbar vor dem Wehre, diese hingegen ist die Längenerstreckung des Aufstauens, vom Wehre aus aufwärts gemessen. Es ist nun eine wichtige Aufgabe für uns, zu ermitteln, in welchem Verhältnisse die Stauhöhe zu den Dimensionen des Wehres steht, und nach welchem Gesetze die Stauung von der Entfernung vom Wehre abhängt, und wo dieselbe als verschwindend angesehen werden kann.

Die Kenntniß dieser Verhältnisse ist aber nicht allein deshalb nothwendig, weil durch zu große oder zu weit sich erstreckende Stauungen leicht Ueberschwemmungen herbeigeführt, sondern auch weil durch dieselben die am fließenden Wasser aufwärts liegenden Etablissements durch Entziehung von Gefälle in ihrem Gange gestört werden können. Aus diesem Grunde werden denn auch neben den Wehren die sogenannten Aichpfähle oder Pegel (franz. marqueurs; engl. markers) eingesetzt, an welchen die Lage der Ueberfallschwelle angegeben wird, und deren Verrückung bei Strafe

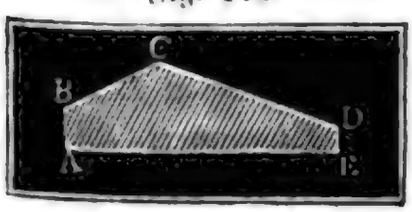
verboten iſt. Oft verſieht man die Pegel mit einer Scala zum Ableſen der Waſſerſtände. Stauung.

Das mit erhöhter Geſchwindigkeit von einem dichten Wehre herab- oder zwiſchen den Pfeilern eines lichten Wehres hindurchfließende Waſſer nimmt, ehe es in die dem Gefälle des Flußbettes entſprechende gleichförmige Bewegung übergeht, eine wellenförmige und zum Theil eine wirbelnde Bewegung an, wodurch ihm ſein Ueberſchuß an bewegender Kraft entzogen wird. Durch die erhöhte Geſchwindigkeit und durch die wirbelnde Bewegung des Waſſers wird eine Reaction auf das Grundbette herbeigeführt, die oft ſehr nachtheilige Folgen haben würde, wenn man das Grundbette zunächſt unterhalb des Wehres nicht durch ein Steinpflaſter u. ſ. w. ſchützte.

Das Waſſerquantum eines Baches oder Fluſſes iſt zu verſchiedenen Zeiten verſchieden, und man kann unterſcheiden: Großwaſſer, welches nur auf kurze Zeit, nach ſtarken Regengüſſen u. ſ. w. eintritt, Mittelwaſſer, welches zumal im Herbſt und Frühjahr und im Ganzen mindeſtens die Hälfte des Jahres vorzufinden iſt, Kleinwaſſer, welches nur auf kurze Zeit im Sommer vorkommt und endlich Immerwaſſer, die kleinſte, nur in ſehr trockenen Jahren (z. B. im Sommer 1842) zu beobachtende Waſſermenge. Es iſt nun ſehr zweckmäßig, wenigſtens das Mittel- und Kleinwaſſer des Baches zum Umtriebe einer Maſchinenanlage zu kennen, um hiernach nicht nur die Maſchine, ſondern auch das Wehr und die Gräben anordnen und conſtruiren zu können. Aus dieſem Grunde ſind denn vor Allem nach einer der in I. §. 413, §. 414 u. ſ. w. angegebenen Methoden zu verſchiedenen Zeiten Waſſermeſſungen anzuſtellen. Es iſt nun eine Regel, das Waſſer durch Wehre nicht ſo hoch aufzuſtauen, daß es zur Zeit des Großwaſſers nicht übertrete und die Umgegend überſchwemme.

§. 91. Für das Maſchinenweſen ſind die Ueberfallwehre die wichtigſten. Sie bilden entweder einen geraden, winkelrecht gegen den Stromſtrich gerichteten Damm, oder ſie beſtehen aus zwei gegen den Strom gerichteten und in der Mitte zuſammenſtoßenden Dämmen, deren Spitze nach Befinden durch einen kurzen Zwiſchendamm abgeſchnitten oder abgerundet iſt, oder ſie ſind kreisbogenförmige, mit der Convexität der Bewegung des Waſſers entgegengerichtete Dämme. Die Wehre werden von Holz, oder von Steinen, oder von beiden zugleich erbaut. Sie können ſelten auf feſtes Geſtein gegründet werden, ſondern man muß dieſelben meiſt auf einen Pfahlroſt betten. Die Querprofile ganz oder theilweiſe hölzerner Wehre haben mehr oder weniger die Form eines Fünfeckes *ABCDE*. Fig. 176, bei welchem *AB* die Bruſt, *BC* die Vordecke, *CD* Wehrbau.

Fig. 176.



Nachr. 12. Ein Kalkofen, 40 Fuß Höhe, 40 Fuß im Durchmesser, mit einem Schornstein, 40 Fuß hoch, 4 Fuß im Durchmesser. Die Feuerstelle besteht aus 4 Bogen, die durch 4 Pfeiler getragen werden, und ist 4 Fuß hoch. Die Kalksteine werden durch Schichten von Holz und Kohlen gebrannt.

Fig. 13.

Nachr. 13. Ein Kalkofen, 40 Fuß hoch, 40 Fuß im Durchmesser, mit einem Schornstein, 40 Fuß hoch, 4 Fuß im Durchmesser. Die Feuerstelle besteht aus 4 Bogen, die durch 4 Pfeiler getragen werden, und ist 4 Fuß hoch. Die Kalksteine werden durch Schichten von Holz und Kohlen gebrannt.

Fig. 14.

Nachr. 14. Ein Kalkofen, 40 Fuß hoch, 40 Fuß im Durchmesser, mit einem Schornstein, 40 Fuß hoch, 4 Fuß im Durchmesser. Die Feuerstelle besteht aus 4 Bogen, die durch 4 Pfeiler getragen werden, und ist 4 Fuß hoch. Die Kalksteine werden durch Schichten von Holz und Kohlen gebrannt.

Fig. 15.

Nachr. 15. Ein Kalkofen, 40 Fuß hoch, 40 Fuß im Durchmesser, mit einem Schornstein, 40 Fuß hoch, 4 Fuß im Durchmesser. Die Feuerstelle besteht aus 4 Bogen, die durch 4 Pfeiler getragen werden, und ist 4 Fuß hoch. Die Kalksteine werden durch Schichten von Holz und Kohlen gebrannt.

Fig. 16.

Kirchenkalender, Katholischer und Bethlehemsstern. Für 1910. Redigiert von Pfarrer P. Leo Augustin. 16. Jahrg. Format 12×18 cm. Preis 1 Mk. Verlag der Missionsdruckerei in St. Gabriel bei Mödling.

Kirchenkalender, Katholischer und Bethlehemsstern. Für 1910. Redigiert von Pfarrer P. Leo Augustin. 16. Jahrg. Format 12×18 cm. Preis 1 Mk. Verlag der Missionsdruckerei in St. Gabriel bei Mödling.

Abwechslung muß auch im Kalender sein, das ist bekannt. Der Kirchenkalender und Bethlehemsstern hat sie in reichem Maße. Er bringt Bilder aus der Mission, Bilder aus der Heimat, Bilder aus der Natur, Bilder aus dem Leben, Bilder aus der Geschichte, Bilder aus der Kunst, Bilder aus dem Kirchenjahr, aus der Erinnerung an Heilige, an Gedenktage, an Feste, an Ereignisse, an Jubiläen, an Wallfahrtsorte, an Gebräuche, an Sprüche, an Rätsel, an Lösungen, an Lesestücke, an Gedichte, an Erzählungen, an Belehrungen, an Ratschläge, an Warnungen, an Mahnungen, an Trost, an Freude, an Humor. Format 12×18 cm, Preis 1 Mk.

Pendula, 12 Uhr. Illustrierter Kalender für das Jahr 1910. Herausgegeben von der Redaktion des Pendula. Preis 1 Mk. Verlag der Pendula-Gesellschaft m. b. H. in Wien, I. Schottenbastei 5.

Pendula, 12 Uhr. Illustrierter Kalender für das Jahr 1910. Herausgegeben von der Redaktion des Pendula. Preis 1 Mk. Verlag der Pendula-Gesellschaft m. b. H. in Wien, I. Schottenbastei 5.

Der Kalender ist ein Kind des Pendula und wie dieses ein Kind Wiens. Er ist ein Kind, das seinen Eltern Ehre macht. Er ist ein Kind, das seinen Eltern Freude macht. Er ist ein Kind, das seinen Eltern Sorgen macht. Er ist ein Kind, das seinen Eltern Kummer macht. Er ist ein Kind, das seinen Eltern Schande macht. Er ist ein Kind, das seinen Eltern Schande macht. Er ist ein Kind, das seinen Eltern Schande

$\Phi_1(x)$ und $\Phi_2(x)$ sind Lösungen der Differentialgleichung $\Phi'' + \left(\frac{1}{4} - \frac{\nu^2}{x^2}\right)\Phi = 0$, $\nu = \frac{1}{2}$, und zwar ist $\Phi_1(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} J_{\frac{1}{2}}(x)$, $\Phi_2(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} J_{-\frac{1}{2}}(x)$. Die Wronskische Determinante $W(\Phi_1, \Phi_2) = \Phi_1 \Phi_2' - \Phi_1' \Phi_2$ ist gleich -1. Daher ist

$$\Phi(x) = \int_0^x \begin{vmatrix} \Phi_1(x) & \Phi_2(x) \\ \Phi_1(t) & \Phi_2(t) \end{vmatrix} \varphi(t)\, dt = \Phi_1(x) \int_0^x \Phi_2(t)\varphi(t)\, dt - \Phi_2(x) \int_0^x \Phi_1(t)\varphi(t)\, dt$$

eine Lösung der Differentialgleichung $\Phi'' + \left(\frac{1}{4} - \frac{\nu^2}{x^2}\right)\Phi = \varphi(x)$, die für $x = 0$ verschwindet. Die Funktion $\Phi(x)$ ist also eine Lösung der Integralgleichung (1), wenn $\varphi(x)$ eine Lösung der Integralgleichung

$$\varphi(x) = \int_0^x \left[\Phi_1(x)\Phi_2(t) - \Phi_2(x)\Phi_1(t)\right] \varphi(t)\, dt + f(x)$$

ist. Diese Integralgleichung ist vom Typus (2), wenn $f(x)$ eine Lösung der Differentialgleichung $f'' + \left(\frac{1}{4} - \frac{\nu^2}{x^2}\right) f = 0$ ist. Wir setzen $f(x) = \sqrt{x}$. Dann ist $\varphi(x)$ eine Lösung der Integralgleichung

$$\varphi(x) = \int_0^x \left[\Phi_1(x)\Phi_2(t) - \Phi_2(x)\Phi_1(t)\right] \varphi(t)\, dt + \sqrt{x}.$$

Nun ist $\Phi_1(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} J_{\frac{1}{2}}(x) = \sin x$, $\Phi_2(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}} J_{-\frac{1}{2}}(x) = \cos x$. Also ist $\varphi(x)$ eine Lösung der Integralgleichung

$$\varphi(x) = \int_0^x \left[\sin x \cos t - \cos x \sin t\right] \varphi(t)\, dt + \sqrt{x} = \int_0^x \sin(x-t)\varphi(t)\, dt + \sqrt{x}.$$

Nach (3) ist

$$\varphi(x) = \sqrt{x} + \int_0^x \sin(x-t)\sqrt{t}\, dt + \int_0^x \sin(x-t) \int_0^t \sin(t-u)\sqrt{u}\, du\, dt + \cdots$$

Nun ist

$$\int_0^x \sin(x-t)\sqrt{t}\, dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^x J_{\frac{1}{2}}(x-t)\sqrt{t}\, dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^x J_{\frac{1}{2}}(t)\sqrt{x-t}\, dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \int_0^x J_{\frac{1}{2}}(t)\sqrt{x-t}\, dt$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)} \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \cdot {}_1F_2\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} {}_1F_2\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}; -\frac{x^2}{4}\right).$$

Ferner ist

$$\int_0^x \sin(x-t) \int_0^t \sin(t-u)\sqrt{u}\, du\, dt = \int_0^x \sin(x-t) \cdot \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} {}_1F_2\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}; -\frac{t^2}{4}\right) dt$$

$$= \frac{2}{3} \int_0^x \sin(x-t)\, t^{\frac{3}{2}} \left[1 - \frac{1}{15}\frac{t^2}{4} + \frac{1}{105}\frac{t^4}{4^2} - \cdots\right] dt$$

$$= \frac{2}{3} \int_0^x \sin(x-t)\, t^{\frac{3}{2}}\, dt - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{4} \int_0^x \sin(x-t)\, t^{\frac{7}{2}}\, dt + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{105} \cdot \frac{1}{4^2} \int_0^x \sin(x-t)\, t^{\frac{11}{2}}\, dt - \cdots$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{7}{2}\right)} \cdot \frac{x^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} \cdot {}_1F_2\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}, \frac{9}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{9}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{2}\right)} \cdot \frac{x^{\frac{11}{2}}}{\frac{11}{2}} \cdot {}_1F_2\left(\frac{9}{2}; \frac{11}{2}, \frac{13}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \cdots$$

$$= \frac{8}{105} x^{\frac{7}{2}} {}_1F_2\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}, \frac{9}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) - \frac{8}{3465} x^{\frac{11}{2}} {}_1F_2\left(\frac{9}{2}; \frac{11}{2}, \frac{13}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \cdots$$

Also ist

$$\varphi(x) = \sqrt{x} + \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} {}_1F_2\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \frac{8}{105} x^{\frac{7}{2}} {}_1F_2\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}, \frac{9}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) - \frac{8}{3465} x^{\frac{11}{2}} {}_1F_2\left(\frac{9}{2}; \frac{11}{2}, \frac{13}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \cdots$$

Nun ist $\Phi(x) = \Phi_1(x) \int_0^x \Phi_2(t)\varphi(t)\, dt - \Phi_2(x) \int_0^x \Phi_1(t)\varphi(t)\, dt$. Also ist

$$\int_0^x \Phi_2(t)\varphi(t)\, dt = \int_0^x \cos t \left[\sqrt{t} + \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} {}_1F_2\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}; -\frac{t^2}{4}\right) + \frac{8}{105} t^{\frac{7}{2}} {}_1F_2\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}, \frac{9}{2}; -\frac{t^2}{4}\right) - \cdots\right] dt$$

$$= \int_0^x \cos t \sqrt{t}\, dt + \frac{2}{3} \int_0^x \cos t\, t^{\frac{3}{2}} {}_1F_2\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}; -\frac{t^2}{4}\right) dt + \frac{8}{105} \int_0^x \cos t\, t^{\frac{7}{2}} {}_1F_2\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}, \frac{9}{2}; -\frac{t^2}{4}\right) dt - \cdots$$

$$= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^x J_{-\frac{1}{2}}(t)\sqrt{t}\, dt + \frac{2}{3} \int_0^x \cos t\, t^{\frac{3}{2}} \left[1 - \frac{1}{15}\frac{t^2}{4} + \frac{1}{105}\frac{t^4}{4^2} - \cdots\right] dt + \frac{8}{105} \int_0^x \cos t\, t^{\frac{7}{2}} \left[1 - \frac{1}{15}\frac{t^2}{4} + \cdots\right] dt - \cdots$$

$$= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)} \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \cdot {}_1F_2\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \frac{2}{3} \int_0^x \cos t\, t^{\frac{3}{2}}\, dt - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{4} \int_0^x \cos t\, t^{\frac{7}{2}}\, dt + \frac{8}{105} \int_0^x \cos t\, t^{\frac{7}{2}}\, dt - \cdots$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} {}_1F_2\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \frac{2}{3} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{7}{2}\right)} \cdot \frac{x^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} \cdot {}_1F_2\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}, \frac{9}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{9}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{2}\right)} \cdot \frac{x^{\frac{11}{2}}}{\frac{11}{2}} \cdot {}_1F_2\left(\frac{9}{2}; \frac{11}{2}, \frac{13}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \cdots$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{3} x^{\frac{3}{2}} {}_1F_2\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \frac{8}{105} x^{\frac{7}{2}} {}_1F_2\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}, \frac{9}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) - \frac{8}{3465} x^{\frac{11}{2}} {}_1F_2\left(\frac{9}{2}; \frac{11}{2}, \frac{13}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \cdots$$

Ferner ist

$$\int_0^x \Phi_1(t)\varphi(t)\, dt = \int_0^x \sin t \left[\sqrt{t} + \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} {}_1F_2\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}; -\frac{t^2}{4}\right) + \frac{8}{105} t^{\frac{7}{2}} {}_1F_2\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}, \frac{9}{2}; -\frac{t^2}{4}\right) - \cdots\right] dt$$

$$= \int_0^x \sin t \sqrt{t}\, dt + \frac{2}{3} \int_0^x \sin t\, t^{\frac{3}{2}} {}_1F_2\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}; -\frac{t^2}{4}\right) dt + \frac{8}{105} \int_0^x \sin t\, t^{\frac{7}{2}} {}_1F_2\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}, \frac{9}{2}; -\frac{t^2}{4}\right) dt - \cdots$$

$$= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^x J_{\frac{1}{2}}(t)\sqrt{t}\, dt + \frac{2}{3} \int_0^x \sin t\, t^{\frac{3}{2}} \left[1 - \frac{1}{15}\frac{t^2}{4} + \frac{1}{105}\frac{t^4}{4^2} - \cdots\right] dt + \frac{8}{105} \int_0^x \sin t\, t^{\frac{7}{2}} \left[1 - \frac{1}{15}\frac{t^2}{4} + \cdots\right] dt - \cdots$$

$$= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)} \cdot \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} \cdot {}_1F_2\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}, \frac{7}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \frac{2}{3} \int_0^x \sin t\, t^{\frac{3}{2}}\, dt - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{4} \int_0^x \sin t\, t^{\frac{7}{2}}\, dt + \frac{8}{105} \int_0^x \sin t\, t^{\frac{7}{2}}\, dt - \cdots$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} {}_1F_2\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}, \frac{7}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \frac{2}{3} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{7}{2}\right)} \cdot \frac{x^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} \cdot {}_1F_2\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}, \frac{9}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{9}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{2}\right)} \cdot \frac{x^{\frac{11}{2}}}{\frac{11}{2}} \cdot {}_1F_2\left(\frac{9}{2}; \frac{11}{2}, \frac{13}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \cdots$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{5} x^{\frac{5}{2}} {}_1F_2\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}, \frac{7}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \frac{8}{105} x^{\frac{7}{2}} {}_1F_2\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}, \frac{9}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) - \frac{8}{3465} x^{\frac{11}{2}} {}_1F_2\left(\frac{9}{2}; \frac{11}{2}, \frac{13}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \cdots$$

Also ist

$$\Phi(x) = \sin x \left[\frac{\sqrt{\pi}}{3} x^{\frac{3}{2}} {}_1F_2\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \frac{8}{105} x^{\frac{7}{2}} {}_1F_2\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}, \frac{9}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) - \frac{8}{3465} x^{\frac{11}{2}} {}_1F_2\left(\frac{9}{2}; \frac{11}{2}, \frac{13}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \cdots\right]$$

$$- \cos x \left[\frac{\sqrt{\pi}}{5} x^{\frac{5}{2}} {}_1F_2\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}, \frac{7}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \frac{8}{105} x^{\frac{7}{2}} {}_1F_2\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}, \frac{9}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) - \frac{8}{3465} x^{\frac{11}{2}} {}_1F_2\left(\frac{9}{2}; \frac{11}{2}, \frac{13}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) + \cdots\right]$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{3} x^{\frac{3}{2}} \sin x \left[1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{3}{35} \cdot \frac{x^4}{4^2} - \cdots\right] - \frac{\sqrt{\pi}}{5} x^{\frac{5}{2}} \cos x \left[1 - \frac{5}{7} \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{5}{63} \cdot \frac{x^4}{4^2} - \cdots\right]$$

$$+ \frac{8}{105} x^{\frac{7}{2}} \left[\sin x\, {}_1F_2\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}, \frac{9}{2}; -\frac{x^2}{4}\right) - \cos x\, {}_1F_2\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}, \frac{9}{2}; -\frac{x^2}{4}\right)\right] - \cdots$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{3} x^{\frac{3}{2}} \sin x \left[1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{3}{35} \cdot \frac{x^4}{4^2} - \cdots\right] - \frac{\sqrt{\pi}}{5} x^{\frac{5}{2}} \cos x \left[1 - \frac{5}{7} \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{5}{63} \cdot \frac{x^4}{4^2} - \cdots\right]$$

$$+ \frac{8}{105} x^{\frac{7}{2}} \left[\sin x \left(1 - \frac{5}{14} \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{5}{126} \cdot \frac{x^4}{4^2} - \cdots\right) - \cos x \left(\frac{5}{7} \cdot \frac{x}{2} - \frac{5}{63} \cdot \frac{x^3}{8} + \cdots\right)\right] - \cdots$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{3} x^{\frac{3}{2}} \sin x \left[1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{3}{35} \cdot \frac{x^4}{4^2} - \cdots\right] - \frac{\sqrt{\pi}}{5} x^{\frac{5}{2}} \cos x \left[1 - \frac{5}{7} \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{5}{63} \cdot \frac{x^4}{4^2} - \cdots\right]$$

$$+ \frac{8}{105} x^{\frac{7}{2}} \left[\sin x \left(1 - \frac{5}{14} \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{5}{126} \cdot \frac{x^4}{4^2} - \cdots\right) - \cos x \left(\frac{5}{7} \cdot \frac{x}{2} - \frac{5}{63} \cdot \frac{x^3}{8} + \cdots\right)\right] - \cdots$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{3} x^{\frac{3}{2}} \sin x \left[1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{3}{35} \cdot \frac{x^4}{4^2} - \cdots\right] - \frac{\sqrt{\pi}}{5} x^{\frac{5}{2}} \cos x \left[1 - \frac{5}{7} \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{5}{63} \cdot \frac{x^4}{4^2} - \cdots\right]$$

$$+ \frac{8}{105} x^{\frac{7}{2}} \left[\sin x \left(1 - \frac{5}{14} \cdot \frac{x^2}{4} + \frac{5}{126} \cdot \frac{x^4}{4^2} - \cdots\right) - \cos x \left(\frac{5}{7} \cdot \frac{x}{2} - \frac{5}{63} \cdot \frac{x^3}{8} + \cdots\right)\right] - \cdots$$

mel zufolge $x = 3 + 2 - 1{,}82 = 3{,}18$ Fuß, alſo den Ueberfall noch vollkommen. Um endlich nur $1\frac{1}{2}$ Fuß aufzuſtauen, iſt auf jeden Fall nun nur ein unvollkommener, d. h. nicht aus dem Niveau des Unterwaſſers hervorragender Wehrdamm nöthig. Wenden wir die vollſtändige Formel an, und ſetzen wir in ihr $k = \frac{c^2}{2g} = 0{,}016 \left(\frac{Q}{(h+h_1)\,b}\right)^2 = 0{,}016 \left(\frac{310}{4{,}5 \,.\, 30}\right)^2 = 0{,}016 \,.\, 5{,}27$ $= 0{,}084$ Fuß, μ aber wieder $= 0{,}80$, ſo erhalten wir: Stauhöhe.

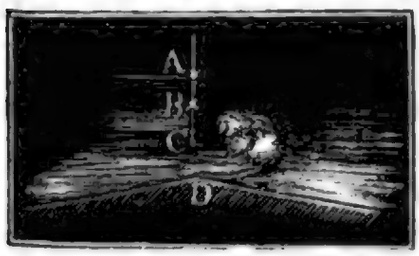
$$h - h_1 = \frac{310}{0{,}8 \,.\, 30 \,.\, 7{,}906 \sqrt{1{,}584}} - \frac{2}{3} \cdot \frac{(1{,}584)^{3/2} - (0{,}084)^{3/2}}{1{,}584^{1/2}}$$
$$= 1{,}30 - 1{,}06 + 0{,}01 = 0{,}25 \text{ Fuß.}$$

Es muß alſo die Ueberfallſchwelle $\frac{1}{4}$ Fuß oder 3 Zoll unter der Oberfläche des Unterwaſſers ſtehen und demnach das Wehr ſelbſt die Höhe $x = a + h - h_1 = 3{,}25$ Fuß erhalten.

§. 93. Die Stauverhältniſſe bei einem Durchlaßwehre ſind nach der Theorie des Ausfluſſes durch Schutzöffnungen zu beurtheilen. Es können hier drei Fälle vorkommen; entweder fließt das Waſſer frei aus, oder es fließt unter Waſſer aus, oder es fließt theils frei, theils unter Waſſer aus. Beim freien Ausfluß, wie er z. B. bei dem in Fig 180 abgebildeten Schleuſenwehre vorkommt, hängt die Ausflußgeſchwindigkeit nur von der Druckhöhe h ab, welche von der Mitte der Schutzöffnung bis zum Waſſerſpiegel zu meſſen iſt. Iſt dann noch a die Oeffnungshöhe und b die Oeffnungsbreite, ſo hat man $Q = \mu a b \sqrt{2gh}$, und daher umgekehrt $h = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{\mu a b}\right)^2$, oder mit Berückſichtigung der Geſchwindigkeitshöhe k des ankommenden Waſſers: $h = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{\mu a b}\right)^2 - k$.

Für die Oeffnungshöhe hat man die Formel: $a = \frac{Q}{\mu b \sqrt{2gh}}$, oder wenn die Stauhöhe h_1 über der Schwelle gegeben iſt, $a = \frac{Q}{\mu b \sqrt{2g\left(h_1 - \frac{a}{2}\right)}}$.

Fig. 183.



Verſuchen des Verfaſſers zufolge, läßt ſich hier $\mu = 0{,}60$ ſetzen. Staut das Unterwaſſer bis zur Schütze zurück, wie z. B. in Fig. 183 vorgeſtellt wird, ſo hat man den Niveauabſtand $AB = h$ als Druckhöhe einzuführen und die obige Formel zu gebrauchen. Es iſt alſo auch hier die einer gegebenen Stauhöhe h entſprechende Oeffnungshöhe: $a = \frac{Q}{\mu b \sqrt{2gh}}$.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

Fig. 12.

Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 15.

Fig. 16.

Fig. 17.

Fig. 18.

Fig. 19.

Fig. 20.

Fig.

§. 94. Die Stauverhältniſſe bei lichten Wehren, Brückenpfeilern und Buhnen ſind faſt ebenſo zu ermitteln, wie die bei Ueberfällen. Bei dem lichten Wehre BE, Fig. 185, erfolgt dadurch eine Aufſtauung, daß die Flußbreite AC hinter dem Wehrdamme in die kleinere Breite AB übergeht. Wenn nun der Seitencanal D ganz geſchloſſen iſt (was wir der Sicherheit wegen vorausſetzen wollen), ſo muß das ganze Waſſer Q durch den verengten Raum AB hindurchfließen. Setzen wir nun die Breite $AB = b$, die Stauhöhe AB_1, Fig. 186, $= h$, und die Höhe B_1C_1 des Unterwaſſers $= a$, ſo hat man die frei über dem Unterwaſſer ausfließende Waſſermenge: $Q_1 = \frac{2}{3}\,\mu b\sqrt{2gh^3}$, und das im Unterwaſſer abfließende Waſſerquantum $Q_2 = \mu ba\sqrt{2gh}$, daher das ganze Abflußquantum $Q = \mu b\sqrt{2gh}\,(\frac{2}{3}h + a)$. Umgekehrt folgt daher die einer gegebenen Stauhöhe h entſprechende Breite des Abflußwaſſers:

Aufſtau.

Fig. 185.

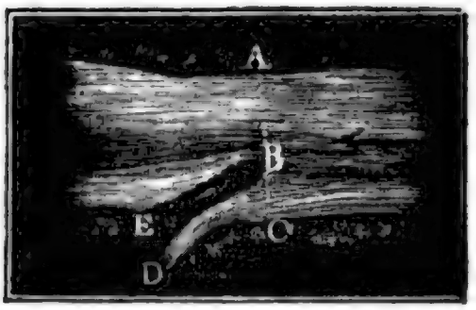


Fig. 186.

$$b = \frac{Q}{\mu(\frac{2}{3}h + a)\sqrt{2gh}}.$$

Iſt die Aufſtauung (h) klein, oder die Geſchwindigkeit des Waſſers groß, ſo muß man die Geſchwindigkeit des ankommenden Waſſers berückſichtigen. Bezeichnet wieder k die Geſchwindigkeitshöhe des ankommenden Waſſers, ſo hat man:

$Q_1 = \frac{2}{3}\,\mu b\sqrt{2g}\,[(h + k)^{3/2} - k^{3/2}]$ und $Q_2 = \mu ba\sqrt{2g\,(h + k)}$,

und daher:

$$Q = \mu b\sqrt{2g}\,[\tfrac{2}{3}[(h+k)^{3/2} - k^{3/2}] + a\,(h + k)^{1/2}],$$

alſo umgekehrt:

$$b = \frac{Q}{\mu\sqrt{2g}\,[\frac{2}{3}\,[(h + k)^{3/2} - k^{3/2}] + a(h+k)^{1/2}]}.$$

Während bei der freien Bewegung des Waſſers in Flußbetten die Geſchwindigkeit im Waſſerſpiegel am größten iſt und dieſelbe nach dem Boden zu immer mehr und mehr abnimmt (I. §. 398), findet bei dem durch irgend eine Urſache aufgeſtauten Waſſer ein anderes Verhältniß ſtatt, es nimmt nämlich hier die Geſchwindigkeit von der Oberfläche des Oberwaſſers allmälig zu bis zur Oberfläche des Unterwaſſers, und von da an bis zur Sohle nur wenig ab; es findet alſo eine Geſchwindigkeitsveränderung ſtatt, wie ſie durch die Pfeile in Fig. 186 angedeutet wird. Die

Aufgabe eines Mendelschen Gen, wie Jensen, auf ein Modell, das von Entwicklungsstörungen ausgeht, wie Lenz es für wahrscheinlich hält, wenn man sich auf Mendel beruft, so ist das nicht ganz richtig. Mendel hat sich nie auf ein Modell festgelegt, sondern nur Tatsachen gebucht.

Ich habe mich bemüht, die Ansichten Mendels über Vererbung zusammenzufassen. Sie sind, wie ich sagte, nicht immer klar und eindeutig. Aber das ist Mendels Art, sich der Wahrheit zu nähern. Mendel hat sich nie auf ein Modell festgelegt, sondern nur Tatsachen gebucht. Er hat sich nie auf ein Modell festgelegt, sondern nur Tatsachen gebucht. Er hat sich nie auf ein Modell festgelegt, sondern nur Tatsachen gebucht.

Abb. 1. Mendel, Erich: Mendel, Erich: Mendel, Erich:

Verschiedenheit, und wenn sie verschieden sind, Ungleichheit. (9)

$$\text{Aus } \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)} = \frac{a+b}{a-b} \text{ folgt } \frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = \frac{a+b}{a-b}$$

oder für den Fall $a = 1$, $b = 1$ erhält man $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = \frac{2}{0}$. Hier ist $\tan\alpha$ unendlich groß gegen $\tan\beta$, also $\alpha = 90°$, β beliebig.

Ist $\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin(\alpha-\beta)} = \frac{a+b}{a-b}$, so ist $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = \frac{a+b}{a-b}$, oder für $a = 1$, $b = 1$ ist

Stauweite. $a_1 - a_2$, $a_2 - a_3$ u. ſ. w. der Waſſertiefen annimmt, und hieraus die Querſchnitte F_1, F_2, F_3 u. ſ. w., ſowie die mittleren Umfänge berechnet, ſo bekommt man durch dieſe Formel die entſprechenden Abſtände l, l_1, l_2 und alſo auch die Entfernungen l, $l + l_1$, $l + l_1 + l_2$ u. ſ. w. vom Damme.

Um die einer gegebenen Entfernung x entſprechende Waſſertiefe y zu finden, kann man entweder auf die nach der eben gezeigten Methode gefundenen Werthe l, $l + l_1$, $l + l_1 + l_2$ u. ſ. w. das Interpolationsverfahren anwenden, oder ſich folgender, ebenfalls in I. §. 406 gegebenen Näherungsformel bedienen:

$$a_0 - a_1 = \frac{\left(sin.\alpha - \zeta \cdot \frac{p_0}{a_0 b_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}\right)}{1 - \frac{2}{a_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}} l.$$

Führt man hierin für b_0 die Breite, für p_0 den Umfang und für v_0 die Geſchwindigkeit am Wehre ein, ſo giebt dieſe Formel die Abnahme $(a_0 - a_1)$ der Stauhöhe auf die erſte kurze Strecke l über dem Wehre; ebenſo erhält man für eine folgende kurze Strecke l_1 dieſe Abnahme:

$$a_1 - a_2 = \frac{\left(sin.\alpha - \zeta \cdot \frac{p_1}{a_1 b_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g}\right)}{1 - \frac{2}{a_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g}} l_1,$$ u. ſ. w, und es läßt ſich endlich für eine gegebene Entfernung $l + l_1 + l_2 + \ldots$ die entſprechende Waſſertiefe: $a_0 - (a_0 - a_1) - (a_1 - a_2) - \ldots$ berechnen.

Beiſpiele. 1) In einem 80 Fuß breiten und 4 Fuß tiefen Fluſſe, welcher 1400 Cubikfuß Waſſer führt, ſoll ein Wehr eingebaut werden, um das Waſſer 3 Fuß hoch aufzuſtauen; man ſucht nun die Stauverhältniſſe oberhalb des Wehres. Ohne Aufſtauung iſt die Geſchwindigkeit des Waſſers $c = \frac{1400}{80.4} = \frac{35}{8} = 4{,}375$ Fuß, daher nach der Tabelle in I., Seite 602, der Widerſtandscoefficient $\zeta = 0{,}00775$, und die Neigung des Grundbettes: $sin.\alpha = 0{,}00775 \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{c^2}{2g}$, ſetzen wir nun $p = 84$, $F = 80.4 = 320$, $c = 4{,}375$ und $\frac{1}{2g} = 0{,}016$ ein, ſo bekommen wir die Neigung: $sin.\alpha = 0{,}00775 \cdot \frac{84}{320} \cdot 0{,}016 \cdot (4{,}375)^2 = 0{,}0006230$.

Die Waſſertiefe unmittelbar am Wehre iſt $4 + 3 = 7$ Fuß, beſtimmen wir nun aber die Entfernungen, wo dieſe Tiefe nur $6\frac{1}{2}$, 6, $5\frac{1}{2}$, 5 Fuß u. ſ. w. beträgt. Setzen wir zunächſt in der Formel

$$l = \frac{a_0 - a_1 - \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_0^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}{sin.\alpha - \zeta \cdot \frac{p}{F_0 + F_1}\left(\frac{1}{F_0^2} + \frac{1}{F_1^2}\right)\frac{Q^2}{2g}},$$ $a_0 - a_1 = 0{,}5$, $F_0 = 80.7 = 560$, $F_1 = 80.6{,}5 = 520$, $Q = 1400$, $sin.\alpha = 0{,}000623$, p etwa $= 89$, und ζ, der mittleren Geſchwindigkeit $\frac{2Q}{F + F_1} = \frac{2800}{1080} = 2{,}59$ Fuß entſprechend, $= 0{,}00796$,

Stauweite.

ſo erhalten wir die entſprechende Entfernung

$$l = \frac{0{,}5 - (0{,}0000036982 - 0{,}0000031888) \,.\, 31360}{0{,}000623 - 0{,}00796 \frac{89}{1080} (0{,}0000036982 + 0{,}0000031888) \,.\, 31360}$$

$$= \frac{0{,}5 - 0{,}0160}{0{,}000623 - 0{,}0001417} = \frac{484000}{481{,}3} = 1005{,}6 \text{ Fuß.}$$

Um nun die einer Senkung des Waſſerſpiegels von 1 Fuß zukommende Erſtreckung zu finden, ſetzen wir zwar wieder $a_0 - a_1 = 0{,}5$, aber dagegen $F_0 = 520$, $F_1 = 80 \,.\, 6 = 480$, $p = 88$, und, der mittleren Geſchwindigkeit $\frac{2800}{1000} = 2{,}80$ Fuß entſprechend, $\zeta = 0{,}00792$. Hiernach folgt durch die nämliche Formel die Länge der Flußſtrecke, innerhalb welcher die Waſſertiefe von 6,5 auf 6 Fuß ſinkt,

$$l = \frac{0{,}5 - 0{,}0000006421 \,.\, 31360}{0{,}000623 - 0{,}00792 \,.\, \frac{88}{1000} \,.\, 0{,}0000080385 \,.\, 31360}$$

$$= \frac{480000}{44731} = 1073{,}1 \text{ Fuß.}$$

Es iſt alſo $1005{,}6 + 1073{,}1 = 2078{,}7$ Fuß oberhalb des Wehres das Waſſer nur noch 6 Fuß tief, oder es beträgt die Stauung daſelbſt nur noch 2 Fuß.

Setzen wir nun wieder $a_0 - a_1 = 0{,}5$, $F_0 = 480$, $F_1 = 440$, $p = 87$ und $\zeta = 0{,}00787$, ſo erhalten wir die entſprechende Längenerſtreckung

$$l = \frac{0{,}5 - 0{,}0258}{0{,}000623 - 0{,}00022185} = \frac{474200}{401{,}15} = 1182{,}1 \text{ Fuß.}$$

Ebenſo erfolgt für eine weitere Senkung von ½ Fuß die entſprechende Strecke $l = \frac{465980}{335{,}65} = 1388{,}3$ Fuß. Es iſt alſo $2078{,}7 + 1182{,}1 + 1388{,}3 = 4649{,}1$ Fuß oberhalb des Wehres die Aufſtauung noch 1 Fuß, oder die Waſſertiefe 5 Fuß. Für 4¼ Fuß Waſſertiefe beſtimmt ſich die Entfernung $l = \frac{45400}{240{,}47} = 1888{,}0$ Fß.;

für 4¼ Fuß Waſſertiefe iſt ferner $l = \frac{220710}{140{,}97} = 1565{,}6$ Fuß;

für 4,1 Fuß Waſſertiefe $l = \frac{129785}{55{,}53} = 2331{,}8$ Fuß,

und für 4,0 Fuß Tiefe, $l = \infty$; es iſt alſo
$4649{,}1 + 1888{,}0 + 1565{,}6 + 2331{,}8 = 10434{,}5$ Fuß oberhalb des Wehres die Stauhöhe noch ⅒ Fuß, und nimmt weiter hinauf unendlich langſam ab.

2) Wie groß iſt die Stauhöhe 2500 Fuß oberhalb des im vorigen Beiſpiele behandelten Wehres? Nach der vorigen Rechnung iſt 2078,7 Fuß oberhalb des Wehres noch 2 Fuß Stauhöhe, es fragt ſich alſo, wie viel auf $2500 - 2078{,}7 = 421{,}3$ Fuß Erſtreckung die Stauhöhe abnimmt. Nun beträgt aber nach oben die einer ferneren Senkung von 0,5 Fuß entſprechende Erſtreckung = 1182,1 Fuß, es läßt ſich daher für jeden Fuß Länge, $\frac{0{,}5}{1182{,}1}$ Fuß Senkung, alſo für 421,3 Fuß Länge dieſelbe $= \frac{0{,}5 \,.\, 421{,}3}{1182{,}1} = 0{,}178$ Fuß und folglich die Stauhöhe, 2500 Fuß oberhalb des Wehres, $= 2 - 0{,}178 = 1{,}822$ Fuß, die Waſſertiefe aber $= 5{,}822$ Fuß ſetzen.

Stauweite. Rechnen wir nach der zweiten Formel

$$a_0 - a_1 = \frac{\left(sin.\,\alpha - \zeta \,.\, \frac{p_0}{a_0 b_0} \,.\, \frac{v_0^2}{2g}\right)}{1 - \frac{2}{a_0} \,.\, \frac{v_0^2}{2g}}\, l,$$ und ſetzen wir hierin erſt $l = 800$,

$p_0 = 89$, $a_0 = 7$. $a_0 b_0 = 560$, $v_0 = \frac{1400}{560} = 2{,}5$ und $\zeta = 0{,}007985$, ſo erhalten wir die entſprechende Senkung

$$a_0 - a_1 = \left(\frac{0{,}000623 - 0{,}007985 \,.\, \frac{89}{560} \,.\, 0{,}1}{1 - \frac{2}{7} \,.\, 0{,}1}\right) . 800 = \frac{0{,}0004961 \,.\, 800}{0{,}9714}$$
$$= 0{,}409 \text{ Fuß}.$$

Setzen wir nun wieder $l = 800$, $p = 88$, $a_0 = 7 - 0{,}409 = 6{,}591$, $a_0 b_0 = 527{,}3$, $v_0 = \frac{1400}{527{,}3} = 2{,}655$ und $\zeta = 0{,}00795$, ſo erhalten wir die Senkung

$$a_0 - a_1 = \left(\frac{0{,}000623 - 0{,}00795 . \frac{88}{527{,}3} \,.\, 0{,}1128}{1 - \frac{2}{6{,}591} \,.\, 0{,}1128}\right) . 800$$

$$= \frac{0{,}000623 - 0.00014964}{0{,}9658} . 800 = \frac{0{,}0004735 . 800}{0{,}9658} = 0{,}392 \text{ Fuß}.$$

Fahren wir ſo fort, und ſetzen wir jetzt $l = 900$, $p = 87$, $a_0 = 6{,}591 - 0{,}392 = 6{,}199$, $a_0 b_0 = 496$, $v_0 = \frac{1400}{496} = 2{,}82$ und $\zeta = 0{,}00791$, ſo erhalten wir die Senkung

$$a_0 - a_1 = \frac{0{,}0004464 \,.\, 900}{0{,}959} = 0{,}419 \text{ Fuß};$$

es iſt alſo $800 + 800 + 900 = 2500$ Fuß oberhalb des Wehres die Waſſertiefe noch $6{,}199 - 0{,}419 = 5{,}780$ Fuß. Nach der vorigen Rechnung iſt ſie 5,882 Fuß, d. i. 0,042 Fuß = ½ Zoll größer.

Waſſerſchwelle. §. 96. Wenn wir die Gleichung für die von dem vertikalen Längendurchſchnitt des aufgeſtauten Waſſerſpiegels gebildete Staucurve, nämlich: $a_0 - a_1 = \left(\frac{sin.\,\alpha - \zeta \,.\, \frac{p}{F} \,.\, \frac{v^2}{2g}}{1 - \frac{2}{a} \,.\, \frac{v^2}{2g}}\right) l$ etwas näher betrachten, ſo werden wir mit mehreren merkwürdigen Verhältniſſen des Aufſtauens bekannt. In dem Bruche $\frac{sin.\,\alpha - \zeta \,.\, \frac{p}{F} \,.\, \frac{v^2}{2g}}{1 - \frac{2}{a} \,.\, \frac{v^2}{2g}}$ nähern ſich Zähler und Nenner immer mehr und mehr der Null, je größer die Geſchwindigkeit v iſt, und je nachdem nun der erſtere oder letztere zuerſt Null wird, ſtellt ſich

$$\frac{\sin \alpha_1 \sin \beta_1}{\sin \alpha_2 \sin \beta_2} = \frac{\sin \gamma_1 \sin \delta_1}{\sin \gamma_2 \sin \delta_2}$$

$$\frac{\sin \alpha_1 \sin \gamma_1}{\sin \alpha_2 \sin \gamma_2} = \frac{\sin \beta_1 \sin \delta_1}{\sin \beta_2 \sin \delta_2}$$

$$\frac{\sin \alpha_1 \sin \delta_1}{\sin \alpha_2 \sin \delta_2} = \frac{\sin \beta_1 \sin \gamma_1}{\sin \beta_2 \sin \gamma_2}$$

Fig. 1.

Fig. 2.

Reibungscoefficient, aber $\frac{1}{4}$ m 0,005 gelegt, wenn $x > 0{,}0034$ aber $< \frac{1}{4}$. Da der Platz hohen Preis hat, so wählte man einen Schraubengang, welcher kommt wenn auch die Linien die gewünschte Wasserhöhe nicht mehr vor.

Die Größe $EH = a$ bei Gegengas ergiebt sich aus der Wasserhöhenlinie so bei aufgenommen und aus der Geschwindigkeit v_1 des fortfließenden Wassers, indem man setzt: $x = \frac{v^2}{2g}$, aber da $a = (n+x)\,v_1$, also $v_1 = \left(\frac{a}{n+x}\right)^{\frac{1}{2}}$ ist, so $= \left[1 - \left(\frac{x}{n+x}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$, endlich die Tilgung, welche genommen:

$$x = \frac{a}{2g} - a\sqrt{\frac{x}{n+x}} + \frac{x}{2g}.$$ Hiernach fällt hier nichts für $\frac{v^2}{2g} = x$, $x = -\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 0}$ und, dagegen für $\frac{v^2}{2g} = x$,

$$x = -\frac{a}{2} + \frac{a}{2}\sqrt{3} = 0{,}618\,a, \text{ für } \frac{v^2}{2g} = 2a,$$

$$x = a\sqrt{3} = 1{,}732\,a = 1\text{ m}.$$

Fig. 192.

Bemerkung. Eine bekannte Wasserschnecke beobachtete zuerst Vitruv in einem nur 12 Zoll breiten Gerinne mit vom mittleren Kreisgangradius $r = 0{,}35$, die hinan lief, hinab aber nicht mehr aufgefunden werden konnte, und in dem Falle, wenn, wie Fig. 192 vor Augen führt, die Neigung des Gerinnes einer Projection $\frac{1}{4}$ gleich ist, der Neigungswinkel α also $= 14°\,2'$ hat, so beobachten. Ist nun Neigungswinkelhöhe des Gerinnes $= h$, Gerinnelänge $= l$, so ist $\frac{h}{l} = \sin\alpha$, und wenn $\frac{h}{l} = \frac{1}{4}$ ist, $\alpha = 14°\,2'$, $\cos\alpha = \frac{1}{4}\sqrt{15}$, $\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{15}}$, $\sin 2\alpha = \frac{1}{8}\sqrt{15}$, $\cos 2\alpha = \frac{7}{8}$, $\tan 2\alpha = \frac{1}{7}\sqrt{15}$, $\sin 3\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 3\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 3\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 4\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 4\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 4\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 5\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 5\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 5\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 6\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 6\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 6\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 7\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 7\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 7\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 8\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 8\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 8\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 9\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 9\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 9\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 10\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 10\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 10\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 11\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 11\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 11\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 12\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 12\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 12\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 13\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 13\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 13\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 14\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 14\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 14\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 15\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 15\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 15\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 16\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 16\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 16\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 17\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 17\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 17\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 18\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 18\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 18\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 19\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 19\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 19\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 20\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 20\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 20\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 21\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 21\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 21\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 22\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 22\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 22\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 23\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 23\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 23\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 24\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 24\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 24\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 25\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 25\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 25\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 26\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 26\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 26\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 27\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 27\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 27\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 28\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 28\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 28\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 29\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 29\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 29\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 30\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 30\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 30\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 31\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 31\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 31\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 32\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 32\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 32\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 33\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 33\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 33\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 34\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 34\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 34\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 35\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 35\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 35\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 36\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 36\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 36\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 37\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 37\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 37\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 38\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 38\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 38\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 39\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 39\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 39\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 40\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 40\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 40\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 41\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 41\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 41\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 42\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 42\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 42\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 43\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 43\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 43\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 44\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 44\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 44\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 45\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 45\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 45\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 46\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 46\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 46\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 47\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 47\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 47\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 48\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 48\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 48\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 49\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 49\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 49\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 50\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 50\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 50\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 51\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 51\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 51\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 52\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 52\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 52\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 53\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 53\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 53\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 54\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 54\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 54\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 55\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 55\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 55\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 56\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 56\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 56\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 57\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 57\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 57\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 58\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 58\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 58\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 59\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 59\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 59\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 60\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 60\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 60\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 61\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 61\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 61\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 62\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 62\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 62\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 63\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 63\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 63\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 64\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 64\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 64\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 65\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 65\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 65\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 66\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 66\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 66\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 67\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 67\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 67\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 68\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 68\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 68\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 69\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 69\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 69\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 70\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 70\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 70\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 71\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 71\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 71\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 72\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 72\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 72\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 73\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 73\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 73\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 74\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 74\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 74\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 75\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 75\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 75\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 76\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 76\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 76\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 77\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 77\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 77\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 78\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 78\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 78\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 79\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 79\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 79\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 80\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 80\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 80\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 81\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 81\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 81\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 82\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 82\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 82\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 83\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 83\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 83\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 84\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 84\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 84\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 85\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 85\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 85\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 86\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 86\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 86\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 87\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 87\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 87\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 88\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 88\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 88\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 89\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 89\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 89\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 90\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 90\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 90\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 91\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 91\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 91\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 92\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 92\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 92\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 93\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 93\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 93\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 94\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 94\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 94\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 95\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 95\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 95\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 96\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 96\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 96\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 97\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 97\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 97\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 98\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 98\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 98\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 99\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 99\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 99\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 100\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 100\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 100\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 101\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 101\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 101\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 102\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 102\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 102\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 103\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 103\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 103\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 104\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 104\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 104\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 105\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 105\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 105\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 106\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 106\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 106\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 107\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 107\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 107\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 108\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 108\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 108\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 109\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 109\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 109\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 110\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 110\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 110\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 111\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 111\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 111\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 112\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 112\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 112\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 113\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 113\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 113\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 114\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 114\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 114\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 115\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 115\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 115\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 116\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 116\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 116\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 117\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 117\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 117\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 118\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 118\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 118\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 119\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 119\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 119\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 120\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 120\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 120\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 121\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 121\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 121\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 122\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 122\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 122\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 123\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 123\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 123\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 124\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 124\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 124\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 125\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 125\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 125\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 126\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 126\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 126\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 127\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 127\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 127\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 128\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 128\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 128\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 129\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 129\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 129\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 130\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 130\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 130\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 131\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 131\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 131\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 132\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 132\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 132\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 133\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 133\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 133\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 134\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 134\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 134\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 135\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 135\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 135\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 136\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 136\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 136\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 137\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 137\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 137\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 138\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 138\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 138\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 139\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 139\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 139\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 140\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 140\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 140\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 141\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 141\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 141\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 142\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 142\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 142\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 143\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 143\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 143\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 144\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 144\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 144\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 145\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 145\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 145\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 146\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 146\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 146\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 147\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 147\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 147\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 148\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 148\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 148\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 149\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 149\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 149\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 150\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 150\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 150\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 151\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 151\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 151\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 152\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 152\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 152\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 153\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 153\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 153\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 154\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 154\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 154\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 155\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 155\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 155\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 156\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 156\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 156\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 157\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 157\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 157\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 158\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 158\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 158\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 159\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 159\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 159\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 160\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 160\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 160\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 161\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 161\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 161\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 162\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 162\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 162\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 163\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 163\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 163\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 164\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 164\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 164\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 165\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 165\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 165\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 166\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 166\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 166\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 167\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 167\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 167\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 168\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 168\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 168\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 169\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 169\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 169\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 170\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 170\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 170\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 171\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 171\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 171\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 172\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 172\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 172\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 173\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 173\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 173\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 174\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 174\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 174\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 175\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 175\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 175\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 176\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 176\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 176\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 177\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 177\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 177\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 178\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 178\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 178\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 179\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 179\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 179\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 180\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 180\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 180\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 181\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 181\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 181\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 182\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 182\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 182\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 183\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 183\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 183\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 184\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 184\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 184\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 185\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 185\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 185\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 186\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 186\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 186\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 187\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 187\alpha = \frac{3}{16}\sqrt{15}$, $\tan 187\alpha = \frac{11}{3\sqrt{15}}$, $\sin 188\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 188\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 188\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 189\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 189\alpha = \frac{1}{16}\sqrt{15}$, $\tan 189\alpha = \frac{11}{\sqrt{15}}$, $\sin 190\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 190\alpha = \frac{1}{8}$, $\tan 190\alpha = 7\sqrt{15}$, $\sin 191\alpha = \frac{11}{16}$, $\cos 191\alpha = \frac{5}{16}\sqrt{15}$, $\tan 191\alpha = \frac{11}{5\sqrt{15}}$, $\sin 192\alpha = \frac{7}{16}\sqrt{15}$, $\cos 192\alpha = \frac{1}{8}$,

Für einen ſehr kleinen Werth von y hat man annähernd Waſſer-ſchwelle.

$$x = \frac{h - \frac{1}{3}\left(a - \frac{c^2}{g}\right) Ln.\ y}{\alpha}.$$

Z. B. für $h = 3$, $a = 4$, $c = 4{,}375$, $\alpha = 0{,}000623$ und $y = 0{,}1$ iſt

$$x = \frac{3 + \frac{1}{3}(4 - 0{,}06125)\ Ln.\ 10}{0{,}000623} = \frac{3 + 1{,}3129 \,.\, 2{,}3026}{0{,}000623} = \frac{60230}{6{,}23}$$

$= 9668$ Fuß.

Im Beiſpiele (1) des vorigen Paragraphen wurde $x = 10434{,}5$ Fuß gefunden.

§. 97. In waſſerarmen Gegenden und an Orten, wo große Maſchinenkräfte in Anſpruch genommen werden, wie z. B. in Bergwerksrevieren iſt die Anlegung von Teichen (franz. étangs; engl. ponds, pools) d. i. von großen Waſſerbehältern, die ſich zur Zeit des Waſſerüberfluſſes von ſelbſt füllen, und bei eintretendem Waſſermangel geleert werden können, von der größten Wichtigkeit. Man legt in der Regel Teiche in Schluchten und Thälern an, um nicht allein das Regenwaſſer, ſondern auch die in dieſen Vertiefungen fließenden Quellen und Bäche aufnehmen zu können. Dann läßt ſich auch die künſtliche Umſchließung des Teichraumes durch einen einzigen Damm bewirken, den man quer über das Thal von einem Gehänge bis zum anderen führt, indem die anſteigende Thalſohle und die beiden Thalgehänge die übrige Umfaſſung des Teiches abgeben. Ein Teich hat um ſo mehr Nutzen, je kleiner die Oberfläche und je kürzer der Damm deſſelben bei beſtimmtem Faſſungsraume iſt. Es iſt daher für den Teichraum diejenige Stelle im Thale auszuſuchen, wo die Gehänge mehr ſteil als flach ſind und für den Damm der Ort, wo das Thal mehr eng als weit iſt. Nur in weiten Thälern hat man die Teiche zuweilen mit zwei Dämmen, oder mit einem Hauptdamme und zwei Flügeldämmen zu umſchließen. Localverhältniſſe beſtimmen zwar in der Regel den Ort für eine Teichanlage, jedoch iſt zu berückſichtigen, daß tieferliegenden Teichen ein größeres Sammelrevier, und daher auch ein größerer Waſſerzufluß zukommt, dieſelben aber auch weniger Gefälle für die Maſchinen übrig laſſen, daß dagegen hochliegenden Teichen weniger Waſſer zufließt, ſie dafür aber mehr Gefälle gewähren. Derjenige Teich iſt auf jeden Fall der vollkommenſte, bei welchem das Product aus dem Waſſerzufluß und dem Gefälle zwiſchen dem Teiche und der tiefer unten im Thale ſtehenden Maſchinenanlage ein Maximum iſt. Uebrigens kann man durch Anlegung von Gräben und Röſchen das Sammelrevier eines Teiches erweitern. Noch hat man bei einer Teichanlage auf die Beſchaffenheit des Teichgrundes Rückſicht zu nehmen, und dabei den Grund zu vermeiden, welcher das Waſſer nicht hält, z. B. zerklüftetes Geſtein, Kalkſchlotten, Flug- und Triebſand, tiefen Sumpf, Moraſt u. ſ. w. Durch Ausſetzen mit Lehm und Raſen oder Austrammen mit einem Gemenge aus feinem Sande und guten Teiche.

Wenn man nun die Wasserhöhlungen einer Zeichnung betrachtet, so findet man, daß sie sich in zwei Arten von Linien, in den Wasser- und den reinen Wasserlinien, so auch man sie durch Ebenen der Wasserlinien, Maaßen u. s. w. schneiden.

Die Wasserlinien sind Zeichen bringt man vorzüglich von den Bildern- und Seitenprojectionen hervor.

Fig. 193.

Die Bilder zu finden, ist eine leichtere Aufgabe nöthig. Hierzu gehört aber, daß man nur die Bilder einer Wasserlinie von Querprofile I, II, III u. s. w. Fig. 193, wenn, im Zeichnungsentwerfenden Schiffbau, Bilder, und nun auf einer Strang und mit Hilfe eines Wasserlinienmaßes und den Zeichnungen der Querbilder zu ingenten Querprofilen abmißt. Durch jene Querprofile bestimmen sich die Positionen und durch diese Zeilen die wahrhaften Querprofile selbst, und hiernach lassen sich die in jener Zeichnen Räume berechnen. Sind $b_0, b_1, b_2 \ldots b_n$ so die Räume von $0 - 0, 1 - 1, II - II \ldots n - n$, und ist der Zeilraum zwischen je zwei Positionen $= a$, so hat man die Quadratur und Zeichnen:

$$G = \left[\tfrac{1}{2}b_0 + b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_{n-1} + \tfrac{1}{2}b_n\right]a.$$

Sind ebenso F_0, F_1, F_2 u. s. w. die Räume b_0, b_1, b_2 u. s. w. entsprechenden Querprofile, so hat man das Zeichnungsraum:

$$V = \left[\tfrac{1}{2}F_0 + F_1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_{n-1} + \tfrac{1}{2}F_n\right]a.$$

Anderen Seiten sind die Bilder Regeln die einer Wasserlinie entsprechenden Zeichnungsräume, indem man sich den ganzen Zeichnungsraum in Schichten getheilt denkt.

Bemerkung. Von den Maßstäben und Berechnung der Zeichn benutzt sich die „Ingenieur-", eines bekannten Werkes hierüber findet man aber in der gleichkommenden Zeitschrift der Ingenieure, Heft 1, 1846, Freiberg u.

Zeichnungsmaß. § 98. Die Zeichnungsmaße führt man in der Regel auch Zeile, seiten oder auch Seiten auf. Man versteht es mit einer linken Schraubstock, und man Einheiten und Maßstab zu verbinden, und bildet sich nach und nach mit einer Maaße, der sogenannten Terrafirmaart, um die nachbildgen Wirkungen des Wasserschlages auf den Damm zu schaffen. Außer-

The Hydrocarbon Series and Its Different Members. 29

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

Fig. 12.

Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 15.

Fig. 16.

Fig. 17.

Fig. 18.

Fig. 19.

Fig. 20.

Fig.

Seitendruck. Querprofil eines Schiffsraums abgeleitet. $ABCE$ ist die bis auf seinen Grund durchgehende Schiffsraumspalte Schandeck, $BFGC$ aber der aus Brett- und Balkenlage bestehende, und AB die über E fest und wasserdicht gemachte Verdeckung.

Anmerkung 1. Querschnitt der oberen und, die unteren Räume, 3. die oberen und 4. die unteren Breite, A aber die Größe eines Querschnittes wie Fig. 194, in welchem $\frac{1}{2}$ die Tonnenzahl bedeutet. $V = [(0{,}4 + 0{,}4 + 2)(0{,}4 + 0{,}4)] \frac{1}{2} \cdot 28 = 8{,}4$. 193.

Bei Anwendung dieser Regel zur Berechnung des Tonnengehalts ist zu beachten, daß die Schiffsgefäße Ecken noch nicht ganz die Fülle der Volumen der Ladeform eine einnimmt.

Anmerkung 2. Wäre der größten Breite im Querschnitt Wasserlinie in der unteren Abteilung weniger Breite. Es hat einen Tiefgang von 3000 Cubikmeter (Kubik) Wasser und einen Ladungsraum von 6000 3000 Cubikfuß einer 40,0 Quadratmeter Max Wasser, jener Raum ist 100 Kubikfuß = 40 Ton. 1 in seiner Tiefe gemißt eine allen Zuflug 60 Minuten lang in jeder Minute 100 Kubikfuß Wasser. Dieser Raum ist 1 Kubikfuß = 1 Kubikmeter = 1 Ton, seine Max Wasser ist 40 Ton. Allen Zeit, und

Stabilität der Teichdämme.

zoidalen Querſchnittes $ABCD$ angreifende Gewicht des Dammſtückes von der Länge $= 1$ iſt, wenn γ_1 die Dichtigkeit der Dammmaſſe, b die Kappenbreite AB und n die relative, alſo nh die abſolute Hinterböſchung bezeichnet, $G = \left(b + \frac{m+n}{2}h\right) h\gamma_1$. Aus P und G oder H, V und G entſpringt aber eine Mittelkraft $OR = R$ deren ſtatiſches Moment $CN \,.\, R$ in Hinſicht auf die Hinterkante C des Dammes die Stabilität deſſelben ausdrückt. Denken wir uns P und alſo auch H und V in M angreifend, ſo erhalten wir das ſtatiſche Moment von $P =$ ſtatiſches Moment von H minus ſtatiſches Moment von V

$= \frac{1}{2} h^2\gamma \,.\, \overline{MQ} - \frac{1}{2} m h^2\gamma \,.\, \overline{CQ} = \frac{1}{2} h^2\gamma\,(\overline{MQ} - m \,.\, \overline{CQ})$

$= \frac{1}{2} h^2\gamma\,[\frac{1}{3}h - m(nh + b + \frac{2}{3}mh)]$; nun iſt aber das in entgegengeſetzter Richtung wirkende ſtatiſche Moment von G,

$= \frac{1}{2} nh^2\gamma_1 \,.\, \frac{2}{3} nh + bh\gamma_1 \left(nh + \frac{b}{2}\right) + \frac{1}{2} mh^2\gamma_1\,(nh + b + \frac{1}{3}mh)$

$= h\gamma_1\,(\frac{1}{3}n^2h^2 + nbh + \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}mnh^2 + \frac{1}{2}mbh + \frac{1}{6}m^2h^2)$

$= h\gamma_1 \left[\left(\frac{m^2+2n^2}{3} + mn\right)\frac{h^2}{2} + \left(n + \frac{m}{2}\right)bh + \frac{1}{2}b^2\right]$; es folgt daher die Stabilität des Teichdammes:

$$S = h\left(\left[\left(\frac{m^2+2n^2}{3} + mn\right)\frac{h^2}{2} + \left(n + \frac{m}{2}\right)bh + \frac{1}{2}b^2\right]\gamma_1 - [\tfrac{1}{3}h - m(nh + b + \tfrac{2}{3}mh)]\,\frac{h}{2}\gamma\right).$$

Um nun den Punkt X anzugeben, in welchem die Widerſtandslinie UWX die Sohle CD des Dammes durchſchneidet, beſtimmen wir die Entfernung CX dieſes Punktes von der Kante C, indem wir ſetzen: $\frac{CX}{CN} = \frac{OR}{HR} = \frac{R}{V+G}$. Es iſt hiernach

$$CX = a = \frac{CN \,.\, R}{V+G} = \frac{S}{G+V} = \left(\left[\left(\frac{m^2+2n^2}{3} + mn\right)\frac{h^2}{2} + \left(n + \frac{m}{2}\right)bh + \frac{1}{2}b^2\right]\gamma_1 + \left[\left(\frac{2m^2-1}{3} + mn\right)h + mb\right]\frac{h}{2}\gamma\right) : \left(\left[\left(\frac{m+n}{2}\right)h + b\right]\gamma_1 + \frac{1}{2}mh\gamma\right);$$ oder

$$a = \frac{[(m^2+2n^2+3mn)h^2 + (2n+m)\,.\,3bh + 3b^2]\gamma_1 + [(2m^2-1+3mn)h + 3mb]h\gamma}{3([(m+n)h + 2b]\gamma_1 + mh\gamma)}.$$

Mit Hülfe dieſer Formel kann man auch andere Punkte W u. ſ. w. in der Widerſtandslinie finden, wenn man für h beliebige Dammhöhen einführt, alſo die Stabilität einzelner, durch Horizontalebenen begrenzter Dammſtücke in's Auge faßt.

Stabilität der Teichdämme.

Für einen Damm ohne Böſchung iſt $m = n = o$, daher $a = \frac{3b^2\gamma_1 - h^2\gamma}{6b\gamma_1} = \frac{1}{2}b - \frac{h^2\gamma}{6b\gamma_1}$ (vergl. II. §. 10). Bei einem Damme mit 45° Böſchung zu beiden Seiten iſt $m = n = 1$, daher $a = \frac{3(2h^2 + 3bh + b^2)\gamma_1 + (4h + 3b)h\gamma}{3[2(b+h)\gamma_1 + h\gamma]}$; iſt nun noch $b = h$, ſo hat man $a = \frac{18\gamma_1 + 7\gamma}{4\gamma_1 + \gamma} \cdot \frac{h}{3}$, nimmt man endlich $\gamma_1 = 2\gamma$ an, ſo erhält man $a = \frac{43}{27}h = \frac{43}{27}b$. oder, da dann die untere Dammbreite $b_1 = 3b$, alſo $b = \frac{1}{3}b_1$ iſt, $a = \frac{43}{81}b_1$. Nach Vauban iſt hinreichende Sicherheit vorhanden, wenn $a = \frac{5}{9} \cdot \frac{b_1}{2} = \frac{5}{18}b_1$ (ſ. II. §. 11); im letzten Falle wäre alſo eine übermäßige Sicherheit vorhanden. Am angemeſſenſten für Teichdämme möchte es jedoch ſein, mindeſtens $a = 0{,}4\ b_1$ zu machen, alſo die Widerſtandslinie 4 Zehntel der unteren Breite von der Hinterfläche abweichen zu laſſen.

Beiſpiel. Man ſoll die Widerſtandslinie für einen Teichdamm angeben, deſſen vordere Böſchung $m = 1$, hintere Böſchung $n = \frac{1}{2}$ und Dammkappenbreite $b = 10$ Fuß iſt, vorausgeſetzt, daß die Dammmaſſe das ſpecifiſche Gewicht = 2 hat. Hier iſt $a = \frac{2(3h^2 + 60h + 300) + (\frac{5}{2}h + 30)h}{3(3h + 40 + h)} = \frac{1200 + 300h + 17h^2}{24(10 + h)}$; es ſtellt ſich daher heraus: für $h = 0$, $a = 5$ Fuß, für $h = 5$ Fuß, $a = \frac{3125}{360} = 8{,}68$ Fuß, für $h = 10$ Fuß, $a = \frac{5900}{480} = 12{,}29$ Fuß, für $h = 15$ Fuß, $a = \frac{9525}{600} = 15{,}87$ Fuß, für $h = 20$ Fuß, $a = \frac{14000}{720} = 19{,}44$ Fuß u. ſ. w. Für eine ſehr groß Dammhöhe läßt ſich $a = \frac{17h}{24}$ und $b = \frac{5}{2}h$, alſo $\frac{a}{b} = \frac{34}{72}$ ſetzen. Da $\frac{34}{72}$ ſchon größer als 0,4 iſt, ſo würde dieſer Damm ſelbſt bei einer unendlichen Höhe ſicher vor dem Kippen ſein.

Anmerkung. Nach der Formel $b = \frac{3h - a}{2}$ im Beiſpiel I. §. 303 iſt, wenn man $a = mh$ ſetzt, $2b = (3 - m)h$, daher $h = \frac{2b}{3 - m}$, alſo im letzten Beiſpiele, wo $m = 1$ iſt, $h = b = 10$ Fuß zu machen.

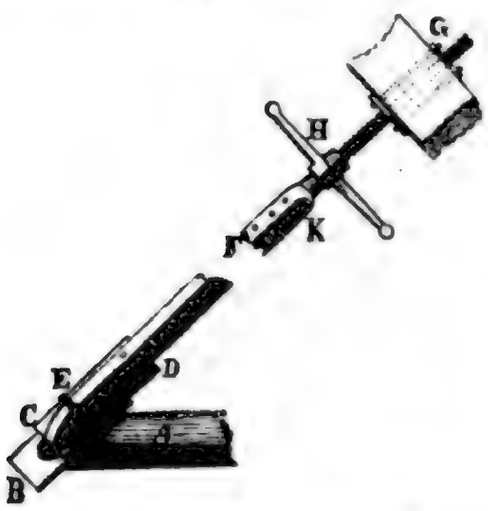
Ablaſſen der Teiche.

§. 100. Zum Ablaſſen des Waſſers aus den Teichen dienen die Teichgerinne und die Fluther. Jene gehen durch den Teichdamm hindurch und dienen zum regelmäßigen Abzapfen, dieſe aber ſind bloße Einſchnitte im Damme und haben den Zweck, das im Uebermaaße zufließende Waſſer eines bereits gefüllten Teiches abzuleiten. Zuweilen hat ein Teich mehrere Teichgerinne und mehrere Fluther. Das tiefſte oder im tiefſten Punkte des Teiches einmündende Gerinne wird in der Regel nur beim gänzlichen

Ablaſſen und Fiſchen des Teiches geöffnet, und heißt deshalb das Fiſchgerinne; das höher liegende Gerinne hingegen endigt ſich in dem Graben, durch welchen das Waſſer auf die Maſchinen geführt wird, und heißt deshalb das Mühl- oder Maſchinengerinne. Bei tiefen Teichen iſt es ſehr zweckmäßig, zwei oder mehrere, in verſchiedenen Höhen einmündende Maſchinengerinne anzuwenden, und das Waſſer, ſo lange es geht, immer durch das höhere Gerinne abzulaſſen, um ſo viel wie möglich Gefälle für die Maſchinen übrig zu behalten. Ablaſſen der Teiche.

Die Teichgerinne ſind entweder hölzern, oder ſteinern oder eiſern; die letzten ſind die beſten. Man verwendet dazu gußeiſerne Röhren von 1 bis 2 Fuß Weite. Zum Reguliren des Abfluſſes dient der Zapfen oder Striegel. Die in neuerer Zeit hier in Anwendung gebrachten Striegel haben eine Einrichtung, wie ſie Fig. 197 vor Augen führt. Es iſt hier *A* der Kopf des Teichgerinnes mit der außen abgeſchliffenen Kopfplatte *B*, *CD* ein innen abgeſchliffener gußeiſerner Schieber, *EF* die bis auf die Dammkappe hinaufführende Striegelſtange oder der Striegelſchaft, *E* eine mit dem Schieber feſt verbundene und über die Kopfplatte weggreifende Schiene, wodurch der Schieber gegen die Kopfplatte gedrückt wird; es iſt ferner *G* ein ſtarker Steg über der Teichkappe und innerhalb des Teichhäuschens, *GH* eine Schraubenſpindel, welche durch eine in dem Stege feſtſitzende Mutter hindurchgeht, bei *K* durch ein Gewinde mit dem Zapfenſchaft verbunden iſt, und durch einen Schlüſſel *H* in Umdrehung geſetzt werden kann. Es iſt nun leicht zu ermeſſen, wie durch dieſe Umdrehung der Schieber mittels ſeines Schaftes gehoben oder geſenkt, oder die Eintrittsöffnung in das Teichgerinne vergrößert oder verkleinert werden kann.

Fig. 197.



Das Teichgerinne muß einen Querſchnitt erhalten, welcher ſelbſt bei dem niedrigſten Waſſerſtande und bei vollſtändiger Eröffnung noch das erforderliche Waſſerquantum hindurchläßt. Iſt Q die pr. Sec. abzulaſſende Waſſermenge, h die gegebene kleinſte Druckhöhe, l die Länge, d die Weite des Teichgerinnes, ζ_1 der Widerſtandscoefficient für den Eintritt und ζ der Reibungscoefficient für die Bewegung in dem Teichgerinne, ſo hat man nach I. §. 367, $d = \sqrt[5]{\frac{(1+\zeta_1)\,d + \zeta l}{2gh} \cdot \left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2}$, oder einfacher

Ablaſſen der Teiche.

$d = 0{,}4817 \sqrt[5]{[(1+\zeta_1)\,d + \zeta l]\,\frac{Q^2}{h}}$. Wenn man nun ζ_1 aus der Tabelle in I. §. 360 und ζ aus der Tabelle in I. §. 366 wählt, ſo läßt ſich hiernach auf dem Wege der Näherung die geſuchte Gerinnweite berechnen. Bei höherem Waſſerſtande iſt ein Theil der Eintrittsmündung durch den Schieber zu verſchließen, weshalb nun nach I. §. 373 ein größerer Widerſtandscoefficient für den Eintritt einzuführen iſt. Iſt die Eintrittsöffnung ſehr klein, ſo füllt endlich das Waſſer das Teichgerinne gar nicht mehr aus, und es iſt dann einfach der Inhalt dieſer Einmündung: $F = \frac{Q}{\mu\sqrt{2gh}} = \frac{(1+\sqrt{\zeta_1})\,Q}{\sqrt{2gh}}$, wo ζ_1 ebenfalls aus §. 360 genommen werden muß. Mit Hülfe der Seite 218 u. f. w. im »Ingenieur« mitgetheilten Kreisſegmententabelle, läßt ſich hieraus die Schieberſtellung ſelbſt finden.

Die Fluther oder Fluthbetten werden wegen der leichteren Ableitung des Waſſers nahe an den Gehängen in dem Damme eingeſchnitten. Sie ſind höchſtens 5 Fuß tief, 10, 20 und mehr Fuß lang und erhalten, wie die Wehre, ein ſteinernes Bette. Uebrigens rüſtet man ſie noch mit Schützen und Rechen aus.

Beiſpiele. 1) Welche Weite iſt einem Teichgerinne von 100 Fuß Länge zu ertheilen, welches bei 1 Fuß Druckhöhe noch 10 Cubikfuß Waſſer pr. Sec. abführt? Führen wir den einer Dammneigung von 40° entſprechenden Coefficienten $\zeta_1 = 0{,}870$ und den einer Geſchwindigkeit von 5 Fuß entſprechenden Coefficienten $\zeta = 0{,}022$ ein, ſo erhalten wir die Formel $d = 0{,}4817 \sqrt[5]{(1{,}870\,d + 2{,}2)\,.\,100}$, welcher $d = 1{,}7$ ſo ziemlich entſpricht, denn ſetzt man rechts $d = 1{,}7$, ſo folgt links:

$d = 0{,}4817\,.\,\sqrt[5]{537{,}9} = 1{,}694$. Es iſt alſo hiernach ein Gerinne von 1,7 . 12 = 20,4 Zoll anzuwenden. 2) Wie tief iſt der Schieber zu ſtellen, damit das vorige Gerinne bei 16 Fuß Druckhöhe ebenfalls nur 10 Cubikfuß Waſſer liefert? Nehmen wir an, daß hier das Gerinne nicht vollfließt, ſo haben wir

$$F = \frac{(1+\sqrt{\zeta_1})\,Q}{\sqrt{2gh}} = \frac{(1+\sqrt{0{,}87})\,.\,10}{7{,}906\,.\,\sqrt{16}} = \frac{19{,}327}{7{,}906\,.\,4} = 0{,}611 \text{ Quadratfuß.}$$

Dieſes Segment vom Halbmeſſer $\frac{1{,}7}{2}$ auf den Halbmeſſer 1 reducirt, fällt nun $= 0{,}611 \cdot \frac{4}{2{,}89} = 0{,}846$ aus, und es giebt nun die Segmententabelle im »Ingenieur« die entſprechende Bogenhöhe oder Schieberſtellung:

$$= 0{,}629\,.\,\frac{1{,}7}{2} = 0{,}535 \text{ Fuß} = 6{,}42 \text{ Zoll.}$$

Kanäle.

§ 101. Man führt das Waſſer in Kanälen oder Gerinnen aus den Wehren, Teichen und anderen Sammelapparaten nach dem Punkte des Bedarfes, d. i. nach den Maſchinen, welche es in Bewegung ſetzen ſoll. Die Kanäle werden in der Regel in die natürliche Erdoberfläche

Nr. 8: Bildnis von Leo von Klenze (Radierung), 1811

Nr. 9: Bildnis von Leo von Klenze (Radierung), 1811

Nr. 10: Bildnis von Leo von Klenze (Radierung), 1811

Nr. 11: Bildnis von Leo von Klenze (Radierung), 1811

Nr. 12: Bildnis von Leo von Klenze (Radierung), 1811

Kanäle. *AB* liegenden Canalstück *C*. Um diejenigen Gewichte aber (Spannkraft 6 bis 10 Fig. 202) abzuleiten. Deshalb denkt man den durch Pfeilen zeitlichen Wurfen aber Seitenwänden *AA*, und den durch Pfeilen zeitlichen und Tangenten *CA* rechenden Boden *AA* durch Gewölbe, wie

Fig. 201.

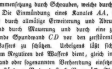
Fig. 202.

Fig. 203.

DEFG zusammengehalten. Die Betrachtungen in den Querschnitten sind durch keine Mauer aber durch Art u. s. w. bewirkt. Die Construction gestalteter Mauern ist aus Fig. 203 ersichtlich. Aber sind die Seitenwände mit Lappen wie *AB*, *BC* u. s. w. versehen, und es erfolgt die Zusammenfügung durch Schrauben, welche durch je zwei Lappen hindurchgehen.

Die Einmündung eines Kanales *AA*, Fig. 204, in einen Fluß *B* ist durch allmälige Erweiterung und Abrundung zu bewirken, die über Ende durch Mauerung, und durch eine zweifache Thorconstruction bewirkt Querschnitt *CD* von den zufälligen Wirkungen des steigenden Wasser zu schützen. Lebtgenannt läßt sich durch Einrichtung, welche zum Regulirung des Wasser hinein, gleich in das Bodenwerk der Spundwand oder sogenannten Verbauung einlegen. Um den Einfluß des Einfließens, z. B. durch starke Regenfälle, Thauschauen u. s. w. herbeigeführte Unterstützen oder Ueberfüllen der Kanäle zu verhindern, sind nach *BA* (*EF*, *BA* (*GH*) oder Flutthore angebracht. Diese sind lange, horizontal einmündende Kanäle mit einem starken Gefälle. Man schließt solche durch Mauerung, Bohnenmauerung und Verbauung wie *EF*, Fig. 204, und sperrt sie für gewöhnlich durch die zweyfache Schützen.

Fig. 204.



Um endlich noch das

Fig. 1. Die Clermont, das erste Dampfschiff.

Fig. 2. Die Savannah, das erste Dampfschiff, das den Ozean überquerte.

Fig. 3. Die Great Western, das erste Dampfschiff, das regelmäßig den Ozean befuhr.

Fig. 4. Die Great Britain, das erste Dampfschiff mit Schraubenantrieb.

Fig. 5. Die Great Eastern, das größte Dampfschiff der Vergangenheit.

Fig. 6. Die Deutschland, das erste Dampfschiff mit Turbinenantrieb.

Fig. 7. Die Lusitania, das erste Dampfschiff mit Turbinenantrieb, das den Ozean überquerte.

Fig. 8. Die Mauretania, das erste Dampfschiff mit Turbinenantrieb, das regelmäßig den Ozean befuhr.

Fig. 9. Die Imperator, das erste Dampfschiff mit Turbinenantrieb, das mehr als 50000 Tonnen Wasserverdrängung hatte.

Fig. 10. Die Bismarck, das erste Dampfschiff mit Turbinenantrieb, das mehr als 60000 Tonnen Wasserverdrängung hatte.

Fig. 11. Die Europa, das erste Dampfschiff mit Turbinenantrieb, das mehr als 70000 Tonnen Wasserverdrängung hatte.

Kanäle. §. 102. Die Geschwindigkeit des Wassers in einem Kanale soll eine mittlere sein; nicht zu klein, weil sich außerdem derselbe leicht verschlämmt oder versandet, und nicht zu groß, weil sonst das Bette nicht hinreichenden Widerstand leistet, und weil eine große Geschwindigkeit ein zu großes Gefälle für den Kanal in Anspruch nimmt und es der Maschine entzieht. Um das Absetzen von Schlamm zu verhindern, soll die mittlere Geschwindigkeit mindestens 7 bis 8 Zoll übertreffen, da wo aber das Absetzen von Sand zu befürchten ist, soll man dieselbe nicht unter $1\frac{1}{4}$ Fuß zulassen. Was die Maximalgeschwindigkeit des Wassers in Kanälen anlangt, so hängt diese von der Beschaffenheit des Bettes ab; damit dieses nicht angegriffen wird, darf die Geschwindigkeit am Boden nicht überschreiten:

bei schlammigem Boden: $\frac{1}{4}$ Fuß,
bei thonigem Boden: $\frac{1}{2}$ Fuß,
bei sandigem Boden: 1 Fuß,
bei kiesigem Boden: 2 Fuß,
bei grobsteinigem Boden: 4 Fuß,
bei einem Boden von Conglomerat oder Schiefer: 5 Fuß,
bei einem Boden von geschichtetem Gesteine: 6 Fuß,
bei einem Boden von hartem und ungeschichtetem Gesteine: 10 Fuß.

Wenn nun auch die Geschwindigkeit am Boden kleiner ist als die mittlere Geschwindigkeit im ganzen Querprofile, so wird es doch der Sicherheit wegen gut sein, selbst mit der letzteren die eben angegebenen Grenzen nicht zu überschreiten.

Aus der angenommenen mittleren Geschwindigkeit c und aus dem fortzuführenden Wasserquantum Q ergiebt sich nun der Inhalt des Querprofiles F, und hieraus wieder der Umfang p des Wasserprofiles; setzt man nun diese Werthe in die Formel $\delta = \frac{h}{l} = \xi \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{c^2}{2g}$ (s. I. §. 403 u. s. w.) ein, so bekommt man den erforderlichen Abhang δ des Kanales, aus dem sich wieder das Gefälle auf die ganze Kanallänge l, $h = \delta l$ ergiebt.

Hiernach erhält man allerdings unter verschiedenen Verhältnissen sehr verschiedene Abhänge; da indessen, ξ im Mittel $= 0{,}007565$, c in der Regel zwischen 1 und 5 Fuß und bei Aufschlagkanälen $\frac{p}{F}$ zwischen $\frac{1}{5}$ und 2 gelegen ist, so folgen die Grenzen der Abhänge bei diesen Kanälen: $0{,}007565 \cdot \frac{1}{5} \cdot 1 \cdot 0{,}016 = 0{,}000024$ und $0{,}007565 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 0{,}016 = 0{,}00605$.

Den Abzugskanälen giebt man ein größeres Gefälle, um eine größere Geschwindigkeit zu erzeugen und das Wasser, nachdem es gewirkt hat, schnell von der Umtriebsmaschine zu entfernen.

Kaufmann Research Inc. (KRI) is a subsidiary of Kaufmann Aerospace Inc. (KAI). KRI is a research and development company that specializes in the development of advanced aerospace technologies. KRI is located in the same building as KAI, but it is a separate company with its own management and employees. KRI is responsible for the development of the Kaufmann Aerospace Inc. (KAI) aircraft. KRI is also responsible for the development of the Kaufmann Aerospace Inc. (KAI) aircraft. KRI is also responsible for the development of the Kaufmann Aerospace Inc. (KAI) aircraft.

Kaufmann Research Inc. (KRI) is a subsidiary of Kaufmann Aerospace Inc. (KAI). KRI is a research and development company that specializes in the development of advanced aerospace technologies. KRI is located in the same building as KAI, but it is a separate company with its own management and employees. KRI is responsible for the development of the Kaufmann Aerospace Inc. (KAI) aircraft. KRI is also responsible for the development of the Kaufmann Aerospace Inc. (KAI) aircraft. KRI is also responsible for the development of the Kaufmann Aerospace Inc. (KAI) aircraft.

Übungen.

1. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ im Punkte $P(1, 1)$.

2. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ im Punkte $P(0, -1)$.

3. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^2 + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

4. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^2 - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{3})$.

5. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^3 + 1}$ im Punkte $P(2, 3)$.

6. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^3 - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{7})$.

7. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^4 + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

8. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^4 - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{15})$.

9. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^5 + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

10. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^5 - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{31})$.

11. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^6 + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

12. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^6 - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{63})$.

13. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^7 + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

14. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^7 - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{127})$.

15. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^8 + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

16. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^8 - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{255})$.

17. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^9 + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

18. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^9 - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{511})$.

19. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{10} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

20. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{10} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{1023})$.

21. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{11} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

22. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{11} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{2047})$.

23. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{12} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

24. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{12} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{4095})$.

25. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{13} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

26. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{13} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{8191})$.

27. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{14} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

28. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{14} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{16383})$.

29. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{15} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

30. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{15} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{32767})$.

31. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{16} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

32. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{16} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{65535})$.

33. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{17} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

34. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{17} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{131071})$.

35. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{18} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

36. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{18} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{262143})$.

37. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{19} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

38. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{19} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{524287})$.

39. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{20} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

40. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{20} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{1048575})$.

41. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{21} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

42. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{21} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{2097151})$.

43. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{22} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

44. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{22} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{4194303})$.

45. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{23} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

46. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{23} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{8388607})$.

47. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{24} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

48. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{24} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{16777215})$.

49. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{25} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

50. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{25} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{33554431})$.

51. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{26} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

52. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{26} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{67108863})$.

53. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{27} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

54. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{27} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{134217727})$.

55. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{28} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

56. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{28} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{268435455})$.

57. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{29} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

58. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{29} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{536870911})$.

59. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{30} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

60. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{30} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{1073741823})$.

61. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{31} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

62. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{31} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{2147483647})$.

63. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{32} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

64. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{32} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{4294967295})$.

65. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{33} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

66. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{33} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{8589934591})$.

67. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{34} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

68. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{34} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{17179869183})$.

69. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{35} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

70. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{35} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{34359738367})$.

71. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{36} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

72. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{36} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{68719476735})$.

73. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{37} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

74. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{37} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{137438953471})$.

75. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{38} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

76. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{38} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{274877906943})$.

77. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{39} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

78. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{39} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{549755813887})$.

79. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{40} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

80. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{40} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{1099511627775})$.

81. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{41} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

82. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{41} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{2199023255551})$.

83. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{42} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

84. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{42} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{4398046511103})$.

85. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{43} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

86. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{43} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{8796093022207})$.

87. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{44} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

88. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{44} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{17592186044415})$.

89. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{45} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

90. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{45} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{35184372088831})$.

91. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{46} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

92. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{46} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{70368744177663})$.

93. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{47} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

94. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{47} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{140737488355327})$.

95. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{48} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

96. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{48} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{281474976710655})$.

97. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{49} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

98. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{49} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{562949953421311})$.

99. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{50} + 1}$ im Punkte $P(1, \sqrt{2})$.

100. Man bestimme die Gleichung der Tangente und der Normale an die Kurve $y = \sqrt{x^{50} - 1}$ im Punkte $P(2, \sqrt{1125899906842623})$.

Schutzbrette tiefer stehen als vor demselben? Es ist $G = 5 . 3 = 15$ Quadratfuß und $F = 4 . 1 = 4$ Quadratfuß; ferner $v = {}^{45}/_{15} = 3$ Fuß und Schützen.

$$v_1 = \frac{3 . 15}{4} = {}^{45}/_{4} = 11\frac{1}{4} \text{ Fuß.}$$

Da nun $\left[1 - \left(\frac{F}{G}\right)^2\right]\frac{v_1^2}{2g} = [1 - ({}^4/_5)^2] . 2{,}02 = 1{,}88$ Fuß kleiner als $a - a_1 = 3 - 1 = 2$ Fuß ist, so wird ein freier Ausfluß nicht statt finden können. Die Formel $h = \left[1 + \left(\frac{G}{F} - 1\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}$ giebt den gesuchten Niveauabstand $h = (1 + 2{,}75^2) . 0{,}144 = 8{,}56 . 0{,}144 = 1{,}23$ Fuß, welcher jedoch wegen der Hindernisse in der Mündung mindestens noch 10 Procent größer sein kann.

§. 104. **Röhrenleitungen** dienen in der Regel nur zur Fortleitung kleiner Wassermengen, wie sie etwa zum Speisen einer Wassersäulenmaschine mit hohem Gefälle nöthig sind. Da sie rings umschlossen sind, so kann man sie nicht bloß fallend, sondern auch steigend legen. Auch kann das Neigungsverhältniß ein ganz beliebiges sein, wenn nur die Ausmündung unter, und der höchste Punkt der Leitung noch nicht 1 Atmosphäre (32,84 Fuß) über, besser aber ebenfalls unter der Einmündung liegt. Durch Röhrenleitungen lassen sich also Thäler und Anhöhen überschreiten ohne Brücken und Röschen zu erfordern. Die **Leitungsröhren** sind aus Holz, oder gebranntem Thon, Stein, Glas, Eisen, Blei u. s. w. Am häufigsten kommen die Holz- und Eisenröhren vor, nächstdem aber die Steinröhren Leitungsröhren.

Zu den hölzernen Leitungsröhren verwendet man gewöhnlich Nadelholz, weil sich daraus gerade Röhren von 12 bis 20 Fuß Länge schneiden lassen. Die Weite der Bohrung beträgt $1\frac{1}{2}$ bis 8 Zoll, sie soll übrigens ein Drittel des Röhrendurchmessers nicht übertreffen. Die Verbindungsweisen der Röhren unter einander sind aus den Figuren 209 und 210 zu ersehen. Figur 209 zeigt eine conische Verzapfung mit einem eisernen Ringe und einer Einlage von getheertem Hanf oder getheerter Leinwand. Figur 210 zeigt eine Verbindung mit einer eisernen Büchse, welche mit ihren schneidigen Ringen in beide Röhrenenden 1 bis 2 Zoll tief eindringt. Die steinernen Röhren sind 5 bis 6 Fuß lang, sie werden stumpf zusammengestoßen, mit einem Kitte oder hydraulischen Mörtel und einem über beide Röhrenenden weggreifenden eisernen Ringe verbunden.

Fig. 209.

Fig. 210.

Die eisernen Röhren zeichnen sich durch große Festigkeit und Dauerhaftigkeit vor allen anderen Röhren aus. Sie werden von sehr verschiedenen Weiten und mindestens $\frac{1}{2}$ Zoll Stärke 5 bis 10 Fuß lang gegossen. Man muß sie vor dem Gebrauche einer hydrostatischen Prüfung unterwerfen. Um sie vor der Oxydation von innen zu schützen, werden diesel-

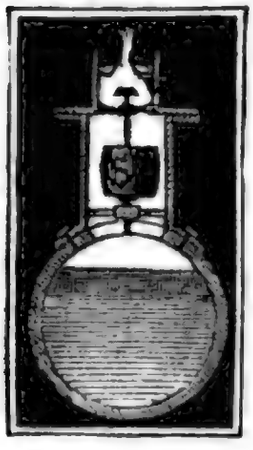
Verschluß durch eine mit einem Polster gefüllte Stopfbüchse C hervorgebracht. In der Regel bringt man auf 300 Fuß Länge eine Compensationsröhre an. Leitungsröhren.

§. 105. Nicht immer lassen sich Röhrenleitungen gerade fortführen, sondern man muß sie bald zur Seite, bald auf-, bald abwärts steigend legen. Es ist hierbei aber stets die Regel zu befolgen, plötzliche Richtungsänderungen, also Knieröhren, gänzlich zu vermeiden, krummen Röhren aber große Krümmungshalbmesser oder auch eine größere Weite zu geben. Uebrigens sind plötzliche Querschnittsveränderungen ebenfalls zu vermeiden, und so wie bei Ein- und Ausmündungen der Röhrenleitung durch Abrundungen allmälige Uebergänge aus einem Querschnitt in einen anderen zu bewirken.

Fig. 216.

Aufwärtsgehende Krümmlinge, Fig. 216, haben den Nachtheil, daß sich die Luft L in ihnen ansammelt, die den Querschnitt verengt, und wenn sie sich in großer Menge angehäuft hat, denselben ganz einnimmt, und dadurch die Bewegung des Wassers ganz verhindert. Um diese Anhäufung zu verhindern, setzt man senkrechte Röhren AL, sogenannte Luftständer, Windstöcke (fr. ventouses; engl. wind-pipes), Fig. 216 auf, durch die sich die Luft oder andere sich aus dem Wasser entwickelnde Gase entfernen können. Um sie nicht zu lang machen zu dürfen, verschließt man dieselben mit einem Hahne, der von dem Röhrenwärter von Zeit zu Zeit und jedes Mal so lange zu öffnen ist, bis sich alle Luft entfernt hat, und nur Wasser ausströmt. Um selbst dieses Oeffnen durch Menschenhände unnöthig zu machen, wendet man Windstöcke mit Schwimmer

Fig. 217.



wie Fig. 217 an. Hier ist das abschließende Ventil V mit einem hohlen Schwimmer S aus Blech verbunden, der, so lange Wasser im Raume über dem Röhrenscheitel ist, nach oben zu steigen sucht und das Ventil zuhält, dagegen aber niederfällt, und das Ventil öffnet, wenn dieser Raum mit Luft ausgefüllt ist

So wie sich an den höchsten Stellen einer Röhrenleitung Luft ansammelt, ebenso setzt sich an den tiefsten Punkten derselben Schlamm, Sand u. s. w. nieder. Um diese Niederschläge von Zeit zu Zeit zu entfernen, bringt man an diesen Stellen Ausgußröhren oder Schlammkästen (Wechselhäuschen) an. Die Ausgußröhren münden seitwärts in die Röhre ein, und sind für gewöhnlich durch Hähne oder Stöpsel verschlossen. Die Schlammkästen sind Gefäße, in welche die beiden Theile der Röhrenleitung einmünden, durch die also das Wasser mit verminderter

Leitungsröhren.

Geschwindigkeit hindurchströmen muß. Das Absetzen des Schmandes wird nicht allein durch die langsame Bewegung des Wassers, sondern wohl auch durch eingesetzte Siebe oder Scheidewände erleichtert. Durch Oeffnen eines Spundes im Boden lassen sich diese Kästen von Zeit zu Zeit vom Bodensatze reinigen. Ueberdies ist es nöthig, in Distanzen von 100 oder mehr Fuß Spunde an der Röhrenleitung anzubringen, um das Untersuchen und Reinigen der Röhren zu erleichtern. Das Reinigen erfolgt aber durch Auslassen des Wassers, durch Einführen von Gestängen aus Holz oder Eisen, und das Ablösen von Kalkkrusten durch Salzsäure, und durch Einführen eines birnförmigen Eisens, der sogenannten Rohrbirne. Die Anwendung von Piezometern (s. I. §. 371) ist ebenfalls zu empfehlen.

Zur Regulirung des Wassers in Röhren sind noch Hähne, Schieber oder Ventile nöthig. Die Wirkungen dieser haben wir in I. §. 377 u. s. w. kennen gelernt. Um endlich noch die Wirkungen der Stöße beim schnellen Schließen einer solchen Vorrichtung zu schwächen, ist es nützlich, durch Gewichte beschwerte Ventile anzubringen, die sich nach außen öffnen, so wie der Druck eine gewisse Grenze überschreitet.

Anmerkung. Ausführlich über Wasserleitungen wird gehandelt in Genieys' Essai sur les moyens de conduire, d'élever et de distribuer les eaux, ferner über Röhrenleitungen insbesondere in Hagen's Wasserbaukunst, Theil I., in Gerstner's Mechanik, Theil II. Auch in Bornemann's Hydrometrie.

§. 106. Die Bewegungsverhältnisse des Wassers in einer Röhrenleitung haben wir bereits kennen gelernt. Ist h das Gefälle, l die Länge, d die Weite einer Leitung, ξ_1 der Widerstandscoefficient beim Eintritt, ξ der Reibungscoefficient, sind ξ_2 u. s. w. aber die übrigen Widerstandscoefficienten beim Durchgang durch Krümmungen, Hähne u. s. w., und ist endlich v die Ausflußgeschwindigkeit, so hat man

$$h = \left(1 + \xi_1 + \xi \frac{l}{d} + \xi_2 + \ldots\right) \frac{v^2}{2g},$$

oder wenn Q die Wassermenge bezeichnet,

$$h = \left(1 + \xi_1 + \xi \frac{l}{d} + \xi_2 + \ldots\right) \left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{2gd^4}.$$

Man sieht hieraus, daß zum Fortführen einer gewissen Wassermenge Q um so weniger Gefälle erfordert wird, je größer die Weite der Leitung ist. Wendet man statt einer Röhre deren zwei an, welche zusammen ebenso viel Querschnitt haben als die einfache und lassen wir von jeder die halbe Wassermenge der einfachen fortführen, so ist das erforderliche Gefälle:

$$h_1 = \left(1 + \xi_1 + \xi \frac{l}{d\sqrt{1/2}} + \xi_2 + \ldots\right) \left(\frac{2Q}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g\,(d\sqrt{1/2})^4}$$

$$= \left(1 + \xi_1 + \xi \cdot \frac{l\sqrt{2}}{d} + \xi_2 + \ldots\right) \left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g\,d^4};$$ es ist also in die-

Von den Widerständen, welche aus dem Zu- und Abfließen der Flüssigkeitsgefässe.

Wenn Flüssigkeiten, welche aus dem Zu- und Abfließen der Flüssigkeitsgefässe entstehen, sollen nun eine Anwendung finden, so müssen wir vorher die Widerstände, welche unsere vorgezeigten Gefässe in Anspruch nehmen, in Betrachtung ziehen. Diese Widerstände sind entweder Widerstände, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe entstehen, oder Widerstände, welche aus dem Abfließen der Flüssigkeiten aus den Gefässen entstehen.

Wir wollen zuerst die Widerstände betrachten, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe entstehen. Diese Widerstände sind entweder Widerstände, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Röhren entstehen, oder Widerstände, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Öffnungen entstehen.

Wir wollen zuerst die Widerstände betrachten, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Röhren entstehen. Diese Widerstände sind entweder Widerstände, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Röhren entstehen, oder Widerstände, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Öffnungen entstehen.

Wir wollen zuerst die Widerstände betrachten, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Röhren entstehen. Diese Widerstände sind entweder Widerstände, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Röhren entstehen, oder Widerstände, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Öffnungen entstehen.

Wir wollen zuerst die Widerstände betrachten, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Röhren entstehen. Diese Widerstände sind entweder Widerstände, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Röhren entstehen, oder Widerstände, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Öffnungen entstehen.

Wir wollen zuerst die Widerstände betrachten, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Röhren entstehen. Diese Widerstände sind entweder Widerstände, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Röhren entstehen, oder Widerstände, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Öffnungen entstehen.

Wir wollen zuerst die Widerstände betrachten, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Röhren entstehen. Diese Widerstände sind entweder Widerstände, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Röhren entstehen, oder Widerstände, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Öffnungen entstehen.

Wir wollen zuerst die Widerstände betrachten, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Röhren entstehen. Diese Widerstände sind entweder Widerstände, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Röhren entstehen, oder Widerstände, welche aus dem Zufließen der Flüssigkeiten in die Gefässe durch Öffnungen entstehen.

Leitungsröhren.

Weite der anderen Zweigröhre, noch ſeien c, c_1, c_2 die Geſchwindigkeiten des Waſſers in dieſen drei Röhren, endlich aber ſei ζ_1 der Widerſtandscoefficient für den Eintritt und ζ der Reibungscoefficient des Waſſers. Dann können wir für den Röhrenſtrang ACE_1 ſetzen:

1) $F_1E_1 = BC + D_1E_1 = h + h_1 = \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)\frac{c^2}{2g} + \left(1 + \zeta\frac{l_1}{d_1}\right)\frac{c_1^2}{2g}$,

und für den Röhrenſtrang ACE_2:

2) $F_2E_2 = BC + D_2E_2 = h + h_2 = \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)\frac{c^2}{2g} + \left(1 + \zeta\frac{l_2}{d_2}\right)\frac{c_2^2}{2g}$

Nun iſt die Waſſermenge $Q = \frac{\pi d^2}{4} c$ der Hauptröhre gleich der Summe von den Waſſermengen $Q_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} c_1$ und $Q_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} c_2$ der beiden Zweigröhren, es iſt alſo noch zu ſetzen:

3) $d^2 c = d_1^2 c_1 + d_2^2 c_2$.

Mit Hülfe dieſer drei Gleichungen laſſen ſich auch drei Größen beſtimmen. Der gewöhnlichſte Fall möchte aber der ſein, daß die Gefälle, Längen und Waſſermengen gegeben ſind und nach den Röhrenweiten gefragt wird. Nehmen wir nun noch für die Geſchwindigkeit c in der Hauptröhre einen gewiſſen Werth an, ſo erhalten wir auch die Weite dieſer Röhre durch die Formel $d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi c}}$, und man hat es nur noch mit der Auflöſung der Gleichungen

$$2g(h + h_1) - \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)c^2 = \left(1 + \zeta\frac{l_1}{d_1}\right)\left(\frac{4Q_1}{\pi d_1^2}\right)^2 \text{ und}$$

$$2g(h + h_2) - \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)c^2 = \left(1 + \zeta\frac{l_2}{d_2}\right)\left(\frac{4Q_2}{\pi d_2^2}\right)^2 \text{ zu thun.}$$

Durch Umformung bekommen wir ähnliche Gleichungen zur Beſtimmung der Weiten d_1 und d_2 wie in I. §. 367, nämlich

$$\zeta\frac{l_1}{d_1^5} + \frac{1}{d_1^4} = \left[2g(h + h_1) - \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)c^2\right]\left(\frac{\pi}{4Q_1}\right)^2 \text{ und}$$

$$\zeta\cdot\frac{l_2}{d_2^5} + \frac{1}{d_2^4} = \left[2g(h + h_2) - \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)c^2\right]\left(\frac{\pi}{4Q_2}\right)^2;$$

wir können daher auch wie dort

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{\zeta l_1 + d_1}{2g(h + h_1) - \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)c^2}\cdot\left(\frac{4Q_1}{\pi}\right)^2} \text{ und}$$

$$d_2 = \sqrt[5]{\frac{\zeta l_2 + d_2}{2g(h + h_2) - \left(\zeta_1 + \zeta\frac{l}{d}\right)c^2}\cdot\left(\frac{4Q_2}{\pi}\right)^2} \text{ ſetzen, und um die}$$

ersten Näherungswerthe zu erhalten, anfangs d_1 und d_2 unter dem Wurzelzeichen vernachlässigen. Fallen c_1 und c_2 sehr verschieden von c aus, so hat man noch auf die Veränderlichkeit des Reibungscoefficienten ζ Rücksicht zu nehmen, ihm für jede der drei Röhren besondere Werthe beizulegen und hiermit die Bestimmung von d_1 und d_2 zu wiederholen. Leitungsröhren.

Beispiel. Eine Röhrenfahrt, welche aus einer Haupt- und zwei Zweigröhren bestehen soll, ist dazu bestimmt, in einem Zweige 15 und im anderen 24 Cubikfuß Wasser pr. Min. fortzuleiten, und es hat sich durch ein Nivellement ergeben, daß die Hauptröhre bei 1000 Fuß Länge 4 Fuß, die erste Zweigröhre bei 600 Fuß Länge 3 Fuß und die andere Zweigröhre bei 200 Fuß Länge 1 Fuß Gefälle erhalten kann, welche Weiten müssen die einzelnen Röhren erhalten? Wenn wir dem Wasser in der Hauptröhre $2\frac{1}{2}$ Fuß Geschwindigkeit lassen wollen, so müssen wir derselben die Weite $d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi c}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 39}{\frac{5}{2} \cdot 60\pi}} = \sqrt{\frac{26}{25\pi}}$ $= 0{,}5754$ Fuß $= 6{,}9$ Zoll geben. Nehmen wir nun (nach I. Seite 522) den Widerstandscoefficienten für den Eintritt $\zeta_1 = 0{,}505$, den Reibungscoefficienten aber (nach I. Seite 533) der Geschwindigkeit $c = 2{,}5$ Fuß entsprechend, $\zeta = 0{,}0253$, ferner $2g = 62{,}5$ und $\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 = 1{,}621$, so erhalten wir für die Weiten der Zweigröhre:

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0253 \cdot 600 + d_1}{62{,}5 \cdot 7 - (0{,}505 + 0{,}0253 \cdot 1738) \cdot \frac{23}{4}} \cdot 1{,}621 \cdot (\tfrac{15}{60})^2}$$

$$= \sqrt[5]{\frac{15{,}18 + d_1}{437{,}50 - 277{,}98} \cdot 0{,}1013} = \sqrt[5]{\frac{15{,}18 + d_1}{1574{,}6}} \text{ und}$$

$$d_2 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0253 \cdot 200 + d_2}{312{,}5 - 277{,}98} \cdot 1{,}621 \cdot (\tfrac{24}{60})^2} = \sqrt[5]{\frac{5{,}06 + d_2}{133{,}09}}.$$

Vernachlässigen wir erst d_1 und d_2 unter den Wurzelzeichen, so erhalten wir die Näherungswerthe $d_1 = \sqrt[5]{\frac{15{,}18}{1574{,}6}} = 0{,}395$ Fuß und $d_2 = \sqrt[5]{\frac{5{,}06}{133{,}09}}$ $= 0{,}520$ Fuß; führen wir nun diese Werthe rechts ein, so erhalten wir genauer $d_1 = \sqrt[5]{\frac{15{,}575}{1574{,}6}} = 0{,}3972$ Fuß und $d_2 = \sqrt[5]{\frac{5{,}580}{133{,}09}} = 0{,}5303$ Fuß. Es entspricht aber der Weite $d_1 = 0{,}3972$ die Geschwindigkeit

$$c_1 = \tfrac{15}{60} \cdot \frac{4}{\pi d_1^2} = \frac{1}{0{,}3972^2 \cdot \pi} = 2{,}017 \text{ Fuß},$$

und der Weite $d_2 = 0{,}5303$ die Geschwindigkeit

$$c_2 = \tfrac{24}{60} \cdot \frac{4}{\pi \cdot 0{,}5303^2} = 1{,}811 \text{ Fuß},$$

daher ist richtiger für die erste Zweigröhre $\zeta = 0{,}0263$ und für die zweite ζ $= 0{,}0270$ zu setzen, weshalb nun sehr scharf

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0263 \cdot 600 + 0{,}3972}{1574{,}6}} = \sqrt[5]{\frac{16{,}1772}{1574{,}6}} = 0{,}400 \text{ Fuß} = 4{,}8 \text{ Zoll, und}$$

$$d_2 = \sqrt[5]{\frac{0{,}0270 \cdot 200 + 0{,}5303}{133{,}09}} = \sqrt[5]{\frac{5{,}9303}{133{,}09}} = 0{,}537 \text{ Fuß} = 6{,}44 \text{ Zoll}$$

sich ergiebt.

Viertes Kapitel.

Von den vertikalen Wasserrädern.

Wasserkraft. §. 107. Das Wasser wirkt als Motor, oder setzt Maschinen in Bewegung, entweder durch sein Gewicht, oder durch seine lebendige Kraft, und im letzteren Falle wieder entweder drückend oder stoßend. Bei der Wirkung des Wassers durch sein Gewicht, wird es von einer mit der Maschine fest verbundenen niedergehenden Fläche getragen, bei der Wirkung durch seine lebendige Kraft bewegt es sich meist gegen eine in horizontaler Richtung ausweichende, mit der Maschine ebenfalls in fester Verbindung stehende Fläche. Ist Q das Wasserquantum (also $Q\gamma$ das Gewicht desselben), welches pr. Sec. zur Wirkung kommt, und h das Gefälle, oder die senkrechte Höhe, von welcher dasselbe bei der Wirkung durch sein Gewicht herabsinkt, so verrichtet es die mechanische Arbeit oder Leistung $L = Q\gamma \,.\, h = Qh\gamma$. Ist hingegen c die Geschwindigkeit, mit welcher es gegen die Maschine anrückt, so hat man die Leistung, welche es durch seine lebendige Kraft verrichten kann,

$$L = Q\gamma \,.\, \frac{c^2}{2g} = \frac{c^2}{2g}\, Q\gamma.$$

Damit das Wasser aus der Ruhe in die Geschwindigkeit c versetzt werde, erfordert es ein Gefälle oder Geschwindigkeitshöhe $h = \frac{c^2}{2g}$; und man kann daher auch im zweiten Falle $L = hQ\gamma$ zu setzen. Es ist also stets das Arbeitsvermögen des Wassers, sowie das eines festen Körpers, ein Product aus seinem Gewichte und aus der Höhe, von welcher es herabsinkt.

Zuweilen wirkt das Wasser durch sein Gewicht und durch seine lebendige Kraft zugleich, indem es während seiner Wirkung von der Höhe h herabsinkt, und seine Geschwindigkeit c zusetzt. Dann ist natürlich auch die mechanische Arbeit

$$L = Q\gamma \,.\, h + Q\gamma \,.\, \frac{c^2}{2g} = \left(h + \frac{c^2}{2g}\right) Q\gamma.$$

Die effective Leistung Pv einer hydraulischen Maschine ist allerdings stets kleiner als die eben angegebene disponible mechanische Arbeit $Qh\gamma$, weil noch manche Verluste vorkommen. Erstens kommt oft nicht alles Wasser zur Wirkung, zweitens geht in der Regel ein Theil von dem Gefälle verloren; drittens hält das Wasser, indem es die Maschine verläßt, noch eine gewisse lebendige Kraft zurück, und viertens treten noch

andere Nebenhinderniſſe, wie Reibung u. ſ. w. hinzu. Es iſt hiernach Waſſerkraft.
der Wirkungsgrad einer hydrauliſchen Umtriebsmaſchine: $\eta = \frac{Pv}{Qh\gamma}$
zu ſetzen, und nun die Güte oder Zweckmäßigkeit einer ſolchen Maſchine um ſo größer, je mehr ſich dieſe Verhältnißzahl der Einheit nähert.

Aus der allgemeinen Formel $L = Qh\gamma$ iſt übrigens zu erſehen, daß Gefälle und Waſſerquantum gleichen Antheil an der Leiſtung einer Maſchine haben, daß z. B. das doppelte Gefälle ebenſo gut die Leiſtung verdoppelt als das zweifache Waſſerquantum, auch daß von zwei Maſchinen einerlei Wirkung zu erwarten iſt, wovon die eine dreimal ſo viel Aufſchlagewaſſer hat als die andere, die wieder dreimal ſo viel Gefälle benutzt als dieſe.

Beiſpiel. Einer Maſchine ſtehen 12 Cubikfuß Waſſer pr. Sec. und 10 Fuß Gefälle zu Gebote, ſie benutzt aber von demſelben nur 8,5 Fuß, und das Waſſer verläßt dieſelbe mit 9 Fuß Geſchwindigkeit, endlich verliert dieſelbe noch 750 Fußpfund an Reibung. Man ſoll den Wirkungsgrad dieſer Maſchine angeben. Es iſt die disponible Leiſtung $L = 12 . 10 . 66 = 7920$ Fußpfund, ferner die Leiſtung, welche dem benutzten Gefälle entſpricht, $= 12 . 8{,}5 . 66 = 6732$ Fußpfund, die durch die lebendige Kraft des fortfließenden Waſſers verlorene Arbeit $= 0{,}016 . 9^2 . 12 . 66 = 1026{,}4$ Fußpfund, die durch die Reibung conſumirte Arbeit war aber $= 750$ Fußpfund; es iſt daher die effective Leiſtung dieſer Maſchine $Pv = 6732 - (1026{,}4 + 750) = 6732 - 1776{,}4 = 4955{,}6$ Fußpfund, und der Wirkungsgrad $\eta = \frac{4955{,}6}{7920} = 0{,}626$.

§. 108. Die hydrauliſchen Umtriebsmaſchinen ſind entweder Waſſerräder.
Radmaſchinen (Waſſerräder) oder Kolbenmaſchinen (Waſſerſäulenmaſchinen). Die Waſſerräder (franz. roues hydrauliques; engl. water-wheels) ſind durch Waſſerkraft in Bewegung geſetzte Radwellen (ſ. I. §. 152). Die Waſſerſäulenmaſchinen (franz. machines à colonne d'eau; engl. pressure-engines) beſtehen im Weſentlichen in einer Waſſerſäule (mit Waſſer angefüllten Röhre), und in einer Fläche (einem Kolben), welche durch den Druck der Waſſerſäule in Bewegung geſetzt wird.

Man unterſcheidet vertikale Waſſerräder (franz. roues hydrauliques verticales; engl. vertical water-wheels), d. h. ſolche mit horizontaler Axe, von den horizontalen Waſſerrädern (franz. roues hydrauliques horizontales; engl. horizontal water-wheels), oder den Waſſerrädern mit vertikaler Axe.

Die vertikalen Waſſerräder, von denen zunächſt die Rede iſt, ſind entweder oberſchlägige (franz. roues en dessus; engl. overshot water-wheels), oder mittelſchlägige (franz. roues de côté; engl. middle-shot water-wheels), oder unterſchlägige Waſſerräder (franz. roues en dessous; engl. undershot water-wheels). Bei den Rädern der er-

Wasserräder. steren Art trifft das Wasser die höheren Punkte des Rades, bei denen der zweiten Art fällt es in der Nähe des Radmittels ein, und bei den unterschlägigen Rädern kommt das Wasser nahe am Fuße bei dem Rade an. Bei den oberschlägigen Wasserrädern wirkt das Wasser vorzüglich durch sein Gewicht, bei den unterschlägigen Rädern aber in der Regel durch seine, der Trägheit entsprechende lebendige Kraft, und bei den mittelschlägigen Rädern wirkt es meist durch Gewicht und Trägheit zugleich. Die unterschlägigen Wasserräder hängen entweder frei im unbegrenzten Wasser, oder sie sind von Gerinnen eingeschlossen. Die im unbegrenzten Wasser hängenden Räder heißen Schiffmühlenräder (franz. roues pendantes; engl. ship-mills wheels). Die übrigen unterschlägigen Wasserräder hängen entweder im geraden Gerinne (franz. coursier rectiligne; engl. strait channel) oder in einem (kreisförmigen) Kropfgerinne (franz. coursier circulaire; engl. circular channel).

Uebrigens giebt es auch mittelschlägige Räder im Kropfgerinne, und diese heißen dann gewöhnlich Kropfräder (franz. roues de côté; engl. breast wheels).

Endlich sind noch von den übrigen Wasserrädern die Ponceleträder zu unterscheiden, bei welchen das Wasser nur durch Druck wirkt, indem es an krummen Flächen auf- und hinabsteigt.

Zellenräder. §. 109. Jedes vertikale Wasserrad besteht aus einer hölzernen oder eisernen Welle mit zwei Zapfen, ferner aus zwei (seltener ein, drei oder mehr) ringförmigen Kränzen, und aus mehr oder weniger radiallaufenden Armen, welche die Kränze mit der Welle verbinden, ferner aus den Schaufeln zwischen den Kränzen und endlich, nach Befinden noch, aus einem Boden, der sich an die innern Kranzumfänge cylindrisch anschließt. Die Schaufeln theilen den von den Kränzen und dem Boden gebildeten ringförmigen Raum in Abtheilungen, und wenn die Schaufeln mehr tangential als radial gestellt sind, so bilden diese Abtheilungen wasserhaltende Tröge oder sogenannte Zellen. Hiernach hat man denn auch in Hinsicht auf Construction zweierlei Wasserräder, nämlich Schaufelräder (franz. roues à aubes; engl. wheels with floats) mit mehr radial gestellten Schaufeln, und Zellenräder (franz. roues à augets; engl. wheels with buckets) mit trogförmigen Zellen. Die letzteren kommen in allen den Fällen vor, wenn das Wasser durch sein Gewicht wirkt, also bei den ober-, rücken-, und nach Befinden mittelschlägigen Wasserrädern. Zunächst ist die Rede von den oberschlägigen Wasserrädern. Das Wasser wird dem Rade durch ein Gerinne zugeführt, und sein Ausfluß durch eine Schütze am Ende des letzteren regulirt; es fällt hier in der Nähe des Radscheitels, nämlich in der ersten, zweiten oder dritten Schaufel, vom Scheitel ausgegangen, ein. Ist nun das Rad einmal in Umdrehung gesetzt,

so füllen sich alle unter der Schützenmündung vorbeigehende Zellen zum Theil mit Wasser, das erst in der Nähe des Radfußes wieder aus den Zellen heraustritt, so daß immer auf der einen Seite des Rades eine gewisse Anzahl von Zellen mit Wasser gefüllt ist, das nun durch sein Gewicht die stete Umdrehung des Rades im Kreise unterhält. Die oberschlägigen Räder kommen bei 8 bis 40 Fuß Gefälle und 3 bis 25 Cubikfuß Aufschlagewasser pr. Sec. vor. Dem kleinsten Gefälle und kleinsten Wasserquantum entspricht die kleinste Leistung von 3 bis 5 Pferdekräften, dem größten Gefälle und größten Aufschlag aber die größte Leistung von 130 Pferdekräften; im letzteren Falle ist es jedoch zweckmäßiger zwei Räder anzuwenden, weil Wasserräder über 80 Pferdekraft zu schwerfällig ausfallen. Zellenräder.

Das Gefälle eines Wasserrades ist vom Wasserspiegel im Aufschlaggerinne, oder vor der Schütze, bis zur Oberfläche des Unterwassers zu nehmen, dessen Höhe von dem Wasserquantum, der Breite und dem Gefälle des Abzugsgrabens abhängt. Um an Wirkung so wenig wie möglich zu verlieren, soll das Radtiefste unmittelbar über dem Unterwasserspiegel stehen, weshalb denn auch das Gefälle von der Oberfläche des Oberwassers bis zum Radtiefsten gemessen wird. Nur dann, wenn der Rückstau und das Waten des Rades zu befürchten ist, hängt man das Rad etwas höher, so daß sein Tiefstes noch ½ bis 1 Fuß von dem Unterwasser absteht oder freihängt.

§. 110. Man baut die Wasserräder aus Holz, oder aus Eisen, oder theils aus Holz, theils aus Eisen. Die Art und Weise, wie die Radarme mit der Welle verbunden sind, ist sehr verschieden. Bei den ganz hölzernen Rädern hat man gewöhnlich sogenannte Armgeviere, welche die zu diesem Zwecke vierkantig gearbeitete Welle umfassen; seltener sind die Arme durch die zu diesem Zwecke durchlochte Welle hindurchgesteckt. Die erste Art von Rädern nennt man Sattelräder, die zweite Art Sternräder. Letztere Construction kommt nur bei leichten oder schwachen Rädern vor. Bei hohen Rädern reichen die Armgeviere nicht aus, es müssen daher noch andere Arme, sogenannte Helfarme, zwischen die, die Armgeviere bildenden Arme, oder sogenannte Hauptarme, eingesetzt werden. Die letztere Construction kommt bei dem in Fig. 219 auf folgender Seite abgebildeten Rade vor. Man baut beim sächsischen Bergbau solche Räder zum Umtriebe der Pochwerke, Kunstgezeuge u. s. w. von 20 bis 50 Fuß Höhe. In dieser Zeichnung ist A die Welle, B und C sind deren Zapfen, DE, FG u. s. w. die Hauptarme, HM, HL u. s. w. aber die Helfarme, welche bei H in den sogenannten Viertelstöcken eingesetzt sind. Ferner sind DFG und $D_1F_1G_1$ die Radkränze, und K ist das Aufschlaggerinne. Die Kränze sind aus zwei Holzringen zusammengesetzt, Radconstructionen.

Verschiedene Arten der Kämme.

Die acht 6 bis 16 einzelnen, 9 bis 5 Zoll hohen dazwischenstehenden Zwischenstücken, den sogenannten Zähnen, bestehen. Die Arme sind unter

Fig. 219.

sich und mit den Kämmen durch Schrauben verbunden. Zur festen Verbindung der Kämme mit einander dienen die Bänder, oder lange Schraubenbolzen, welche durch beide Kämme und durch je zwei Abstandsringe gesteckt hindurchgehen. Um die Stangen einfügen zu können, sind in die Zwischenlagen der Kämme sogenannte Taschen eingeschnitten. Das Zahnrad N dient zur Zwischenlage der Bewegung.

In Figur 220 auf nebenstehender Seite, ist ein excentrisch Rad unserer Construction abgebildet. Hier sind Schienen oder Kulissen, wie BD, auf die Welle AC aufgesetzt, mit welchen die Arme BE, DF . . durch Schrauben fest verbunden sind. Diese Räder werden in der Regel sehr weit gemacht, und erhalten deshalb außer den beiden Stirnenflächen noch einen breiten, mittleren Umfang zum Zahnen. Dieser breite Kranz ist nun nach durch Diagonalarme wie BG u. s. w., getheilt. Zur Befestigung der Stangen sind noch Holzgeviere durch je zwei diagonalweise hindurchgetriebene

Wie man den Kalkstein bricht, ist bekannt. Er wird zerkleinert, bis er etwa die Größe einer Faust hat, und dann in den Ofen gebracht.

Fig. 52.

Fig. 52. Ein Brennofen für den von Rheinau, mit seinem Gewölbe und Schürloch. Im Innern ist der Kalkstein aufgeschichtet, um gebrannt zu werden.

Der Ofen, welchen wir in der vorstehenden Figur vor Augen haben, ist ein Brennofen für den von Rheinau, wie er in Rheinau selbst, in Basel, in Zürich, in Aarau und an vielen Orten gebraucht wird. Seine Einrichtung ist sehr einfach und darum gut. Man bedarf nicht viel Holz, um ihn zu heizen, und er kann Tag und Nacht im Gange sein. Er besteht aus einem Gewölbe, das auf einem Rost ruht, und einem Schürloch, durch welches das Feuer angemacht wird. Das Gewölbe ist mit Kalksteinen aufgeschichtet, und zwischen den Steinen bleiben Zwischenräume, durch welche die Flamme und die Hitze des Feuers hindurchgehen. Wenn der Kalkstein gebrannt ist, so wird er aus dem Ofen genommen und in einen Kalkschuppen gebracht, wo er vor Feuchtigkeit geschützt ist.

Wir wenden nun den Blick wieder zu unserer Bleiche.

Radstärken. Durchmesser, und wenn wir überdies a in Fußen ausdrücken,

$d = \sqrt[3]{\frac{8.12\,Pa}{12600}} = \sqrt[3]{\frac{4\,Pa}{525}} = 0{,}197\,\sqrt[3]{Pa}$ Zoll. Nun ist aber die Leistung, welche dem Momente Pa entspricht, wenn u die Zahl der Umdrehungen des Rades pr. Min. ausdrückt: $L = Pv = P \cdot \frac{\pi u a}{30}$ Fußpfund, oder in Pferdekräften, $L = \frac{P.\pi u a}{30.510}$, daher ist $Pa = \frac{15300\,L}{\pi u}$ und

$d = 0{,}197\,\sqrt[3]{\frac{15300}{\pi}} \cdot \sqrt[3]{\frac{L}{u}} = 3{,}34\,\sqrt[3]{\frac{L}{u}}$ Zoll; der größeren Sicherheit wegen nimmt man jedoch $d = 16\,\sqrt[3]{\frac{L}{u}}$ Centimeter oder

$d = 6{,}12\,\sqrt[3]{\frac{L}{u}}$ Zoll.

Für eine vierkantige Welle ist hingegen die Seite

$$s = \sqrt[3]{\frac{3\pi}{8\sqrt{2}}} \cdot d = 0{,}94\,d \text{ d. i. } s = 5{,}75\,\sqrt[3]{\frac{L}{u}} \text{ Zoll.}$$

Macht man die Wellen hohl, so ist bei Benutzung der zuletzt angegebenen Coefficienten von den in I. § 218 gegebenen Formeln Gebrauch zu machen.

Hölzerne Wellen müssen eigentlich zweimal so stark gemacht werden als eiserne. Da sie aber durch die Befestigung der Zapfen geschwächt werden, so reicht diese Stärke meist noch nicht aus, und man macht deshalb die Stärke der Holzwellen viermal so groß als die Stärke ihrer Zapfen.

Ist das Zahnrad, welches die Kraft eines Wasserrades fortpflanzt, unmittelbar mit dem Wasserrade verbunden, wie z. B. in Figur 220, so erleidet die Welle eine schwächere Torsion durch das Kraftmoment, und es ist deren Stärke deshalb wohl nach dem Gewichte des Rades zu berechnen. Hierbei kann man sich aber der in I. §. 208 abgeleiteten Formel $Q\left(\frac{l_1 l_2}{l} - \frac{c}{8}\right) = \frac{K}{6} \cdot bh^2$, in welcher für Q das Gewicht G des Rades, c die Länge desselben, l die Länge seiner Welle und l_1 und l_2 die Entfernung des Radmittels von beiden Zapfen bezeichnet, bedienen; es ist daher für eine quadratische Welle, die Seite

$$h = b = s = \sqrt[3]{\frac{6G}{K}\left(\frac{l_1 l_2}{l} - \frac{c}{8}\right)}.$$

Führen wir für $\frac{K}{6}$ den kleinsten Werth 1000 Pfund ein und drücken wir l, l_1, l_2 und c in Fußen aus, so erhalten wir für vierkantige gußeiserne Wellen

$$s = 0{,}229\,\sqrt[3]{G\left(\frac{l_1 l_2}{l} - \frac{c}{8}\right)} \text{ Zoll,}$$

dagegen die Stärke für runde gußeiserne Wellen, Radstärken.

$$d = s\sqrt[3]{\frac{16}{3\pi}} = 1{,}193\,.\,s = 0{,}272\,\sqrt[3]{G\left(\frac{l_1 l_2}{l} - \frac{c}{8}\right)}.$$

Hölzerne Wellen sind noch einmal so stark zu machen. Für lange Wellen berechnet man die Stärke sicherer nach der in I. §. 211 gegebenen Regel.

Die Zapfenstärke d_1 ergiebt sich, indem man die bekannte Festigkeitsformel (I. §. 200) $Pl = \frac{\pi}{4} r^3 K$ anwendet, und in ihr für $r = \frac{d_1}{2}$, für l aber die Länge des Zapfens, welche gewöhnlich der Stärke d_1 gleich ist, einführt. Hiernach erhält man die Zapfenstärke $d_1 = \sqrt{\frac{32}{\pi K} \cdot P}$, wofür in der Praxis für gußeiserne Zapfen $d_1 = 0{,}048\sqrt{P}$ zu setzen ist, für P aber der Druck im Zapfen, also bei gleicher Entfernung der Zapfen vom Radmittel, das halbe Gewicht $\left(\frac{G}{2}\right)$ des Rades einzuführen ist. Nach Buchanan wäre

$$d_1 = 0{,}241\,\sqrt[3]{P} \text{ Zoll.}$$

Was endlich noch die Radarme anlangt, so hat man dieselben hinreichend stark zu machen, um dem Umdrehungsmomente widerstehen zu können. Ist dieses Moment wieder $= Pa$ und die Zahl der Arme eines Armsystems $= n$, also bei zwei Armsystemen, die Zahl sämmtlicher Arme $= 2n$, so fällt das Moment, welches ein Radarm auszuhalten hat, $= \frac{Pa}{2n}$ aus. Bezeichnet nun noch b die Breite und h die Dicke eines Armes, und setzen wir die Armlänge dem Radhalbmesser a gleich, so erhalten wir nach I. §. 200 die Formel $\frac{Pa}{2n} = bh^2 \cdot \frac{K}{6}$, oder da $b = mh$, und zwar bei Eisen $= \frac{1}{5}h$ und bei Holz $\frac{5}{7}h$ genommen wird, $\frac{Pa}{2n} = mh^3 \cdot \frac{K}{6}$, und es folgt nun die gesuchte Armdicke, in der Umdrehungsebene gemessen, $h = \sqrt[3]{\frac{3Pa}{mnK}}$. Führt man die Leistung und die Umdrehungszahl des Rades ein, so ist hiernach für gußeiserne Arme $h = 10{,}4\,\sqrt[3]{\frac{L}{nu}}$ Zoll zu setzen. Da die Wellendicke $d = 6{,}12\,\sqrt[3]{\frac{L}{u}}$ gefunden wurde, so ist hiernach auch $h = \frac{1{,}7\,d}{\sqrt[3]{n}}$, oder $\frac{h}{d} = \frac{1{,}7}{\sqrt[3]{n}}$, also für 4, 6, 8, 10, 12, 16 Arme

Radien. $\frac{h}{4}$ = 1,08; 0,94; 0,85; 0,73; 0,71; 0,67. Man sieht, daß $\frac{h}{4}$ in der Radienconstruction gemessen Breite $b = \frac{1}{10} h$.

Bei Zugarmen ist $h = 13{,}5 \sqrt[3]{\frac{L}{n}}$, und hiernach $b = \frac{1}{10} h$ zu berechnen.

Nach Redtenbacher läßt sich die Anzahl der Arme eines Kunstkreuzes, deren aber ein Rad mindestens zwei hat, aus $2 = \left(\frac{n}{3,6} + 1\right)$ folgen.

Ob ein Rad 8 Arme oder noch weniger, ob somit drei oder mehr Kunstkreuze in Anwendung zu bringen,

Beispiel. Ein oberschlächtiges Wasserrad von 20000 Pfund Gewicht hat eine Belastung von 40 Wasserkübeln und macht in der Minute vier Umdrehungen, mit solle seine Construction. Die Stärke der mittleren Welle ist $d = 0{,}17 \sqrt[3]{\frac{40}{20000}}$

$= 0{,}12$. $2{,}154 = 13{,}3$ Zoll; die Länge $= 4 \cdot 0{,}048 \ldots \sqrt[3]{\frac{20000}{40}}$

$= 0{,}048 \ldots 12{,}3 = 6\frac{1}{2}$ Zoll, welche aber wegen der Mittheilung $\frac{1}{3}$ mehr, also 7 Zoll zu setzen sein möchte. Nach Redtenbacher's Formel ist $d = 0{,}34 \sqrt[3]{\frac{17500}{4}} = 0{,}34 \ldots 26 = 8\frac{1}{2}$ Zoll. Für die eisernen Kammwellen ist mittelstarke 9 Zoll, wenn man diese aber transmittiren, schon 12 Normen, giebt, $d = \frac{1{,}17 \sqrt{12}}{4} = 10$ Zoll, und die Breite $b = \frac{1}{10} = 2$ Zoll.

Stärke und Breite der Arme.

$\frac{\sqrt{12}}{4}$ Nachtrichten über Stärke u. Breite der Arme s. Hartmann II, 3 u. Lu. §. 112. Wie leichte man noch einen Speichen die Verbindung der Zapfen mit der Welle und der Felgenring herstellen in Figuren dargestellt.

Fig. 221.

Fig. 222.

Die Zapfen kann man sich hiernach, wie Fig. 221, oder Radkreuzzapfen, wie Fig. 222, oder Stirnzapfen, wie Fig. 223, oder Ringzapfen, wie Fig. 224, oder Scheibenzapfen, wie Figur 225. Am häufigsten werden man die Radkreuzzapfen

Fig. 223.

Fig. 224.

Fig. 225.

an. Damit der Wasserstand gegen das Aufsteigen geschützt werde, schließt man das ersteh ab, und treibt drei eiserne Bolzen von $\frac{1}{2}$ bis $\frac{1}{3}$ Zoll Dicke von $\frac{1}{2}$ bis 3 Zoll Breite auf. Die Bolzen B, C, D bei Wasserzugröhren sind 3 bis 3 Zoll dick und von 1 Zoll schwächer als die Welle dick. Die Mittelpunkte sind angemerkt, worin man die Löcher mit dem Zapfen aufreißt mit. Die Schließenzapfen kommen aber bei so beschaffenen großer Abneigung, wo die Zapfen- und Halszapfen sich von Schmiedeisen, die Lagerung aber von Gußeisen.

Fig. 236.

Fig. 237.

Fig. 238.

Die gußeisernen Wellen sind entweder hohl oder massiv. Die hohl gegossenen sind oder zwingen im Durchschnitte und werden zur Erhöhung der Festigkeit mit Rippen oder Leisten ausgestrichen. Bei den massiven Wellen haben die Zapfen gewöhnlich abgedrehten Zapfen mit der Welle ein Ganzes. In Fig. 236 ist eine einfach runde, in Fig. 237 eine eingefassene Welle und in Fig. 238 ist noch der Kopf einer solchen mit einem Keil und einer eingelegten Zapfen und der aufgesetzten Mutter CD abgebildet.

Die Wellenzapfen ruhen in Lagern, welche, um den Rad die kleinere Umdrehung in kleiner Fuge zu erhalten, auf starken Fundamenten oder Gerüsten befestigt sein müssen. Sie bestehen entweder aus Pfanne und dem Unterlager oder dem Lagergestein Lagerstein (Lagerstein). Die Pfanne besteht gewöhnlich aus Gußeisen, selten aus Holz, Stein, Blei oder Rothguß (oder Weiß-Kupfer und ein Theil Zinn). Man hat übrigens offene und verschiedene Lager, Brück- und Hängelager.

Die Zusammensetzung eines Zapfenlagers mit bügsamem Augenlage ist aus Fig. 239 ersichtlich. Ein einfaches offenes gußeisernes Lager ist aber

Fig. 239.

Fig. 240.

Fig. 241.

in Fig. 239 abgebildet. Ebenso zeigt Fig. 240 ein offenes Zapfenlager

Fig. 1.

Abstand: Reiz-Schwelle gleich 0,1 mm, Reiz-Schwelle gleich 0,2 mm.

Abstand: Reiz-Schwelle gleich 0,3 mm, Reiz-Schwelle gleich 0,4 mm.

Abstand: Reiz-Schwelle gleich 0,5 mm, Reiz-Schwelle gleich 0,6 mm.

Abstand: Reiz-Schwelle gleich 0,7 mm, Reiz-Schwelle gleich 0,8 mm.

Abstand: Reiz-Schwelle gleich 0,9 mm, Reiz-Schwelle gleich 1,0 mm.

Abstand: Reiz-Schwelle gleich 1,1 mm, Reiz-Schwelle gleich 1,2 mm.

Abstand: Reiz-Schwelle gleich 1,3 mm, Reiz-Schwelle gleich 1,4 mm.

Abstand: Reiz-Schwelle gleich 1,5 mm, Reiz-Schwelle gleich 1,6 mm.

Abstand: Reiz-Schwelle gleich 1,7 mm, Reiz-Schwelle gleich 1,8 mm.

Abstand: Reiz-Schwelle gleich 1,9 mm, Reiz-Schwelle gleich 2,0 mm.

Abstand: Reiz-Schwelle gleich 2,1 mm, Reiz-Schwelle gleich 2,2 mm.

Abstand: Reiz-Schwelle gleich 2,3 mm, Reiz-Schwelle gleich 2,4 mm.

Abstand: Reiz-Schwelle gleich 2,5 mm, Reiz-Schwelle gleich 2,6 mm.

Abstand: Reiz-Schwelle gleich 2,7 mm, Reiz-Schwelle gleich 2,8 mm.

Abstand: Reiz-Schwelle gleich 2,9 mm, Reiz-Schwelle gleich 3,0 mm.

Aus dem Radhalbmesser a und der Umfangsgeschwindigkeit v ergiebt sich die Anzahl der Umdrehungen des Rades pro Min.: $u = \frac{30v}{\pi a}$. Radverhältnisse.

Oft giebt man auch die Umdrehungszahl u und hat hiernach a und v zu berechnen. Setzen wir hiernach $v = \frac{\pi u a}{30}$ und $c = \varkappa . \frac{\pi u a}{30}$, wo $\varkappa$ ein gegebenes Verhältniß $\frac{c}{v}$ ist, so erhalten wir

$$(1 + cos.\ \vartheta)\ a = h - \frac{1{,}1}{2g} . \left(\frac{\varkappa . \pi u a}{30}\right)^2, \text{ und hieraus}$$

$$a = \frac{h - 0{,}000193\,(\varkappa u a)^2}{1 + cos.\ \vartheta}.$$ Die Auflösung dieser quadratischen Gleichung giebt

$$1)\ a = \frac{\sqrt{0{,}000772\,(\varkappa u)^2 h + (1 + cos.\ \vartheta)^2} - (1 + cos.\ \vartheta)}{0{,}000386\ (\varkappa u)^2}.$$

Hieraus folgt dann

$$2)\ v = \frac{\pi u a}{30} = 0{,}1047\ .\ ua.$$

Beispiele. 1) Für ein Gefälle von 30 Fuß ist ein Rad zu construiren, welches 8 Fuß Umfangsgeschwindigkeit hat, und das noch einmal so schnell eintretende Wasser 12° unter dem Scheitel aufnimmt, welches ist der erforderliche Radhalbmesser und die Umdrehungszahl? Es ist $c = 2 . 8 = 16$ Fuß, daher $h_1 = 1{,}1 . 0{,}016 . 16^2 = 4{,}5$ Fuß und $a = \frac{30 - 4{,}5}{1 + cos.\ 12°} = \frac{25{,}5}{1{,}978} = 12{,}9$ Fuß, endlich $u = \frac{30 . 8}{\pi . 12{,}9} = 5{,}92$. 2) Ist umgekehrt, die Umdrehungszahl $= 5$, so folgt bei dem nämlichen Gefälle und dem gegebenen Verhältnisse $\varkappa = 2$, der Radhalbmesser $a = \frac{\sqrt{2{,}316 + 3{,}9125} - 1{,}978}{0{,}0386} = \frac{0{,}5177}{0{,}0386} = 13{,}41$ Fuß; ferner die Umfangsgeschwindigkeit $v = 0{,}1047 . 5 . 13{,}41 = 7{,}02$ Fuß, die Eintrittsgeschwindigkeit $c = 14{,}04$ Fuß, und endlich das Gefälle zur Erzeugung der letzten Geschwindigkeit, $h_1 = 1{,}1 . 0{,}016 . 14{,}04^2 = 3{,}47$ Fuß.

§. 114. Wichtige Radverhältnisse sind ferner noch die Kranzbreite und die Radweite. Die Kranzbreite (Radtiefe) macht man gewöhnlich 10 bis 12 Zoll, selten 14 bis 15 Zoll, und zwar nur deshalb, weil das Wasser bei einem Rade mit schmalem Kranze an einem größeren Hebelarme wirkt, als bei einem gleich hohen Rade mit breitem Kranze. Was dagegen die Radweite oder Radbreite anlangt, so hängt diese von dem dem Rade zu gebenden Fassungsraume ab. Ist d die Kranzbreite oder Radtiefe und e die Radweite, so hat man für den Querschnitt des vom Boden und von den Radkränzen gebildeten ringförmigen Fassungsraumes, $= de$; und ist noch v die Radgeschwindigkeit im Mittel der Kranzbreite, so hat man den in der Secunde dem eintretenden Wasser dargebotenen Fassungsraum $= de . v$. Dieser Raum kann jedoch dem Aufschlagquantum Q pro Sec. nicht gleich

Sie, und die Schlagweiten zwei Kugeln sind so groß, daß sie sich gegenseitig in zwei Punkten durchdringen, so ist der Kreis, in welchem sich diese Kugeln durchdringen, ein Kreis, der mit dem Kreise, in welchem sich die Kugeln durchdringen würden, wenn man sich die Schlagweiten derselben auf Null reducirt denkt, concentrisch ist, und dessen Halbmesser ρ durch die Gleichung

$$\rho = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha+\beta-\gamma)(\alpha-\beta+\gamma)(-\alpha+\beta+\gamma)}{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}}$$

bestimmt wird, wo α, β, γ die Seiten eines Dreiecks sind, dessen Winkel $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$ sind.

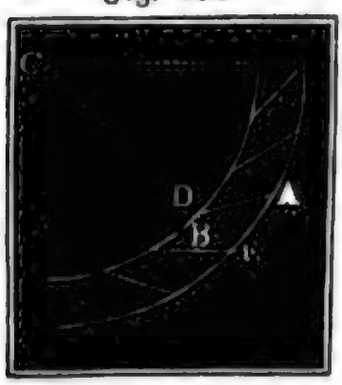
Beweis. Es seien M, N, P die Mittelpunkte der drei Kugeln, und A, B ihre Durchdringungspunkte, so ist AB die Durchdringungslinie der Kugeln M und N, AC die Durchdringungslinie der Kugeln M und P, und AD die Durchdringungslinie der Kugeln N und P. Ferner seien E, F, G die Durchdringungspunkte der Kugeln M, N, P mit der Ebene ABC, und H der Durchdringungspunkt der Kugeln M, N, P mit der Ebene ABD, so ist EF die Durchdringungslinie der Kugeln M und N, EG die Durchdringungslinie der Kugeln M und P, und FG die Durchdringungslinie der Kugeln N und P, und EFG ist der Kreis, in welchem sich diese drei Kugeln durchdringen würden, wenn man sich die Schlagweiten derselben auf Null reducirt denkt, und es ist dieser Kreis concentrisch mit dem Kreise ABC, und ABD ist der Kreis, in welchem sich die Kugeln M, N, P durchdringen würden, wenn man sich die Schlagweiten derselben auf Null reducirt denkt, und es ist dieser Kreis concentrisch mit dem Kreise ABC.

Es seien M', N', P' die Mittelpunkte der Kreise ABC und ABD, und A', B' die Durchdringungspunkte dieser Kreise, und C' ist der Punkt, in welchem sich die Linie $\mathrm{M}'\mathrm{N}'$ und der Kreis ABC durchdringen, und D' ist der Punkt, in welchem sich die Linie $\mathrm{M}'\mathrm{N}'$ und der Kreis ABD durchdringen, so ist $\mathrm{A}'\mathrm{B}'$ die Durchdringungslinie der Kreise ABC und ABD, und $\mathrm{A}'\mathrm{B}'$ ist die Axe der Kreise ABC und ABD, und $\mathrm{C}'\mathrm{D}'$ ist die Axe der Kreise ABC und ABD, und $\mathrm{C}'\mathrm{D}'$ ist der Durchmesser des Kreises ABC, welcher auf der Linie $\mathrm{A}'\mathrm{B}'$ senkrecht steht, und $\mathrm{C}'\mathrm{D}'$ ist der Durchmesser des Kreises ABD, welcher auf der Linie $\mathrm{A}'\mathrm{B}'$ senkrecht steht, und $\mathrm{C}'\mathrm{D}'$ ist die Axe der Kreise ABC und ABD, und $\mathrm{C}'\mathrm{D}'$ ist die Linie, in welcher sich die Ebenen ABC und ABD durchdringen

Beispiel. Wenn ein oberschlägiges Wasserrad bei 15 Fuß Halbmesser, 1 Fuß Kranzbreite und 10 Cubikfuß Aufschlag pro Sec., fünf Umdrehungen pro Min. machen soll, so hat man ihm die Weite $38{,}2 \cdot \frac{10}{5 \cdot 15 \cdot 1} = 5{,}1$ Fuß zu geben; und es ist die Entfernung zwischen je zwei Schaufeln $= 7\left(1 + \frac{12}{10}\right) = {}^{77}/_{5} = 15{,}4$ Zoll, also die Schaufelzahl $= \frac{2 \cdot \pi \cdot 15 \cdot 12}{15{,}4} = 73$, oder, wegen der leichteren Vertheilung, $= 72$, in Anwendung zu bringen, endlich ist der Theilwinkel $\beta = \frac{360}{72} = 5°$ zu machen. Radverhältnisse.

§. 115. Von großem Einflusse auf die Wirkung eines Wasserrades sind die Schaufelungsmethoden oder die Formen der Zellen. Die Schaufeln müssen so geformt und gestellt sein, daß sie das einfallende Wasser ungehindert in die Zellen eintreten lassen und darin so lange wie möglich, jedoch nicht bis auf die aufsteigende Seite des Rades zurückhalten. Von den sehr verschiedenen Schaufelformen und Schaufelstellungen entsprechen jedoch manche mehr, andere weniger diesen Forderungen. Uebrigens sind diese beiden Forderungen wenigstens zum Theil in Widerstreit, denn wenn man die Zellen sehr verschließt, so wird sowohl der Ein- als auch der Austritt des Wassers aus den Zellen erschwert. Bestehen die Schaufeln nur aus ebenen schief gegen den Radboden gestellten Brettern, wie *AD*, Fig. 234 vor Augen führt, so findet zwar ein sehr leichter Eintritt statt, aber es fällt auch das Wasser zu zeitig aus den Zellen, so daß ein bedeutender Verlust an Wirkung entsteht. Um diesen zeitigen Austritt zu beseitigen, müßte man die Schaufeln sehr breit und also den sogenannten Deckungswinkel *ADE*, unter welchem die Schaufel den inneren Radhalbmesser *CD* schneidet, sehr groß, d. i. nahe einem Rechtwinkel, gleich machen. Da dies die Ausführung erschwert, so zieht man es vor, die Schaufeln aus zwei Theilen zusammenzusetzen, oder der Zelle durch ein zweites Schaufelstück *DB* einen besonderen Boden zu geben. Man nennt nun in diesem Falle die gewöhnlich breitere Schaufel, welche eine Seitenwand der Zelle bildet, während der Radboden die andere ausmacht, sehr uneigentlich die Stoß- oder Setzschaufel, die den Boden der Zelle bildende meist schmälere Schaufel aber die Riegel- oder Kropfschaufel. In der Regel legt man die letztere radial, oder, jedoch weniger vortheilhaft, winkelrecht gegen die Stoßschaufel. Der Kreis, welcher sich durch die Punkte, in welchen Stoß- und Riegelschaufel zusammenstoßen, ergiebt, heißt der Theilkreis. Bei den älteren Constructionen findet man diesen immer in's Drittel gelegt, d. h. um $^1/_3$ der Kranzbreite von innen, also $^2/_3$ der- Schaufelungsmethoden.

Fig. 234.



Nun können wir die Gleichung offenbar, da sie für $\frac{1}{2}\pi$ und $-\frac{1}{2}\pi$ dieselben Werthe hat, nur für solche Werthe von φ zwischen $-\frac{1}{2}\pi$ und $+\frac{1}{2}\pi$ erfüllen, für welche $\cos\varphi$ positiv ist, also für solche, für welche

Fig. 10.

Fig. 11.

Fig. 12.

Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 15.

Gußeisernen und hölzernen Schaufeln nicht man daher fast stets Form-Schaufeln an; man kann daher Schaufeln in einem einzigen Kreisbogen

Fig. 237. Fig. 238.

AB befestigen lassen und das Centrum K befinden dadurch finden, daß man in der Mitte M des Sehne AB ein Perpendikel errichtet und an den Halbmesser CA den Winkel CAK trägt, wovon man die Sehne CK gleich setzende A den Schaufeln Krümmung finden heißt.

Beispiel. Ein Rad von 20 Fuß Halb- und 19 Zoll Krumpfweite soll (nach Langsdorf Regel) — 18 = 2, 15 = 3, über ausgeführt, 45 Schaufeln erhalten, wie viel C, bei Umfangsbogen gerechnet AB haben, welches mit der Radumgangslinie AM? Da ist $\beta = \frac{360}{45} = 8°$, $\alpha = 90 - \frac{8}{2} = 86°$, $\gamma = 180 - 86 = 94°$, $\delta = 180 - 94 = 86°$, $\varepsilon = 180 - 172 = 8°$, $\zeta = 90 - 86 = 4°$, $\eta = 90 - 4 = 86°$, $\vartheta = 180 - 172 = 8°$, $\iota = 90 - 86 = 4°$, $\varkappa = 90 - 4 = 86°$, $\lambda = 180 - 172 = 8°$, $\mu = 90 - 86 = 4°$, $\nu = 90 - 4 = 86°$, $\xi = 180 - 172 = 8°$, $\pi = 90 - 86 = 4°$, $\rho = 90 - 4 = 86°$, $\sigma = 180 - 172 = 8°$, $\tau = 90 - 86 = 4°$, $\upsilon = 90 - 4 = 86°$, $\varphi = 180 - 172 = 8°$, $\chi = 90 - 86 = 4°$, $\psi = 90 - 4 = 86°$, $\omega = 180 - 172 = 8°$, $\alpha = 90 - 86 = 4°$, $\beta = 90 - 4 = 86°$, $\gamma = 180 - 172 = 8°$, $\delta = 90 - 86 = 4°$, $\varepsilon = 90 - 4 = 86°$, $\zeta = 180 - 172 = 8°$, $\eta = 90 - 86 = 4°$, $\vartheta = 90 - 4 = 86°$, $\iota = 180 - 172 = 8°$, $\varkappa = 90 - 86 = 4°$, $\lambda = 90 - 4 = 86°$, $\mu = 180 - 172 = 8°$, $\nu = 90 - 86 = 4°$, $\xi = 90 - 4 = 86°$, $\pi = 180 - 172 = 8°$, $\rho = 90 - 86 = 4°$, $\sigma = 90 - 4 = 86°$, $\tau = 180 - 172 = 8°$, $\upsilon = 90 - 86 = 4°$, $\varphi = 90 - 4 = 86°$, $\chi = 180 - 172 = 8°$, $\psi = 90 - 86 = 4°$, $\omega = 90 - 4 = 86°$.

$$\frac{19}{20} = \frac{\sin 86°}{\sin 8°} = \frac{0{,}99756}{0{,}13917} = 7{,}16,$$

$$\frac{19}{20} = \frac{\sin 4°}{\sin 8°} = \frac{0{,}06976}{0{,}13917} = 0{,}50,$$

$$\frac{19}{20} = \frac{\sin 86°}{\sin 4°} = \frac{0{,}99756}{0{,}06976} = 14{,}30,$$

$$\frac{19}{20} = \frac{\sin 4°}{\sin 4°} = \frac{0{,}06976}{0{,}06976} = 1.$$

$$\frac{19}{20} = \frac{\sin 86°}{\sin 86°} = \frac{0{,}99756}{0{,}99756} = 1.$$

$$\frac{19}{20} = \frac{\sin 4°}{\sin 86°} = \frac{0{,}06976}{0{,}99756} = 0{,}07.$$

$$\frac{19}{20} = \frac{\sin 86°}{\sin 4°} = \frac{0{,}99756}{0{,}06976} = 14{,}30

Ausfluss. eingebracht, durch den das schädliche Wasser abfließt, und der durch eine Ventilklappe F beliebig geöffnet werden kann. Beide mit Wasser im Gleichgewicht befindliche Gefäße C_1 und C_2 sind in die Fallröhre CD vom Wasserhaltungsthurm zu Zechenwitz gesetzt, so daß h_2 für das mit dem Gleichgewichte des communicirenden Wassers behandelte

$$c = \sqrt{2gh_1 + c_1^2} = \sqrt{2gh_1 + \left(\frac{Q}{F}\right)^2},$$

wenn Q das Volumen ausmisst und F den Inhalt des Querdurchschnittes vom zufließenden Wasser bezeichnet.

Die Spannschäfften (franz. vannes, engl. penstocks, shuttles) sind entweder horizontal, oder vertikal oder geneigt. Die Anordnung

Fig. 241.

und Construction eines horizontalen Schützgerinnes AB ist aus Fig. 240, und die eines vertikalen Schützgerinnes aus Fig. 241 ersichtlich. Dort wird das Wasser durch Stange und Hebel, hier aber durch Zahnstange und Getriebe in Bewegung gesetzt. Construction von Wasserschützen-Spannschäfften sind in Fig. 242 und Fig. 243 abgebildet. Bei der

Fig. 242.

einen in Freiberg angewendeten Spannschütze erfolgt die Stellung durch eine Schraube S, bei der zweiten dient aber hierzu ein hölzer Hebel CA. Es ist bei allen Constructionen der Art Regel, die Mündung im Innern so viel und so glatt wie möglich abzurunden aber nach der Stellung des centrischen Wasserschützes zu formen, damit die äußere Contraction des Wasserstrahles vermieden und dem Wasser so wenig wie möglich Hindernisse in den Weg gelegt werden. Bläst das Wasser, nachdem es auf der Mündung herausgetreten ist, ganz frei, und kann man die Mün-

hungsform wirksame gegen die Richtung der Elemente fasse, so ist es auch zweckmäßig, die Wirkung einer kleinen Fläche durch ausgedrückt zu machen und dafür schreibt werden, daß nicht partielle, einen kleinen Bruchtheil der Gesammtfläche einnehmende Flächen.

Bei der Anwendung dieser Formeln ist insbesondere für und der Druckhöhe $= h$, die Auflagerbedingung $c_0 = \varphi\sqrt{2gh_0}$ ist man noch h_0 die freie Ausfluß- von Schwankungen die Wasserdruck gerechnet, so hat man die Einströmungsgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{c_0^2 + 2gh} = \sqrt{2g(\varphi^2 h_0 + h)}.$$

Nehmen wir den Geschwindigkeitscoefficienten $\varphi = 0{,}95$ an, so bekommen wir demnach $c = \sqrt{2g\,(0{,}9h_0 + h)}$. Man erhebt hieraus, daß bei gleichem Niveaugefälle die Einströmungsgeschwindigkeit gewissen Grenzen des Wasser muß frei entfalten, aber eine einer Schwankung in nur sehr geringem Maße.

§. 117. Damit das Wasser ungehindert in die Kanäle eintreten, darf es nicht am äußeren Radumfange mit den Schaufeln zusammenstoßen, sondern es muß erst nahe am inneren Radumfange in die Zellenräume gelangen. Aus diesem Grunde ist nicht nur die äußere Schaufelkante nach

Fig. 244.

Möglichkeit zugeschärft, sondern auch nach der Radstirnfläche Fig. 244, so ein scharfes, sich in seine Gestaltung möglichst in eine Contourcurve projicirt; worauf der eine mit der Umfangsgeschwindigkeit v und der andere die Richtung AB der Geschwindigkeit über den äußeren Schaufelrand besitzt, hat. Da nun die Richtung der Geschwindigkeit AB als gegeben kann, durch die gegen den Radabschnitt CA ungemeinhin geringe Schleuderung ε am äußeren Radumfange bekannt ist, und die Größe der Schleudergeschwindigkeit v des entsprechenden Punktes A eines Kreises, welcher durch den Punkt A nach dem Durchmesser n hierbei Diagonal und jener Parallelen um Gerade AC gehört. Durch Rechnung findet sich folgendes.

Der Winkel $\alpha + \delta$ ist $= \varphi$, welcher die Umfangsgeschwindigkeit v mit der Schaufelfläche AB einschließt, ergibt sich der Winkel α durch die Gleichung $AB \sin\alpha = v \sin\delta$ und dem Schaufelwinkel $ACB = \beta_1$ durch die Gleichung $\beta_1 = ACB + BAC = \beta_1 + \varphi - (\alpha + \delta)$, ist daher $\varphi = \alpha + \delta$, so ist $\beta_1 = \beta_1 - (\alpha + \delta)$.

Schützen. Aus φ, v und c folgt nun der Winkel $cAB = \psi$, um wie viel die Strahlrichtung von der Stoßſchaufel abweichen muß, damit das Waſſer in die Zelle ungehindert eintrete, durch die bekannte Proportion $\frac{\sin.\psi}{\sin.\varphi} = \frac{v}{c}$, es iſt alſo $\sin.\psi = \frac{v \sin.\varphi}{c}$ oder $= \frac{v \cos.(\delta - \beta_1)}{c}$. (S. I. §. 32).

Auch folgt noch der Winkel cAH, unter welchem der Strahl gegen den Horizont zu neigen iſt, $\nu = \varphi - \psi + \vartheta$, wenn, wie oben ϑ den Winkel ACS bezeichnet, um welchen die Eintrittsſtelle A vom Radſcheitel S abſteht.

Die relative Geſchwindigkeit $\overline{Ac}_1 = w$, mit welcher das Waſſer in die Zelle eintritt, iſt noch $w = \frac{c \sin.(\varphi - \psi)}{\sin.\varphi}$.

Für $v = c$ iſt $\psi = \varphi$ und daher die Geſchwindigkeit $w = 0$; da aber das Waſſer nicht eher auf das Rad wirken kann, als bis es die Riegelſchaufel erreicht hat, ſo kann nicht $w = 0$ ſein, und es muß daher auch v von c übertroffen werden.

Beiſpiel. Wenn bei einem Freiberger Kunſtrade die Umfangsgeſchwindigkeit $v = 10$ Fuß, die Eintrittsgeſchwindigkeit c aber 15 Fuß, ferner der Deckungswinkel $70\frac{1}{2}°$, der Schaufelwinkel β_1 aber $4\frac{1}{2}°$ beträgt, und die Eintrittsſtelle 12° vom Radſcheitel abſteht, ſo hat man $\varphi = 90° - (70\frac{1}{2}° - 4\frac{1}{2}°) = 90° - 66° = 24°$, und daher $\sin.\psi = \frac{10}{15} \sin.24° = 0{,}27116$, hiernach $\psi = 15°, 44'$. Es muß alſo des ungeſtörten Eintrittes wegen der Waſſerſtrahl $15\frac{3}{4}°$ von der Stoßſchaufel abweichen. Der Neigungswinkel des Strahles gegen den Horizont ſtellt ſich nun $\nu = 24° - 15\frac{3}{4}° + 12° = 20\frac{1}{4}°$ heraus und die relative Eintrittsgeſchwindigkeit iſt $w = \frac{15 \sin.8°, 16'}{\sin.24°} = 5{,}303$ Fuß.

Anmerkung. In älteren Werken findet man angegeben, daß der Strahl in der Richtung der Stoßſchaufel einfallen ſoll; es iſt jedoch dieſe Regel nur für $v = 0$ oder $\delta - \beta_1 = 90°$ richtig; beide Fälle kommen aber nie vor. Allerdings wird die Abweichung ψ bei einem langſam umlaufenden und bei einem ſtark gedeckten Rade ſehr klein; jedoch nie ſo klein, um ſie Null ſetzen zu können. Wenn das Waſſer in der Richtung der Stoßſchaufel eingeführt wird, ſo ſchlägt die Schaufel gegen das Waſſer und wirft es mit der Geſchwindigkeit $v \sin.\varphi$ vor ſich hin; und es entſteht ein ſogenanntes Plantſchern, was eine Tödtung der lebendigen Kraft, und wohl auch ein Verſpritzen des Waſſers zur Folge hat.

§. 118. Damit das Waſſer in der gegebenen Richtung an das Rad gelange, legt man entweder die Schützenmündung ganz nahe an die Eintrittsſtelle und ſtellt das Schutzbrett rechtwinkelig zur Strahlrichtung, oder man bringt ein Schußgerinne in der geforderten Richtung des Strahles an, oder man ſtellt das Schutzbrett ſo, daß das Waſſer bei ſeinem freien Falle in einer Parabel die gegebene Richtung beim Eintritt von

selbst annehme. Bei der in Fig. 245 abgebildeten Freiberger Spannsäule hat man den Widerstand BD sowie die Quantität der Schwerkraft selbst gegen die Druckrichtung, in Rad fällt, um beim centralen Wasserstoße den Winkel von circa 140° mit dieser, die Lage der Mündung bildenden Richtung einschließen.

Um die Richtung der Schaufeln in dem Falle zu finden, wenn das Wasser zum Theil frei auf das Rad fällt, hat man nur die in I. §. 38 u. f. m. abgehandelten Theorie der Wurfbewegung darauf zu

Fig. 245. Fig. 246.

den. Aus der Geschwindigkeit $Am = c$, Fig. 246, und dem Neigungswinkel $RAM = \alpha$ der gerichteten Stoßrichtung gegen den Horizont, folgt die vertikale Coordinate $MO = m$ der Druckscheitelhöhe:

$$x = \frac{c^2 \sin.^2 \alpha}{2g}, \text{ und dagegen die horizontale Coordinate}$$

$$AM = y = c^2 \sin. 2\alpha \cdot \frac{1}{2g}.$$

Will man nun die Schaufelfläche nach irgend einer Punkte P dieser parabolischen Bahn verlegen, und giebt man etwa die Höhe $MN = h_1$ dieser Mündung über der Tonnitrichte A, so hat man für die Coordinaten $OV = x_1$ und $NP = y_1$ beliebig folgende Formeln:

$$x_1 = x - h_1 \text{ und } y_1 = y \sqrt{\frac{x - h_1}{x}} = y \sqrt{1 - \frac{h_1}{x}},$$

und für den Neigungswinkel $TPN = \varphi_1$, welchen die Parabel an dieser Stelle mit dem Horizonte einschließt,

$$tang.\ \varphi_1 = \frac{TN}{PN} = \frac{y\,OV}{PV} = \frac{2x_1}{y_1} = \frac{2\sqrt{x - h_1}}{y}.$$

Die Weite PK des Schaufelrandes muß nun wiederum auf der Tangente PT stehen. Wollte man hiernach alle die verschiedene Lage der Schaufelweite, wenn nur die Ablösung On umgehend an OT aufragen, um PT stehen, und hierauf wieder ein Perpendikel PK errichten.

Fig. 1.

Für eine bestimmte Energie E der Wasserstoffelektronen, E kann natürlich nur diskrete Werte annehmen, ist

$$\frac{\partial \Phi}{\partial E} = \frac{\partial \Phi}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial E} + \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta}\frac{\partial \vartheta}{\partial E} = 0$$

(Adiabatische Invariante $\int_0^{2\pi} p_\vartheta \, d\vartheta = n_\vartheta h$, vgl. oben)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta}\frac{\partial \vartheta}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial E} \Big/ \frac{\partial \vartheta}{\partial E}$$

$$tang.\, v_1 = \frac{2\,x_1}{y_1} = \frac{2\sqrt{x(x+a-a_1)}}{y\,\sqrt{x+a-a_1}} = \frac{2\sqrt{x(x+a-a_1)}}{y}.$$ Schützen.

Noch ist für den Winkel $A_1CS = \vartheta_1$, um welchen der Endpunkt A_1 vom Radscheitel abweicht,

$$sin.\, \vartheta_1 = \frac{A_1M_1 - AM + AS}{CA_1} = \frac{y_1 - y + a\ sin.\,\vartheta}{a_1},$$

und hieraus folgt nun der Winkel, um welchen die Richtung der Endgeschwindigkeit c_1 von der Richtung der Umdrehungsgeschwindigkeit $v_1 = \frac{a_1}{a}\,v$ des Punktes A_1 abweicht:

$$\mu_1 = v_1 - \vartheta_1.$$

Die Geschwindigkeit c_1, mit welcher endlich das Wasser in A_1 aufschlägt, ist durch die bekannte Formel $\frac{c_1^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} + a - a_1$ bestimmt, also

$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2g\,(a-a_1)}, \text{ oder nach §. 116}$$
$$c_1 = \sqrt{2g\,(0{,}9\,h_0 + h_1 + a - a_1)}.$$

Beispiel. Bei dem im letzten Beispiele behandelten Falle ist, wenn man $a - a_1 = 9$ Zoll $= 0{,}75$ Fuß setzt, für den Angriffspunkt A_1, die Abscisse

$$OM_1 = x_1 = x + a - a_1 = 0{,}4312 + 0{,}75 = 1{,}1812 \text{ Fuß},$$

die Ordinate

$$M_1A_1 = y_1 = y\sqrt{1 + \frac{a-a_1}{x}} = 2{,}338\sqrt{1 + \frac{0{,}75}{0{,}4321}}$$
$$= 2{,}338\,\sqrt{2{,}1739} = 3{,}447 \text{ Fuß}.$$

Ferner ist für den Neigungswinkel des Strahles an eben dieser Stelle

$$tang.\, \nu_1 = \frac{2\,x_1}{y_1} = \frac{2{,}3624}{3{,}447},\ log.\ tang.\ \nu_1 = 0{,}83589 - 1,$$

folglich $\nu_1 = 34°, 25'$. Dagegen ist für den Centriwinkel des Angriffspunktes, wenn der Radhalbmesser $a = 18$ Fuß beträgt,

$$sin.\ \vartheta_1 = \frac{y_1 - y + a\ sin.\,\vartheta}{a_1} = \frac{3{,}447 - 2{,}338 + 18\ sin.\,12°}{17{,}25}$$
$$= \frac{1{,}109 + 3{,}742}{17{,}25} = \frac{4{,}851}{17{,}25},\ log.\ sin.\ \vartheta_1 = 9{,}44904,$$

folglich $\vartheta_1 = 16°, 20'$, und der Winkel, um welchen in A_1 die Richtung des Wasserstrahles von der Tangente des Rades abweicht,

$$\mu_1 = \nu_1 - \vartheta_1 = 18°, 5'.$$

Endlich ist die Geschwindigkeit des in A_1 zum Stoße gelangenden Wassers

$$c_1 = \sqrt{c^2 + 2g\,(a-a_1)} = \sqrt{15^2 + 62{,}5\ .\ 0{,}75} = \sqrt{225 + 46{,}875}$$
$$= \sqrt{271{,}875} = 16{,}490 \text{ Fuß}.$$

§. 120. Das Wasser wirkt beim oberschlägigen Wasserrade nur zum Theil durch Stoß, vorzüglich aber durch sein Gewicht. Die Wirkung durch den Stoß finden wir, indem wir von der ganzen Wirkung, welche der lebendigen Kraft des eintretenden Wassers entspricht, abziehen die Stoßwirkung.

Fortsetzung, wodurch Zeichen, deren Werth Null ist, wegfallen, und so fort bis zu dem Punkte, wo der Rest Null wird. Dieses Verfahren ist dem Leser aus der Arithmetik bekannt, wo es zur Auffindung des gemeinschaftlichen Maßes zweier Zahlen dient. Es ist hier nicht nöthig, es auf Beispiele anzuwenden, da Derjenige, welcher sich mit der arithmetischen Methode gehörig vertraut gemacht hat, es auf algebraische Größen leicht anwenden wird.

Wenn man auf diese Weise das gemeinschaftliche Maß der beiden Größen findet, so ist dieses, wie wir bewiesen haben, in jeder der beiden Größen enthalten, und wenn man

diese durch dasselbe theilt, so müssen die Quotienten ganze Zahlen sein. Man sieht also, daß, wenn man das gemeinschaftliche Maß zweier Größen findet, diese sich durch ganze Zahlen ausdrücken lassen.

Man sieht ferner, daß, wenn zwei Größen keine gemeinschaftliche Maßeinheit haben, sie sich nicht durch ganze Zahlen ausdrücken lassen, sondern daß, wenn man sie durch einander theilt, der Quotient ein Bruch sein wird.

Es sei z. B. $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$, wo m und n keine gemeinschaftlichen Maße haben, so kann a nicht durch n theilbar sein, denn wäre $a = \frac{mn}{b}$, so müßte b in n aufgehen, weil m und n keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{m}{n} = \frac{p}{q}$, wo p und q keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß p in m und q in n aufgehen, weil $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$ ist. Es sei $m = pr$ und $n = qr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{pr}{qr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$, wo p und q keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{p}{q} = \frac{s}{t}$, wo s und t keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß s in p und t in q aufgehen, weil $\frac{p}{q} = \frac{s}{t}$ ist. Es sei $p = sr$ und $q = tr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{sr}{tr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{s}{t}$, wo s und t keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{s}{t} = \frac{u}{v}$, wo u und v keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß u in s und v in t aufgehen, weil $\frac{s}{t} = \frac{u}{v}$ ist. Es sei $s = ur$ und $t = vr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{ur}{vr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{u}{v}$, wo u und v keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{u}{v} = \frac{w}{x}$, wo w und x keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß w in u und x in v aufgehen, weil $\frac{u}{v} = \frac{w}{x}$ ist. Es sei $u = wr$ und $v = xr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{wr}{xr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{w}{x}$, wo w und x keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{w}{x} = \frac{y}{z}$, wo y und z keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß y in w und z in x aufgehen, weil $\frac{w}{x} = \frac{y}{z}$ ist. Es sei $w = yr$ und $x = zr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{yr}{zr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{y}{z}$, wo y und z keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{y}{z} = \frac{c}{d}$, wo c und d keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß c in y und d in z aufgehen, weil $\frac{y}{z} = \frac{c}{d}$ ist. Es sei $y = cr$ und $z = dr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{cr}{dr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, wo c und d keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$, wo e und f keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß e in c und f in d aufgehen, weil $\frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ist. Es sei $c = er$ und $d = fr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{er}{fr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{e}{f}$, wo e und f keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$, wo g und h keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß g in e und h in f aufgehen, weil $\frac{e}{f} = \frac{g}{h}$ ist. Es sei $e = gr$ und $f = hr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{gr}{hr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{g}{h}$, wo g und h keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{g}{h} = \frac{i}{k}$, wo i und k keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß i in g und k in h aufgehen, weil $\frac{g}{h} = \frac{i}{k}$ ist. Es sei $g = ir$ und $h = kr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{ir}{kr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{i}{k}$, wo i und k keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{i}{k} = \frac{l}{m}$, wo l und m keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß l in i und m in k aufgehen, weil $\frac{i}{k} = \frac{l}{m}$ ist. Es sei $i = lr$ und $k = mr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{lr}{mr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{l}{m}$, wo l und m keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{l}{m} = \frac{n}{o}$, wo n und o keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß n in l und o in m aufgehen, weil $\frac{l}{m} = \frac{n}{o}$ ist. Es sei $l = nr$ und $m = or$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{nr}{or}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{n}{o}$, wo n und o keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{n}{o} = \frac{p}{q}$, wo p und q keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß p in n und q in o aufgehen, weil $\frac{n}{o} = \frac{p}{q}$ ist. Es sei $n = pr$ und $o = qr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{pr}{qr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$, wo p und q keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{p}{q} = \frac{r}{s}$, wo r und s keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß r in p und s in q aufgehen, weil $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$ ist. Es sei $p = rr$ und $q = sr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{rr}{sr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{r}{s}$, wo r und s keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{r}{s} = \frac{t}{u}$, wo t und u keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß t in r und u in s aufgehen, weil $\frac{r}{s} = \frac{t}{u}$ ist. Es sei $r = tr$ und $s = ur$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{tr}{ur}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{t}{u}$, wo t und u keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{t}{u} = \frac{v}{w}$, wo v und w keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß v in t und w in u aufgehen, weil $\frac{t}{u} = \frac{v}{w}$ ist. Es sei $t = vr$ und $u = wr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{vr}{wr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{v}{w}$, wo v und w keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{v}{w} = \frac{x}{y}$, wo x und y keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß x in v und y in w aufgehen, weil $\frac{v}{w} = \frac{x}{y}$ ist. Es sei $v = xr$ und $w = yr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{xr}{yr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$, wo x und y keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{x}{y} = \frac{z}{a}$, wo z und a keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß z in x und a in y aufgehen, weil $\frac{x}{y} = \frac{z}{a}$ ist. Es sei $x = zr$ und $y = ar$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{zr}{ar}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{z}{a}$, wo z und a keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{z}{a} = \frac{b}{c}$, wo b und c keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß b in z und c in a aufgehen, weil $\frac{z}{a} = \frac{b}{c}$ ist. Es sei $z = br$ und $a = cr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{br}{cr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, wo b und c keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{d}{e}$, wo d und e keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß d in b und e in c aufgehen, weil $\frac{b}{c} = \frac{d}{e}$ ist. Es sei $b = dr$ und $c = er$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{dr}{er}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{d}{e}$, wo d und e keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{d}{e} = \frac{f}{g}$, wo f und g keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß f in d und g in e aufgehen, weil $\frac{d}{e} = \frac{f}{g}$ ist. Es sei $d = fr$ und $e = gr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{fr}{gr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{f}{g}$, wo f und g keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{f}{g} = \frac{h}{i}$, wo h und i keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß h in f und i in g aufgehen, weil $\frac{f}{g} = \frac{h}{i}$ ist. Es sei $f = hr$ und $g = ir$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{hr}{ir}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{h}{i}$, wo h und i keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{h}{i} = \frac{k}{l}$, wo k und l keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß k in h und l in i aufgehen, weil $\frac{h}{i} = \frac{k}{l}$ ist. Es sei $h = kr$ und $i = lr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{kr}{lr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{k}{l}$, wo k und l keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{k}{l} = \frac{m}{n}$, wo m und n keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß m in k und n in l aufgehen, weil $\frac{k}{l} = \frac{m}{n}$ ist. Es sei $k = mr$ und $l = nr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{mr}{nr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$, wo m und n keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{m}{n} = \frac{o}{p}$, wo o und p keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß o in m und p in n aufgehen, weil $\frac{m}{n} = \frac{o}{p}$ ist. Es sei $m = or$ und $n = pr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{or}{pr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{o}{p}$, wo o und p keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{o}{p} = \frac{q}{r}$, wo q und r keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß q in o und r in p aufgehen, weil $\frac{o}{p} = \frac{q}{r}$ ist. Es sei $o = qr$ und $p = rr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{qr}{rr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{q}{r}$, wo q und r keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{q}{r} = \frac{s}{t}$, wo s und t keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß s in q und t in r aufgehen, weil $\frac{q}{r} = \frac{s}{t}$ ist. Es sei $q = sr$ und $r = tr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{sr}{tr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{s}{t}$, wo s und t keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{s}{t} = \frac{u}{v}$, wo u und v keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß u in s und v in t aufgehen, weil $\frac{s}{t} = \frac{u}{v}$ ist. Es sei $s = ur$ und $t = vr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{ur}{vr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{u}{v}$, wo u und v keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{u}{v} = \frac{w}{x}$, wo w und x keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß w in u und x in v aufgehen, weil $\frac{u}{v} = \frac{w}{x}$ ist. Es sei $u = wr$ und $v = xr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{wr}{xr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{w}{x}$, wo w und x keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{w}{x} = \frac{y}{z}$, wo y und z keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß y in w und z in x aufgehen, weil $\frac{w}{x} = \frac{y}{z}$ ist. Es sei $w = yr$ und $x = zr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{yr}{zr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{y}{z}$, wo y und z keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{y}{z} = \frac{c}{d}$, wo c und d keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß c in y und d in z aufgehen, weil $\frac{y}{z} = \frac{c}{d}$ ist. Es sei $y = cr$ und $z = dr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{cr}{dr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, wo c und d keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$, wo e und f keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß e in c und f in d aufgehen, weil $\frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ist. Es sei $c = er$ und $d = fr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{er}{fr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{e}{f}$, wo e und f keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$, wo g und h keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß g in e und h in f aufgehen, weil $\frac{e}{f} = \frac{g}{h}$ ist. Es sei $e = gr$ und $f = hr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{gr}{hr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{g}{h}$, wo g und h keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{g}{h} = \frac{i}{k}$, wo i und k keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß i in g und k in h aufgehen, weil $\frac{g}{h} = \frac{i}{k}$ ist. Es sei $g = ir$ und $h = kr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{ir}{kr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{i}{k}$, wo i und k keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{i}{k} = \frac{l}{m}$, wo l und m keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß l in i und m in k aufgehen, weil $\frac{i}{k} = \frac{l}{m}$ ist. Es sei $i = lr$ und $k = mr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{lr}{mr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{l}{m}$, wo l und m keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{l}{m} = \frac{n}{o}$, wo n und o keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß n in l und o in m aufgehen, weil $\frac{l}{m} = \frac{n}{o}$ ist. Es sei $l = nr$ und $m = or$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{nr}{or}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{n}{o}$, wo n und o keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{n}{o} = \frac{p}{q}$, wo p und q keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß p in n und q in o aufgehen, weil $\frac{n}{o} = \frac{p}{q}$ ist. Es sei $n = pr$ und $o = qr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{pr}{qr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$, wo p und q keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{p}{q} = \frac{r}{s}$, wo r und s keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß r in p und s in q aufgehen, weil $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$ ist. Es sei $p = rr$ und $q = sr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{rr}{sr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{r}{s}$, wo r und s keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{r}{s} = \frac{t}{u}$, wo t und u keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß t in r und u in s aufgehen, weil $\frac{r}{s} = \frac{t}{u}$ ist. Es sei $r = tr$ und $s = ur$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{tr}{ur}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{t}{u}$, wo t und u keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{t}{u} = \frac{v}{w}$, wo v und w keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß v in t und w in u aufgehen, weil $\frac{t}{u} = \frac{v}{w}$ ist. Es sei $t = vr$ und $u = wr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{vr}{wr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{v}{w}$, wo v und w keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{v}{w} = \frac{x}{y}$, wo x und y keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß x in v und y in w aufgehen, weil $\frac{v}{w} = \frac{x}{y}$ ist. Es sei $v = xr$ und $w = yr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{xr}{yr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$, wo x und y keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{x}{y} = \frac{z}{a}$, wo z und a keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß z in x und a in y aufgehen, weil $\frac{x}{y} = \frac{z}{a}$ ist. Es sei $x = zr$ und $y = ar$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{zr}{ar}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{z}{a}$, wo z und a keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{z}{a} = \frac{b}{c}$, wo b und c keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß b in z und c in a aufgehen, weil $\frac{z}{a} = \frac{b}{c}$ ist. Es sei $z = br$ und $a = cr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{br}{cr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, wo b und c keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{d}{e}$, wo d und e keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß d in b und e in c aufgehen, weil $\frac{b}{c} = \frac{d}{e}$ ist. Es sei $b = dr$ und $c = er$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{dr}{er}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{d}{e}$, wo d und e keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{d}{e} = \frac{f}{g}$, wo f und g keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß f in d und g in e aufgehen, weil $\frac{d}{e} = \frac{f}{g}$ ist. Es sei $d = fr$ und $e = gr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{fr}{gr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{f}{g}$, wo f und g keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{f}{g} = \frac{h}{i}$, wo h und i keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß h in f und i in g aufgehen, weil $\frac{f}{g} = \frac{h}{i}$ ist. Es sei $f = hr$ und $g = ir$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{hr}{ir}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{h}{i}$, wo h und i keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{h}{i} = \frac{k}{l}$, wo k und l keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß k in h und l in i aufgehen, weil $\frac{h}{i} = \frac{k}{l}$ ist. Es sei $h = kr$ und $i = lr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{kr}{lr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{k}{l}$, wo k und l keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{k}{l} = \frac{m}{n}$, wo m und n keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß m in k und n in l aufgehen, weil $\frac{k}{l} = \frac{m}{n}$ ist. Es sei $k = mr$ und $l = nr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{mr}{nr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$, wo m und n keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{m}{n} = \frac{o}{p}$, wo o und p keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß o in m und p in n aufgehen, weil $\frac{m}{n} = \frac{o}{p}$ ist. Es sei $m = or$ und $n = pr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{or}{pr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{o}{p}$, wo o und p keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{o}{p} = \frac{q}{r}$, wo q und r keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß q in o und r in p aufgehen, weil $\frac{o}{p} = \frac{q}{r}$ ist. Es sei $o = qr$ und $p = rr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{qr}{rr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{q}{r}$, wo q und r keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{q}{r} = \frac{s}{t}$, wo s und t keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß s in q und t in r aufgehen, weil $\frac{q}{r} = \frac{s}{t}$ ist. Es sei $q = sr$ und $r = tr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{sr}{tr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{s}{t}$, wo s und t keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{s}{t} = \frac{u}{v}$, wo u und v keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß u in s und v in t aufgehen, weil $\frac{s}{t} = \frac{u}{v}$ ist. Es sei $s = ur$ und $t = vr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{ur}{vr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{u}{v}$, wo u und v keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{u}{v} = \frac{w}{x}$, wo w und x keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß w in u und x in v aufgehen, weil $\frac{u}{v} = \frac{w}{x}$ ist. Es sei $u = wr$ und $v = xr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{wr}{xr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{w}{x}$, wo w und x keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{w}{x} = \frac{y}{z}$, wo y und z keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß y in w und z in x aufgehen, weil $\frac{w}{x} = \frac{y}{z}$ ist. Es sei $w = yr$ und $x = zr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{yr}{zr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{y}{z}$, wo y und z keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{y}{z} = \frac{c}{d}$, wo c und d keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß c in y und d in z aufgehen, weil $\frac{y}{z} = \frac{c}{d}$ ist. Es sei $y = cr$ und $z = dr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{cr}{dr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, wo c und d keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$, wo e und f keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß e in c und f in d aufgehen, weil $\frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ist. Es sei $c = er$ und $d = fr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{er}{fr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{e}{f}$, wo e und f keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$, wo g und h keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß g in e und h in f aufgehen, weil $\frac{e}{f} = \frac{g}{h}$ ist. Es sei $e = gr$ und $f = hr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{gr}{hr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{g}{h}$, wo g und h keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{g}{h} = \frac{i}{k}$, wo i und k keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß i in g und k in h aufgehen, weil $\frac{g}{h} = \frac{i}{k}$ ist. Es sei $g = ir$ und $h = kr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{ir}{kr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{i}{k}$, wo i und k keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{i}{k} = \frac{l}{m}$, wo l und m keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß l in i und m in k aufgehen, weil $\frac{i}{k} = \frac{l}{m}$ ist. Es sei $i = lr$ und $k = mr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{lr}{mr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{l}{m}$, wo l und m keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{l}{m} = \frac{n}{o}$, wo n und o keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß n in l und o in m aufgehen, weil $\frac{l}{m} = \frac{n}{o}$ ist. Es sei $l = nr$ und $m = or$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{nr}{or}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{n}{o}$, wo n und o keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{n}{o} = \frac{p}{q}$, wo p und q keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß p in n und q in o aufgehen, weil $\frac{n}{o} = \frac{p}{q}$ ist. Es sei $n = pr$ und $o = qr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{pr}{qr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$, wo p und q keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{p}{q} = \frac{r}{s}$, wo r und s keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß r in p und s in q aufgehen, weil $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$ ist. Es sei $p = rr$ und $q = sr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{rr}{sr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{r}{s}$, wo r und s keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{r}{s} = \frac{t}{u}$, wo t und u keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß t in r und u in s aufgehen, weil $\frac{r}{s} = \frac{t}{u}$ ist. Es sei $r = tr$ und $s = ur$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{tr}{ur}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{t}{u}$, wo t und u keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{t}{u} = \frac{v}{w}$, wo v und w keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß v in t und w in u aufgehen, weil $\frac{t}{u} = \frac{v}{w}$ ist. Es sei $t = vr$ und $u = wr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{vr}{wr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{v}{w}$, wo v und w keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{v}{w} = \frac{x}{y}$, wo x und y keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß x in v und y in w aufgehen, weil $\frac{v}{w} = \frac{x}{y}$ ist. Es sei $v = xr$ und $w = yr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{xr}{yr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$, wo x und y keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{x}{y} = \frac{z}{a}$, wo z und a keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß z in x und a in y aufgehen, weil $\frac{x}{y} = \frac{z}{a}$ ist. Es sei $x = zr$ und $y = ar$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{zr}{ar}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{z}{a}$, wo z und a keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{z}{a} = \frac{b}{c}$, wo b und c keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß b in z und c in a aufgehen, weil $\frac{z}{a} = \frac{b}{c}$ ist. Es sei $z = br$ und $a = cr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{br}{cr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, wo b und c keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{d}{e}$, wo d und e keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß d in b und e in c aufgehen, weil $\frac{b}{c} = \frac{d}{e}$ ist. Es sei $b = dr$ und $c = er$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{dr}{er}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{d}{e}$, wo d und e keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{d}{e} = \frac{f}{g}$, wo f und g keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß f in d und g in e aufgehen, weil $\frac{d}{e} = \frac{f}{g}$ ist. Es sei $d = fr$ und $e = gr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{fr}{gr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{f}{g}$, wo f und g keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{f}{g} = \frac{h}{i}$, wo h und i keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß h in f und i in g aufgehen, weil $\frac{f}{g} = \frac{h}{i}$ ist. Es sei $f = hr$ und $g = ir$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{hr}{ir}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{h}{i}$, wo h und i keine gemeinschaftlichen Maße haben. Es sei $\frac{a}{b} = \frac{h}{i} = \frac{k}{l}$, wo k und l keine gemeinschaftlichen Maße haben, so muß k in h und l in i aufgehen, weil $\frac{h}{i} = \frac{k}{l}$ ist. Es sei $h = kr$ und $i = lr$, so ist $\frac{a}{b} = \frac{kr}{lr}$, oder $\frac{a}{b} = \frac{k}{l

Leistung. Und es ist aus diesem Grunde zweckmäßiger, vom ganzen Radgefälle nur den kleinsten Theil auf den Stoß und dagegen so viel wie möglich auf den Druck zu verwenden. In der That, machen wir $c_1 \cos.\mu_1 = v_1$, also $c_1 = \frac{v_1}{\cos.\mu_1}$, so opfern wir allerdings das Gefälle $\frac{v_1^2}{2g\cos.\mu_1^2}$, indem wir gar keine Wirkung erhalten, allein machen wir $c_1 = \frac{2v_1}{\cos.\mu_1}$ verwenden wir also das vierfache Gefälle $4 \cdot \frac{v_1^2}{2g\cos.\mu_1^2}$, so bekommen wir doch nur die Wirkung $\frac{1}{2} \cdot \frac{4v_1^2}{2g} Q\gamma = 2 \cdot \frac{v_1^2}{2g} Q\gamma$, und verlieren also gar das Gefälle $\left(\frac{4}{\cos.\mu_1^2} - 2\right)\frac{v_1^2}{2g}$, und wenn wir selbst $\mu_1 = 0$, also $\cos\mu_1 = 1$ setzen, $= 2 \cdot \frac{v_1^2}{2g}$, d. i. doppelt so viel, als wenn wir auf alle Stoßleistung Verzicht leisten, also das Wasser nur so schnell eintreten lassen, als das Rad umgeht. Uebrigens ersehen wir auch, daß eine um so größere Wirkung vom Rade zu erwarten ist, je kleiner v_1, d. i. je langsamer das Rad umgeht. Allerdings fällt aber die Radweite e oder der Fassungsraum, und also auch das Gewicht des Wasserrades, um so größer aus, je kleiner die Umfangsgeschwindigkeit v oder Umdrehungszahl u des Rades ist; da nun aber die Zapfen eines Rades um so stärker gemacht werden müssen, je schwerer das Rad ist, und das Moment der Zapfenreibung mit den Zapfenstärken wächst, so wird allerdings bei einem langsam umgehenden Rade mehr mechanische Arbeit durch die Zapfenreibung consumirt als bei einem schneller umlaufenden, und es ist hiernach zu ermessen, daß die größte Leistung eines Wasserrades noch keineswegs eine unendlich kleine Umdrehungsgeschwindigkeit erfordert.

Stoßwirkung.

Da (nach §. 117) schon c größer als v sein muß, so ist um so mehr c_1 größer als v_1, daher der Arbeitsverlust durch den Stoß stets über

$$\frac{v_1^2}{2g} Q\gamma.$$

§. 121. Die mit Wasser gefüllten Zellen eines Wasserrades bilden gleichsam einen ringförmigen Wasserraum AB, Fig. 249 (s. folgd. Seite), den man deshalb auch den wasserhaltenden Bogen nennt. Da das Wasser am oberen Ende dieses Bogens ein- und am unteren Ende austritt, so ist dessen Höhe h das wirksame Gefälle, und daher die mechanische Leistung des Rades durch Druck, $= h \,.\, Q\gamma$. Die Höhe des wasserhaltenden Bogens läßt sich aber aus drei Theilen zusammensetzen. Der erste Theil HM liegt über dem Radmittel und hängt von dem Winkel $SCA = \vartheta$ ab, um welchen die Eintrittsstelle A des Was-

Druckwirkung.

Fortsetzung Bd. 2 der Ges. Werke.

Satz 1. Wenn ein Körper, der sich in einem Kreise bewegt, in einem Punkte desselben eine Kraft erfährt, die nach einem Punkte der Peripherie gerichtet ist, so ist die Summe der Momente dieser Kraft für alle Punkte des Kreisbogens, der zwischen dem Punkte, auf den die Kraft gerichtet ist, und dem Punkte, in dem sie angreift, liegt, gleich dem Moment für den Mittelpunkt des Kreises, multiplicirt mit der Sehne dieses Bogens.

Es sei AB ein Kreis, M ein Punkt in seiner Peripherie, MP eine Kraft, die auf einen Punkt P des Kreises wirkt, und MA eine Kraft, die auf M wirkt und nach A gerichtet ist. Es sei C der Mittelpunkt des Kreises, CD ein Radius, der auf AM senkrecht ist, PQ eine Tangente an P, MQ eine Tangente an M, PR eine Parallele zu AM und MR eine Parallele zu PQ. Es sei α der Winkel ACP, β der Winkel PCM, γ der Winkel MCA, ϱ der Radius des Kreises, φ der Winkel, den MP mit MA macht, ψ der Winkel, den MP mit MQ macht, ω der Winkel, den MA mit MQ macht, δ der Winkel, den MA mit PQ macht, ε der Winkel, den MP mit PQ macht, ϑ der Winkel, den MA mit MP macht, λ der Winkel, den MP mit PR macht, μ der Winkel, den MA mit PR macht, ν der Winkel, den MR mit PR macht, ξ der Winkel, den MR mit MP macht, π der Winkel, den MR mit MA macht, σ der Winkel, den MR mit MQ macht, τ der Winkel, den PR mit PQ macht, $\varkappa$ der Winkel, den PR mit MA macht, φ_1 der Winkel, den PR mit MP macht, φ_2 der Winkel, den PR mit MQ macht, φ_3 der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_4 der Winkel, den PR mit AM macht, φ_5 der Winkel, den MR mit MP macht, φ_6 der Winkel, den MR mit MA macht, φ_7 der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_8 der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_9 der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{10} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{11} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{12} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{13} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{14} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{15} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{16} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{17} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{18} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{19} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{20} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{21} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{22} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{23} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{24} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{25} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{26} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{27} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{28} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{29} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{30} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{31} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{32} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{33} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{34} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{35} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{36} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{37} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{38} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{39} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{40} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{41} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{42} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{43} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{44} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{45} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{46} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{47} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{48} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{49} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{50} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{51} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{52} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{53} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{54} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{55} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{56} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{57} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{58} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{59} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{60} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{61} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{62} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{63} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{64} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{65} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{66} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{67} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{68} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{69} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{70} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{71} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{72} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{73} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{74} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{75} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{76} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{77} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{78} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{79} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{80} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{81} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{82} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{83} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{84} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{85} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{86} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{87} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{88} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{89} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{90} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{91} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{92} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{93} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{94} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{95} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{96} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{97} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{98} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{99} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{100} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{101} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{102} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{103} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{104} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{105} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{106} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{107} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{108} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{109} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{110} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{111} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{112} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{113} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{114} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{115} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{116} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{117} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{118} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{119} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{120} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{121} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{122} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{123} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{124} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{125} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{126} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{127} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{128} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{129} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{130} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{131} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{132} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{133} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{134} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{135} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{136} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{137} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{138} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{139} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{140} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{141} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{142} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{143} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{144} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{145} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{146} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{147} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{148} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{149} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{150} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{151} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{152} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{153} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{154} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{155} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{156} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{157} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{158} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{159} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{160} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{161} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{162} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{163} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{164} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{165} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{166} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{167} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{168} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{169} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{170} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{171} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{172} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{173} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{174} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{175} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{176} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{177} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{178} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{179} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{180} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{181} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{182} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{183} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{184} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{185} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{186} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{187} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{188} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{189} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{190} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{191} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{192} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{193} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{194} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{195} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{196} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{197} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{198} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{199} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{200} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{201} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{202} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{203} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{204} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{205} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{206} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{207} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{208} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{209} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{210} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{211} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{212} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{213} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{214} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{215} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{216} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{217} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{218} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{219} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{220} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{221} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{222} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{223} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{224} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{225} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{226} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{227} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{228} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{229} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{230} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{231} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{232} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{233} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{234} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{235} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{236} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{237} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{238} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{239} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{240} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{241} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{242} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{243} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{244} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{245} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{246} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{247} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{248} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{249} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{250} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{251} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{252} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{253} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{254} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{255} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{256} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{257} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{258} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{259} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{260} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{261} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{262} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{263} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{264} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{265} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{266} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{267} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{268} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{269} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{270} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{271} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{272} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{273} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{274} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{275} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{276} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{277} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{278} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{279} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{280} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{281} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{282} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{283} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{284} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{285} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{286} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{287} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{288} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{289} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{290} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{291} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{292} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{293} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{294} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{295} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{296} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{297} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{298} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{299} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{300} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{301} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{302} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{303} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{304} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{305} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{306} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{307} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{308} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{309} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{310} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{311} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{312} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{313} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{314} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{315} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{316} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{317} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{318} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{319} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{320} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{321} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{322} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{323} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{324} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{325} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{326} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{327} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{328} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{329} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{330} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{331} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{332} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{333} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{334} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{335} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{336} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{337} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{338} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{339} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{340} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{341} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{342} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{343} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{344} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{345} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{346} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{347} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{348} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{349} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{350} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{351} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{352} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{353} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{354} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{355} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{356} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{357} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{358} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{359} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{360} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{361} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{362} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{363} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{364} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{365} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{366} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{367} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{368} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{369} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{370} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{371} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{372} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{373} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{374} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{375} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{376} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{377} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{378} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{379} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{380} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{381} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{382} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{383} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{384} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{385} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{386} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{387} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{388} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{389} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{390} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{391} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{392} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{393} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{394} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{395} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{396} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{397} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{398} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{399} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{400} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{401} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{402} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{403} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{404} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{405} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{406} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{407} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{408} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{409} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{410} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{411} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{412} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{413} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{414} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{415} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{416} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{417} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{418} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{419} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{420} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{421} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{422} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{423} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{424} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{425} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{426} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{427} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{428} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{429} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{430} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{431} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{432} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{433} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{434} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{435} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{436} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{437} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{438} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{439} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{440} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{441} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{442} der Winkel, den PR mit AM macht, φ_{443} der Winkel, den MR mit MP macht, φ_{444} der Winkel, den MR mit MA macht, φ_{445} der Winkel, den MR mit MQ macht, φ_{446} der Winkel, den MR mit PQ macht, φ_{447} der Winkel, den PR mit PQ macht, φ_{448} der Winkel, den

und die Kraft am Umfange des Wasserrades: Druckwirkung.

$$P = \left(\frac{(c_1 \cos.\mu_1 - v_1)v_1}{g} + h_1 + \xi h_2\right)\frac{Q}{v}\gamma.$$

Beispiel. Bei einem 30 Fuß hohen oberschlägigen Wasserrade ist die Eintrittsgeschwindigkeit $c_1 = 15$ Fuß, die Geschwindigkeit der Theilrisse $v_1 = 9^2/_3$ Fuß der Winkel, um welchen die Strahlrichtung von der Bewegungsrichtung des Rades an der Eintrittsstelle abweicht, $= 8^1/_2{}^0$, ferner der Abstand dieser Stelle vom Scheitel $= 12^0$, der Abstand der Anfangsstelle des Ausgusses vom Radmittel, $\lambda = 58^1/_2{}^0$, und der Abstand der Endstelle von eben diesem Mittel, $\lambda_1 = 70^1/_2{}^0$, endlich das Aufschlagequantum $Q = 5$ Cubikfuß, und es werde $\xi = \frac{Q_1}{Q} = {}^1/_2$ angenommen: man sucht die Leistung des Rades. Zunächst ist das wirksame Stoßgefälle $= 0{,}032\,(15\,cos.\,8^1/_2{}^0 - 9^2/_3).\,9^2/_3 = 0{,}032\,.\,5{,}164.9{,}666 = 1{,}60$ Fuß; dann hat man das wirksame Druckgefälle $= 15\,(cos.\,12^0 + sin.\,58^1/_2{}^0) + {}^{15}/_2\,(sin.\,70^1/_2{}^0 - sin.\,58^1/_2{}^0) = 15\left(0{,}9781 + 0{,}8526 + \frac{0{,}9426 - 0{,}8526}{2}\right) = 15(1{,}8307 + 0{,}0450)$ $= 28{,}14$ Fuß, demnach die Totalleistung des Rades: $L = (1{,}60 + 28{,}14).\,5\,.\,66 = 29{,}74.330 = 9814$ Fußpfund $= 19{,}2$ Pferdekräfte. Die Kraft im Theilrisse ist $P = \frac{9814}{9^2/_3} = 1015$ Pfund.

§. 122. Man sieht hiernach leicht ein, daß es bei genauer Bestimmung der Druckwirkung des Wassers bei einem oberschlägigen Rade besonders darauf ankommt, die beiden Grenzen des Ausgußbogens und das Verhältniß $\xi = \frac{Q_1}{Q}$ der mittleren Wassermenge einer Zelle im Ausgußbogen zur anfänglichen Wassermenge in einer Zelle zu finden. Hierüber sollen daher in Folgendem die nöthigen Regeln gegeben werden.

Hat das Rad n Schaufeln oder Zellen und macht es pr. Min. u Umdrehungen, so werden dem Wasser in jeder Secunde $\frac{nu}{60}$ Zellen zur Aufnahme der Wassermenge Q dargeboten, und es kommt daher auf eine Zelle das Wasserquantum $V = Q : \frac{nu}{60} = \frac{60\,Q}{nu}$. Bezeichnet e wie früher, die Radweite, so folgt der Querschnitt des Wasserprismas in einer Zelle: $F_0 = \frac{V}{e} = \frac{60\,Q}{nue}$.

Ist nun $DEFG$, Fig. 249, diejenige Zelle, bei welcher das Ausgießen anfängt, so können wir setzen: $F_0 =$ Segment DEF + Dreieck DFG, oder da Dreieck $DFG =$ Dreieck $DFN -$ Dreieck DGN ist, $F_0 =$ Segment $DEF +$ Dreieck $DFN -$ Dreieck DGN. Setzen wir nun den Inhalt des Segmentes $DEF = S$, und den des Dreieckes $DFN = D$, so haben wir das Dreieck $DGN = S + D - F_0$. Da sich aber $\triangle\ DGN$ auch $= \frac{DN\,.\,NG}{2} = {}^1/_2\,d^2\,tang.\,\lambda$ annehmen läßt, so folgt endlich an-

Druckwirkung. nähernd, und zwar um so richtiger, je größer die Anzahl der Schaufeln ist,

$tang.\ \lambda = \frac{S + D - F_0}{\frac{1}{2} d^2}$. Hiernach ist der Winkel $MCD = \lambda$ bestimmt, welcher dem Anfangspunkte D des Ausgusses entspricht. Eine Zelle wird ferner das Wasser gänzlich verloren haben, wenn das äußere Schaufelende horizontal liegt; ist daher Winkel CBO, welchen dieses Ende, oder nach Befinden die ganze Stoßschaufel mit der Richtung des Halbmessers CB einschließt, $= \lambda_1$, so wird λ_1 auch zugleich den Winkel MCB angeben, welcher den Endpunkt B des Ausgußbogens bestimmt. Um nun die Wirkung des Wassers im Ausgußbogen zu finden, theilen wir die Höhe $KL = a\ (sin.\ \lambda_1 - sin.\ \lambda)$ in eine gerade Anzahl gleicher Theile, geben die den erhaltenen Theilpunkten entsprechenden Schaufelstellungen an, schneiden durch Horizontallinien die Querprofile der Wassermengen der Zelle bei diesen verschiedenen Stellungen an, und bestimmen die Inhalte $F_1, F_2, F_3 \ldots F_n$ dieser Querprofile. Nun wird der mittlere Werth F dieser durch die Simpson'sche Regel ermittelt, indem man setzt:

$$F = \frac{F_0 + F_n + 4(F_1 + F_3 + \ldots + F_{n-1}) + 2(F_2 + F_4 + \ldots + F_{n-2})}{3n},$$

und hieraus erhält man das Verhältniß der mittleren Wassermenge einer Zelle im Ausgußbogen zur Wassermenge einer Zelle vor Anfang des Ausgusses: $\xi = \frac{Q}{Q} = \frac{F}{F_0} = \frac{F_0 + F_n + 4(F_1 + F_3 + \ldots + F_{n-1}) + 2(F_2 + F_4 + \ldots F_{n-2})}{3n F_0}$.

Beispiel. Ein 40 Fuß hohes Wasserrad soll pr. Min. 300 Cubikfuß Aufschlagewasser erhalten und innerhalb eben dieser Zeit 4 Umdrehungen machen; man sucht die Leistung dieses Rades. Nehmen wir die Radtiefe oder Kranzbreite 1 Fuß an, so können wir die Radweite $c = \frac{4.300}{\pi \,.\, 40 \,.\, 1 \,.\, 4} = \frac{30}{4\pi} = 2{,}4$ Fuß machen; geben wir dem Rade 136 Schaufeln, so erhalten wir das Wasserquantum in einer Zelle: $V = \frac{300}{4.136} = \frac{75}{136} = 0{,}5515$ Cubikfuß,

und demnach den Querschnitt desselben:

$$F = \frac{0{,}5515}{2{,}4} \text{ Quadratfuß } = \frac{144 \,.\, 0{,}5515}{2{,}4} = 33{,}09 \text{ Quadratzoll.}$$

Bei der angewandten und aus Fig. 250 auf folgender Seite zu ersehenden Schaufelconstruction ergiebt sich durch genaue Messung der Inhalt des Segmentes A_0BD, $S = 24{,}50$ Quadratzoll, und der des Dreieckes $A_0 D = 102$ Quadratzoll; es folgt daher für den Anfang des Ausgusses:

$$tang.\lambda = \frac{24{,}50 + 102 - 33{,}09}{\frac{1}{2} \,.\, 144} = \frac{93{,}41}{72} = 1{,}2973 \ldots, \text{ also } \lambda = 52°, 22\frac{1}{2}'$$

Der Bläuel, unter welchem man jeder Schaufelzone den passendsten Ort beim Einsetzen anweist, ist $\lambda_n = 42°,50$ und $\lambda_{n'} = 42°,50$; daher die Größe λA_n, der verschiedenen Regulirstellen, in welchen das Radkreuz erfolgt, $= a\,(\sin.\lambda_n - \sin.\lambda_{n'}) = 20\,(0,6670 - 0,7720) = -1,79$ Zoll. Vorzüglich muß man innerhalb solcher Gränze nach 3 Geschwindigkeiten regulirt werden, nach Maßgabe des Widerstandes einer Schaufel bei voller Belastung.

$F = 24,00$, $F_1 = 43,80$ und $F_2 = 46,00$ Quadratzoll. Da nun nach der Construction am Anfang $F_1 = 33,80$ und am am Ende $F_2 = 0$, so ist $\frac{F_1 + F_2}{2} = \frac{33,80 + 0}{2} = 16,90$ und $\frac{F + F_1}{2} = \frac{24,00 + 43,80}{2} = 33,90$. Hiernach ist $\frac{F + F_1}{2} : \frac{F_1 + F_2}{2} = \frac{33,90}{16,90} = 2,005$. Diese Zahl ist $= \frac{\lambda}{\lambda_1}$, und $\lambda_1 = \frac{\lambda}{2,005} = \frac{42°,50}{2,005} = 21°,20$. Nun ist $\sin.\lambda = 0,6670$ und $\sin.\lambda_1 = 0,3616$, folglich $\lambda - \lambda_1 = 0,3054$. Hiernach ist $\lambda A_1 = a\,(\sin.\lambda - \sin.\lambda_1) = 20\,(0,6670 - 0,3616) = 6,108$ Zoll. Ferner ist $\lambda_1 - \lambda_2 = \lambda_1 = 21°,20$, $\sin.\lambda_2 = 0$, folglich $\lambda A_2 = a\,(\sin.\lambda_1 - \sin.\lambda_2) = 20\,(0,3616 - 0) = 7,232$ Zoll. Endlich ist $\lambda_2 - \lambda_3 = \lambda_1 = 21°,20$, $\sin.\lambda_3 = -0,3616$, folglich $\lambda A_3 = a\,(\sin.\lambda_2 - \sin.\lambda_3) = 20\,(0 + 0,3616) = 7,232$ Zoll. Nun ist $\lambda_3 - \lambda_4 = \lambda_1 = 21°,20$, $\sin.\lambda_4 = -0,6670$, folglich $\lambda A_4 = a\,(\sin.\lambda_3 - \sin.\lambda_4) = 20\,(-0,3616 + 0,6670) = 6,108$ Zoll. Endlich ist $\lambda_4 - \lambda_5 = \lambda_1 = 21°,20$, $\sin.\lambda_5 = -0,9286$, folglich $\lambda A_5 = a\,(\sin.\lambda_4 - \sin.\lambda_5) = 20\,(-0,6670 + 0,9286) = 5,232$ Zoll. Nun ist $\lambda_5 - \lambda_6 = \lambda_1 = 21°,20$, $\sin.\lambda_6 = -1$, folglich $\lambda A_6 = a\,(\sin.\lambda_5 - \sin.\lambda_6) = 20\,(-0,9286 + 1) = 1,428$ Zoll. Endlich ist $\lambda_6 - \lambda_7 = \lambda_1 = 21°,20$, $\sin.\lambda_7 = -0,9286$, folglich $\lambda A_7 = a\,(\sin.\lambda_6 - \sin.\lambda_7) = 20\,(-1 + 0,9286) = -1,428$ Zoll.

Anmerkung. Die Größe des verschiedenförmigen Raums von Wasserdruck ist Wasserdruck ja mehr, ist man veranlaßt, denselben, ungeachtet man wenig Schaufeln von Schaufelzone zu Schaufelzone nach Maßgabe in einer Zelle zu setzen.

§. 1223. Wir haben im Obigen angenommen, daß bei Wasser eine Zelle vorhanden verstehen habe, wenn die Wasserdruck auf. Es ist aber wahrscheinlich das kürzeste Schaufelende eine beträchtliche Entfernung von der Radachse haben, dieß ist jedoch nur annähernd richtig, denn die eigene Wasserdruck, wie z. B. M werden der Druck M empfing, seinen erst allmälig von der Schaufel AB druck, während dieselbe beschreibt, aus einer größeren und größeren Neigung annimmt. Die Zeit, welche hierzu nöthig ist, läßt sich wie folgt ermitteln.

Fig. 251.

Hat die bis anfangs beigetragene Schaufel AB um den Winkel φ gedreht, ist also nach der Neigung gegen den Horizont um φ gewachsen, so ist die Beschleunigung des Wasserdruckes M, auf welchem $p = \varphi \sin. \varphi$; $\sin. \varphi$ aber nach

Anzahl der Zellen.

I., §. 19*), für die entſprechende Fallgeſchwindigkeit w, $dw = p\,dt$, daher hat man hier

$$dw = g\ sin.\varphi\ .\ dt.$$

Dreht ſich das Rad und alſo auch die Schaufel mit der Geſchwindigkeit v herum, ſo haben wir auch $a\varphi = vt$, oder $ad\varphi = vdt$, daher läßt ſich

$$dw = g\ sin.\varphi\ .\ \frac{a\,d\varphi}{v} = \frac{ga}{v}\ sin.\varphi\,d\varphi,$$

und die relative Geſchwindigkeit des auf der Schaufel herabfallenden Elementes

$$w = \frac{ga}{v}\int sin.\varphi\,d\varphi = \frac{ga}{v}\ (1 - cos.\varphi)$$ ſetzen.

Nach derſelben Stelle in I. iſt auch für den Raum $B_1M_1 = s$, welchen das Element in der Zeit t auf der Schaufel zurückgelegt hat:

$$ds = w\,dt = \frac{w\,a\,d\varphi}{v} = \frac{ga^2}{v^2}\ (1 - cos.\varphi)\ d\varphi;$$

es iſt daher der Weg ſelbſt

$$s = \frac{ga^2}{v^2}\int (1 - cos.\varphi)\ d\varphi$$
$$= \frac{ga^2}{v^2}\ (\varphi - sin.\varphi).$$

Geht das Rad ſchnell um, ſo wird die Schwerkraft noch durch die anſehnliche Centrifugalkraft unterſtützt, und man hat daher, wenn auch nur annähernd, ſtatt g, $g + \frac{v^2}{a}$ (ſ. I., §. 41), wo a den Radhalbmeſſer bezeichnet, zu ſetzen.

Hiernach iſt nun

$$s = \left(g + \frac{v^2}{a}\right)\frac{a^2}{v^2}\ (\varphi - sin.\varphi),\ \text{und umgekehrt}$$

$$\varphi - sin.\varphi = \frac{v^2 s}{(ga + v^2)\ a}.$$

Da der Inhalt eines Kreisſegmentes $= \frac{\varphi - sin.\varphi}{2}$ für den Radius $= 1$ iſt, ſo läßt ſich daher φ als den Centriwinkel eines Kreisabſchnittes anſehen, deſſen Inhalt $\frac{\frac{1}{2}v^2 s}{(ga + v^2)\,a}$ iſt.

Damit ſich alles Waſſer aus der Zelle entfernt hat, wenn das äußere Schaufelende im Fußpunkte F des Rades ankommt, muß dieſer Formel auch entſprochen werden, wenn man ſtatt s die ganze Schaufelbreite $AB = FG$, und für φ den Aus- oder Eintrittswinkel, d. i. den Winkel $BAE = GFH$ einführt, um welchen die Schaufel AB oder FG vom äußeren Radumfange abweicht.

Sind die gefundenen Zonen $\Delta\Omega$ die um die Einheitskugel, $\Delta\sigma$ die um die Fläche σ gelegt sind, so ist

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta\sigma}{\sigma}$$

Sind diese Zonen unendlich klein, so ist $\Delta\Omega = d\Omega$, $\Delta\sigma = d\sigma$, und wir haben

$$d\Omega = \frac{d\sigma}{\sigma}$$

Sind nun $\xi\eta\zeta$ die Koordinaten eines Punktes P der Fläche σ, $\xi_1\eta_1\zeta_1$ die Koordinaten eines Punktes P_1 der Einheitskugel $\xi = \varrho\xi_1$ ist, wie wir wissen,

$$\xi = \varrho\xi_1 \quad \eta = \varrho\eta_1 \quad \zeta = \varrho\zeta_1$$

Nun ist $\xi_1 = \cos\alpha$, $\eta_1 = \cos\beta$, $\zeta_1 = \cos\gamma$, wo $\alpha\beta\gamma$ die Winkel sind, die ϱ mit den drei Koordinatenachsen bildet. Es ist also

$$\xi = \varrho\cos\alpha \quad \eta = \varrho\cos\beta \quad \zeta = \varrho\cos\gamma$$

und daraus

$$\varrho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}$$

ϱ ist, wie wir wissen, eine Funktion von α und β.

Es ist, wie wir bereits entwickelt haben, $d\sigma = \sin\gamma\, d\alpha\, d\beta$, also

$$d\Omega = \frac{\sin\gamma\, d\alpha\, d\beta}{\varrho^2}$$

Ist $\varrho = a$, so ist $d\sigma = a^2 d\Omega$. Ist ϱ dagegen eine neue Funktion von α und β, so ist $d\sigma$ nicht mehr $a^2 d\Omega$, sondern $\varrho^2 d\Omega$. Wir können uns $d\sigma$ als Grundfläche eines Kegels denken, dessen Spitze im Mittelpunkt der Kugel liegt, und dessen Höhe ϱ ist. Das Volumen dieses Kegels ist $\frac{1}{3}\varrho d\sigma$. Wir können uns nun die Fläche σ aus lauter solchen Kegeln zusammengesetzt denken, deren Spitze im Mittelpunkt der Kugel liegt, und deren Grundflächen $d\sigma$ sind. Das Volumen dieser Kegel ist $\frac{1}{3}\int\varrho\, d\sigma$.

Ist $\varrho = a$, so ist $\frac{1}{3}\int\varrho\, d\sigma = \frac{1}{3}a\sigma$. Ist ϱ dagegen eine neue Funktion von α und β, so ist $\frac{1}{3}\int\varrho\, d\sigma$ nicht mehr $\frac{1}{3}a\sigma$, sondern $\frac{1}{3}\int\varrho^3 d\Omega$.

Anzahl der Zellen.

und an der Schaufel den Weg BE zurück, und es ist die Dicke des in einer Zelle einströmenden Strahles:

$$BD = AB\ sin.BAE = CA\ .\ ½\beta\ sin.\varphi_1 = ½\ a\ \beta\ sin.\varphi_1,$$

wenn a den Radhalbmesser CB, β den Theilwinkel BCB_1 und φ_1 den Zutrittswinkel BAD bezeichnet, und vorausgesetzt wird, daß der Strahl nur die Hälfte AB der Zellenweite BB_1 ausfüllt.

Die Strahldicke d_1 bestimmt sich aber aus der Zutrittsgeschwindigkeit c (s. Ende §. 116) und aus der der Radweite e nahe gleichen Strahlbreite e_1 durch die bekannte Formel $Q = c.d_1e_1$, es ist also $d_1 = \frac{Q}{c\,e_1}$ und daher auch $Q = ½\,c\,e_1\ .\ a\beta\ sin.\varphi_1$, woraus sich nun umgekehrt der Theilwinkel $\beta = \frac{2Q}{c\,e_1\,a\ sin.\varphi_1}$ und endlich die Schaufelzahl

$$n = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\pi\,c\,e_1\,a\ sin.\varphi_1}{Q}\ \text{ergiebt,}$$

oder, wenn man nach §. 114, $\frac{Q}{e_1} = \frac{Q}{e} = \varepsilon\,d\,v$ setzt,

$$\beta = \frac{2\,\varepsilon\,d\,v}{c\,a\ sin.\varphi_1},\ \text{also}$$

$$n = \frac{\pi\,c\,a\ sin.\varphi_1}{\varepsilon\,d\,v}.$$

Nach §. 117 ist aber $\varphi_1 = \varphi - \psi$ und $sin.\psi = \frac{v}{c}\ sin.\varphi$, oder annähernd $\psi = \frac{v}{c}\varphi$, daher ist auch $sin.\varphi_1 = \varphi_1 = \varphi - \psi = \left(\frac{c-v}{c}\right)\varphi$ zu setzen, so daß nun

$$n = \frac{\pi a(c-v)\varphi}{\varepsilon\,d\,v} = \frac{\pi^2 a(c-v)}{\varepsilon\,d\,v}\cdot\frac{\varphi^0}{180^0} = 0{,}0548\ \frac{a(c-v).\varphi^0}{\varepsilon\,d\,v}\ \text{folgt.}$$

Man ersieht hieraus, daß die Schaufelanzahl um so größer sein soll, je größer der Radhalbmesser, je größer der Eintrittswinkel φ (20 bis 30°) und je größer das Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{c-v}{v}$, je kleiner dagegen die Kranzbreite d und der Füllungscoefficient ε ist.

Beispiel. Für ein oberschlägiges Wasserrad von 24 Fuß Höhe und 1 Fuß Kranzbreite ist, bei dem Eintrittswinkel $\varphi^0 = 25$ Grad, dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\frac{c-v}{v} = ⅔$ und dem Füllungscoefficienten $\varepsilon = ¼$ nach der letzten Formel die Anzahl der Schaufeln

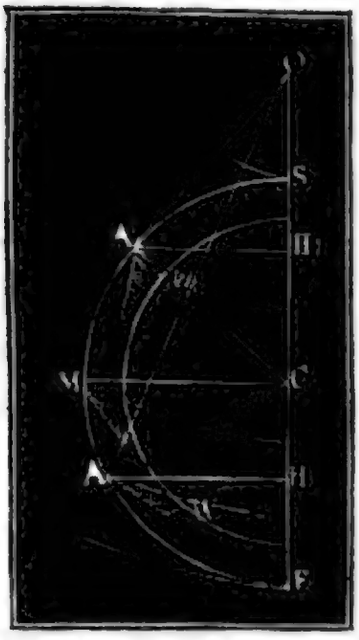
$$n = \frac{\pi^2\ .\ 12\ .\ 3\ .\ 25}{¼\ .\ 2\ .\ 180} = \frac{9{,}87\ .\ 36\ .\ 25}{90} = 99,$$

wofür 96 oder 100 zu nehmen sein möchte.

§. 125. Bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit haben kleine Räder eine größere Umdrehungszahl als große; überdies erfordert es aber oft der gleichförmige Gang, oder der Zweck der Maschinen, z. B. bei Sägemühlen, Hammerwerken u. s. w., kleinen Rädern eine mehr große als kleine Geschwindigkeit zu geben. Aus diesen Gründen machen kleine Räder oft eine große Anzahl (25) von Umdrehungen in der Minute. Bei diesem großen Werthe von u fällt aber die Centrifugalkraft des Wassers in den Zellen so groß aus, daß die Neigung der Oberfläche desselben gegen den Horizont (s. I. §. 297) schon bedeutend wird, und daher ein viel zeitigeres Austreten erfolgt, als wenn das Rad langsam umginge. Wir haben an dem citirten Orte gefunden, daß die Oberflächen des Wassers in den Radzellen lauter concentrische Cylindermäntel bilden, deren gemeinschaftliche Axe O, Fig. 253, parallel mit der Radaxe läuft und um die Höhe $CO = k = \frac{g}{\omega^2} = g \cdot \left(\frac{30}{\pi u}\right)^2 = \frac{2850}{u^2}$ über der Radaxe C steht. Es wächst also dieser Abstand umgekehrt wie das Quadrat der Umdrehungszahl, und fällt bei einer großen Umdrehungszahl ziemlich klein aus. Man findet nun sogleich, daß nur im Radscheitel S und im Radfuße F der Wasserspiegel horizontal ist, daß er dagegen an einer gewissen Stelle oberhalb des Radmittels M am meisten vom Horizont abweicht. Es ist die Abweichung $HAW = AOC = \chi$ für irgend einen Punkt A, welcher um $ACM = \lambda$ vom Radmittel absteht,

Einfluß der Centrifugalkraft.

Fig. 253.



$$tang.\ \chi = \frac{AH}{OH} = \frac{a\ cos.\ \lambda}{k + a\ sin.\ \lambda}.$$

Für einen Punkt A_1 oberhalb M ist λ negativ, daher

$$tang.\ \chi = \frac{a\ cos.\ \lambda}{k - a\ sin.\ \lambda}.$$

Legt man von O aus eine Tangente OA_1 an den Radumfang, so erhält man im Berührungspunkte A_1 diejenige Stelle, wo der Wasserspiegel am meisten vom Horizonte abweicht, wo also χ ein Maximum, und zwar $= \lambda$, $sin.\ \chi$ aber $= \frac{a}{k}$ ist.

Beispiele. 1) Für ein Rad, welches in der Minute 5 Umdrehungen macht, ist $k = \frac{2850}{25} = 114$ Fuß, wäre nun noch der Radhalbmesser $a = 16$ Fuß, und der Ausgußwinkel $\lambda = 50°$, so hätte man für die Ausgußstelle:

Aufgabe VIII. $\sigma_1 = 1000$ kg/qcm, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -500$ kg/qcm, $\sigma_4 = 0$, $\sigma_5 = 0$, $\sigma_6 = 0$; σ_{max} und σ_{min} sind zu bestimmen. Es ist $\sigma_{max} = \sigma_1 = 1000$ kg/qcm, $\sigma_{min} = \sigma_3 = -500$ kg/qcm.

Für $\sigma_2 = 0$ ist $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 750$ kg/qcm und $\sigma_{\tau_{max}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = 250$ kg/qcm.

Aufgabe IX. Die Hauptachsen des Spannungsellipsoides sind $\sigma_1 = 1000$ kg/qcm, $\sigma_2 = 500$ kg/qcm, $\sigma_3 = -500$ kg/qcm, und der Winkel, welchen die Richtung der Normalen mit der Richtung der Achse σ_1 einschließt, ist $\varphi = 60°$. Gesucht werden σ_{max} und σ_{min}. Es ist $\sigma_{max} = \sigma_1 = 1000$ kg/qcm und $\sigma_{min} = \sigma_3 = -500$ kg/qcm.

Für $\sigma_2 = 0$ ist $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 750$ kg/qcm und $\sigma_{\tau_{max}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = 250$ kg/qcm.

Aufgabe X. Gegeben sind $\sigma_1 = 1000$ kg/qcm, $\sigma_2 = 500$ kg/qcm, $\sigma_3 = -500$ kg/qcm und $\varphi = 60°$. Gesucht werden σ_{max} und σ_{min}. Es ist $\sigma_{max} = \sigma_1 = 1000$ kg/qcm und $\sigma_{min} = \sigma_3 = -500$ kg/qcm.

Für $\sigma_2 = 0$ ist $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 750$ kg/qcm und $\sigma_{\tau_{max}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = 250$ kg/qcm.

Aufgabe XI. Gegeben sind $\sigma_1 = 1000$ kg/qcm, $\sigma_2 = 500$ kg/qcm, $\sigma_3 = -500$ kg/qcm und $\varphi = 60°$. Gesucht werden σ_{max} und σ_{min}. Es ist $\sigma_{max} = \sigma_1 = 1000$ kg/qcm und $\sigma_{min} = \sigma_3 = -500$ kg/qcm.

Für $\sigma_2 = 0$ ist $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 750$ kg/qcm und $\sigma_{\tau_{max}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = 250$ kg/qcm.

Aufgabe XII. Gegeben sind $\sigma_1 = 1000$ kg/qcm, $\sigma_2 = 500$ kg/qcm, $\sigma_3 = -500$ kg/qcm und $\varphi = 60°$. Gesucht werden σ_{max} und σ_{min}. Es ist $\sigma_{max} = \sigma_1 = 1000$ kg/qcm und $\sigma_{min} = \sigma_3 = -500$ kg/qcm.

Für $\sigma_2 = 0$ ist $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 750$ kg/qcm und $\sigma_{\tau_{max}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = 250$ kg/qcm.

Aufgabe XIII. Gegeben sind $\sigma_1 = 1000$ kg/qcm, $\sigma_2 = 500$ kg/qcm, $\sigma_3 = -500$ kg/qcm und $\varphi = 60°$. Gesucht werden σ_{max} und σ_{min}. Es ist $\sigma_{max} = \sigma_1 = 1000$ kg/qcm und $\sigma_{min} = \sigma_3 = -500$ kg/qcm.

Für $\sigma_2 = 0$ ist $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 750$ kg/qcm und $\sigma_{\tau_{max}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = 250$ kg/qcm.

Aufgabe XIV. Gegeben sind $\sigma_1 = 1000$ kg/qcm, $\sigma_2 = 500$ kg/qcm, $\sigma_3 = -500$ kg/qcm und $\varphi = 60°$. Gesucht werden σ_{max} und σ_{min}. Es ist $\sigma_{max} = \sigma_1 = 1000$ kg/qcm und $\sigma_{min} = \sigma_3 = -500$ kg/qcm.

Für $\sigma_2 = 0$ ist $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 750$ kg/qcm und $\sigma_{\tau_{max}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = 250$ kg/qcm.

Wenn man nun die sich auf diese Weise herausbildende Fläche $H_1 H_2 = b_1$ statt der Fläche $H_1 H_2 = b$ setzt, so wird $\lambda_1 = \sin \lambda$, Fig. 255, der Druckmittelpunkt in eine passe Tiefe (λ ab 4) gleiche Tiefe theilt, und die Schachtöffnungen für die entsprechenden Wasserstellen ermittelt, so kann man wieder das Verhältniß $\frac{f}{F} = \frac{f_1}{F_1}$ der nützlichen Schachtöffnung während des Aufsteigens zur Füllung vor dem Aufsteigen finden, und hiernach die Wirkung des Wassers im Zurückgehen berechnen. Hierbei sind natürlich die obigen Formeln ungeändert zu gebrauchen. Es ist hier z. B. gegeben, hinreichend

Fig. 255.

$$\text{lang. } z = \frac{a \cos. \lambda}{y + a \sin. \lambda}, \text{ und}$$

$$F = S + D - \tfrac{1}{2} a^2 \text{ lang. } (\lambda + z).$$

Hätte das Wasser nicht mehr als ganze Segment aus, ist also $\lambda' < S$, also $\frac{1}{2}$ d lang. $(\lambda + z) > D$, so hat man zu setzen:

$$F = \text{Segment } ABD - \triangle ADK,$$

$$= \frac{\text{arc. } (\lambda + z - \delta_1) \sin \delta_1}{\sin. (\lambda + z)} - \tfrac{1}{2} a^2 \text{ lang. } (\lambda + z),$$

und δ_1 die Diagonale AD und δ_1 den Winkel DAC bezeichnet, welchen beide mit dem Halbmesser CA einschließen.

Beispiel. Das Rohr hinter Schwimmer in Fig. 255 hat 12 Fuß Höhe, 4 Fuß Weite, 4 Fuß Weite mit einem 12 Centimeter dicken Rand und 1000 Centner Auftrieb auf, man soll hier die nützliche Größe $\frac{f}{F}$ finden.

Hier ist $a = 6$, $d = 1$, $c = 4$, $\alpha = 53,^\circ 0 = \frac{265}{360} = 18$, und $\alpha = 17;$

giebt man nun dem Rohr 24 Schuhhöhe, so hat man $\beta' = \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$ und

$$F_1 = \frac{1166}{24 \cdot 17,^\circ 4} = \frac{43}{85} = 0,602 \text{ Quadratfuß}. \quad \text{Nun ist } D = 0,612 \text{ und}$$

$$\frac{0,373 + 0,613 - 0,602}{0,373} = 0,363 \cdot 2.$$

$\alpha = 0,726$, daher $\lambda + z = 1,^\circ 2 = \frac{2850}{11}$, Nun ist $\frac{\cos. \lambda}{\sin. \lambda} = \frac{11}{2850} = 0,86$ Fuß, daher $\sin. z = \frac{6 \cdot 0,86}{6,86} = 0,4924$, hiernach $z = 29,^\circ 50$ und $\lambda = 0,^\circ 29$.

Es fängt hier also bei Wasserhöhe $0\frac{1}{2}$ Fuß unter der Mittelwelle an. Um die

Einfluß der Centrifugalkraft.

Stelle zu finden, wo der Ausguß beendigt ist, hat man in dem vorliegenden Falle, wo sich noch etwas Wasser in der Zelle erhält, wenn auch der Wasserspiegel das äußere Ende der Schaufel berührt, in der Formel $\sin. \chi_1 = \frac{a \cos. \delta}{k}$, statt a den Theilkreishalbmesser $a_1 = 5{,}5$ und statt δ den Deckungswinkel, welcher hier $= 79°, 14'$ beträgt, zu setzen. Es ist sonach $\sin. \chi_1 = \frac{5{,}5 \cos. 79°, 14'}{9{,}86}$, daher $\chi_1 = 5°, 59'$ und der zweite Ausgußwinkel $\lambda_1 = 79°, 14' - 5°, 59' = 73°, 15'$. Hiernach ist nun die Höhe des Ausgußbogens, $h_2 = a_1 \sin. \lambda_1 - a \sin. \lambda = 5{,}5 \sin. 73°, 15' - 6{,}0 \sin. 6°, 29' = 5{,}2666 - 0{,}6775 = 4{,}589$ Fuß. Diese Höhe theilen wir in vier gleiche Theile, und bestimmen nun durch Zeichnung, genaue Messung und Rechnung noch die entsprechenden drei Zwischenwerthe von F. Die erlangten Ergebnisse sind: $F_1 = 0{,}501$, $F_2 = 0{,}409$, $F_3 = 0{,}195$; daher das gesuchte Querschnittsverhältniß: $\xi = \frac{F}{F_0} = \frac{0{,}662 + 4\,(0{,}501 + 0{,}195) + 2 \cdot 0{,}409}{12 \cdot 0{,}662}$ $= 0{,}537$, und die mechanische Arbeit des Wassers beim Herabsinken im Ausgußbogen: $L_1 = \xi \cdot h_1 Qy = 0{,}537 \cdot 4{,}589 \cdot 18 \cdot 66 = 2927$ Fußpfund. Fiele das Wasser mit 20 Fuß Geschwindigkeit 20° unter dem Radscheitel so ein, daß seine Richtung um 25° von der Tangente am Eintrittspunkte abweicht, so hätte man noch die übrige Druckwirkung $L_2 = (5{,}5 \cos. 20° + 6 \sin. 6°, 29') 18 \cdot 66 = 5{,}845 \cdot 1188$ $= 6944$ Fußpfund, und die Stoßwirkung, da die Geschwindigkeit im Theilrisse $v_1 = \frac{11 \cdot \pi \cdot 17}{60} = 9{,}791$ Fuß ist, $L_3 = 0{,}032\,(20 \cos. 25° - 9{,}791)\, 9{,}791 \cdot 18 \cdot 66$ $= 2{,}611 \cdot 18 \cdot 66 = 3102$ Fußpfund. Demnach ist die ganze Leistung dieses Rades: $L = L_1 + L_2 + L_3 = 12976$ Fußpfund.

Zapfenreibung.

§. 127. Einen nicht unbedeutenden Theil der mechanischen Leistung eines oberschlägigen Wasserrades verliert man in der Arbeit der Zapfenreibung. Setzen wir das Gewicht des armirten Wasserrades sammt Wasser in den Zellen $= G$, den Zapfenhalbmesser aber $= r$, so haben wir die Reibung $= \varphi G$ und ihre Geschwindigkeit, oder Geschwindigkeit am Zapfenumfange, $v = \frac{\pi u r}{30}$, daher die Arbeit der Zapfenreibung $= \varphi G v = \frac{\pi u r}{30} \varphi G = 0{,}1047 \cdot u \varphi G$. Es ist nun für genau abgedrehte Zapfen, nach I. §. 164, $\varphi = 0{,}075$ zu nehmen, wenn dieselben mit Oel, Talg oder Fett geschmiert werden, und nur bei der sorgfältigsten Abwartung, $\varphi = 0{,}054$ anzunehmen; bei Graphitschmiere aber $\varphi = 0{,}11$ zu setzen. Was das Gewicht G eines Wasserrades anlangt, so ist dieses nach Herrn Prof. Redtenbacher 400 bis 500 Kilogramme mal effective Leistung des Rades in Pferdekräften ausgedrückt; jedenfalls gilt jedoch diese Annahme nur für Räder von einer mittleren Höhe (6 Meter), mittlerer Umfangsgeschwindigkeit ($1\frac{1}{2}$ Meter) und mittlerer Zellenfüllung $\left(\varepsilon = \frac{Q}{dev} = \frac{1}{4} \text{ bis } \frac{1}{3}\right)$; hohe Räder mit größerer Umfangsgeschwindigkeit und stärkerer Zellenfüllung wiegen jedoch beträcht-

lich mehr. So z. B. wiegen die hiesigen hölzernen Kunsträder mit gußeisernen Schaufeln, wenn ihre Holzmasse ganz mit Wasser gesättigt ist, bei 35 Fuß Höhe, 20000 Kilogramm, während ihre Leistung 20 Pferdekräfte beträgt; es ist also das Gewicht eines solchen Rades = 1000 Kilogr. mal Leistung desselben in Pferdekräften. Es ist aber auch leicht einzusehen, daß das Verhältniß zwischen der Leistung und dem Gewichte eines Rades nicht allein von den Dimensionen desselben, sondern auch von dem Grade der Zellenfüllung und von der Umdrehungszahl eines Rades abhängt, denn wenn sich die Zellen noch einmal so stark füllen, so wird das Gewicht des Rades verhältnißmäßig nur wenig größer, die Leistung desselben aber beinahe verdoppelt, und wenn ich auf dasselbe Rad und bei derselben Belastung noch einmal so viel Wasser schlage, so wird es beinahe noch einmal so viel Umdrehungen machen und die Wirkung ziemlich verzweifachen. Es wächst hiernach also L mit dem Radgewichte G, dem Füllungsverhältnisse $\varepsilon = \frac{Q}{dev}$ und mit der Umdrehungszahl u, und läßt sich sonach umgekehrt $G = \frac{\iota L}{\varepsilon u}$ setzen, wenn ι einen Erfahrungscoefficienten bezeichnet. Nach Herrn Redtenbacher ist aber für ein kleines eisernes Rad mit $\frac{1}{3}$ Füllung, 9,3 Umdrehungszahl und 3175 Kilogramme Gewicht, die Leistung $L = 6{,}3$; es folgt daher hiernach

$$\iota = \frac{\varepsilon u G}{L} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9{,}3 \,.\, 3175}{6{,}3} = 1560;$$

dagegen ist für ein Freiberger hölzernes Kunstrad mit gußeisernen Schaufeln $\varepsilon = \frac{1}{4}$, $u = 5$, $G = 20000$ und $L = 20$, daher

$\iota = \frac{1}{4} \,.\, 5 \,.\, \frac{20000}{20} = 1250$. Nehmen wir nun aus beiden Werthen für ι das Mittel, so erhalten wir für das Radgewicht die Formel

$$G = 1400 \, \frac{L}{\varepsilon u} \text{ Kilogramme, oder } = 3000 \, \frac{L}{\varepsilon u} \text{ Pfund.}$$

Zapfenreibung.

Von dem Gewichte G eines Rades hängt die Zapfenstärke, und hiervon wieder die Arbeit der Reibung ab; deshalb hat also dieses Gewicht einen zweifachen Einfluß auf die Zapfenreibung. Wir haben die Zapfenstärke (II. §. 111.) $2r = 0{,}048 \,.\, \sqrt{\frac{G}{2}}$ Zoll $= 0{,}00283 \, \sqrt{G}$ Fuß angegeben, und können also hiernach $Gr = 0{,}0142 \, \sqrt{G^3}$, und daher die Arbeit der Zapfenreibung

$$L_1 = 0{,}1047 \, u\varphi \,.\, 0{,}00142 \, \sqrt{G^3} = 0{,}00015 \, u\varphi \, \sqrt{G^3}$$

oder, wenn wir die Leistung L Pferdekräfte einführen, diese Arbeit

Nr. 1. $L_1 = 1{,}0055$ m, $\sqrt{g}$ (mm $\cdot$ s^{-2}) $= 31{,}3 \cdot \sqrt{\frac{L_1}{T^2}} \cdot \frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}$ = 31,3 $\cdot \sqrt{\frac{1{,}0055}{4}} \cdot \frac{1}{\sin 0{,}0^\circ 30'}$ = 31,3 $\cdot$ 0,5 $\cdot$ 114,6 = 1794,0 mm · s^{-2}, mit der Abweichung am Ortes des Schlag- = 0,0 0/0 $\cdot$ 1794 = 0 mm · s^{-2}.

Nr. 2. $L_2 = 1{,}0055$ m, $\sqrt{g}$ (mm $\cdot$ s^{-2}) $= 31{,}3 \cdot \sqrt{\frac{L_2}{T^2}} \cdot \frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}$ = 31,3 $\cdot \sqrt{\frac{1{,}0055}{4}} \cdot \frac{1}{\sin 0{,}0^\circ 30'}$ = 31,3 $\cdot$ 0,5 $\cdot$ 114,6 = 1794,0 mm · s^{-2}, mit der Abweichung am Ortes des Schlag- = 0,0 0/0 $\cdot$ 1794 = 0 mm · s^{-2}.

Abb. 10. Kohn und Abrestsches Gerät für die Bestimmung der Schwerkraft.

Abb. 10 hatte ein Abrestsches Gerät für die Bestimmung der Schwerkraft vor sich. Es ist dies ein Apparat, der dem bei uns üblichen sehr ähnlich ist. Auch hier ist ein Stativ vorhanden, das mit drei Fußschrauben versehen ist, um es in die Vertikale einstellen zu können. Auf dem Stativ ist ein Reversionspendel angebracht, das mit einer Schneide auf einer Achse ruht, die auf dem Stativ befestigt ist. Das Pendel kann durch eine Feder zum Schwingen gebracht werden. Es ist ferner vorhanden eine Uhr, die mit

§. 128. Die Totalleiſtung eines oberſchlägigen Waſſerrades läßt ſich nun $L = \left(\frac{(c_1 cos.\mu_1 - v_1)v_1}{g} + h_1 + \xi h_2\right) Q\gamma - \varphi \frac{r}{a} Gv$ ſetzen, oder, wenn man das Waſſer nahe tangential und mit einer Geſchwindigkeit eintreten läßt, die der Radgeſchwindigkeit ziemlich gleich kommt, Totalleiſtung.

$L = (h_1 + \xi h_2) Q\gamma - \varphi \frac{r}{a} Gv$. Hiernach iſt alſo bei einem gegebenen Radgewichte die Totalleiſtung, ſo wie die bloße Waſſerkraftleiſtung, ein Maximum, wenn $v = 0$, d. i. wenn das Rad unendlich langſam umläuft. Dieſe Bedingung wird jedoch in der Praxis ganz anders, da die Größe und das Gewicht des Waſſerrades von der Leiſtung und der Geſchwindigkeit des Rades abhängt, und um ſo größer ausfällt, je größer die Leiſtung und je kleiner die Geſchwindigkeit des Rades iſt. Setzen wir, dem vorigen Paragraphen zufolge, das Radgewicht $G = 3000 \frac{L}{\varepsilon u}$ Pfund, und hiernach die Arbeit der Zapfenreibung $= 24{,}6\,\varphi \sqrt{\frac{L^3}{\varepsilon^3 u}}$ Fußpfund, ſo erhalten wir für die Totalleiſtung des Waſſerrades:

$$L = (h_1 + \xi h_2)\, Q\gamma - 24{,}6\,\varphi \sqrt{\frac{L^3}{\varepsilon^3 u}}.$$

Da zur Erzeugung der Geſchwindigkeit $v = c$ das Gefälle

$$1{,}1 \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{1{,}1}{2g}\left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2 = 0{,}000193 \cdot u^2 a^2$$

nöthig iſt, ſo bleibt vom Totalgefälle h_1 das Druckgefälle $h - \frac{1{,}1}{2g}\left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2$ übrig, und ſetzen wir nun noch der Einfachheit wegen $h_1 + \xi h_2 = v\left[h - \frac{1{,}1}{2g}\left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2\right]$, wo v ein ächter Bruch (etwa $^2/_3$ oder $^3/_4$ u. ſ. w.) iſt, ſo erhalten wir

$$L = v\left[h - \frac{1{,}1}{2g}\left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2\right] Q\gamma - 24{,}6\varphi \sqrt{\frac{L^3}{\varepsilon^3 u}}.$$

Nun können wir aber in dem Ausdrucke für die Arbeit der Reibung annähernd $L = vhQ\gamma$ Fußpfund $= \frac{vhQ\gamma}{510}$ Pferdekräfte ſetzen, daher bleibt dann $L = \left[h - \frac{1{,}1}{2g}\left(\frac{\pi u a}{30}\right)^2 - 24{,}6\,\varphi \sqrt{\frac{vh^3 Q\gamma}{510^3 \varepsilon^3 u}}\right] vQ\gamma$, oder für das Fuß- und Pfundmaaß,

$$L = \left[h - 0{,}0001930 \cdot (ua)^2 - 0{,}01736\varphi \sqrt{\left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^3 \frac{vQ}{u}}\right] vQ\gamma \text{ Fußpfd.}$$

Aus der Art und Weiſe, wie u in dieſem Ausdrucke vorkommt, folgt, daß die Leiſtung L weder für $u = 0$, noch für $u = \infty$, ſondern für

Totalleistung. einen zwischen 0 und ∞ liegenden Werth von u ein Maximum wird. Der höhere Calcül giebt diesen Werth $u = \sqrt[5]{\frac{\nu Q \gamma}{510^3} \cdot (11{,}18\varphi g)^2 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^3 \left(\frac{30}{\pi a}\right)^4}$, oder für das preuß. Maaß: $u = 3{,}47 \sqrt[5]{\frac{\nu \varphi^2 Q}{a^4} \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^3}$, oder wenn man annähernd $a = \frac{1}{2} h$ setzt, $u = 6{,}04 \sqrt[5]{\frac{\nu \varphi^2 Q}{\varepsilon^3 h}}$.

Setzen wir diesen Werth für u in den Ausdruck für L ein, so bekommen wir die Formel für die Maximalleistung

$$L = \left[h - 0{,}002324 \sqrt[5]{(\nu Q a)^2 \varphi^4 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6} - 0{,}009319 \sqrt[5]{(\nu Q a)^2 \varphi^4 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6} \right] . \nu Q \gamma,$$

$$= \left[h - 0{,}01164 \sqrt[5]{(\nu Q a)^2 \varphi^4 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6} \right] . \nu Q \gamma.$$

Der Wirkungsgrad eines oberschlägigen Wasserrades läßt sich, da die disponible Leistung $= Q h \gamma$ ist, allgemein setzen:

$$\eta = \frac{\left(h_1 + \xi h_2 + \frac{(c_1 \cos \mu_1 - v_1) v_1}{g}\right) Q\gamma - \varphi \frac{r}{a_1} G v_1}{h Q \gamma},$$

sein Maximalwerth aber ist

$$\eta = \nu \left(1 - \frac{0{,}01164 \sqrt[5]{(\nu Q a)^2 \varphi^4 \left(\frac{h}{\varepsilon}\right)^6}}{h} \right).$$

Beispiele. 1) Für ein oberschlägiges Wasserrad, welches ein Gefälle h von 35 Fuß und ein Aufschlagequantum $Q = 5$ Cubikfuß benutzt, bei welchem ferner der Füllungscoefficient $\varepsilon = \frac{1}{4}$, der Reibungscoefficient φ aber $= 0{,}1$ und der Gefällcoefficient $\nu = \frac{5}{6}$ ist, hat man die vortheilhafteste Umdrehungszahl

$$u = 6{,}04 \sqrt[5]{\tfrac{5}{6} \cdot \frac{0{,}01 \,.\, 64 \,.\, 5}{35}} = 6{,}04 \sqrt[5]{0{,}0762} = 3{,}61.$$

2) Für $h = 10$, $Q = 15$, $\varepsilon = \frac{1}{3}$ und $\nu = \frac{4}{5}$ stellt sich dagegen die gesuchte zweckmäßigste Umdrehungszahl

$$u = 6{,}04 \sqrt[5]{\tfrac{4}{5} \cdot \frac{0{,}01 \,.\, 27 \,.\, 15}{10}} = 6{,}04 \sqrt[5]{0{,}325} = 4{,}82 \text{ heraus.}$$

Effective Radleistung. §. 129. Ueber die Wirkungen oberschlägiger Wasserräder sind zwar von Vielen, namentlich von Smeaton, Nordwall, Morin u. s. w. Beobachtungen oder Versuche angestellt worden, es bleibt indessen noch sehr zu wünschen, daß deren noch mehr angestellt werden, und zwar namentlich an recht gut construirten und an sehr hohen Rädern, weil man die Wirkungen letzterer noch gar nicht genau kennt, und weil, wie sich der Verfasser hinreichend überzeugt hat, die Wirkungen derselben meist zu klein

angenommen werden. Smeaton machte Verſuche an einem Modellrade von 75 engl. Zoll Umfang mit 36 Zellen, und fand bei einer Umdrehungszahl = 20 den größten Wirkungsgrad 0,74. D'Aubuiſſon führt in ſeiner Hydraulik an, daß er an einem $11\frac{1}{3}$ Meter hohen Waſſerrade bei $2\frac{1}{2}$ Meter Umfangsgeſchwindigkeit den Wirkungsgrad 0,76 gefunden habe. Der Verfaſſer fand ihn bei einem hieſigen Pechrade von 7 Meter Höhe, $\frac{6}{7}$ Meter Weite und mit 48 Zellen bei 12 Umgängen pro Min. = 0,78. Bei Kunſt- und anderen Rädern von 10 bis 11 Meter Höhe fand derſelbe, wenn ſie nur 5 Umdrehungen pro Min. machten, den Wirkungsgrad 0,80 und oft noch höher. Es kann aber auch leicht nachgewieſen werden, daß ſich der Wirkungsgrad eines ſehr hohen oberſchlägigen Waſſerrades, namentlich, wenn daſſelbe nur 3 bis 4 Umdrehungen macht, bis auf 0,83 ſteigern läßt, indem vielleicht durch das Eintrittsgefälle 3, durch das zu zeitige Ausleeren 9 und durch die Zapfenreibung 5 Procent an Wirkung verloren gehen. Kleine Räder geben immer einen kleineren Wirkungsgrad, nicht allein weil ſie mehr Umläufe machen, ſondern auch weil ſich der waſſerhaltende Bogen kleiner herausſtellt. Die meiſten und ausführlichſten Verſuche über die Wirkungen der Waſſerräder ſind von Morin (ſ. Expériences sur les roues hydrauliques à aubes planes et sur les roues hydrauliques à augets. Metz, 1836) angeſtellt worden. Von dieſen Verſuchen können jedoch hier nur die an drei mehr kleinen Rädern angeſtellten Berückſichtigung finden. Das erſte dieſer Räder war von Holz, hatte 3,425 Meter Durchmeſſer, und 30 Zellen und gab bei $1\frac{1}{2}$ Meter Geſchwindigkeit den Wirkungsgrad 0,65, dagegen den Coefficienten $\nu = 0{,}775$. Das zweite Rad hatte gar nur 2,28 Meter im Durchmeſſer; es war ebenfalls aus Holz, hatte aber 24 gekrümmte Blechſchaufeln. Der Wirkungsgrad dieſes Rades ſtellte ſich bei ebenfalls 1,5 Meter Radgeſchwindigkeit $\eta = 0{,}69$ und der Gefällcoefficient $\nu = 0{,}762$ heraus. Das dritte war ein hölzernes Hammerrad von 4 Meter Höhe mit 20 Schaufeln und mindeſtens 1 Meter Stoßgefälle über dem Radſcheitel; es gab bei $1\frac{1}{2}$ Meter Umfangsgeſchwindigkeit noch den Wirkungsgrad 0,55 bis 0,60, bei der Geſchwindigkeit von $3\frac{1}{2}$ Meter, die es bei ſeiner Arbeitsverrichtung wirklich hatte, $\eta = 0{,}40$, und bei 4 Meter Umfangsgeſchwindigkeit η gar nur 0,25, weil hier die Centrifugalkraft das Waſſer nicht vollſtändig in die Zellen treten ließ. Morin zieht aus ſeinen Verſuchen die Folgerung, daß bei Rädern unter 2 Meter Durchmeſſer, die höchſtens mit 2 Meter Geſchwindigkeit umgehen, oder bei Rädern über 2 Meter Durchmeſſer, die höchſtens mit $2\frac{1}{2}$ Meter Geſchwindigkeit umgehen, der Coefficient ν des Druckgefälles im Mittel = 0,78, alſo die Leiſtung dieſer oberſchlägigen Räder ohne Rückſicht auf Axenreibung,

Effective Radleiſtung.

Effective Radleiſtung.

$$Pv = \left(\frac{(c \cos. \mu - v)\, v}{g} + 0{,}78\, h\right) Q\gamma$$

zu ſetzen ſei, wenn h die Höhe der Eintrittsſtelle über dem Radtiefſten, alſo $0{,}78\, h$ die mittlere Höhe des waſſerhaltenden Bogens anzeigt. Dieſer Coefficient $v = 0{,}78$ iſt jedoch nur zu gebrauchen, wenn der Füllungscoefficient ε noch unter $1/2$ iſt; er ſoll dagegen nach Morin in 0,65 umzuändern ſein, wenn ε nahe $2/3$ iſt. Sicherlich iſt bei hohen Rädern γ größer, z. B. bei den hieſigen Kunſträdern mindeſtens $= 0{,}9$. Noch folgert Morin, daß für Räder, welche eine ſehr große Umfangsgeſchwindigkeit (über 2 Meter) haben, oder deren Füllungscoefficient über $2/3$ iſt, ſich ein beſtimmter Coefficient v für den waſſerhaltenden Bogen nicht angeben läßt, weil hier kleine Veränderungen oder Abweichungen in v und ε ſchon bedeutende Einflüſſe auf die Größe der Leiſtung haben. Es iſt jedoch hierbei zu bemerken, daß es nicht die Geſchwindigkeit, ſondern die Umdrehungszahl u (ſ. II. §. 125) iſt, welche dieſe Grenze beſtimmt, denn hohe Räder geben bei 2 Meter Umfangsgeſchwindigkeit noch eine hohe und ziemlich beſtimmte Wirkung.

Anmerkung. Wenn hier und in der Folge der umfänglichen Verſuche Nordwall's (ſ. deſſen Maſchinenlehre, Berlin 1804) nicht gedacht wird, ſo hat dies lediglich ſeinen Grund darin, daß dieſelben nur an größtentheils unvollkommene Conſtructionen nachahmenden Modellen angeſtellt worden ſind. Der Verfaſſer ſtimmt hierin ganz dem bei, was Langsdorf in ſeiner Maſchinenlehre, Theil I., Abtheilung 2, §. 518, hierüber ausſpricht.

Rückenſchlägige Waſſerräder.

§. 130. Noch hat man ſogenannte rückenſchlägige Räder (franz. roues par derrière, engl. high-breast wheels), die ſich von den oberſchlägigen Rädern nur durch die Beaufſchlagung unterſcheiden; während bei den oberſchlägigen Rädern das Waſſer nahe am Radſcheitel eintritt, befindet ſich bei den rückenſchlägigen Rädern die Eintrittsſtelle zwiſchen dem Scheitel und dem Radmittel, jedoch dem erſteren näher, als dem letzteren. Dort befindet ſich das Aufſchlaggerinne über, hier aber neben dem Rade, dort iſt die Radhöhe kleiner, hier aber iſt ſie in der Regel größer, als das Totalgefälle; dort geht endlich das Rad meiſt in der Richtung um, in welcher es durch das Gerinne zugeführt wird, hier iſt jedoch die Umdrehungsrichtung die umgekehrte. Man wendet rückenſchlägige Räder beſonders dann an, wenn der Waſſerſtand im Ab- oder Aufſchlagsgraben ſehr veränderlich iſt, weil hier das Rad in der Richtung umgeht, in welcher das Waſſer abfließt, alſo das Waten im Waſſer von wenigem oder gar keinem Nachtheile iſt, und weil hier Schutzvorrichtungen zur Anwendung kommen können, bei denen die Ausmündung ſtellbar iſt, und daher auch immer um eine gewiſſe Höhe unter die Oberfläche des Aufſchlagwaſſers gerückt werden, und ſelbſt bei verſchiedenen Waſſerſtänden die Ausfluß- oder Eintrittsgeſchwindigkeit im-

nen dürfte bisher kaum. Einige in schwächlicher Form hier zu Lande gezogene Sorten sind: Weiße Stuttgarter, Weiße Wiener, Weiße Schmalz-, Weiße Teltower, Weiße Quedlinburger, Weiße Erfurter, Weiße Nürnberger, Weiße Mailänder, Weiße Pariser, Weiße Holländische, Weiße Dänische, Weiße Schwedische, Weiße Russische, Weiße Amerikanische, Weiße Englische, Weiße Französische, Weiße Italienische, Weiße Spanische, Weiße Ungarische, Weiße Türkische, Weiße Griechische, Weiße Chinesische, Weiße Japanische, Weiße Indische, Weiße Persische, Weiße Arabische, Weiße Afrikanische, Weiße Australische, Weiße Neuseeländische, Weiße Südseeländische, Weiße Polynesische, Weiße Mexikanische, Weiße Südamerikanische, Weiße Brasilianische, Weiße Peruanische, Weiße Chilenische, Weiße Patagonische, Weiße Feuerländische, Weiße Grönländische, Weiße Isländische, Weiße Lappländische, Weiße Finnländische, Weiße Estländische, Weiße Livländische, Weiße Kurländische, Weiße Litauische, Weiße Polnische, Weiße Preußische, Weiße Pommersche, Weiße Mecklenburgische, Weiße Holsteinische, Weiße Hannoversche, Weiße Oldenburgische, Weiße Ostfriesische, Weiße Westfälische, Weiße Hessische, Weiße Rheinische, Weiße Nassauische, Weiße Thüringische, Weiße Sächsische, Weiße Schlesische, Weiße Böhmische, Weiße Mährische, Weiße Ungarische, Weiße Siebenbürgische, Weiße Galizische, Weiße Bukowinische, Weiße Rumänische, Weiße Bulgarische, Weiße Serbische, Weiße Bosnische, Weiße Dalmatinische, Weiße Kroatische, Weiße Slavonische, Weiße Tirolische, Weiße Steiermärkische, Weiße Kärntnische, Weiße Krainische, Weiße Oberösterreichische, Weiße Niederösterreichische, Weiße Salzburgische, Weiße Bayerische, Weiße Württembergische, Weiße Badische, Weiße Elsässische, Weiße Lothringische, Weiße Luxemburgische, Weiße Belgische, Weiße Holländische, Weiße Englische, Weiße Irländische, Weiße Schottische, Weiße Französische, Weiße Spanische, Weiße Portugiesische, Weiße Italienische, Weiße Griechische, Weiße Türk

Rückenschlägige Wasserräder.

rinne, so läßt sich mindestens $c = 0{,}82\sqrt{2gh}$ setzen, wie beim Ausflusse durch kurze Ansatzröhren (s. I., §. 358), wenn jedoch die von den Leitschaufeln gebildeten Kanäle nach innen abgerundet sind, so fällt der Ausflußcoefficient noch größer aus, so daß $c = 0{,}90\sqrt{2gh}$ gesetzt werden kann. Wendet man gerade Leitschaufeln an, so bringt man sie in die Richtung cAD, bedient man sich aber gekrümmter Schaufeln AE, was den Vortheil gewährt, daß hier das Wasser allmälig aus der Richtung im Gerinne in die Richtung Ac übergeht, so läßt man dieselben mit AD in A tangiren, indem man z. B. AO winkelrecht auf AD nimmt, und einen Kreisbogen AE aus O beschreibt.

Da verschieden tief liegenden Eintrittspunkten verschiedene Druckhöhen (h) und also auch verschiedene Geschwindigkeiten (c) zukommen, so hat man die Construction für jede Leitschaufel besonders zu machen. Gewöhnlich macht man die Eintrittsgeschwindigkeit $c = 9$ bis 10 Fuß und die Radgeschwindigkeit $\frac{1}{2}c$ bis höchstens $\frac{2}{3}c$. Man führt diese Construction für den mittleren Wasserstand im Aufschlaggerinne aus, damit die Abweichungen beim höchsten und tiefsten Wasserstande nicht zu groß ausfallen.

Die Luft kann bei diesen Schützen weniger leicht entweichen, als bei den Spannschützen; weshalb denn die Schütze schmäler zu machen ist, als das Rad, oder dieses besonders zu ventiliren, d. h. mit Luftlöchern im Radboden (s. Fig. 261) zu versehen ist. Auch ist es nicht rathsam, die Radschaufeln zu scharf zu decken, sondern das Wasser lieber durch einen Mantel im Rade zurück zu erhalten, als durch die Schaufeln, weil bei großen Deckungswinkeln die Leitschaufeln einen zu großen Bogen vom Rade einnehmen oder zu enge Kanäle bilden, und das nöthige Stoßgefälle zu groß ausfällt.

Was endlich noch den Wirkungsgrad der rückenschlägigen Räder anlangt, so kommt dieser mindestens dem der oberschlägigen Räder gleich; wegen der zweckmäßigen Wassereinführung ist er sogar oft größer, als bei einem oberschlägigen Rade unter übrigens gleichen Verhältnissen. Morin fand bei einem Rade von 9,1 Meter Höhe mit 96 Zellen, wo der Eintritt des Wassers 50° vom Radscheitel abstand, bei $1\frac{1}{2}$ Meter Umfangs- und $2\frac{1}{2}$ Meter Eintrittsgeschwindigkeit $\eta = 0{,}69$, die Höhe des wasserhaltenden Bogens aber $= 0{,}78 \,.\, h$.

§. 131. Sind die rückenschlägigen Wasserräder ventilirt, kann also die Luft durch Kanäle DE, D_1E_1, Fig. 261 auf folg. Seite, aus den Zellen A, A_1 u. s. w. entweichen, so kann man die Schaufeln näher an einander rücken, also auch eine größere Anzahl der Zellen anwenden, als bei unventilirten oberschlägigen Wasserrädern, wodurch man unter übri-

gerade gleichen Umfluthen mehr Reibungsstrom erhält als bei den oberflächigen Rücken, so daß sich der Böschungskoefficient $\alpha = \frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ annehmen lassen. Böschungskoefficient.

Fig. 261.

Fig. 262.

Für die gewöhnliche Schachtconstruction hat man annähernd den Querschnitt des Zuflussgrabens einer Seite $ABDF$, Fig. 262:

$ABDE$ = Viereck $ABDF$ minus Dreieck ABE minus Dreieck AFH

$= B_1 a_1 d - \frac{1}{2} b_1 a_1 a_1 d - \frac{1}{2} a_1 a^2 \tang \lambda;$

dagegen ist der ganze Querschnitt einer Seite

$$EDD_1E_1 = B a_1 d.$$

folglich ist der Böschungscoefficient:

$$\alpha = \frac{\text{Fläche } ABDE}{\text{Fläche } EDD_1E_1} = \frac{\frac{1}{2} B_1 a_1 - \frac{1}{2} a_1 d \tang \lambda}{B a_1}, \text{ und daher}$$

$$\tang \lambda = (\beta_1 - \alpha \beta) \frac{2 a_1}{d}.$$

Die gütige Anmerkung, welche Hann hierzu beifügen, muss hier eben zum Ausgang genommen werden. Wasserfläche AH der folgende Schacht in B_1 bedeutet; dies vorausgesetzt, so leite man, da $BD = EE$, also auch

$$B_1 D_1 = B_1 E_1, \text{ und } B_1 H = B_1 A \text{ und } D_1 H = D_1 F, \text{ b. l.}$$

$$\frac{1}{2} d \tang \lambda = (\beta_1 - \beta) \alpha_1, \text{ also auch}$$

$$\tang \lambda = (\beta_1 - \beta) \frac{2 \alpha_1}{d}.$$

Aus der Verbindung dieser beiden Ausdrücke für λ ergiebt sich die einfache Formel:

$$\frac{1}{2} b_1 = \alpha \beta = \beta_1 - \beta, \text{ d. i.}$$

$$\beta = \frac{\beta_1}{\frac{1}{2} + \alpha}.$$

Nimmt man $\alpha = \frac{1}{2}$, so erhält man endlich $\beta = \frac{\beta_1}{1}$, und es bildet

Fig. 170.

Satz 11: Centriwinkel und Peripheriewinkel über demselben Bogen. Ein Centriwinkel AMB und ein Peripheriewinkel ACB über demselben Bogen AB haben zu ihrer Summe zwei Rechte, oder: Ein Peripheriewinkel ist gleich der Hälfte des zugehörigen Centriwinkels.

$$\text{etc. } AMB + \angle ACB = 2\,\text{R}$$

$$\text{oder } \angle ACB = \frac{1}{2}\angle AMB$$

Beweis. Man ziehe durch C und M eine Gerade, welche den Kreisbogen AB in D schneidet. Es ist dann $\angle AMD$ Centriwinkel, $\angle ACD$ Peripheriewinkel, und somit in Hinsicht auf Satz 10

$$\angle AMD = \frac{1}{2}\angle ACD$$

Ebenso ist

$$\angle BMD = \frac{1}{2}\angle BCD$$

Addirt man diese beiden Gleichungen, so folgt

$$\angle AMD + \angle BMD = \frac{1}{2}\angle ACD + \frac{1}{2}\angle BCD$$

oder

$$\angle AMB = \frac{1}{2}\angle ACB$$

Fig. 171.

Satz 12: Winkel im Halbkreis. Ein Winkel ACB im Halbkreis ist ein Rechter.

$$\text{etc. } \angle ACB = 1\,\text{R}$$

Beweis. Der Centriwinkel AMB über demselben Bogen AB ist ein Gestreckter, also $= 2\,\text{R}$, und somit ist nach Satz 11 der Peripheriewinkel $ACB = 1\,\text{R}$.

Fig. 172.

Satz 13: Winkel im Segmente. Alle Winkel ACB, ADB, AEB etc. in einem Segmente sind einander gleich.

$$\text{etc. } \angle ACB = \angle ADB = \angle AEB \text{ etc.}$$

Beweis. Der Centriwinkel AMB über dem Bogen AB ist $= 2\angle ACB$, $= 2\angle ADB$, $= 2\angle AEB$ etc., also

$$\angle ACB = \angle ADB = \angle AEB \text{ etc.}$$

nun kann man aber

$$AN = CA\ sin.\ ACB = a\ sin.\beta_1,$$
$$NB = AN\ cotg.\ ABN = a\ sin.\beta_1\ cotg.\ \delta \text{ und}$$
$$NH = AN\ cotg.\ AHN = a\ sin.\beta_1\ cotg.\ (\beta_1 + \lambda) \text{ ſetzen;}$$

daher folgt dann

$$\triangle\ ABH = \tfrac{1}{2} a^2\ sin.\beta_1^2\ [cotg.\ (\beta_1 + \lambda) - cotg.\ \delta],$$

und der Füllungscoefficient

$$\varepsilon = \frac{\triangle\ ABH}{AEE_1A_1} = \frac{\tfrac{1}{2} a^2\ sin.\beta_1^2\ [cotg.(\beta_1+\lambda) - cotg.\ \delta]}{d\,a\,\beta}.$$

Umgekehrt iſt demnach hier

$$cotg.\ (\lambda + \beta_1) = cotg.\delta + \frac{2\,\varepsilon\,\beta\,d}{a\ sin.\beta_1^2}.$$

Soll auch hier der abfließende Waſſerſpiegel von der folgenden Schaufel berührt werden, ſo hat man annähernd

$$tang.\ \lambda = (\beta_1 - \beta)\ \frac{2\,a}{d};$$

und es laſſen ſich daher mittels beider Gleichungen β und λ beſtimmen. Es iſt (ſ. Ingenieur Seite 223)

$$cotang.\ (\lambda + \beta_1) = \frac{cotg.\lambda\ .\ cotg.\beta_1 - 1}{cotg\ \lambda + cotg.\beta_1} = \frac{1 - tang.\lambda\ tang\ \beta_1}{tang.\beta_1 + tang.\ \lambda},$$

daher den letzten Werth für $tang.\ \lambda$ eingeſetzt,

$$cotg.\ (\lambda + \beta_1) = \frac{1 - (\beta_1 - \beta)\ \frac{2\,a}{d}\ tang.\ \beta_1}{tang.\ \beta_1 + (\beta_1 - \beta)\ \frac{2\,a}{d}} = \frac{d - 2\,a\,(\beta_1 - \beta)\,\beta_1}{d\,\beta_1 + 2\,a\,(\beta_1 - \beta)},$$

wenn man noch $tang.\beta_1 = \beta_1$ ſetzt. Hiernach folgt

$$\frac{d - 2\,a\,(\beta_1 - \beta)\,\beta_1}{d\,\beta_1 + 2\,a\,(\beta_1 - \beta)} = cotg.\ \delta + \frac{2\,\varepsilon\,d\,\beta}{a\,\beta_1^2},$$

und daher der geſuchte Theilwinkel

$$\beta = \frac{a\,\beta_1^2}{2\,\varepsilon\,d}\left(\frac{d - 2\,a\,(\beta_1 - \beta)\,\beta_1}{d\,\beta_1 + 2\,a\,(\beta_1 - \beta)} - cotg.\ \delta\right),$$

woraus nun die Schaufelzahl wie oben zu finden iſt.

Beiſpiel. Wenn wir im vorigen Beiſpiele den Füllungscoefficienten $\varepsilon = \frac{1}{4}$ nehmen, ſo haben wir den Theilwinkel

$$\beta = \frac{15\ .\ 0{,}1123^2}{2\ .\ \frac{1}{4}}\left(\frac{1 - 30\ .\ 0{,}1123\ (0{,}1123 - \beta)}{0{,}1123 + 30\,(0{,}1123 - \beta)} - 0{,}2413\right)$$

$$= 30\ .\ 0{,}012611\left(\frac{1 - 3{,}369\,(0{,}1123 - \beta)}{0{,}1123 + 30\ .\ (0{,}1123 - \beta)} - 0{,}2413\right)$$

$$= 0{,}37833\left(\frac{0{,}62166 + 3{,}369\,\beta}{3{,}4813 - 30\,\beta} - 0{,}2413\right).$$

Winkel zwiſchen Hauptſtrahl und Achſe.

Nimmt man annähernd $\beta = \frac{\varepsilon_1}{n_2} = 0{,}05$, ſo erhält man ſchon genauer

$$\beta = \frac{0{,}3783}{1{,}5} \frac{(0{,}0746 - 0{,}1045)}{(0{,}0746 - 0{,}3413)} = 0{,}0413$$

$$= \frac{0{,}3783}{1{,}5} \cdot 0{,}1123 = 0{,}02817;$$

nimmt man hiervon β weiter $= 0{,}045$, ſo liegt auch β' ſchon nahe:

$$\beta = 0{,}3783 \, (0{,}0746 - 0{,}1518) = 0{,}0413$$
$$= \frac{0{,}3783}{1{,}5} \cdot 0{,}385 = 0{,}0971 \qquad = 0{,}3783 \cdot 0{,}1115 = 0{,}04398.$$

Man kann folglich auch β nur $= 0{,}045$, aber $\beta' = 2^0{,}520'$ ſetzen. Die entſprechende Schnittweite iſt demnach

$$s = \frac{0{,}385}{0{,}045} = 139,$$

welche zwiſchen den beiden Grenzwerten wegen 136 zu nehmen iſt annähernd.

Bemerkung. Die Formel

$$\operatorname{cotg}(i - i') = \operatorname{cotg} \beta + \frac{2 \cdot r \cdot \delta}{n' \varepsilon'}$$

ſagt uns übrigens auch, daß i, i' um ſo mehr von einander verſchieden ſein müſſen, je größer $\operatorname{cotg} \beta$, d. h. je kleiner β, und ε', um ſo größer δ iſt, weshalb bei einem hohen Maße mit ſphäriſcher Korrektur einer übrigen gleichen Vollkommenheit der größte und bei einem mäßigen Maße mit kleinem Winkel β der kleinſte Fehler

Fig. 365.

auftritt, ſolange noch i, i' nahe gleich ſind, aber ſogleich merklich wird, ſobald i, i' ſich ſtärker unterſcheiden. Aſtigmatiſche Bilder werden alſo bei ſolchen Linſen, welche β nahe gleich Null machen, ſchon bei ſehr kleinen Maßen ſtark verzerrt, während ſie bei ſolchen, welche β nahe gleich $\frac{\varepsilon_1}{n_2}$ machen, erſt bei ſehr großen Maßen ſtark verzerrt werden.

§. 133. Die mittelſtändigen Köper ſind entweder gemein mittelſtändige, oder Kreuzköper. Die erſteren ſind Zeilenköper wie die vier- und achtſtändigen Köper; die letzteren aber ſind mit einem Wechſel der Kreuze ſowohl in Schaftfolge (I, II) als auch in Zettelfolge begonnen und ſo fortgeſetzt, daß ſie in zwei Hälften zerfallen, welche ſich in der Mitte ſpiegelbildlich gegenüber ſtehen. Die Kreuzköper ſind ebenfalls entweder gemein mittelſtändige oder Köper mit einem Wechſel der Kreuze, und zwar ſind die letzteren ebenfalls wieder in Schaft- und Zettelfolge begonnen und ſo fortgeſetzt, daß ſie in zwei ſpiegelbildlich gegenüber ſtehende Hälften zerfallen.

Kind im Hemde, mit der Rechte aufgeruht (sogn. im Palm-sonntagsstil).

Kind im Hemde, mit der Rechte aufgeruht (sogn. im Palm-sonntagsstil). Ein Kind, das noch nicht ganz 2 Jahre alt ist, steht auf einem Kissen, das auf einem Tisch liegt. Es trägt ein langes Hemd und hat die rechte Hand auf die Hüfte gestützt, während es mit der linken Hand seinen Mantel aufhebt. Die Hand hält eine Palme, die bis zum Kopf des Kindes reicht. Das Kind hat einen Heiligenschein und ist mit einem weißen Band um die Stirn und einem weißen Band um die Brust geschmückt. Hinter dem Kissen ist ein Tuch und ein Kissen, das an die Wand gelehnt ist. Es ist ein hohes Zimmer, weil hinter dem Kissen noch ein Fenster und ein Vorhang zu sehen ist. Das Kind ist ein Knabe, weil es ein Hemd trägt. Es ist ein Jesuskind, weil es eine Palme in der Hand hat. Es ist ein Jesuskind, weil es einen Heiligenschein hat. Es ist ein Jesuskind, weil es ein weißes Band um die Stirn und ein weißes Band um die Brust

Wasserleitungen über den Schelde-Canal zu Antwerpen.

Andre Dufour, Saarbrücken, 1822. Eben beschäftigt ein solcher sich in seinem Unternehmungen über den Schelde-Canal zu Antwerpen. Berlin 1831. Dieser Mann wurde vom Grafen von Thibeville auf den Canälen Brasiliens bei Rio) erbaut, in der Absicht, durch solche einen großen Wasserbehälter zu speisen. Man hatte schon den Wasserspiegel um 30 Fuß, abgleich nicht über 5 Zoll, erhoben, und 15,000 Thlr. ausgegeben. Nach seinem Plane wurde ein Aquäduct, und 2 Thäler hoher Mast in Frankreich erbaut (5. Bulletin de la société d'encouragement Nov. 1831), und vom Meister unterstützt, noch genauer Berechnung seiner Verhältnisse obiger Versuch der Wasserhebung nicht gelingen und 80 Fuß, ausgeführt zu sein. Wenn man nun über weiß, daß die Mühle mit unserer Druckhöhenpumpe nur in wenigen Stunden ein ausgetrocknetes Bett schöpfen, weil sie nur eine geringe Menge Wasser (unter 4 Zoll) gehoben, und einer Kraft eine große Schöpfkraft eine Schöpfkraft eine solchen Wasser

Ueberfall-Wehr.

§. 134. Die Wasserleitungen bei mittelmäßigen Wasserbauen

sind sehr mannichfaltig, entweder mit dem Wasser durch eine Ueberfallschöpfe, oder durch eine Seitenschleuse oder durch eine Spundschöpfe von Holz zugeführt, deren Breite es ganz frei ist. Bei den Ueberfallschöpfen AS, welche in den Figuren 267 und 268 abgebildet sind,

fließt das Wasser über den Kopf A des Schöpfwerkes, kommt an oben in der gehörigen Richtung einerne, ist es nöthig, den Schöpfkopf abzuwenden, eine an derselben eine abgerundete Druckfläche AB, Fig. 268 (auf Fig. 267), angelegte Druckfläche Schöpfkopf A, Fig. 267, ist nach der Pfeile zu drehen, welche die dessen Wasserzumessung die hier freie Bewegung beschränken, beim wollte man die mehr beschränken, in welche die der Wasserdruck gar nicht liegen, und gehn man die wenige Bewegung

so wurde entweder die Reibungscoefficiente und also auch die Leistung bei Mundst. Ungen.
Mundröhren auf der Reibungsarbeit größer ausfallen oder das Wasser weniger

Fig. 368. Fig. 369.

tangential auf das Rad gelangen. Der Theorie des Ausflusses durch Bodenöffnungen zufolge hat man $\beta = 1$, $\delta = 3500$ des Ausflusscoëfficienten, wenn e_1 die Mündungsweite und h_1 die Druckhöhe HA, Fig. 369, über der Schwelle bezeichnet, so über den Ausflusscoëfficienten entstehet,

$$Q = \tfrac{2}{3}\mu e_1 h_1 \sqrt{2gh_1};$$

ist aber das Zuflussquantum Q und die Mündungsweite e_1, da sie wenige (3 bis 4) Zoll Höhe sie wie Kanäle in a gemacht sind, gegeben, so folgt hieraus die Druckhöhe für den Ausfluß:

$$h_1 = \left(\frac{3}{2}\frac{Q}{\mu e_1\sqrt{2g}}\right)^{\frac{2}{3}} = 0{,}3307\left(\frac{Q}{\mu e_1}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Man ist nun die Gefchwindigkeit c des bei B einströmenden Waffers durch die Verhältniß $n = \frac{1}{10}$ der Radgeschwindigkeit v bestimmt, daher folgt auch das nöthige Gefälle zur Ueberwindung dieser Geschwindigkeit:

$$HM = h_2 = \frac{c^2}{2g} = \frac{(n\,v)^2}{2g},$$

oder wegen des Verlustes beim Ausfluß, wie oben,

$$h_2 = 1{,}1 \cdot \frac{(n\,v)^2}{2g}.$$

Gewöhnlich macht man $n = 2$, und daher ist $h_2 = 4{,}4 \cdot \frac{v^2}{2g}$ zu

Digitized by Google

fetzen. Man h_1 und h_2 folgt nun die Höhe AM der Aufstauung der Einlaßwasser, $h = m\,h_1 = m\,h_2$, und m muß man aus der Proportion $MD = h$, da hierin die den Druckgefälle im Rade $MD = EF = h_1 = h - h_2$ bleibt. Nach der neuen, der Theorie der Wasserwagen zufolge, den Wein-

Ueberfall-schützen.

gungswinkel $TBM = \alpha$ des Leitschaufelendes gegen den Horizont bestimmt durch die Formel

$$k = \frac{c^2 \sin.\alpha^2}{2g}, \text{ also } \sin.\alpha = \sqrt{\frac{k}{h_2}} = \sqrt{\frac{h_2 - h_1}{h_2}}$$

und die Länge der Krümmung der Leitschaufel

$$MB = l = \frac{c^2 \sin. 2\alpha}{2g} = h_2 \sin. 2\alpha.$$

Endlich ist, wenn man noch die sehr zweckmäßige Forderung macht, daß das Wasser tangential an das Rad gelangt, der Radhalbmesser $CB = CF = a$ bestimmt durch die Gleichung

$$a\,(1 - \cos.\alpha) = h - h_2, \text{ also } a = \frac{h - h_2}{1 - \cos.\alpha}.$$

Umgekehrt hat man für den Centriwinkel $BCF = \alpha_1$ des wasserhaltenden Bogens, $\cos.\alpha_1 = 1 - \frac{h - h_2}{a}$, und, wenn man der letzten Bedingung nicht Genüge leistet, also α_1 nicht $= \alpha$ macht, so hat man die Abweichung der Richtung des eintretenden Strahles von der Bewegungsrichtung der von ihm gestoßenen Schaufel: $\delta = \alpha_1 - \alpha$.

Beispiel. Wenn bei einem mittelschlägigen Rade mit Ueberfallschütze das Aufschlagwasserquantum $Q = 6$ Cubikfuß, das Totalgefälle $h = 8$ Fuß und die Umfangsgeschwindigkeit $v = 5$ Fuß ist, das Füllungsverhältniß über $\frac{2}{3}$ betragen soll, so hat man bei 1 Fuß Radtiefe die erforderliche Radweite

$e = \frac{5}{2} \cdot \frac{Q}{dv} = \frac{5 \cdot 6}{2 \cdot 1 \cdot 5} = 3$ Fuß, und wenn man nun hiernach die Weite des Ueberfalles $= 2\frac{3}{4}$ Fuß macht und $\mu = 0{,}6$ setzt, so erhält man die Wasserstandshöhe $h_1 = 0{,}3302 \left(\frac{6}{0{,}6 \cdot 11/4}\right)^{2/3} = 0{,}3302 \left(\frac{4}{1{,}1}\right)^{2/3} = 0{,}781$ Fuß.

Nimmt man $x = \frac{8}{5}$, so erhält man das Gefälle zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit $c = \frac{8}{5} \cdot 5 = 8$ Fuß, $h_2 = 1{,}1 \cdot 0{,}016 \cdot 8^2 = 1{,}126$ Fuß, und daher die Höhe der Schaufelkrümmung $k = 1{,}126 - 0{,}781 = 0{,}345$ Fuß $= 4\frac{1}{7}$ Zoll, ferner für den Neigungswinkel des Leitschaufelendes: $\sin.\alpha = \sqrt{\frac{0{,}345}{1{,}126}} = 0{,}5539$; hiernach $\alpha = 33°, 38'$, und die Breite der Leitschaufelkrümmung:

$$l = 1{,}126 \sin. 67°, 16' = 1{,}039 \text{ Fuß} = 12\frac{1}{2} \text{ Zoll}.$$

Um das Wasser tangential einzuführen, müßte das Rad den großen Halbmesser $a = \frac{h - h_2}{1 - \cos.\alpha} = \frac{8 - 1{,}126}{1 - \cos. 33°, 38'} = \frac{6{,}874}{0{,}1674} = 41{,}06$ Fuß erhalten, und wenn man es nun nur 25 Fuß hoch macht, also $a = 12{,}5$ Fuß nimmt, so erhält man für den Centriwinkel α_1 des wasserhaltenden Bogens

$$\cos.\alpha_1 = 1 - \frac{6{,}874}{12{,}5} = 0{,}450,$$

also $\alpha_1 = 63°, 16'$ und die Abweichung der Bewegungsrichtung des Wassers von der des Rades an der Eintrittsstelle:

$$\alpha_1 - \alpha = 63°, 16' - 33° 38' = 29°, 38'.$$

4. 135. Die Vorschlagwasser eines unterschlächtigen Rades durch eine Spundschütze fließen Fig. 270 vor Augen. Es ist nun das übrigens so

Fig. 270.

Wasser- und Turbinenlehre.

nahe wie möglich an das Rad gelegte Schaufelrad AG muss die tief und gut abgerundet, damit das Wasser in gehöriger Richtung und ohne Contraction durch die Schaufelkanäle fließe. Zur vertikalen Ebene

Fig. 271.

ist auch das Ende AB des Gerinnbodens zu nahezu in ferner. Die Höhe $BE = DF = h_1$, Fig. 271, bei Kropfrad heißen sie auch den Zuzugsfälle h und der Geschwindigkeitshöhe

$$h_1 = 1{,}1 \cdot \frac{v^2}{2g} = 1{,}1 \cdot \frac{u^2 v^2}{2g},$$

durch die Formel $h_1 = h = h_1$, folglich der entsprechende Centriwinkel $BOF = \alpha$, indem man findet

$$\cos. \alpha = \frac{CD}{CB} = \frac{r - h_1}{r} = 1 - \frac{h - h_1}{r}.$$

Wenn man nun das Wasser tangential einführen will, so muss man die Neigung TBM des Wasserstrahls gegen den Horizont $= \alpha$ haben, und demnach die Coordinaten $MA = A$ und $BM = l$ des Parabelstücks A durch die Formeln

$$h = \frac{c^2 \sin. \alpha^2}{2g} \text{ und } l = \frac{c^2 \sin. 2\alpha}{2g}$$

bestimmen.

Man hat aber nicht nöthig, die Schaufelkrümmung genau in den parabolischen zu legen, sondern man kann hierzu auch einen Kreis oder einen

Ausfluss- und Ueberfallmündungen.

Von Parallelogramm-Oeffnungen, von welchen zwei Seiten vertical stehen, bei der Mündungsebene tangential an der Parallel zu einer Seitenwand.

Eine weitere Wasserentleerung besteht in der Schaffung einer Ueberfallöffnung an der Canalfortsetzung AE, Fig. 272. Man muss hiebei nämlich

Fig. 272.

dann mit gewissen Wahrscheinlichkeiten, wenn der Wasserstand im Auffangcanale eine bestimmte Höhe $AB = h$ erreicht hat, wenn jener für ihn gefüllt und bedeckt sich füllen und bedecken soll, die Ueberfallöffnung verschwinden werden kann. Eine entsprechende Verringerung der Wassermenge und des Querschnittsmaasses des Leitungscanales ist dann

BE nicht möglich, wenn sich für niederste Lage h noch eine Höhenlage der Ueberfallkante von 20 bis 30 Stück von den Längenmittelungen abwenden zu lassen. Der Wasserstand kann dann bis h Meter steigen, ohne dass Wasser durch die Ueberfallöffnung ausfließt; er bleibt in der Regel im Auffangcanalbereiche $= m$ $0{,}85$ und mit der gewissen Abweichung von innen $= 0{,}90$ angenommen, dass dem Grunde fällt man auch bei Wasserhaushaltungen größer aus, als bei der Betriebsfrage, und bei der Spannfrage. Nehmen wir für p den Mittelwert $0{,}85$, so erhalten wir bei der Berechnung der Leistungsfähigkeit $\frac{1}{0{,}85^2}$ rund $= 1{,}384$ $\frac{v^2}{2g}$, und es ist hiernach die von dem Tangentialfalle h hervorbrachte Höhe des Ausflusses oder wasserhaltenden Gegend: $h_1 = h - 1{,}384$ $\frac{v^2}{2g}$. Bei verschiedenen Wassermenge macht man die Annahme, für den mittleren Wasserstand, indem man den äußersten Punkt M der mittleren Breitenlinie MN der Linie BA, über den Fuß F bis K ab $= \frac{1}{3}$ BA um $\frac{1}{3}$ BA Wasserstand, dann Wasserstand $= \frac{2}{3}$ BA und $\frac{1}{3}$ BA Wasserstand, dann Wasserstand $= \frac{1}{3}$ BA und $\frac{2}{3}$ BA Wasserstand, dann Wasserstand $= BA$ und 0 Wasserstand, dann Wasserstand $= 0$ und BA Wasserstand, dann Wasserstand $= 0$ und 0 Wasserstand, dann Wasserstand $= 0$ und 0 Wasserstand, dann Wasserstand $= 0$ und $0

am etwas jene Bedeutung, namentlich dem Brief CC., im Sinne des Ius militare, wie es Diokletian kodifizierte.

CC. 1.2.6. Die Worte: „ut ... ad ... transeat" waren nach der ursprünglichen Fassung des Gesetzes nicht auf den Fall des Todes des Vaters, sondern auf den Fall der Emanzipation, jetzt zusetzen wie Ulpian in D. 49, 17, 19, 2 tut, wie Beseler, Beitr. z. Erbvertr. II, S. 124 annimmt, nicht Diokletian, sondern Justinian. Dieser hat nämlich die Emanzipation des Sohnes durch den Vater, die nur den Zweckeines gültigen Testaments hatte, als solche beseitigt. Dann aber ist es nicht mehr nötig, daß der Vater vor der Emanzipation testiert. Es genügt, daß er nachher stirbt. Dann ist der Sohn sui heres und kann das Testament anfechten. Dies ist auch der Fall, wenn der Vater nach der Emanzipation testiert hat. Dann ist das Testament nicht ungültig, sondern der Sohn kann es anfechten. Dies ist auch der Fall, wenn der Vater nach der Emanzipation testiert hat. Dann ist das Testament nicht ungültig, sondern der Sohn kann es anfechten. Dies ist auch der Fall, wenn der Vater nach der Emanzipation testiert hat. Dann ist das Testament nicht ungültig, sondern der Sohn kann es anfechten.

Kopf- und Kropfstücke.

Kropfstücken *AD*, *DE* und aus **Kropfstücken**, welche quer über die inneren zu liegen kommen, gebildet. In der Regel befestigt man noch besondere **Wasserbänke** auf die Kropfstücke, welche das Rad zu beiden Seiten umfassen, um dadurch das seitliche Entweichen des Wassers zu verhindern. Wenn das Wasser im Zugangskanale mit derselben Geschwindigkeit seitlichen Lauf, mit welcher das Rad umläuft, so kann man den Kropf *AK*, Fig. 273, unter dem Unterboden des Rades in die Sohle *EH*

Fig. 274.

Fig. 275.

den Ausgleichungen entstehen lassen, wenn aber das Wasser langsamer entweicht, als das Anwachsen des Druckes der Auftheilungsmasse es verlangt, so muß man einen Theil des Ausgleichens verhindern.

Man wählt Schrauben mit feinem Gewinde, damit ein Unterschied zwischen den aber- und unterhalbigen Kölben schon beim Satz, bei dem nur kleine, sehr dünne Lagen der Keile Stauchungen thun, möglichst fühlbar aber auch nur ein Unterschied in der Art und Weise der Verbindung der Schrauben mit den Kölben hat. Man verschraubt hier mit Stöcke- und Stiftschrauben und zwar denken, daß man bei den Stöckeschrauben voraussetze, daß zwischen die Schrauben zwischen zwei Keilen ein Stück Holz gelegt werde, damit die Schrauben nicht abgequetscht werden, wenn Stöcke- und Furgen Zwischen Keilen oder Schraubenmutter auftreten, welche vor dem Verschrauben nicht vorhanden waren. Figur 273 ist die Stöckeschraube 273 und 275 eine Stiftschraube; Fig. 275 ist ein Bolzenmutter Fig. 274 ein eisernes Schraubenmutter. Schmale Schraubenbolzen haben nur einen, breite aber mehrere, wie die Figuren zeigen. Die Bolzen der Schrauben werden hier durch Löcher, die in die Querbalken, die den bölzernen Kölben die Form geben, eingebohrt und von der Langsamen gehörigen Kölben durchgesteckt, oder gutsitzen herüber Schraubenverbindungen eingelegt; bei den eisernen Kölben aber werden sie einmuren und bei den hölzernen Kölben Stangenmuttern und Stöcke gegossen, und dann aufgeschraubt. Die Schrauben sind gewöhnlich von Eisen, man wendet auf die Keine

Sind nun Θ Theile von $\omega_1, \omega_2 \ldots \omega_\Theta$ Kubikmaasse von Stoffen so gemischt, dass ihre Volumina $\omega_1 v_1, \omega_2 v_2 \ldots \omega_\Theta v_\Theta$ gleiche und bekannte Werthe $\omega_1, \omega_2 \ldots \omega_\Theta$ haben, so ist das Volumen ω des Gemisches, $\omega = \omega_1 v_1 + \omega_2 v_2 + \ldots + \omega_\Theta v_\Theta$.

Bezeichnet nun ferner ε den Ausdehnungscoefficienten der Luft, ε_1 den Ausdehnungscoefficienten des Gemisches, $\varepsilon_1 = \varepsilon$, so ist

Fig. 70.

Wäre nun auch der Ausdehnungscoefficient jedes der Bestandtheile gleich ε, so würde doch $\varepsilon_1 = \varepsilon$ sein, wenn nur $\omega_1 v_1 = \omega_2 v_2 = \ldots = \omega_\Theta v_\Theta$ wäre, d. h. wenn gleiche Volumina der einzelnen Bestandtheile gemischt würden.

$$\varepsilon_1 = \varepsilon = \frac{\omega_1 v_1 \varepsilon_1 + \omega_2 v_2 \varepsilon_2 + \ldots + \omega_\Theta v_\Theta \varepsilon_\Theta}{\omega_1 v_1 + \omega_2 v_2 + \ldots + \omega_\Theta v_\Theta} = \frac{1}{\Theta}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_\Theta)$$

Man hat somit drei ganze ungerade symmetrische Functionen $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ der Wurzeln x_1, x_2, x_3 der Gleichung $f(x) = 0$, welche für $x_1 = x_2$ identisch Null werden, und es ist $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$ die Bedingung, dass zwei Wurzeln der Gleichung $f(x) = 0$ einander gleich werden. Es lässt sich nun auch leicht eine Function Φ der Coefficienten a_0, a_1, a_2, a_3 von $f(x)$ aufstellen, welche für $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$ identisch Null wird, und es ist $\Phi = 0$ die Bedingung, dass zwei Wurzeln der Gleichung $f(x) = 0$ einander gleich werden. Es ist nämlich φ_1 eine ganze ungerade Function der Wurzeln x_1, x_2, x_3 vom dritten Grade, also das Product $\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3$ eine ganze gerade Function der Wurzeln vom neunten Grade, welche sich demnach als eine ganze Function vom dritten Grade der symmetrischen Grundfunctionen s_1, s_2, s_3 darstellen lässt. Da nun s_1, s_2, s_3 ganze Functionen der Coefficienten a_0, a_1, a_2, a_3 sind, so ist $\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3$ eine ganze Function Φ dieser Coefficienten, welche für $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$ identisch Null wird. Um diese Function Φ zu finden, bilde man die Gleichung

$$\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 - \Phi = 0,$$

welche für $x_1 = x_2 = x_3$ identisch erfüllt sein muss. Setzt man nun

$$x_1 = x_2 = x_3 = x,$$

so ist

$$s_1 = 3x, \quad s_2 = 3x^2, \quad s_3 = x^3,$$

$$\varphi_1 = 0, \quad \varphi_2 = 0, \quad \varphi_3 = 0,$$

$$\Phi = 0,$$

und es ist $\Phi = 0$ die Bedingung, dass drei Wurzeln der Gleichung $f(x) = 0$ einander gleich werden. Um diese Function Φ zu finden, bilde man die Gleichung

$$\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 - \Phi = 0,$$

welche für $x_1 = x_2 = x_3$ identisch erfüllt sein muss. Setzt man nun

$$x_1 = x_2 = x_3 = x,$$

so ist

$$s_1 = 3x, \quad s_2 = 3x^2, \quad s_3 = x^3,$$

$$\varphi_1 = 0, \quad \varphi_2 = 0, \quad \varphi_3 = 0,$$

$$\Phi = 0,$$

und es ist $\Phi = 0$ die Bedingung, dass drei Wurzeln der Gleichung $f(x) = 0$ einander gleich werden.

Um diese Function Φ zu finden, bilde man die Gleichung

$$\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 - \Phi = 0,$$

welche für $x_1 = x_2 = x_3$ identisch erfüllt sein muss. Setzt man nun

$$x_1 = x_2 = x_3 = x,$$

so ist

$$s_1 = 3x, \quad s_2 = 3x^2, \quad s_3 = x^3,$$

$$\varphi_1 = 0, \quad \varphi_2 = 0, \quad \varphi_3 = 0,$$

$$\Phi = 0,$$

und es ist $\Phi = 0$ die Bedingung, dass drei Wurzeln der Gleichung $f(x) = 0$ einander gleich werden.

Leistung ist noch höher für alle n, Schaufeln, welche zugleich durch den Kropf gehen

Maximum.

$$L_i = n_1 \cdot \frac{\gamma F}{2g} \cdot \left(\frac{v_1^2 + w_1^2 + v_1^2 - \frac{1}{2} v_1^2}{n} \right)$$

$$= n_1 \cdot \mu \, \frac{\gamma \, \sqrt{2g}}{2g} \left(\frac{v_1^2 + 4 \, v_1^2 + 2 \, v_1^2}{n} + \frac{4 \, v_1^2}{n} + \frac{2 \, v_1^2}{n} \right),$$

eher bei Anwendung der Simpson'schen Regel

$$L_i = n_1 \cdot \mu \, \frac{\gamma \, \sqrt{2g}}{2g} \left(\frac{v_1^2 + 4 \, v_1^2 + 2 \, v_1^2}{n} + \frac{4 \, v_1^2}{n} + \frac{v_1^2}{n} \right).$$

Unbequem ist es berechtigterweise, daß die innere Druckhöhe p_0, um Stöße unter Winkel zu vermeiden, nach dem Wasserspiegel im Windkasten, sondern nur nach dem Wasserspiegel im Wasserkropf zu nehmen hat.

Man findet aber auch einen Weg, um diesen Fehler des Rohres zu heben, und die Einführungsstücke oder die Wasserkasten überhaupt nicht genau an den Rotirungen oder an den Querschnitten der Schaufeln anfangen, sondern in der Regel 1 bis 2 Zoll davon abstehen. Dadurch werden die Wasserfäden neben über die Windschaufelringe, durch welche das Wasser mit relativ schiefen Geschwindigkeiten einfließt. Sieht nun die Ringschaufel n Mal, so n Mal, in welchen der Kropf vom Wasser befreit wird, i, i_1 u. s. w., so erhalten wir die durch diese Wandverschiedenen einfließenden Wassermengen während einer Zeitsekunde $= \tau$:

$$V_1 = 2 \, . \, \gamma_1 \, \mu_1 \, l_1 \sqrt{2 \, g \, z_1} \, . \, \tau,$$

$$V_2 = 2 \, . \, \gamma_2 \, \mu_2 \, l_2 \sqrt{2 \, g \, z_2} \, . \, \tau,$$

$$V_3 = 2 \, . \, \gamma_3 \, \mu_3 \, l_3 \sqrt{2 \, g \, z_3} \, . \, \tau.$$

Sieht nun $k_1 \, (= n)$, k_2, k_3 u. s. w. so stellige, welche den abgegrenzten Wassermengen V_1, V_2, V_3 ... entsprechen, so haben wir den mit diesen Ziffern des Wassers verbundenen Arbeitswerth

$$L_i = n_1 \cdot \gamma_1 \, \mu_1 \, l_1 \sqrt{2 \, g \, z_1} \left(\frac{k_1 \, v_1^2 + k_2 \, v_2^2 + k_3 \, v_3^2}{n} \right) \cdot \tau$$

oder bei Anwendung der Simpson'schen Regel

$$L_i = n_1 \cdot \gamma_1 \, \mu_1 \, l_1 \sqrt{2 \, g \, z_1} \left(\frac{k_1 \, v_1^2 + 4 \, k_2 \, v_2^2 + 2 \, k_3 \, v_3^2 + 4 \, k_4 \, v_4^2 + 2 \, k_5 \, v_5^2 + \ldots + k_n \, v_n^2}{n} \right) \cdot \tau.$$

Beispiele.

§ 138. Ein weiterer Vortheil mit dem ein, wenn bis ins Oberschlächtige hinaufreichender nicht mit der Oberkante des Wassers in der ruhigen Lade zu

Fig. 277.

einerlei Niveau, wie z. B. in Fig. 277 von Bayern gestaltet wird; denn hier fließt jedem Wasser aus der Lade BDD, B_1 in wie die Schaufeln BD bis Schaufeln B_1 durchlaufen, so kommt alle Zeilen außer der Radschwingungsbahn ab von dem Wasserstandsrohr FM an, so

zeugt wird. Dieser Niveauabstand ist aber veränderlich, er hat im ersten Augenblicke, wenn die Schaufel über die Schwelle weggegangen und die Oeffnung bei F entstanden ist, seinen größten Werth, wird aber immer kleiner und kleiner, je mehr Wasser aus dem Raume BEE_1B_1 geflossen ist, und fällt endlich Null aus, wenn beide Wasserspiegel in einerlei Niveau gekommen sind, also der Ausfluß durch B_1F beendigt ist. Der mittlere Werth dieses Niveauabstandes ist aber $\frac{1}{2}h_2$, und daher die Geschwindigkeitshöhe des abfließenden Wassers nicht bloß $\frac{v^2}{2g}$, sondern $\frac{v^2}{2g} + \frac{1}{2}h_2$; da wir indessen den der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ entsprechenden Verlust an Leistung schon beim Stoße in Abzug gebracht haben, so bleibt daher nur noch die Leistung von $\frac{1}{2}h_2 Q\gamma$ von der gefundenen Nutzleistung abzuziehen. Man ersieht hieraus, daß es nicht vortheilhaft ist, unter dem Kropfrade einen Abfall anzubringen, daß sich daher nur dann seine Anwendung rechtfertigen läßt, wenn man einen veränderlichen Unterwasserstand hat, so daß bei hohem Wasser zu befürchten ist, daß das Rad im Wasser watet, indem das Wasser im Untertheil des Rades tiefer steht, als im Abzugsgraben.

Verluste.

Außerdem lassen sich noch mehrere Verluste für das Kropfrad angeben. Zunächst haben wir zu berücksichtigen, daß das Wasser bei seiner Bewegung im Kropfgerinne eine Reibung zu überwinden hat, deren Coefficient ζ nach I., §. 404, für Geschwindigkeiten von 4 bis 6 Fuß 0,00769 gesetzt werden kann. Der entsprechende Gefällverlust ist, I., §. 403, $= \zeta \frac{lp}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}$, also hier, wo l die Länge des Kropfes, p den Umfang und F den Inhalt des Wasserprofiles bezeichnet, also $\frac{p}{F} = \frac{e+d}{\frac{1}{2}de}$ und annähernd $= \frac{2}{d}$ gesetzt werden kann, $h_3 = \zeta \cdot \frac{2l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0{,}0002461 \frac{l}{d} v^2$, und der entsprechende Verlust an mechanischer Arbeit: $= 0{,}0002461 \frac{lv^2}{d} Q\gamma$.

Endlich müssen wir auch den Widerstand der Luft gegen die Bewegung der Schaufeln, und vielleicht auch noch den, welchen die Radarme zu überwinden haben, berücksichtigen. Der Widerstandscoefficient der Luft ist hier nach I., §. 431, $\zeta = 1{,}25$, und die Formel für diesen Widerstand $= \zeta F\gamma \cdot \frac{v^2}{2g}$, wo F die Fläche, γ aber die Dichtigkeit der Luft bezeichnet. Führen wir nun nach I., § 333 für $\gamma = 0{,}0859$ Pfund ein, so erhalten wir diesen Widerstand $= 0{,}001718 Fv^2$, oder, wenn wir die Fläche gleichsetzen dem Inhalte $n \cdot de$ sämmtlicher n Schaufeln des Rades, denselben

Verluste. $= 0{,}001718\, n d e v^2$, und demnach den entsprechenden Verlust an mechanischer Leistung $= 0{,}001718\, n d e v^3$.

Bei den gewöhnlichen Verhältnissen betragen alle diese Verluste nur wenige Procente der ganzen Radleistung, wie wir auch in einem Beispiele weiter unten sehen werden.

Leistungsformel. §. 139. Wir können nun einen Ausdruck für die vollständige Leistung eines Kropfrades angeben, wenn wir außer den im vorigen Paragraphen gefundenen Arbeitsverlusten auch die Arbeit der Zapfenreibung in Betracht ziehen. Setzen wir die Arbeit, welche von der des Wasserdruckes übrig bleibt, nachdem man die Arbeit, welche aus dem Wasserverlust erwächst, abgezogen hat, wie in §. 128 bei den oberschlägigen Wasserrädern: $vQh_1\gamma$, und setzen wir auch, wie bei den oberschlägigen Wasserrädern, die Arbeit der Zapfenreibung $\varphi \frac{r}{a} . Gv$, so bleibt uns die Nutzleistung

$$L = Pv = \left(\frac{(c_1 \cos.\mu_1 - v_1)\, v_1}{g} + v\, h_1\right) Q\gamma - \varphi \frac{r}{a} Gv \text{ übrig.}$$

Bezeichnen wir das Totalgefälle, vom Wasserspiegel des Oberwassers bis Oberfläche des Unterwassers gemessen, durch h, so können wir wieder

$$h_1 = h - 1{,}1 . \frac{c_1^2}{2g} \text{ setzen, und bekommen nun}$$

$$L = \left[\frac{(c_1 \cos.\mu_1 - v_1) v_1}{g} + v\left(h - 1{,}1 \frac{c_1^2}{2g}\right)\right] Q\gamma + \varphi \frac{r}{a} Gv.$$

Um nun denjenigen Werth der Eintrittsgeschwindigkeit c_1 zu finden, bei welchem die Leistung am größten ausfällt, haben wir nur zu untersuchen, wenn

$$\left(\frac{c_1 v_1 \cos.\mu_1}{g} - 1{,}1 . v \frac{c_1^2}{2g}\right) Q\gamma = \frac{1{,}1 . v . c_1}{2g}\left(\frac{2 v_1 \cos.\mu_1}{1{,}1 . v} - c_1\right) Q\gamma$$

$$\text{oder } c_1 \left(\frac{2 v_1 \cos.\mu_1}{1{,}1 . v} - c_1\right)$$

ein Maximum wird. Es ist hier derselbe Fall wie in I., §. 425, und daher wie dort

$$c_1 = \frac{v_1 \cos.\mu_1}{1{,}1 . v}$$

zu setzen. Die entsprechende Maximalleistung ist

$$L = \left[vh - \left(2 - \frac{\cos.\mu_1^2}{1{,}1 . v}\right) \frac{v^2}{2g}\right] Q\gamma - \varphi \frac{r}{a} Gv.$$

Die Formel $c = \frac{v_1 \cos.\mu_1}{1{,}1 . v}$ giebt uns, da μ_1 klein, also $\cos.\mu_1$ nahe 1 und ebenso $1{,}1 . v$ nahe $= 1$ ist, auch c_1 nahe $= v_1$; wegen der leichtern und sicherern Einführung des Wassers in die Zellen macht man

aber $c_1 \cos. \mu_1 = 2 v_1$, läßt also das Wasser noch einmal so schnell in das Rad eintreten, als dieses umläuft, weshalb man die effective Radleistung

Leistungsformel.

$$L = \left[v h_1 - \left(\frac{4{,}4\, v}{\cos. \mu_1^2} - 1 \right) \frac{v_1^2}{2g} \right] Q\gamma - \varphi \frac{r}{a} G v \text{ erhält.}$$

Da dieser Ausdruck für die Leistung eines rückenschlägigen Rades nicht wesentlich verschieden ist von dem für die eines oberschlägigen, so ist ohne weitere Untersuchung leicht einzusehen, daß auch die vortheilhafteste Umdrehungszahl (s. §. 128) nahe dieselbe sein wird.

Effective Leistungen der Kropfräder.

§. 140. Ueber die Wirkungen mittelschlägiger Kropfräder sind von Morin an ziemlich gut construirten Rädern mehrfache Versuche angestellt worden. Morin vergleicht die Ergebnisse seiner Versuche mit den entsprechenden Werthen, welche die theoretische Formel

$$Pv = \left(\frac{(c \cos. \mu - v)\, v}{g} + h_1 \right) Q\gamma$$

giebt, und findet nun, daß eine ziemlich gute Uebereinstimmung sich herausstellt, wenn man den letzten Ausdruck durch einen Erfahrungscoefficienten ξ multiplicirt, also $Pv = \xi \left(\frac{(c \cos. \mu - v)\, v}{g} + h_1 \right) Q\gamma$ setzt. Das erste von den Rädern dieser Art, welche Morin in Untersuchung zog, war aus Gußeisen, hatte hölzerne schief gegen die Schütze gestellte Schaufeln und befand sich in einem sehr eng anschließenden eisernen Kropfe. Es hatte eine Höhe von $6\frac{1}{2}$ Meter, eine Breite von $1\frac{1}{2}$ Meter, ein Gefälle von $1\frac{2}{3}$ Meter, 50 Schaufeln und ging mit 1 bis 2,4 Meter Geschwindigkeit um, während das Wasser mit 2;8 bis 3,2 Meter Geschwindigkeit durch eine unter einem geneigten Schutzbrette befindliche Mündung eintrat. Der Coefficient ξ ergab sich im Mittel 0,75 und der Wirkungsgrad, mit Einschluß der Zapfenreibung, ohngefähr 0,60. Das zweite Rad, an welchem Morin Versuche angestellt hat, war ebenfalls eisern, und ging in einem sehr eng anschließenden Kropfe aus Sandsteinquadern; seine Höhe wie seine Weite war 4 Meter, die Schaufelzahl betrug 32 und das Gefälle 2 Meter. War die Geschwindigkeit des Rades 47 bis 100 Procent von der des durch einen Ueberfall zugeführten Wassers und zwar innerhalb der Grenzen 0,5 bis 1,8 Meter, so blieb der Coefficient ξ ziemlich derselbe, nämlich 0,788, der Wirkungsgrad aber 0,70. Mit einem dritten Rade wurden zwei Versuchsreihen angestellt, die eine bei einem Wassereinlauf mit Spannschütze und die andere bei einer Wasserzuführung durch eine Ueberfallschütze. Dieses Rad war größtentheils aus Holz und hing in einem eng anschließenden Kropfe, seine Höhe betrug 6 Meter und seine Schaufelzahl 40. Bei der Spannschütze ergab sich im Mittel $\xi = 0{,}792$, bei der Ueberfallschütze aber 0,809. Der Wirkungsgrad aber war im ersten Falle 0,54 und im

Effective Leistungen der Kropfräder.

zweiten 0,67. Nimmt man nun aus diesen Angaben Mittelwerthe, so erhält man für mittelschlägige Kropfräder mit Spannschützen die Leistung

$$L = 0{,}77 \left(\frac{(c \cos. \mu - v)\, v}{g} + h_1 \right) Q\gamma$$

und für die mit Ueberfallschützen

$$L = 0{,}80 \left(\frac{(c \cos. \mu - v)\, v}{g} + h_1 \right) Q\gamma.$$

wovon jedoch die Arbeit der Zapfenreibung abzuziehen ist. Die größere Wirkung bei der Ueberfallsschütze hat ihren Grund darin, daß hier das Wasser langsamer eintritt, als bei der Spannschütze, und deshalb fast nur durch Druck wirkt. Noch folgt aus den Versuchen Morin's, daß der Wirkungsgrad abnimmt, wenn das Wasser mehr als die Hälfte oder zwei Drittel der Räume zwischen den Schaufeln ausfüllt, daß die Wirkung sich nicht sehr verändert, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Rades innerhalb der Grenzen 0,5 und 2,0 Meter bleibt.

Egen hat Versuche (s. die obenangeführte Abhandlung desselben) an einem 23 Fuß hohen und $4\frac{1}{3}$ Fuß weiten Kropfrade angestellt. Dieses Rad hatte noch zwei Eigenthümlichkeiten; es waren nämlich die 69 übrigens gut ventilirten Schaufeln desselben genau so gedeckt, wie bei oberschlägigen Rädern, und es bestand die Schütze aus zwei Theilen, wovon, je nachdem es der Wasserstand erforderte, bald die eine oder obere, bald die andere oder untere gezogen werden konnte. Obgleich der Kropf sehr genau an das Rad anschloß, so fand Egen den Wirkungsgrad dieses Rades im günstigsten Falle doch nur 0,52, und im Mittel, bei 6 Cubikfuß Aufschlag pr. Sec. und bei 4 Umdrehungen pr. Min., denselben gar nur 0,48.

Versuche mit einem mittelschlägigen Kropfade werden noch in Bulletin de la Societé indust. de Mulhouse. T. XVIII. s. Polytechn. Centralblatt, Bd. IV. 1844) mitgetheilt. Dieses Rad war von Holz, hatte eine Höhe von 5 Metern und eine Weite von 4 Metern, und bestand aus 3 Abtheilungen, welche durch zwei Mittelkränze hervorgebracht wurden. Das Kropfgerinne schloß sich an ein paraboliſches Gerinne von 0,2 Meter Höhe an und das Wasser trat in dieses durch eine Ueberfallsschütze mit ebenfalls 0,2 Meter Höhe; es war daher die Eintrittsgeschwindigkeit c ohngefähr 2,8 Meter. Das ganze Gefälle betrug 2,7 Meter, und die Umfangsgeschwindigkeit des Rades $1\frac{1}{2}$ bis 3 Meter. Die Wasserfüllung betrug $\frac{1}{3}$ bis $\frac{2}{3}$, und der Wirkungsgrad fiel gerade bei größerer Zellenfüllung größer aus, als bei kleinerer Füllung der Zellen; nämlich bei starker Füllung 0,80, bei mittlerer aber nur 0,73 und bei schwacher Füllung gar nur 0,52. Die Versuche über die Leistungen bei verschiedenen Füllungen ließen sich hier, da jede der Abtheilungen des Rades besonders beaufschlagt werden konnte, sehr bequem und sicher ausführen.

Ausfluß. Ist für einen Ausfluß $Q = 15$ Kubikfuß, und für ein Gefälle $h = 2$', Fuß die Anordnung und Berechnung eines mittelschlächtigen Kropfrades zu verfertigen, welches mit 3 Fuß Geschwindigkeit umgehen soll. Nehmen wir die Radtiefe eines Kropfrades meiner 3 Fuß an, und lassen wir die Zellen

Mittelschlächtiges Kropfrad.

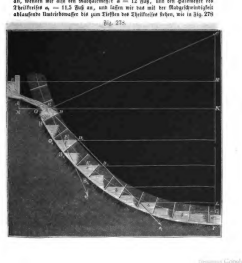
halb füllen, so bekommen wir zunächst die Radweite $= \frac{2Q}{cv} = \frac{30}{1 \cdot 5} = 6$ Fuß;

lassen wir ferner das Wasser beynahe in Scheitel einströmen als das Rad umgeht, so bekommen wir für die Mittelgeschwindigkeit $c_1 = 2 \cdot 5 = 10$ Fuß, und das zur Erzeugung dieser Geschwindigkeit nöthige Gefälle

$$h_1 = 1{,}1 \frac{v^2}{2g} = 1{,}1 \cdot 0{,}016 \cdot 100 = 1{,}76 \text{ Fuß}.$$

Ziehen wir hiervon Triebgefälle zum Totalgefälle ab, so bleibt für das Druckgefälle oder für die Druckhöhe $h_2 = h - h_1 = 2{,}5 - 1{,}76 = 0{,}74$ Fuß übrig. Nehmen wir, damit das Wasser nicht über das Rad ausfließe, eine größere Radtiefe von 7,4 Fuß an, wovon wir also den Radhalbmesser $a = 12$ Fuß, und den Halbmesser des Theilkreises $a_1 = 11{,}3$ Fuß ist, und lassen wir das mit der Radgeschwindigkeit ablaufende Umtriebswasser bis zum Durchmesser des Theilkreises fließen, wie in Fig. 278

Fig. 278.



der Fall $\mathfrak{P}_1 = \mathfrak{P}_2$, $\mathfrak{P}_3 = \mathfrak{P}_4$ eintreten kann. Betrachten wir z. B. $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_3$, so ist $\mathfrak{P}_1 \mathfrak{P}_3$ von der Ordnung $n^2 - 2n$, also $\mathfrak{P}_1 \mathfrak{P}_3 = \mathfrak{P}_2 \mathfrak{P}_4$ von der Ordnung $n^2 - 2n$. Ferner ist $\mathfrak{P}_1 \mathfrak{P}_3 = \mathfrak{P}_2 \mathfrak{P}_4 = \mathfrak{P}_1 \mathfrak{P}_4 = \mathfrak{P}_2 \mathfrak{P}_3$, und somit $\mathfrak{P}_1 \mathfrak{P}_3 = \mathfrak{P}_2 \mathfrak{P}_4 = \mathfrak{P}_1 \mathfrak{P}_4 = \mathfrak{P}_2 \mathfrak{P}_3 = \mathfrak{P}$ von der Ordnung $n^2 - 2n$. Die Kurve $\mathfrak{P}$ besteht aus $n^2 - 2n$ Geraden, welche durch die n^2 Punkte $\mathfrak{P}_1, \mathfrak{P}_2, \mathfrak{P}_3, \mathfrak{P}_4$ hindurchgehen. Wir können diese Geraden $n^2 - 2n$ Paaren zuordnen, welche sich in den Punkten $\mathfrak{P}_1, \mathfrak{P}_2, \mathfrak{P}_3, \mathfrak{P}_4$ schneiden. Wir wollen nun den Fall betrachten, daß $\mathfrak{P}_1 = \mathfrak{P}_2$, $\mathfrak{P}_3 = \mathfrak{P}_4$ ist, aber $\mathfrak{P}_1 \mathfrak{P}_3 = \mathfrak{P}_2 \mathfrak{P}_4$ nicht eintritt. Wir können dann die Gleichungen der Kurven $\mathfrak{P}_1 \mathfrak{P}_3$ und $\mathfrak{P}_2 \mathfrak{P}_4$ resp. in der Form $\varphi_1 \psi_1 = 0$ und $\varphi_2 \psi_2 = 0$ annehmen, wo $\varphi_1 = 0$ und $\varphi_2 = 0$ die Gleichungen der Geraden $\mathfrak{P}_1 \mathfrak{P}_3$ und $\mathfrak{P}_2 \mathfrak{P}_4$ sind, und $\psi_1 = 0$, $\psi_2 = 0$ Kurven $(n-1)^{\text{ter}}$ Ordnung sind, welche durch die $(n-1)^2$ Schnittpunkte von $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_3$ hindurchgehen. Es ist $\mathfrak{P}_1 \mathfrak{P}_4 = \mathfrak{P}_2 \mathfrak{P}_3 = \mathfrak{P}$, wenn $\varphi_1 \psi_2 = \varphi_2 \psi_1$ ist. Wenn nun $\varphi_1 = \varphi_2$ ist, so ist $\mathfrak{P}$ gleich $\varphi_1 (\psi_1 + \psi_2) = 0$, wo $\psi_1 + \psi_2 = 0$ eine Kurve $(n-1)^{\text{ter}}$ Ordnung ist, welche durch die $(n-1)^2$ Punkte hindurchgeht, in denen sich $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_3$ schneiden. Wenn φ_1 und φ_2 nicht identisch sind, so ist $\varphi_1 \psi_2 = \varphi_2 \psi_1$ eine Kurve n^{ter} Ordnung, welche durch die $(n-1)^2$ Schnittpunkte von $\mathfrak{P}_1$ und $\mathfrak{P}_3$ hindurchgeht, und außerdem durch die n Punkte, in denen sich φ_1 und φ_2 schneiden. Wir können also $\mathfrak{P}$ in der Form $\varphi_1 \varphi_2 (\varphi_1 - \varphi_2) = 0$ darstellen.

daher $x = \frac{Q}{\mu e \sqrt{2g\left(0{,}945 - \frac{x}{2}\right)}} = \frac{15}{0{,}9 \,.\, 6 \,.\, 7{,}906 \sqrt{0{,}945 - \frac{x}{2}}}$ Effective Leistungen der Kropfräder.

$$= \frac{5}{14{,}23\sqrt{0{,}945 - \frac{x}{2}}} = \frac{0{,}351}{\sqrt{0{,}945 - \frac{x}{2}}};$$

woraus nun genau $x = 0{,}4$ Fuß sich ergiebt. Die theoretische Leistung dieses Rades ist hiernach

$$L = \left(\frac{(c_1 \cos.\mu_1 - v)v_1}{g} + h_2\right) Q\gamma = \left(\frac{(10\cos.20^0 - 5)\,5}{31{,}25} + 6{,}74\right) . 15 . 66$$

$= (0{,}032 \,.\, 4{,}397 \,.\, 5 + 6{,}74) \,.\, 990 = 7{,}443 \,.\, 990 = 7368$ Fußpfund,

während die disponible Leistung $= 8{,}5 \,.\, 990 = 8415$ Fußpfund beträgt. Es ist nun der Verlust abzuziehen, welcher durch das Entweichen des Wassers im schädlichen Raume entsteht. Nehmen wir die Weite dieses schädlichen Zwischenraumes zwischen Rad und Kropfboden $s = 1$ Zoll $= {}^1/_{12}$ Fuß an, so bekommen wir den Inhalt der Spalte, durch welche das Wasser entweicht, $se = {}^1/_{12} \,.\, 6 = {}^1/_2$ Quadratfuß.

Um nun die Arbeit zu finden, welche mit dem durch den schädlichen Raum es fließenden Wasser verloren geht, theilen wir den im Kropfe liegenden Theilkreisbogen EG in sechs gleiche Theile, construiren für jeden dieser Theilpunkte eine Zelle sammt Wasser in derselben, und messen nun die entsprechenden Wasserhöhen z_0, z_1, z_2 u. s. w., so wie die Bogenlänge l_0, l_1, l_2 u. s. w. und die Gefälle h_0, h_1, h_2 u. s. w., und führen endlich die durch die Formeln in §. 137 angegebenen Rechnungen aus. Genaue Messungen haben in dem vorliegenden Falle

$z_0 = 0{,}70$; $z_1 = 0{,}69$; $z_2 = 0{,}67$: $z_3 = 0{,}50$; $z_4 = 0{,}30$; $z_5 = 0{,}14$; $z_6 = 0{,}00$

gegeben, und es ist hiernach

$$z_0^{3/2} = 0{,}586;\ z_1^{3/2} = 0{,}573;\ z_2^{3/2} = 0{,}548;\ z_3^{3/2} = 0\,354;$$

$$z_4^{3/2} = 0{,}164;\ z_5^{3/2} = 0{,}052;\ z_6^{3/2} = 0;$$

folglich der Mittelwerth aller dieser Potenzen:

$$z^{3/2} = \frac{0{,}586 + 4\,.\,0{,}573 + 2\,.\,0\,548 + 4\,.\,0{,}354 + 2\,.\,0.164 + 4\,.\,0{,}052 + 0}{18} = 0{,}329;$$

ist nun noch die Anzahl der Schaufeln in einem Kropfe: $n_1 = 13$, setzt man $\sqrt{2g} = 7{,}906$ und $\mu = 0{,}7$; so können wir den Verlust an Arbeit, welcher der Bewegung des Wassers aus der einen Zelle in die andere entspricht, setzen:

$$L_1 = n_1 \,.\, \mu e s \gamma \sqrt{2g} \,.\, z^{3/2} = 13 \,.\, 0{,}7 \,.\, {}^1/_2 \,.\, 7{,}906 \,.\, 0{,}329 \,.\, 66$$

$= 9{,}1 \,.\, 3{,}953 \,.\, 0{,}329 \,.\, 66 = 771$ Fußpfund.

Ferner sind die den obigen Wasserhöhen entsprechenden Wasserbögen

$l_0 = 0{,}74$; $l_1 = 0{,}85$; $l_2 = 1{,}03$; $l_3 = 1{,}04$; $l_4 = 1.04$; $l_5 = 1{,}04$; $l_6 = 1.04$.

und die Gefälle

$h_0 = 6{,}74$; $h_1 = 4{,}84$; $h_2 = 3{,}19$; $h_3 = 1{,}81$; $h_4 = 0.79$; $h_5 = 0{,}14$; $h_6 = 0{,}00$,

hieraus folgen die Producte

$1 \,.\, h_0 l_0 \sqrt{z_0}$, $4 \,.\, h_1 l_1 \sqrt{z_1}$, $2 \,.\, h_2 l_2 \sqrt{z_2}$ u. s. w.;

$1 \,.\, 6{,}74 \,.\, 0{,}74 \sqrt{0{,}70} = 4{,}173$; $4 \,.\, 4{,}84 \,.\, 0{,}58 \sqrt{0{,}69} = 13{,}669$;

$2 \,.\, 3{,}19 \,.\, 1{,}03 \sqrt{0{,}67} = 5{,}379$; $4 \,.\, 1{,}81 \,.\, 1{,}04 \sqrt{0{,}50} = 5{,}325$;

$2 \,.\, 0{,}79 \,.\, 1{,}04 \sqrt{0{,}30} = 0{,}900$; $4 \,.\, 0{,}14 \,.\, 1{,}04 \sqrt{0{,}14} = 0{,}218$;

und hiernach ist der mittlere Werth $hl\sqrt{z} = 1{,}648$.

Effective Leiſtungen der Kropfräder.

Mit Hülfe des letzteren berechnet ſich nun der Verluſt an Arbeit, welcher aus dem ſeitlichen Abfließen des Waſſers erwächſt, wenn wir $\mu = 0{,}5$ annehmen,

$$L_2 = n_1 \,.\, {}^4/_3\, \mu s y \sqrt{2g}\,.\, hl\sqrt{z}$$

$$= 13 \,.\, {}^4/_3 \,.0{,}5\,.\,{}^{66}/_{12}\,.\,7{,}906\,.\,1{,}648 = {}^1/_3\,.\,13\,.\,11\,.\,7{,}906\,.\,1{,}648 = 621 \text{ Fußpfd.}$$

Beide durch den Spielraum des Rades im Kropfe herbeigeführten Arbeitsverluſte betragen folglich $L_1 + L_2 = 771 + 621 = 1392$ Fußpfund; und es bleibt ſonach von der gefundenen Leiſtung $L = 7368$ Fußpfund nur noch die effective Leiſtung $7368 - 1392 = 5976$ Fußpfund übrig. Ferner geht noch die durch die Reibung des Waſſers im Kropfe herbeigeführte Arbeit

$$L_3 = 0{,}0002461\,.\,\frac{l_2^2}{d}\,Q\gamma,$$

wenn man die Länge des Kropfes $l = \frac{65^0{,}5}{180^0}\,.\,12\,n = 13{,}7$ Fuß nimmt,

$$L_3 = 0{,}0002461\,.\,13{,}7\,.\,25\,.\,15\,.\,66 = 83 \text{ Fußpfund verloren.}$$

Der Arbeitsverluſt, welchen der Luftwiderſtand hervorbringt, iſt

$$L_4 = 0{,}001924\,.\,n d e v^3,$$

oder, wenn man $n = 60$ Schaufeln anwendet,

$$L_4 = 0{,}001924\,.\,60\,.\,6\,.\,1\,.\,125 = 87 \text{ Fußpfund.}$$

Es gehen folglich durch die letzten beiden Widerſtände noch $81 + 87 = 168$ Fußpfund verloren, ſo daß die Nutzleiſtung $6230 - 168 = 6062$ Fußpfund übrig bleibt. Setzen wir noch das Radgewicht $G = 3000\,\frac{L}{\varepsilon u}$, und nehmen wir den Füllungscoefficienten $\varepsilon = {}^1/_2$, die Umdrehungszahl $u = \frac{30\,.\,5}{n\,.\,12} = \frac{25}{2n} = 4$ und die Leiſtung $L = \frac{6062}{510} = 12$ Pferdekräfte an, ſo bekommen wir das Radgewicht $= \frac{3000\,.\,12}{{}^1/_2\,.\,4} = 18000$ Pfund, hiernach den Zapfenhalbmeſſer

$$r = 0{,}002\,\sqrt{9000} = 0{,}192 \text{ Fuß oder beſſer } 0{,}2 \text{ Fuß,}$$

und endlich noch den Arbeitsverluſt wegen der Zapfenreibung

$$Ls = \frac{r}{a}\,\varphi\, Go = \frac{0{,}2}{11{,}5}\,.\,0{,}1\,.\,18000\,.\,5 = 156 \text{ Fußpfund.}$$

Auf dieſe Weiſe bleibt die letzte Nutzleiſtung des Rades:

$$L = 5976 - 156 = 5820 \text{ Fußpfund} = 11{,}4 \text{ Pferdekräfte,}$$

endlich der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{5820}{8415} = 0{,}692.$$

Unterſchlägige Waſſerräder

§. 141. Die unterſchlägigen Waſſerräder hängen in der Regel in einem Gerinne, und dieſes Gerinne muß mit ſeinem Boden und mit ſeinen Seitenwänden das Rad möglichſt genau umſchließen, damit ſich ſo wenig wie möglich Waſſer der Wirkung auf das Rad entziehen kann. Aus dieſem Grunde iſt auch die Anwendung von einem Kropfgerinne, welches das Rad längs eines kleinen Bogens concentriſch umfaßt, zweckmäßiger, als die Anwendung von einem Schnurgerinne, welches das Rad

war tangirt. Lehrbuch gemäss sind Kropfgerinne, wenn es sich nur auf

Fig. 280.

nen einer Achse mit Schaufeln versehen sind, und Zellenräder, wenn sie mit Schaufeln und Zellen versehen sind. Ferner unterscheidet man die Räder noch nach der Lage der Achse, ob sie horizontal oder vertikal ist, und nach der Art, wie das Wasser auf das Rad geleitet wird, ob es nämlich von oben, von der Seite oder von unten auf das Rad fällt. Wir werden demnach zuerst die Räder mit horizontaler Achse, dann die mit vertikaler Achse betrachten, und bei jeder dieser Abtheilungen zuerst die Räder mit Schaufeln, dann die mit Zellen, und bei jeder dieser Unterabtheilungen zuerst die Räder mit Wasserfall, dann die mit Stoss, und endlich bei jeder dieser Unterabtheilungen zuerst die Räder mit Wasserfall von oben, dann die mit Wasserfall von der Seite, und endlich die mit Wasserfall von unten.

Räder mit horizontaler Achse.

Räder mit Schaufeln.

§ 142. **Zahnradgerinne mit Wasserfall von oben.** Wenn ein Zahnradgerinne mit Wasserfall von oben, wie in Fig. 280, vorhanden ist, so kann man, wenn die Geschwindigkeit c des Wassers im Gerinne, die Geschwindigkeit v der Schaufeln, die Wassermenge Q und die Höhe h des Wassers im Gerinne gegeben sind, die Anzahl n der Schaufeln, die Breite b und die Höhe a einer Schaufel, den Halbmesser r des Rades und die Höhe H des Gefälles, welches das Rad erhalten muss, berechnen.

Fig. 281.

Es ist nämlich $\frac{Q}{bh}$ die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in die Schaufeln fällt, und $c - \frac{Q}{bh}$ die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus den Schaufeln fällt, wenn man den Widerstand der Luft nicht in Betracht zieht. Demnach ist die Arbeit, welche das Wasser an das Rad abgibt, $= \frac{Q\gamma}{g}\left(c - \frac{Q}{bh}\right)v$, wenn γ das Gewicht der Volumseinheit Wasser bezeichnet. Diese Arbeit muss $= Q\gamma H$ sein, daher ist

$$H = \frac{1}{g}\left(c - \frac{Q}{bh}\right)v \quad \ldots \quad (1)$$

Ferner ist $\frac{Q}{bh}$ die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in die Schaufeln fällt, und $\frac{Q}{bh} - v$ die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus den Schaufeln fällt, wenn man den Widerstand der Luft nicht in Betracht zieht. Demnach ist die Arbeit, welche das Wasser an das Rad abgibt, $= \frac{Q\gamma}{g}\left(\frac{Q}{bh} - v\right)v$, wenn γ das Gewicht der Volumseinheit Wasser bezeichnet. Diese Arbeit muss $= Q\gamma H$ sein, daher ist

$$H = \frac{1}{g}\left(\frac{Q}{bh} - v\right)v \quad \ldots \quad (2)$$

Ferner ist $\frac{Q}{bh}$ die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in die Schaufeln fällt, und $\frac{Q}{bh} - v$ die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus den Schaufeln fällt, wenn man den Widerstand der Luft nicht in Betracht zieht. Demnach ist die Arbeit, welche das Wasser an das Rad abgibt, $= \frac{Q\gamma}{g}\left(\frac{Q}{bh} - v\right)v$, wenn γ das Gewicht der Volumseinheit Wasser bezeichnet. Diese Arbeit muss $= Q\gamma H$ sein, daher ist

$$H = \frac{1}{g}\left(\frac{Q}{bh} - v\right)v \quad \ldots \quad (2)$$

Unterschlägige Kropfräder.

Wassers durch den Stoß mindestens die Hälfte der disponiblen Leistung verloren geht, während bei der Druckwirkung durch das Entweichen des Wassers im schädlichen Raume höchstens $^1/_4$ an der zu Gebote stehenden Leistung verloren wird. Die hierüber angestellten Versuche haben dies auch zur Genüge bewiesen. Das eine Rad, an welchem Morin Versuche angestellt hat, war 6 Meter hoch und 1,6 Meter lang und hatte 36 radial gestellte Schaufeln. Das Schutzbrett war $34^1/_2{}^0$ gegen den Horizont geneigt und die Mündung unter demselben stand noch 0,78 Meter vom Anfange des Kropfgerinnes ab. Das Totalgefälle betrug im Mittel 1,9 Meter, die Druckhöhe vor der Ausflußmündung aber im Mittel 1,4 Meter, es war demnach das Druckgefälle ohngefähr 0,5 Meter. Die Umfangsgeschwindigkeit des Rades war 2 bis 4 Meter und die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers 5 bis $5^1/_2$ Meter. So lange $\frac{v}{c}$ den Werth $= 0{,}63$ nicht übertraf, ergab sich der Wirkungsgrad im Mittel $\eta = 0{,}41$, wenn aber $\frac{v}{c}$ zwischen den Grenzen 0,5 und 0,8 war, so stellte sich η im Mittel nur 0,33 heraus. Wenn die schon früher gebrauchten Bezeichnungen, c, v, Q und h auch hier gelten, so hat man hiernach für die Leistung dieses Rades, ohne Rücksicht auf Zapfenreibung, im ersten Falle

$$Pv = 0{,}74 \left(\frac{(c-v)\,v}{g} + h_1 \right) Q\gamma,$$

und im zweiten $Pv = 0{,}60 \left(\frac{(c-v)\,v}{g} + h_1 \right) Q\gamma.$

Das zweite Rad, mit welchem Morin noch Versuche angestellt hat, war beinahe 4 Meter hoch, ohngefähr 0,8 Meter weit, 0,3 Meter tief und hatte nur 24 Schaufeln. Das Wasser floß aus der Mündung eines vertikalen Schutzbrettes, und gelangte von da durch ein 0,8 Meter langes horizontales Gerinne bis zum Rade. Dieses Gerinne sowie der Kropf war von Quadersteinen, und es hatte der schädliche Raum nur 0,005 Meter Weite. Das Gefälle betrug im Mittel 0,78 bis 1 Meter, die Druckhöhe des Wassers hinter der Schütze aber war 0,15 bis 0,45 Meter. Die Versuche wurden bei sehr verschiedenen Umfangsgeschwindigkeiten des Rades angestellt, bei sehr kleinen Geschwindigkeiten war der Wirkungsgrad auch sehr klein, bei der mittleren Geschwindigkeit von 1,5 Meter aber war er am größten, und wenn dann die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers hiervon nicht viel verschieden war, so stellte sich der größte Wirkungsgrad 0,49 heraus. Für die Geschwindigkeitsverhältnisse innerhalb der Grenzen $\frac{v}{c} = {}^1/_4$ und $\frac{v}{c} = {}^3/_4$ hat sich im Mittel genau wie beim vorigen Rade $\varkappa = 0{,}74$ herausgestellt, daher auch hier die Formel $Pv = 0{,}74 \left(\frac{(c-v)\,v}{g} + h_1 \right) Q\gamma$ gilt.

Morin macht nun mit den Resultaten seiner Versuche an Kropfrädern überhaupt, folgende Zusammenstellung. Für Räder, wo $h_1 = 1/4\ h$ ist, läßt sich $\varkappa = 0{,}40$ bis $0{,}45$, wo $h_1 = 2/3\ h$ ist, $\varkappa = 0{,}42$ bis $0{,}49$, wo $h_1 = 2/3\ h$ ist, $\varkappa = 0{,}47$, wo $h_1 = 3/4\ h$ ist, $\varkappa = 0{,}55$ setzen. Unterschlägige Kropfräder.

Beispiel. Man soll die Leistung eines unterschlägigen Kropfrades von 15 Fuß Höhe angeben, welches in der Minute 8 Umdrehungen macht, ein Gefälle von 4 Fuß und ein Wasserquantum von 20 Cubikfuß benutzt. Die Umfangsgeschwindigkeit ist $v = \frac{\pi\, u\, a}{30} = \frac{\pi \,.\, 8 \,.\, 15}{60} = 6{,}283$ Fuß; und wenn nun die Wassergeschwindigkeit doppelt so groß ist, so hat man die Druckhöhe des Wassers vor dem Schutzbrette, oder das sogenannte Stoßgefälle,

$$= 1{,}1 \,.\, \frac{c^2}{2g} = 1{,}1 \,.\, 0{,}016 \,.\, 12{,}566^2 = 2{,}779 \text{ Fuß};$$

daher bleibt für Druckgefälle $h_1 = 4 - 2{,}779 = 1{,}221$ Fuß übrig, und es ist nun die theoretische Leistung $L = (0{,}032 \,.\, 6{,}283^2 + 1{,}221) \,.\, 20 \,.\, 66 = (1{,}263 + 1{,}221) \,.\, 1320 = 3270$ Fußpfund. Nun hat man aber hier h_1 nur $\frac{1{,}221}{4}\ h = 0{,}3\ h$, daher möchte der Coefficient $\varkappa$ nur $0{,}42$ zu setzen, also die Leistung $L = 0{,}42 \,.\, 3279 = 1377$ Fußpfund zu nehmen, und hiervon selbst noch die Arbeit der Zapfenreibung abzuziehen sein.

§. 143. Die schwächsten Leistungen liefern die unterschlägigen Räder im Schnurgerinne, weil dieselben nur durch den Wasserstoß in Umdrehung gesetzt werden, und weil sie überdies noch ein bedeutendes Wasserquantum unbenutzt fortgehen lassen. Sie kommen nur bei unbedeutenden Gefällen von noch nicht 4 Fuß vor, weil hier die Anwendung eines Kropfes noch keine wesentlichen Vortheile gewährt. Wegen ihrer geringen Leistung ersetzt man sie gern durch Ponceleträder, oder durch Turbinen, wovon in der Folge die Rede sein wird. Man giebt diesen Rädern nur 12 bis 24 Fuß Höhe, und versieht sie mit 24 bis 48, meist radial oder unten wenig nach der Schütze zu schräg gestellten Schaufeln. Die Schaufeln müssen dreimal so breit gemacht werden, als der ankommende Wasserstrahl dick ist, weil das Wasser nach vollbrachtem Stoße mit dem Rade eine Geschwindigkeit annimmt, die bei der größten Wirkung 35 bis 40 Procent der Geschwindigkeit des Wassers vor dem Stoße ist, daher der fortfließende Wasserstrom $2\frac{1}{2}$ bis 3mal so dick ist, als der ankommende Wasserstrahl. In der Regel ist der ankommende Wasserstrahl 4 bis 6 Zoll dick, daher die Höhe des fortgehenden Wassers 10 bis 18 Zoll, und die nöthige Schaufelbreite, damit das Wasser nicht nach innen überfließe, 12 bis 20 Zoll. Das Schnurgerinne, in welchem ein gemeines unterschlägiges Rad hängt, ist entweder horizontal, wie AB, Fig. 282 (auf folgd. Seite), oder geneigt, wie AB, Fig. 283. Damit so wenig wie möglich Wasser unbenutzt durchgehe, darf der Zwischenraum Räder im Schnurgerinne.

Figure 1. Ein Kraftwerk mit Dampfturbinen- und Dieselmotorenbetrieb.

Figure 2. Ein Kraftwerk mit Dampfturbinenbetrieb.

Figure 3. Ein Kraftwerk mit Dieselmotorenbetrieb.

mit dem Rot 20 und den übrigen. Sie teilt annähernd die Gesamtfläche in zwei gleiche Teile, so daß also die Hälfte der Gesamtfläche ungefähr die Begrenzung durch die Kurve 20 hat. Diese Kurve 20 ist also ein Maß für die Ausdehnung der Gesamtfläche.

Z. B. 20 = 24 Millimeter ist ein Maß für 4 in Millimeter ausgedrückte Radien, also $\frac{24}{4} = 6$ Millimeter ist ein Maß für den Radius eines Kreises, der ungefähr die Hälfte der Gesamtfläche hat. Es ist $\frac{6 \cdot 6 \cdot \pi}{2} = 56{,}5$ qmm.

Rund ist Chlorophyll in derselben Zeit $\frac{20}{4} = \frac{5}{1}$ Millimeter und ist die Halbierungsfläche $\frac{5 \cdot 5 \cdot \pi}{2} = 39{,}3$ qmm.

Es ist also, die weißen Zwischenräume mit gerechnet, Chlorophyll 1,44 Mal, die weißen Zwischenräume 1,44 Mal und Rot 1,44 Mal so schnell ausgeblichen, als wenn sie in einer Ebene ausgebreitet wären. Diese Zahlen sind nicht sehr genau, weil die Kurven 20 nicht genau gezeichnet sind. Sie sind aber genau genug, um zu zeigen, daß die Ausbleichung in der weißen Mittelzone nicht viel schneller ist als in einer Ebene.

Fig. 20.

Fig. 20, 21, 22 und 23 sind Photographien der Mittelzone von Fig. 19, 21, 22 und 23. Die Mittelzone ist rund um 4 Millimeter vergrößert. Die Kurven 20 sind gezeichnet. Sie sind Maße für die Halbierungsflächen. Es ist also, wenn man die Kurven 20 für Rot und Chlorophyll in Fig. 20 und 21 mißt, ein Maß für die Halbierungsflächen gefunden. Es ist

Fig. 21.

Rotchlorophyll $\frac{20}{4} = \frac{5}{1}$, rund ist Rotchlorophyll wie Rund $= 1{,}44$ Mal so schnell ausgeblichen, als wenn sie in einer Ebene ausgebreitet wären. Rot $\frac{20}{4} = \frac{5}{1}$, rund ist Rot wie Rund $= 1{,}44$ Mal so schnell ausgeblichen, als wenn sie in einer Ebene ausgebreitet wären.

Es ist also Rot so schnell wie Rotchlorophyll ausgeblichen.

Fig. 22.

Die Kurven 20 in Fig. 22 und 23 sind nicht genau gezeichnet. Sie sind aber genau genug, um zu zeigen, daß die Ausbleichung in der weißen Mittelzone nicht viel schneller ist als in einer Ebene.

Fig. 23.

Die Ebene ε schneide die Ebenen α und β in den Geraden a und b, die sich im Punkte S schneiden mögen. Dann ist S ein Punkt der Geraden s, welche die Ebenen α und β gemeinsam haben. Es ist nämlich

$$S_1 = \left(\frac{a_1}{a_4}, \frac{a_2}{a_4}, \frac{a_3}{a_4}\right) = \left(\frac{b_1}{b_4}, \frac{b_2}{b_4}, \frac{b_3}{b_4}\right).$$

Mit der in Gleichung (6) Nr. 4 angegebenen Bedeutung der Determinanten A_{ik} ist

$$\frac{a_1}{a_4} = \frac{A_{14}}{A_{44}}, \quad \frac{a_2}{a_4} = \frac{A_{24}}{A_{44}}, \quad \frac{a_3}{a_4} = \frac{A_{34}}{A_{44}}$$

Schnitt zweier Ebenen. Wenn nun die Determinante A_{44} nicht gleich Null ist, so haben wir in

$$x_1 A_{14} + x_2 A_{24} + x_3 A_{34} + x_4 A_{44} = 0$$

eine Gleichung, welche durch die Koordinaten $\frac{A_{14}}{A_{44}}, \frac{A_{24}}{A_{44}}, \frac{A_{34}}{A_{44}}, 1$ des Punktes S befriedigt wird. Ebenso folgt für $b_1 : b_2 : b_3 : b_4$ dieselbe Gleichung. Also ist S ein Punkt der Geraden s.

Ist $A_{44} = 0$, so ist $\frac{A_{14}}{A_{44}}$ und $\frac{A_{24}}{A_{44}}$ unendlich groß, und wir haben

$$\frac{a_1}{a_4} = \frac{A_{14}}{A_{44}} = \frac{b_1}{b_4}, \quad \frac{a_2}{a_4} = \frac{A_{24}}{A_{44}} = \frac{b_2}{b_4}.$$

Die beiden Ebenen α und β haben also in diesem Falle die Gerade s gemeinsam, welche parallel zur x_3-Achse ist. Ist nämlich $\frac{a_1}{a_4} = \frac{b_1}{b_4} = \frac{A_{14}}{A_{44}} = \frac{A_{34}}{A_{44}} = \frac{A_{34}}{A_{44}} = \frac{A_{34}}{A_{44}}$ und $\frac{a_2}{a_4} = \frac{b_2}{b_4} = \frac{A_{24}}{A_{44}} = \frac{A_{34}}{A_{44}} = \frac{A_{34}}{A_{44}} = \frac{A_{34}}{A_{44}}$, so ist $\frac{a_1}{a_4} = \frac{A_{14}}{A_{44}} = \frac{A_{34}}{A_{44}} = \frac{A_{34}}{A_{44}} = \frac{A_{34}}{A_{44}} = \frac{A_{34}}{A_{44}}$ und $\frac{a_2}{a_4} = \frac{A_{24}}{A_{44}} = \frac{A_{34}}{A_{44}} = \frac{A_{34}}{A_{44}} = \frac{A_{34}}{A_{44}} = \frac{A_{34}}{A_{44}}$.

Ist $A_{44} = 0$, $A_{34} = 0$, $A_{24} = 0$, $A_{14} = 0$, so haben wir $\frac{a_1}{a_4} = \frac{b_1}{b_4}$, $\frac{a_2}{a_4} = \frac{b_2}{b_4}$, $\frac{a_3}{a_4} = \frac{b_3}{b_4}$, d. h. die beiden Ebenen α und β fallen zusammen.

Ist $A_{44} = 0$, $A_{34} = 0$, $A_{24} = 0$, $A_{14} = 0$, $A_{33} = 0$, $A_{23} = 0$, $A_{13} = 0$, $A_{12} = 0$, $A_{11} = 0$, $A_{22} = 0$, $A_{33} = 0$, $A_{44

Beispiel 1. Zu einem Dreieck ABC (a, b, γ) ist eine Gerade MN durch C so zu ziehen, daß $AM = BN$ wird.

Lösung. Wir ziehen $AD \parallel MN$ und $BD \parallel CA$. Dann ist $ACBD$ ein Parallelogramm, also $AD = BC = a$ und $\angle ADB = \gamma$. Da $AM = BN$ sein soll, ist $MNBA$ ein gleichschenkliges Trapez, also $\angle MAB = \angle NBA$. Da $AD \parallel MN$ ist, ist $\angle MAB = \angle DAB$, also $\angle NBA = \angle DAB$. Daraus folgt, daß $\angle ABD = \angle DAB$ ist, also $AD = BD = a$. Somit ist das Dreieck ABD (c, a, a) zu konstruieren.

Konstruktion. Man zeichne $\triangle ABD$ (c, a, a), ziehe $CA \parallel BD$ und $CB \parallel AD$, dann ist $ACBD$ ein Parallelogramm. Man ziehe $MN \parallel AD$, dann ist $MNBA$ ein gleichschenkliges Trapez, also $AM = BN$.

Beweis. Da $AD \parallel MN$ und $BD \parallel CA$ ist, ist $\angle MAB = \angle DAB$ und $\angle NBA = \angle ABD$. Da $\angle ABD = \angle DAB$ ist, ist $\angle MAB = \angle NBA$. Da $MNBA$ ein gleichschenkliges Trapez ist, ist $AM = BN$.

Diskussion. Die Aufgabe ist stets lösbar.

Gerſtner's Formel.

zwiſchen A_2B_2 und A_4B_4, es iſt daher auch der Inbegriff aller zwiſchen $A_2\,B_2\,D\,A_4\,A_3\,A_2$ liegenden und eine Schaufel ſtoßenden Waſſerfäden $= \frac{c-v}{v}$ mal Summe aller Sehnen zwiſchen A_2O_2 und A_4, d. i. $= \frac{c-v}{v}$ mal Kreisſegment $A_2O_2A_4$. Dieſes Segment läßt ſich aber (ſ. Ingenieur, Geometrie Seite 253) $= \frac{2}{3}A_2O_2 \,.\, A_4G = \frac{2}{3}AO \,.\, A_4G$ ſetzen; daher iſt denn der Querſchnitt der zum Stoße gelangenden Waſſermenge $A_2B_2DA_4 = \frac{c-v}{v} \,.\, \frac{2}{3} \,.\, \frac{v\,l}{c-v} \,.\, A_4G = \frac{2}{3}\,l\,A_4G$, und hiernach das Verhältniß der zum Stoße gelangenden Waſſermenge Q_4 zur ganzen Waſſermenge:

$$\frac{Q_4}{Q} = \frac{\text{Fläche } ABB_2A_2 + \text{Fläche } A_2B_2DA_4}{\text{Fläche } ABB_4A_4} = \frac{l \,.\, FG + \frac{2}{3}\,l \,.\, A_4G}{l \,.\, A_4F}$$

$$= \frac{A_4F - \frac{1}{3}A_4G}{A_4F} = 1 - \frac{A_4G}{3A_4F}.$$

Iſt nun a der Halbmeſſer CA des Rades, ſo läßt ſich, den Eigenſchaften des Kreiſes zufolge, annähernd $A_4F = \frac{\overline{AF^2}}{2a}$ und $A_4G = \frac{\overline{A_2G^2}}{2a}$, folglich $\frac{A_4G}{A_4F} = \frac{\overline{A_2G^2}}{AF^2}$ ſetzen. Nun iſt $A_2G = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{2}\,\frac{v\,l}{c-v}$, und $AF = \frac{1}{2}AQ = \frac{1}{2}\,n_1k = \frac{1}{2}n_1 \,.\, \frac{v}{c}\,l$, wenn n_1 die Anzahl aller in's Waſſer eingetauchten Schaufeln bezeichnet, daher folgt $\frac{A_4G}{A_4F} = \frac{1}{n_1^2} \cdot \left(\frac{c}{c-v}\right)^2$ und endlich die ſtoßende, oder Arbeit verrichtende Waſſermenge

$$Q_4 = \left[1 - \frac{1}{3\,n_1^2}\left(\frac{c}{c-v}\right)^2\right] Q.$$

Man erſieht hieraus, daß dieſer Verluſt um ſo kleiner ausfällt, je größer die Anzahl der eingetauchten Schaufeln, je größer alſo auch die Zahl n der Schaufeln überhaupt, und, da die Schaufelzahl mit dem Radhalbmeſſer wächſt, je größer die Radhöhe iſt.

Beiſpiel. Wenn ein unterſchlägiges Rad im Schnurgerinne mit 3 Schaufeln in's Waſſer eingetaucht iſt, und halb ſo viel Geſchwindigkeit hat als das ankommende Waſſer, ſo beträgt das Verhältniß der ſtoßenden Waſſermenge zur ankommenden: $\frac{Q_4}{Q} = 1 - \frac{1}{27}\left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^2 = 1 - \frac{4}{27} = \frac{23}{27} = 0{,}85$ Procent; es gehen alſo 15 Procent unbenutzt durch.

Anmerkung. Die obige Unterſuchung ſetzt voraus, daß jedes Waſſerelement, nachdem es gegen eine Schaufel geſtoßen hat, dem folgenden Platz macht,

Ist φ der Winkel, den die Tangente mit der x-Achse bildet, so ist $\operatorname{tg}\varphi = \frac{dy}{dx}$, also $\varphi = \operatorname{arctg}\frac{dy}{dx}$. Ist φ_1 der Winkel, den die Tangente mit der x-Achse bildet, so ist $\varphi_1 = \operatorname{arctg}\frac{dy_1}{dx_1}$. Der Winkel α, den die beiden Tangenten miteinander bilden, ist $\alpha = \varphi - \varphi_1$, also

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}(\varphi - \varphi_1) = \frac{\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi_1}{1 + \operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\varphi_1} = \frac{\frac{dy}{dx} - \frac{dy_1}{dx_1}}{1 + \frac{dy}{dx}\frac{dy_1}{dx_1}} = \frac{dy\,dx_1 - dy_1\,dx}{dx\,dx_1 + dy\,dy_1}.$$

Beispiel. Für die Kurve $y = x^3$ ist $\frac{dy}{dx} = 3x^2$. Für die Kurve $y_1 = x_1^2$ ist $\frac{dy_1}{dx_1} = 2x_1$. Der Winkel α, den die beiden Tangenten miteinander bilden, ist also

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{3x^2 \cdot dx_1 - 2x_1\,dx}{dx\,dx_1 + 3x^2 \cdot 2x_1\,dx} = \frac{3x^2 - 2x_1}{1 + 6x^2 x_1}.$$

Im Punkte P ist $x = x_1 = 1$, also $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{7}$, $\alpha = 8°\,8'$.

Im Punkte Q ist $x = x_1 = -1$, also $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{1}{7}$, $\alpha = 171°\,52'$.

Im Punkte O ist $x = x_1 = 0$, also $\operatorname{tg}\alpha = 0$, $\alpha = 0°$.

Aufgabe. Man berechne den Winkel, unter dem sich die Kurven $y = x^3$ und $y_1 = x_1^2$ im Punkte R schneiden.

Leistung unterschlägiger Räder.

Berechnung auf diese Wirkung des Rades nicht Rücksicht nehmen, da es sich hier nur um ein paar Zoll Gefälle handelt. Es ist nun noch die Frage, bei welchem Verhältnisse $\frac{v}{c}$ der Radgeschwindigkeit zur Wassergeschwindigkeit wird die Leistung des unterschlägigen Rades am größten? Verhältnißmäßig ist hier der Verlust an Leistung, welchen das Rad durch die Zapfenreibung verliert, klein, wir können daher bei der Ermittelung des der Maximalleistung entsprechenden Verhältnisses $\frac{v}{c}$ dieselbe unbeachtet lassen, und haben daher dann nur das Maximum von

$$(c-v)\,v\left(1-\frac{s}{d_1}-\frac{c^2}{3n_1^2(c-v)^2}\right) \text{ oder}$$

$$\left(1-\frac{s}{d_1}\right)(cv-v^2)-\frac{c^2v}{3n_1^2(c-v)}$$

zu finden. Der höhere Calcül findet die Bedingung

$$\left(1-\frac{s}{d_1}\right)(c-2v)=\frac{c^3}{3n_1^2(c-v)^2}, \text{ wonach sich nun}$$

$$v=\frac{c}{2}\left(1-\frac{c^2}{3n_1^2\left(1-\frac{s}{d_1}\right)(c-v)^2}\right) \text{ setzen läßt.}$$

Man ersieht hieraus, daß die Maximalleistung erlangt wird, wenn die Umfangsgeschwindigkeit des Rades etwas kleiner als die halbe Wassergeschwindigkeit ist.

Beispiel. Welche Leistung verspricht ein unterschlägiges Wasserrad im Schnurgerinne, welches bei 3 Fuß Gefälle ein Aufschlagsquantum Q von 20 Cubikfuß benutzt? Die theoretische Wassergeschwindigkeit ist

$$=\sqrt{2gh}=7{,}906\,.\,\sqrt{3}=13{,}69 \text{ Fuß},$$

die effective Geschwindigkeit des Wassers läßt sich aber $=0{,}95\,.\,13{,}69=13$ Fuß setzen. Setzen wir die Strahlhöhe $d_1=4$ Zoll $=\frac{1}{3}$ Fuß, so müssen wir die Mündungsweite

$$e_1=\frac{Q}{d_1\,c}=\frac{20}{\frac{1}{3}\,.\,13}=\frac{60}{13}=4{,}615 \text{ Fuß}$$

und die Radweite e von 4,75 Fuß in Anwendung bringen. Rechnen wir nun auf den schädlichen Raum die Weite s von $\frac{3}{4}$ Zoll, so erhalten wir den Verlust des Wassers durch den schädlichen Raum: $\frac{s}{d_1}=\frac{\frac{3}{4}}{4}=\frac{3}{16}$. Geben wir ferner dem Rade einen Halbmesser $a=10$ Fuß, so können wir es mit 48 Schaufeln, jede von 1 Fuß Breite, ausrüsten, und annehmen, daß vom ganzen Radumfange der Theil $\frac{2\sqrt{d_1\,.\,2a}}{2\pi a}=\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{2d_1}{a}}=0{,}318\sqrt{\frac{2}{30}}=0{,}0822$ und von den sämmtlichen Radschaufeln $=48\,.\,0{,}0822=3{,}95$ oder beinahe 4, in's Wasser eingetaucht sind. Wir können nun die vortheilhafteste Radgeschwindigkeit

$v = {}^{13}/_{2}\left(1 - \frac{c^2}{3.16.{}^{13}/_{16}(c-v)^2}\right) = {}^{13}/_{2}\left[1 - {}^{1}/_{39}\left(\frac{c}{c-v}\right)^2\right]$ setzen. Leistung unterschlägiger Räder.

Sehr leicht findet man hieraus annähernd $v = 0{,}45\,c$. Bringen wir aber wegen der Zapfenreibung $v = 0{,}43\,c$ in Anwendung, so erhalten wir die effective Leistung des Wassers

$$= \frac{0{,}57\,.\,0{,}43\,c^2}{g}\,[{}^{13}/_{16} - {}^{1}/_{48}\cdot({}^{1}/_{0{,}57})^2]\,.\,20\,.\,66$$

$$= 0{,}032\,.\,0{,}2451\,.\,169\,(0{,}8125 - 0{,}0641)\,.\,1320 = 1308 \text{ Fußpfund.}$$

Wenn noch das Gewicht dieses Rades 7200 Pfund beträgt, und hiernach die Halbmesser seiner Zapfen $= 0{,}024\,.\,\sqrt{3600} = 1{,}5$ Zoll oder des allmäligen Abführens wegen, $= 1{,}75$ Zoll gemacht werden und der Reibungscoefficient $= 0{,}1$ gesetzt wird, so erhält man noch den Arbeitsverlust wegen der Zapfenreibung $= 0{,}1\,.\,\frac{1{,}75}{12\,.\,10}\,.\,7200\,.\,0{,}45\,.\,13 = 61$ Fußpfund, daher die effective Leistung $L = 1308 - 61 = 1247$ Fußpfund, $= 2{,}45$ Pferdekräfte, und endlich den Wirkungsgrad $\eta = \frac{1247}{3\,.\,20\,.\,66} = \frac{1247}{3960} = 0{,}315$.

§. 147. Ueber die Leistungen unterschlägiger Räder im Schnurgerinne sind nur Versuche an Modellen, und zwar von De Parcieux, Bossut, Smeaton, Nordwall und Lagerhjelm u. s. w. bekannt. Die vorzüglichsten unter ihnen sind aber die von Smeaton und Bossut. Im Wesentlichen stimmen die Ergebnisse aller dieser Untersuchungen nicht allein unter sich, sondern auch mit der Theorie überein. Die Wirkungen der Räder wurden bei allen diesen Versuchen dadurch ermittelt, daß man durch sie mittels einer Schnur, welche sich um die Welle des Rades umwickelte, Gewichte heben ließ. Smeaton machte seine Versuche (siehe Recherches expériment. sur l'eau et le vent etc.) an einem kleinen Rade von 75 Zoll Umfang, mit 24 vier Zoll langen und drei Zoll breiten Schaufeln. Das Hauptergebniß, zu welchem er gelangte, ist: der größte Wirkungsgrad eines unterschlägigen Wasserrades im Schnurgerinne findet bei dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\frac{v}{c} = 0{,}34$ bis $0{,}52$ statt, und beträgt 0,165 bis 0,25. Bossut gebrauchte bei seinen Versuchen ein Rad von 3 Fuß Höhe mit 48 oder 24 oder 12 Schaufeln von 5 Zoll Länge und 4 bis 5 Zoll Breite. Er fand, ganz der Theorie entsprechend, die Wirkung bei 48 Schaufeln größer als bei 24, und bei 24 größer als bei 12; auch folgerte er, daß es zweckmäßig sei, circa 25^0 vom Radumfange, oder ${}^{25}/_{360}\,.\,48 = {}^{10}/_{3}$, also mehr als 3 Schaufeln in's Wasser eintauchen zu lassen. Aus den Versuchen Bossut's an dem Rade mit 48 Schaufeln stellt sich ein etwas größerer Wirkungsgrad heraus, als ihn die Smeaton'schen Versuche geben; Gerstner, welcher auch findet, daß die Bossut'schen Versuche mehr mit seiner Theorie übereinstimmen, als die von Smeaton, mißt diese Abweichung dem Umstande bei, daß das

Effective Leistungen.

Effective Leistungen.

Rad von Smeaton eine kleinere Schaufelzahl hatte als das von Bossut, und daß bei demselben auch ein beträchtlicher Rückstau statt fand. Im Mittel läßt sich aus den Versuchen beider für die effective Leistung eines solchen Rades, ohne Rücksicht auf Zapfenreibung, setzen:

$$L = 0{,}61 \frac{(c-v)\,v}{g} Q\gamma = 1{,}288\,(c-v)\,v\,Q \text{ Fußpfund.}$$

Diese Formel ist jedoch, Erfahrungen zufolge, nur dann genügend, wenn der Spielraum $1\frac{1}{2}$ Zoll nicht übertrifft; außerdem hat man statt $Q = Fc$, wo F den Inhalt des in's Wasser getauchten Flächenstücks der Schaufeln bezeichnet, und 0,76 statt 0,61; nach Christian (s. dessen Mécanique industr.) also

$$L = 0{,}76\,F\gamma \,.\, \frac{(c-v)}{g}\,cv = 1{,}605\,(c-v)\,Fcv \text{ Fußpfund zu setzen.}$$

Uebrigens läßt sich auch aus allen diesen Versuchen folgern, daß die größte Wirkung, wie auch die Theorie giebt, bei dem Geschwindigkeitsverhältnisse $\frac{v}{c} = 0{,}4$ stattfindet, daß aber bei großen Geschwindigkeiten dieses Verhältniß etwas kleiner, und bei großen Wassermengen etwas größer ausfällt.

In Schweden angestellte Versuche an Modellrädern, eins von 3 und eins von 6 Fuß Durchmesser, jenes mit 72 und dieses mit 144 Schaufeln, werden in dem zweiten Bande des schon oben citirten Werkes von Lagerhjelm, Forselles und Kallstenius beschrieben. Ihnen zufolge stellt sich der Wirkungsgrad eines Rades im Schnurgerinne noch größer, nämlich ohne Rücksicht auf Reibung, 0,3 bis 0,35 heraus, wenn das Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c}$ nahe $\frac{1}{2}$ ist. Da hier die Anzahl der eingetauchten Schaufeln sehr groß war, so läßt sich erwarten, daß hier nur sehr wenig Wasser ohne Wirkung fortging, und es ist daher diese hohe Wirkung des Rades erklärlich und mit der Theorie in Uebereinstimmung.

Beispiel. Die empirische Formel $L = 1{,}288\,(c-v)\,Qv$ giebt für den im Beispiele zu §. 146 behandelten Falle, wo $c = 13$, $v = 0{,}43\,.\,c = 5{,}59$ und $Q = 20$ ist, die Leistung des Rades $= 1{,}288\,.\,0{,}57\,.\,0{,}43\,.\,20\,.\,13^2 = 1067$ Fußpfund, während wir durch die theoretische Formel 1308 Fußpfund gefunden haben.

Theilung der Wasserkraft.

§. 148. Man vertheilt sehr oft eine vorhandene Wasserkraft auf mehrere Räder, nicht allein, weil ein Rad allein zu groß ausfallen würde, sondern auch, und zwar vorzüglich, um die Arbeitsmaschinen unabhängig von einander in Gang setzen zu können, und keine Stellvorrichtungen zum An- und Abschluß mehrerer Arbeitsmaschinen an eine und dieselbe Kraftmaschine nöthig zu haben. Bei dieser Theilung können aber zwei Fälle vorkommen,

Theilung der Wasserkraft.

man kann nämlich entweder das Wasser oder man kann das Gefälle theilen. Im Allgemeinen läßt sich annehmen, daß bei Druckrädern eine Theilung des Wasserquantums und bei Stoßrädern eine Theilung des Gefälles das Zweckmäßigere ist, denn wir haben im Vorhergehenden gesehen, daß der Wirkungsgrad eines höheren oberschlägigen Rades größer ist, als der eines kleineren oberschlägigen oder gar mittelschlägigen Rades, und umgekehrt, können wir leicht ermessen, daß der Verlust durch den Stoß des Wassers und der durch den schädlichen Raum kleiner ist bei zwei hinter einander hängenden Rädern als bei zwei neben einander hängenden, weil die der verlorenen Wirkung entsprechende Geschwindigkeitshöhe $\frac{(c-v)^2}{2g}$ (s. I., §. 426) und das Verhältniß $\frac{s}{d_1}$ des schädlichen Raumes zur Wassertiefe kleiner ist, als im letzteren Falle. Bei mittelschlägigen Kropfrädern, wo das Wasser durch Druck und Stoß wirkt, und wo der Wasserverlust vorzüglich von $\frac{s}{d_1}$ abhängt, ist im Allgemeinen der Vorzug der einen Theilungsweise vor der anderen unbestimmt, und es muß einer besonderen Untersuchung überlassen bleiben, in einem speciellen Falle den Vorzug der einen Theilung vor der anderen zu ermitteln. Im Folgenden möge nur noch von der Theilung der Wasserkraft unterschlägiger Räder im Schnurgerinne die Rede sein.

Denken wir uns zwei Räder hinter einander in einem horizontalen Schnurgerinne hängend, und nehmen wir an, daß das Wasser an das zweite Rad mit der Geschwindigkeit (v_1) ankomme, mit welcher das erste Rad umgeht. Ist nun noch c die Geschwindigkeit des Wassers beim Eintritte in das erste Rad und v_2 die Geschwindigkeit des zweiten Rades, Q aber das Aufschlagsquantum für beide Räder, und μ eine Erfahrungszahl (1,288), so hat man die Leistungen dieser Räder:

$$L_1 = \mu\,(c-v_1)\,v_1\,Q \text{ und } L_2 = \mu\,(v_1-v_2)\,v_2\,Q.$$

Sollen nun beide Räder gleichviel leisten, so hat man $(c-v_1)v_1=(v_1-v_2)v_2$ zu setzen, und wenn man nun noch, um der Maximalleistung sehr nahe zu kommen, $v_2 = \frac{1}{2}v_1$ annimmt, $(c-v_1)\,v_1 = \frac{1}{4}v_1^2$ oder $c-v_1=\frac{1}{4}v_1$, und hiernach $v_1 = \frac{4}{5}c$, und $v_2 = \frac{2}{5}c$; die Leistung beider Räder zusammen aber, $L = L_1 + L_2 = 2\mu\,(c-\frac{4}{5}c)\,\frac{4}{5}\,e\,Q = \frac{8}{25}\mu c^2 Q = 0{,}32\,\mu c^2 Q$, während, wenn man nur ein Rad angewendet hätte, die Leistung $= \frac{1}{4}\mu c^2 Q$ oder $= 0{,}25\,\mu c^2 Q$ ausgefallen wäre. Hiernach stellt sich also bei der Anwendung zweier Räder ein Arbeitsgewinn von $32 - 25 = 7$ Procent heraus. Bei Anwendung dreier Räder fiele dieser Gewinn noch größer aus. Für das dritte Rad ließe sich auch $L_3 = \mu\,(v_2-v_3)\,v_3 Q$, wo v_3 die Umfangsgeschwindigkeit des dritten Rades bezeichnet, setzen. Machen wir nun wieder $v_3 = \frac{1}{2}v_2$, und be-

Theilung der Waſſerkraft.

dingen wir wieder, daß das eine Rad ſo viel Leiſtung geben ſoll als das andere, ſo erhalten wir $v_2 = {}^4/_5 v_1$, und $c - v_1 = {}^4/_{25} v_1$, daher $v_1 = {}^{25}/_{29} c$, $v_2 = {}^{20}/_{29} c$, und $v_3 = {}^{10}/_{29} c$, die Leiſtungen aller drei Räder zuſammen aber

$$L = L_1 + L_2 + L_3 = 3\mu (c - v_1) v_1 Q = 3\mu . {}^4/_{29} . {}^{25}/_{29} c^2 Q$$
$$= {}^{300}/_{841} \mu c^2 Q = 0{,}356 \mu c^2 Q,$$

es reſultirt alſo in Hinſicht auf ein einziges Rad ein Arbeitsgewinn von $35{,}6 - 25 = 10{,}6$ Procent.

Allerdings wird dieſer Gewinn durch die größere Zapfenreibung wieder etwas vermindert.

Anmerkung. Wenn wir die Bedingung, daß die Räder in einem Schnurgerinne gleiche Leiſtung hervorbringen, fallen laſſen, ſo ſtellt ſich der Vortheil der Anwendung mehrerer Räder noch größer heraus. Denken wir uns bei Behandlung dieſes Falles den Waſſerverluſt durch ein genaues, und auf 3 bis 4 Schaufeln concentriſch an das Rad anſchließendes Schutzgerinne klein genug, um ihn ganz bei Seite ſetzen zu können. Dann erhalten wir für die Leiſtung des erſten Rades: $L_1 = \frac{(c - v_1) v_1}{g} Q\gamma$ und die des zweiten

$$L_2 = \frac{(v_1 - v_2) v_2}{g} Q\gamma,$$

alſo die Leiſtung beider: $L = [(c - v_1) v_1 + (v_1 - v_2) v_2] \frac{Q\gamma}{g}$.

Damit dieſe ein Maximum werde, iſt zunächſt $v_2 = {}^1/_2 v_1$ zu machen, und da ſich hiernach $L = (c - {}^3/_4 v_1) v_1 \frac{Q\gamma}{g}$ herausſtellt, wieder ${}^3/_4 v_1 = {}^1/_2 c$, alſo $v_1 = {}^2/_3 c$ und $v_2 = {}^1/_3 c$,

$$\text{aber } L = ({}^2/_3 . {}^1/_3 + {}^1/_3 . {}^1/_3) \frac{Q c^2 \gamma}{g} = {}^1/_3 \frac{c^2 Q\gamma}{g} = 0{,}333 \frac{c^2 Q\gamma}{g},$$

während ein Rad allein nur $0{,}250 \frac{c^2 Q\gamma}{g}$ und zwei Räder bei gleicher Wirkung, $0{,}320 \frac{c^2 Q\gamma}{g}$ geben würden. Bei drei Rädern ſtellt ſich der Vortheil noch größer heraus, hier iſt nämlich $v_1 = {}^3/_4 c$, $v_2 = {}^2/_4 c$, und $v_3 = {}^1/_4 c$, und daher die Wirkung aller

$$L = ({}^3/_4 . {}^1/_4 + {}^2/_4 . {}^1/_4 + {}^1/_4 . {}^1/_4) \frac{c^2 Q\gamma}{g} = {}^3/_8 . \frac{c^2 Q\gamma}{g} = 0{,}375 \frac{c^2 Q\gamma}{g},$$

während ein Rad allein $= 0{,}25 \frac{c^2 Q\gamma}{g}$, und drei Räder bei gleicher Wirkung, $= 0{,}356 \frac{c^2 Q\gamma}{g}$ geben.

Für vier Räder ſtellt ſich $v_1 = {}^4/_5 c$, $v_2 = {}^3/_5 c$, $v_3 = {}^2/_5 c$, $v_4 = {}^1/_5 c$,

$$\text{und } L = \frac{(4+3+2+1)}{25} . \frac{Q c^2 \gamma}{g} = {}^2/_5 . \frac{Q c^2 \gamma}{g} = {}^4/_5 . Q h \gamma$$

heraus, wenn h die Geſchwindigkeitshöhe $\frac{c^2}{2g}$ bezeichnet. Für fünf Räder folgt $L = {}^5/_6 Q h \gamma$, und für n Räder $= \frac{n}{n+1} Q h \gamma$, alſo für unendlich viel Räder

Bäume, die Blätter, die Blüthe und die Frucht, und der Baum ist ein Bildungstrieb zur Wurzel, Zelle um Zelle, Faser um Faser, Blatt um Blatt, Blüthe um Blüthe, Frucht um Frucht, Baum um Baum, Wald um Wald, Land um Land, Welt um Welt, Sonnensystem um Sonnensystem, Weltall um Weltall.

Wenn Keime oder ein ganzes Thier entstehen, so ist es ein Bildungstrieb.

Fig. 1. Fig. 2.

Wenn ausgebildete Thiere, Pflanzen, Bäume, Wälder, Länder, Welten entstehen, so ist es ein Bildungstrieb. Wenn ein Thier sich ernährt, so ist es ein Bildungstrieb. Wenn ein Thier sich fortpflanzt, so ist es ein Bildungstrieb. Wenn ein Thier sich bewegt, so ist es ein Bildungstrieb. Wenn ein Thier sich vertheidigt, so ist es ein Bildungstrieb. Wenn ein Thier sich ausruht, so ist es ein Bildungstrieb. Wenn ein Thier sich pflegt, so ist es ein Bildungstrieb. Wenn ein Thier sich bildet, so ist es ein Bildungstrieb. Wenn ein Thier sich verändert, so ist es ein Bildungstrieb. Wenn ein Thier sich vervollkommnet, so ist es ein Bildungstrieb. Wenn ein Thier sich verschlechtert, so ist es ein Bildungstrieb. Wenn ein Thier sich verbessert, so ist es ein Bildungstrieb. Wenn ein Thier sich verwandelt, so ist es ein Bildungstrieb. Wenn ein Thier sich verjüngt

Glas. — Glas und C. H. hat nun mit dem Glasdom einen Glasdom-Rekord gebaut.

Man sieht, daß es sich um Mühlenbau handelt. Der Dom dieses Mühlen-Baues ist 30 m hoch und 15 m im Durchmesser. Er ist ganz aus Glas und ruht auf einem Eisengerüst. Das Glas ist 1 cm stark und wiegt 1000 Zentner. Es ist in 1000 Quadratmeter-Scheiben zerlegt, jede Scheibe 1 Quadratmeter groß. Das Ganze kostet 100 000 Mk.

L. Lill. Die Grenze der künstlerischen Freiheit wird beständig weiter gesteckt und es ist gut, daß es so ist. Wo wären wir sonst?

Jetzt, wenn wieder a und c in Richtung aufeinander zu fallen, wenn also a = c wird, dann wird der Winkel β immer größer, bis er schließlich, wenn a = c geworden ist, 180° beträgt. Dann ist das Dreieck verschwunden, weil seine drei Seiten in eine Richtung und damit auch übereinander fallen. Wir haben also jetzt eine Strecke, die 2a lang ist, und die Winkelsumme beträgt 180°.

klein, ſo haben wir auch hier wie bei den unterſchlägigen Rädern das wirklich zum Stoße gelangende Waſſerquantum Leiſtung freihängender Räder.

$$Q_1 = \left(1 - \frac{c^2}{3\,n_1^2\,(c-v)^2}\right) Q;$$

iſt ſie aber klein, ſo trifft vielleicht ſchon der oberſte Waſſerfaden AB einer Zelle AD, Fig. 291, nicht vollſtändig die Schaufel AK vor ihm, es iſt vielmehr nur ein Theil AN deſſelben, welcher noch zum Stoße gelangt. In dieſem Falle findet ein Waſſerverluſt bei allen Waſſerfäden ſtatt, und es iſt das Verhältniß des ſtoßenden Waſſerquantums zum ankommenden:

$\frac{Q_1}{Q} = \frac{\text{Fläche } ANN_1F}{\text{Fläche } ABB_2F}$, oder, da nach II. §. 145, Fläche ANN_1F $= \frac{c-v}{v}$ mal Segment AOF iſt,

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{\frac{2}{3}\left(\frac{c-v}{v}\right).AO}{AB} = \frac{2}{3}\left(\frac{c-v}{v}\right).\frac{n_1\,AD}{\frac{c}{v}\,.\,AD} = \frac{2\,n_1}{3}\left(\frac{c-v}{c}\right).$$

Es iſt alſo in dieſem Falle die Leiſtung des Waſſerrades

$$1.\quad L = \frac{(c-v)v}{g}.\frac{2\,n_1}{3}\left(\frac{c-v}{c}\right)Q\gamma = \frac{2}{3}n_1\frac{(c-v)^2v}{gc}Q\gamma = \frac{2}{3}n_1\frac{(c-v)^2v}{g}F\gamma.$$

Die größte Leiſtung findet hiernach nicht für $v = \frac{1}{2}c$, ſondern für $v = \frac{1}{3}c$ ſtatt, und beträgt

$$L = \frac{2}{3}n_1\,.\,\frac{4}{27}\,.\,\frac{c^3}{g}F\gamma = \frac{8\,n_1}{81}\,.\,\frac{c^3}{g}F\gamma.$$

Setzt man noch $Fc = Q$, ſo erhält man

$$L_1 = \frac{8\,n_1}{81}\,.\,\frac{c^2}{g}Q\gamma = \frac{16\,n_1}{81}\,.\,\frac{c^2}{2g}Q\gamma,$$

und daher den Wirkungsgrad $\eta = \frac{16\,n_1}{81}$, z. B. für $n_1 = \frac{3}{2}$,

$$\eta = \frac{24}{81} = \frac{8}{27} = 0{,}296.$$

Die letzte Formel findet jedoch keine Anwendung, wenn die Zahl der Schaufeln beträchtlich iſt, denn ſie ſetzt voraus, daß $AN < AB$, alſo $\frac{c-v}{v}.AO < AB$, oder $\frac{c-v}{v} < \frac{\frac{c}{v}\,AD}{n_1\,AD}$, d. i. $n_1 < \frac{c}{c-v}$ ſei. Iſt nun z. B. $v = \frac{1}{3}c$, ſo erhält man zur Bedingung, daß $n_1 < \frac{3}{2}$ ſei, iſt aber $v = \frac{1}{2}c$, ſo folgt die Bedingung $n_1 < 2$ u. ſ. w. Es tritt alſo in dem Falle, wenn 2 oder mehr Schaufeln unter das Waſſer tauchen, der eben abgehandelte Fall nicht ein, und es gilt dann die Formel für Räder

Leiſtung freihängender Räder.

im Gerinne auch hier, nämlich

$$\text{II. } L = \left(1 - \frac{c^2}{3 n_1^2 (c-v)^2}\right) \frac{(c-v)\, v\, c}{g} F\gamma.$$

Uebrigens läßt ſich die Zahl n_1 der eingetauchten Schaufeln aus der Anzahl aller Schaufeln leicht berechnen, wenn man den Radhalbmeſſer a und die Tiefe $EF = e_1$ der Eintauchung giebt, es iſt nämlich $\frac{n_1}{n} = \frac{AO}{2\pi a}$, oder, da ſich $AO = 2AE \,.\, 2\sqrt{2 a e_1}$ ſetzen läßt,

$$\frac{n_1}{n} = \frac{\sqrt{2 a e_1}}{\pi a} = 0{,}45 \sqrt{\frac{e_1}{a}}.$$

Beiſpiel. Welche Leiſtung verſpricht ein Schiffmühlenrad von 15 Fuß Höhe und mit 8, zwölf Fuß langen Schaufeln, welche 1 Fuß tief in's Waſſer tauchen, wenn letzteres mit 5 Fuß Geſchwindigkeit anſtößt? Wir haben hier

$$\frac{n_1}{n} = 0{,}45 \sqrt{\frac{1}{7{,}5}} = 0{,}45 \,.\, 0{,}365 = 0{,}164,$$

daher $n_1 = 0{,}164 \,.\, 8 = 1{,}3$ und folglich die Formel

$$L = \tfrac{2}{3}\, n_1 \frac{(c-v)^2\, v F\gamma}{g}$$

in Anwendung zu bringen. Laſſen wir nun das Rad mit 2 Fuß Geſchwindigkeit umgehen, ſo erhalten wir die in Frage ſtehende Leiſtung

$$L = \tfrac{2}{3} \,.\, 1{,}3 \,.\, \frac{3^2 \,.\, 2}{g} \,.\, 12 \,.\, 1 \,.\, 66 = 0{,}032 \,.\, 1{,}3 \,.\, 9 \,.\, 1056 = 395 \text{ Fußpfund}.$$

Giebt man dieſem Rade 16 Schaufeln, um eine größere Leiſtung zu gewinnen, ſo hat man $n_1 = 2{,}6$ und daher nach der Formel II.,

$$L = \frac{(5-2)\ 5 \,.\, 3}{g}\left(1 - \frac{5^2}{3 \,.\, 2{,}6^2 \,.\, 3^2}\right) \,.\, 12 \,.\, 1 \,.\, 66 = 0{,}032 \,.\, 0{,}863 \,.\, 35640$$
$$= 984 \text{ Fußpfund}.$$

Verſuche.

§. 151. Verſuche über die Leiſtungen der Waſſerräder im unbegrenzten Strome ſind von Deparcieux, Boſſut und Poncelet angeſtellt worden. Am ausgedehnteſten ſind die allerdings nur an einem Modellrade vorgenommenen Verſuche von Boſſut. Dieſes Rad hatte eine Höhe von 0,975 Meter, und enthielt 24 Schaufeln von 0,135 Meter Länge, welche 0,108 Meter tief in dem Waſſer gingen, das eine Geſchwindigkeit von 1,854 Meter beſaß. Aus den Reſultaten der Verſuche berechnet ſich der Coefficient, womit der Ausdruck

$$L = \frac{(c-v)^2\, v}{g} \,.\, F\gamma$$

zu multipliciren iſt, um die effective Leiſtung zu geben: $\mu = 1{,}37$ bis 1,79, dagegen der Coefficient, womit der Ausdruck

$$L = \frac{(c-v)\, v\, c}{g} F\gamma$$

zu multipliciren iſt, um die effective Leiſtung zu erhalten, $\mu = 0{,}847$ bis

0,706 (s. D'Aubuisson's Hydraulik, §. 352). Die Grenzwerthe des letzteren Coefficienten sind einander etwas näher, als die des ersteren, da aber die Zahl der Radschaufeln 24 betrug, so ist es auch nicht anders zu erwarten, denn es findet hier jedenfalls die Formel II. des vorigen Paragraphen, Versuche.

$$L = \left(1 - \frac{c^2}{3 n_1^2 (c-v)^2}\right) \frac{(c-v) c v}{g} F\gamma,$$

ihre Anwendung. In der Regel wird man die Schaufelzahl so groß machen, daß immer mindestens 2 Schaufeln in's Wasser tauchen, und daher die letzte Formel mit dem mittleren Coefficienten $\mu = 0{,}8$ anwenden, also

$$L = 0{,}8 \frac{(c-v) c v}{g} F\gamma = 1{,}69 (c-v) c v F \text{ Fußpfund}$$

setzen können.

Hiermit stimmen aber auch die Beobachtungen von Poncelet, welche derselbe an drei Rädern in der Rhone angestellt hat, überein. Diese Räder hatten $2\frac{1}{2}$ bis $2\frac{2}{3}$ Meter lange Schaufeln, welche $\frac{2}{3}$ bis $\frac{3}{4}$ Meter tief im Wasser gingen, das $1\frac{1}{3}$ bis 2 Meter Geschwindigkeit besaß. Auch führt Poncelet noch eine Beobachtung von Boistard und eine andere von Christian an, welche beide gut hiermit übereinstimmen.

Nach den Versuchen von Bossut findet, ganz in Uebereinstimmung mit der Theorie, die größte Wirkung statt, wenn das Rad mit der Geschwindigkeit $v = 0{,}4\, c$ umgeht; auch hat Poncelet gefunden, daß bei den soeben besprochenen Rädern in der Rhone das vortheilhafteste Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c} = 0{,}4$ war.

Wenn wir in der obigen Formel $v = 0{,}4\, c$ einsetzen, so bekommen wir die effective Leistung

$$L = 0{,}8 \cdot \frac{0{,}6 \cdot 0{,}4\, c^3}{g} F\gamma = 0{,}192 \frac{c^3}{g} F\gamma = 0{,}384 \frac{c^2}{2g} Q\gamma,$$

und also den Wirkungsgrad $\eta = 0{,}384$.

Die Versuche Deparcieux's waren besonders darauf gerichtet, die vortheilhafteste Stellung der Schaufeln zu finden; aus ihnen folgt, wie aus denen von Bossut, daß eine Neigung von 60° gegen den Strom die vortheilhafteste ist.

Anmerkung. Es ist lange in Zweifel gezogen worden, welche von den Formeln

$$L = \frac{\mu (c-v)^2 v}{g} F\gamma \text{ oder } L = \frac{\mu_1 (c-v) c v}{g} F\gamma$$

die richtigere sei; man hat jene die Parent'sche und diese die Borda'sche genannt. Wenn nun auch bei einem Rade im unbegrenzten Wasser nicht alles Wasser, welches gegen die Schaufeln anrückt, nach dem Stoße die Geschwindigkeit der Schaufeln annimmt, da dem Wasser Gelegenheit zum Entweichen am Umfange gegeben wird, so läßt sich doch bei dem so großen Inhalte einer Schaufelfläche erwarten, daß wenigstens der größere Theil des Wassers bei dem Stoße

Versuche. gegen die Schaufel die Geschwindigkeit derselben annimmt, und aus diesem Grunde ist die größere Uebereinstimmung der Erfahrung mit der Borda'schen Formel erklärlich. Die in II. § 145 entwickelte Gerstner'sche Formel stimmt mit der Parent'schen natürlich in der Form zusammen, denn die Parent'sche Formel ist ohne Coefficient $L = \frac{(c-v)^2 v}{2g} Fγ$, und unter der Voraussetzung entwickelt, daß der Stoß durch die der relativen Geschwindigkeit $c - v$ entsprechende Geschwindigkeitshöhe gemessen werde. (Vergleiche I. §. 430, wo die Stoßkraft $= 1{,}86 \frac{c^2}{2g} Fγ$ angegeben wird, wenn $v = 0$ ist.)

Beispiel. Für das Schiffmühlenrad, welches wir schon im Beispiele des vorigen Paragraphen behandelt haben, ist $c = 5$, $v = 2$, $F = 12 . 1 = 12$, daher die effective Leistung nach Poncelet: $L = 1{,}69 . 3 . 2 . 5 . 12 = 608$ Fußpfund, während wir durch die theoretische Formel, ein Mal, bei 8 Schaufeln 395 Fußpfund, und ein zweites Mal, bei 16 Schaufeln, 984 Fußpfund gefunden haben.

Poncelet-räder. §. 152. Wenn man die Schaufeln unterschlägiger Räder so krümmt, daß der eintretende Wasserstrahl an der hohlen Seite derselben hinströmen und dadurch gegen dieselbe drücken kann, ohne einen Stoß hervorzubringen, so erhält man eine größere Leistung als wenn das Wasser ebene Schaufeln mehr oder weniger rechtwinkelig stößt. Solche Räder mit krummen Schaufeln heißen nach ihrem Erfinder Poncelet'sche oder Poncelet räder Sie sind besonders bei kleinen Gefällen (unter 6 Fuß) von großem Nutzen, weil sie mehr leisten, als unterschlägige Räder mit oder ohne Kropf. Bei größerem Gefälle werden sie jedoch von den mittelschlägigen Kropfrädern in der Leistung übertroffen; auch ist, wie wir weiter unten sehen werden, in diesem Falle ihre Construction eine schwierigere, weshalb man sie bei Gefällen über 6 Fuß nicht gern anwendet. Poncelet behandelt diese Räder in der besonderen Schrift: Mémoire sur les roues hydrauliques à aubes courbes, mues par-dessous, Metz 1827, ausführlich. Ihre Einrichtung ist aus Fig. 292 zu ersehen, welche die untere Hälfte eines solchen Rades vorstellt. Man sieht in C die Axe, und in BD, B_1D_1 u. s. w. Schaufeln des Rades; AE ist das geneigte Schutzbrett und AB der eintretende und an den Schaufeln BD und B_1D_1 hinauf- und herabsteigende Wasserstrahl, FG aber die Oberfläche des Unterwassers. Damit fast alles Wasser zur Wirkung gelange, muß dem Rade nur ein sehr enger Spielraum in dem Gerinne gelassen werden, und um die partielle Contraction zu verhindern, wird die untere Kante des Schutzbrettes unten abgerundet; damit aber so wenig wie möglich lebendige Kraft durch die Reibung des Wassers im Zuflußgerinne verloren gehe, wird die Mündung ganz nahe an das Rad gedrückt und das Brett gegen den Horizont geneigt; auch erhält wohl das Vorgerinne AB $1/10$ bis $1/15$ Neigung, um dadurch den Verlust an Wasserreibung in demselben wieder auszugleichen. In der Regel umgiebt man

Lehre von den Bewegungen fluider Körper. Erster Teil: Hydrodynamik. Zweite Abteilungsausgabe, vollständig. Berlin: Julius Springer 1922. VIII, 334 S. M 18,—.

Schief vom Strom getroffene Platte. Eine Platte von $2a$ Breite und unendlicher Länge wird von einem Strom getroffen, der unter dem Winkel α mit v_0 auf die Platte stößt und sich dann in die zu Platten parallelen Richtungen teilt. Die Geschwindigkeit v_0 ist im Unendlichen konstant, sie wird gleichfalls v_0 längs der Platte. Wenn unbeschränkt, ihre Länge ist Unendlichkeit. Die Strömung ist wirbelfrei. Es ist $\varphi = v_0 \cos\alpha \cdot x$ für $x < 0$ und $\varphi = v_0 \cos\alpha \cdot x$ für $x > 0$. Die Geschwindigkeit ist $v_0 \cos\alpha$ in der ganzen Ebene. Die Stromlinien sind Parallelen. Es ist $\psi = v_0 \cos\alpha \cdot y$ für $y > 0$ und $\psi = v_0 \cos\alpha \cdot y$ für $y < 0$. Die Geschwindigkeit ist $v_0 \cos\alpha$ in der ganzen Ebene. Die Stromlinien sind Parallelen.

§ 12. Die Schief getroffene Platte. Eine Platte von $2a$ Breite und unendlicher Länge wird von einem Strom getroffen, der unter dem Winkel α mit v_0 auf die Platte stößt und sich dann in die zu Platten parallelen Richtungen teilt. Die Geschwindigkeit v_0 ist im Unendlichen konstant, sie wird gleichfalls v_0 längs der Platte. Wenn unbeschränkt, ihre Länge ist Unendlichkeit. Die Strömung ist wirbelfrei. Es ist $\varphi = v_0 \cos\alpha \cdot x$ für $x < 0$ und $\varphi = v_0 \cos\alpha \cdot x$ für $x > 0$. Die Geschwindigkeit ist $v_0 \cos\alpha$ in der ganzen Ebene. Die Stromlinien sind Parallelen. Es ist $\psi = v_0 \cos\alpha \cdot y$ für $y > 0$ und $\psi = v_0 \cos\alpha \cdot y$ für $y < 0$. Die Geschwindigkeit ist $v_0 \cos\alpha$ in der ganzen Ebene. Die Stromlinien sind Parallelen.

Wirbel in Nähe der Platte. Ein Wirbel mit der Zirkulation Γ befindet sich im Abstand h von der Platte. Es ist $\varphi = v_0 \cos\alpha \cdot x$ für $x < 0$ und $\varphi = v_0 \cos\alpha \cdot x$ für $x > 0$. Die Geschwindigkeit ist $v_0 \cos\alpha$ in der ganzen Ebene. Die Stromlinien sind Parallelen. Es ist $\psi = v_0 \cos\alpha \cdot y$ für $y > 0$ und $\psi = v_0 \cos\alpha \cdot y$ für $y < 0$. Die Geschwindigkeit ist $v_0 \cos\alpha$ in der ganzen Ebene. Die Stromlinien sind Parallelen.

Theorie der Poncelet'räder.

tangential an Ac_1 anſchließt, ſo wird das Waſſer an ihr, ohne irgend einen Stoß auszuüben, mit der Geſchwindigkeit c_1 in die Höhe zu ſteigen anfangen. Setzen wir den Winkel cAv, um welchen die Richtung des ankommenden Waſſers von dem Radumfange oder der Tangente Av abweicht, $= \alpha$, ſo haben wir die relative Anfangsgeſchwindigkeit des an den Schaufeln in die Höhe ſteigenden Waſſers:

$$c_1 = \sqrt{c^2 + v^2 - 2\,c\,v\,\cos.\,\alpha};$$

und für den Winkel $vAc_1 = \delta$, um welchen ſie von dem Radumfange oder der Tangente Av abweicht, $\sin.\,\delta = \frac{c\,\sin.\,\alpha}{c_1}$.

Das Waſſer ſteigt, wie jeder feſte Körper, an der Schaufel mit abnehmender Geſchwindigkeit in die Höhe, während es mit der Schaufel gleichzeitig noch die Umdrehungsgeſchwindigkeit v beſitzt. Auf einer gewiſſen Höhe angekommen, hat es ſeine relative Geſchwindigkeit c_1 ganz verloren, und es fällt nun auf der Schaufel beſchleunigt herab, ſo daß es zuletzt mit derſelben Geſchwindigkeit c_1 wieder am äußeren Ende A_1 ankommt, mit welcher es zu ſteigen anfing. Vereinigen wir nun die relative Geſchwindigkeit $A_1c_1 = c_1$ des bei A_1 austretenden Waſſers mit der Umfangsgeſchwindigkeit $A_1v = v$, durch das Parallelogramm der Geſchwindigkeiten, ſo erhalten wir in deſſen Diagonale $A_1w = w$ die abſolute Geſchwindigkeit des abfließenden Waſſers. Dieſe Geſchwindigkeit iſt aber

$$w = \sqrt{c_1^2 + v^2 - 2\,c_1\,v\,\cos.\,\delta},$$

und demnach die mechaniſche Arbeit, welche das abfließende Waſſer behält und, ohne dem Rade mitgetheilt zu haben, mit ſich fortnimmt,

$$L_1 = \frac{w^2}{2g}\,Q\gamma = \left(\frac{c_1^2 + v^2 - 2\,c_1\,v\,\cos.\,\delta}{2g}\right) Q\gamma.$$

Zieht man nun dieſen Verluſt von der Leiſtung $\frac{c^2}{2g}\,Q\gamma$, welche das Waſſer vermöge ſeiner lebendigen Kraft vor dem Eintritte in das Rad verrichten kann, ab, ſo bekommt man folgenden Ausdruck für die theoretiſche Radleiſtung

$$L = \left(\frac{c^2}{2g} - \frac{w^2}{2g}\right) Q\gamma = \left(\frac{c^2 - w^2}{2g}\right) Q\gamma$$

$$= \left(\frac{c^2 - c_1^2 - v^2 + 2\,c_1\,v\,\cos.\,\delta}{2g}\right) Q\gamma,$$

oder, da $c^2 = c_1^2 + v^2 + 2\,c_1 v\,\cos.\,\delta$ iſt, auch

$$L = \frac{2\,c_1\,v\,\cos.\,\delta}{2g}\,.\,Q\gamma,$$

oder $c_1 \cos. \delta = \sqrt{c_1^2 - c^2 \sin. \alpha^2}$

$= \sqrt{c^2 \cos. \alpha^2 + v^2 - 2\, c\, v \cos. \alpha}$

$= c \cos. \alpha - v$ eingesetzt, folgt

$$L = \frac{2\, v\, (c \cos. \alpha - v)}{g}\, Q\gamma.$$

Man sieht nun leicht ein, daß für $v = \frac{1}{2}\, c \cos. \alpha$ die Leistung am größten, und zwar $L = \frac{c^2 \cos. \alpha^2}{2g}\, Q\gamma$ wird, und daß der Arbeitsverlust sogar Null ist, also die ganze disponible Arbeit $L = \frac{c^2}{2g}\, Q\gamma$ gewonnen wird, wenn man $\cos. \alpha = 1$, also $\alpha =$ Null hat.

Wenn es auch nicht möglich ist, den Eintrittswinkel $\alpha =$ Null zu machen, so folgt doch wenigstens hieraus, daß man α nicht sehr groß (nicht über 20°) machen darf, um eine große Leistung zu erhalten, und es ist auch hiernach zu ersehen, daß man die Umfangsgeschwindigkeit des Rades nur wenig kleiner als die halbe Geschwindigkeit des zufließenden Wassers zu machen hat, um einen großen Wirkungsgrad des Rades zu erlangen.

§. 154. Die senkrechte Höhe LO, auf welche das Wasser aufsteigt, während es an den Schaufeln hingeht, wäre $= \frac{c_1^2}{2g}$, wenn das Rad still stände, da es aber mit einer Geschwindigkeit v umläuft, so entsteht eine Centrifugalkraft, welche ziemlich mit der Schwerkraft in gleicher Richtung wirkt und eine Acceleration p erzeugt, die sich $\frac{v_1^2}{a_1}$ setzen läßt, wenn a_1 den mittleren Radkranzhalbmesser CM und v_1 die mittlere Geschwindigkeit des Radkranzes oder die Geschwindigkeit des Punktes M bezeichnet. Es ist sonach zu setzen:

$$(g + p)\, h_1 = \frac{c_1^2}{2} \text{ oder } \left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right) h_1 = \frac{c_1^2}{2},$$

und daher die gesuchte Steighöhe $h_1 = \frac{c_1^2}{2\left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right)}$.

Damit das Wasser nicht oben bei O überschlägt, ist nun nöthig, daß die Kranzbreite eine gewisse Größe $FO = d$ habe, welche bestimmt ist durch die Gleichung $d = LO + FL = h_1 + CF - CL$, d. i.

$$d = h_1 + a - a \cos. ACF = \frac{c_1^2}{2\left(g + \frac{v_1^2}{a_1}\right)} + a\,(1 - \cos. \lambda),$$

wobei λ den Winkel ACF bezeichnet, um welchen der Eintrittspunkt A vom

Satz 3. Betrachtet man in einer Ebene zwei um $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{N}$ gelegte Kreise $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{K}'$ und zieht an sie die gemeinschaftlichen Tangenten, so gehen diese in der Ebene durch den Punkt $\mathfrak{S}$, der auf der Linie $\mathfrak{MN}$ liegt, und es ist

$$\mathfrak{MS} : \mathfrak{NS} = \mathfrak{M}\mathfrak{A} : \mathfrak{N}\mathfrak{A}' = \mathfrak{M}\mathfrak{B} : \mathfrak{N}\mathfrak{B}'.$$

Die Kreise $\mathfrak{AB}$ bis $\mathfrak{A}'\mathfrak{B}'$ sind Kreise $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{K}'$ gemäß. Wenn man nämlich $\mathfrak{MN}$ als Kreisdurchmesser auffaßt, so ist $\mathfrak{MN}$ Kreis $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{MN}$ Kreis $\mathfrak{K}'$ Ähnlichkeitspunkt, weil man in Kreis $\mathfrak{K}$ $\mathfrak{M}\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{M}\mathfrak{B}$ und in Kreis $\mathfrak{K}'$ $\mathfrak{N}\mathfrak{A}'$ und $\mathfrak{N}\mathfrak{B}'$ ziehen kann. Da

$$\frac{\mathfrak{M}\mathfrak{A}}{\mathfrak{N}\mathfrak{A}'} = \frac{\mathfrak{M}\mathfrak{B}}{\mathfrak{N}\mathfrak{B}'} = \frac{\mathfrak{M}\mathfrak{S}}{\mathfrak{N}\mathfrak{S}}$$

ist, so sind $\mathfrak{AB}$ und $\mathfrak{A}'\mathfrak{B}'$ gemäß, und $\mathfrak{S}$ ist ihr Ähnlichkeitspunkt.

Kreis $\mathfrak{MAB}$ ist $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{NA}'\mathfrak{B}'$ ist $\mathfrak{K}'$, weil $\mathfrak{MN}$ Durchmesser ist und $\mathfrak{M}\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{N}\mathfrak{A}'$ Tangenten sind.

Die zweite gemeinschaftliche Tangente $\mathfrak{AB}'$ geht durch $\mathfrak{S}$, weil sie mit der ersten Tangente, die wir ausführlicher Kreis $\mathfrak{K}$, mit der zweiten Kreis $\mathfrak{K}'$ berührt, gleiche Winkel mit $\mathfrak{MN}$ bildet. Der Punkt $\mathfrak{S}$ heißt der äußere Ähnlichkeitspunkt der Kreise $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{K}'$, weil $\mathfrak{S}$ außerhalb der Strecke $\mathfrak{MN}$ liegt. Es ist $\mathfrak{MS} : \mathfrak{NS} = \mathfrak{M}\mathfrak{A} : \mathfrak{N}\mathfrak{A}'$, wenn $\mathfrak{M}\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{N}\mathfrak{A}'$ gleichgerichtete Radien sind, und $\mathfrak{MS} : \mathfrak{NS} = \mathfrak{M}\mathfrak{B} : \mathfrak{N}\mathfrak{B}'$, wenn $\mathfrak{M}\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{N}\mathfrak{B}'$ gleichgerichtete Radien sind.

Fig. 107.

Ist $\mathfrak{K}$ Kreis $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{K}'$ Kreis $\mathfrak{N}$, und ist $\mathfrak{M}\mathfrak{A}$ ein Radius von $\mathfrak{K}$, $\mathfrak{N}\mathfrak{A}'$ ein Radius von $\mathfrak{K}'$, und sind $\mathfrak{M}\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{N}\mathfrak{A}'$ gleichgerichtet, so ist $\mathfrak{MS} : \mathfrak{NS} = \mathfrak{M}\mathfrak{A} : \mathfrak{N}\mathfrak{A}'$.

Sind $\mathfrak{M}\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{N}\mathfrak{A}'$ entgegengerichtet, so ist $\mathfrak{MS} : \mathfrak{NS} = -\mathfrak{M}\mathfrak{A} : \mathfrak{N}\mathfrak{A}'$.

Satz 4. Betrachtet man in einer Ebene zwei um $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{N}$ gelegte Kreise $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{K}'$ und zieht an sie die gemeinschaftlichen Tangenten, so gehen diese in der Ebene durch den Punkt $\mathfrak{T}$, der auf der Linie $\mathfrak{MN}$ liegt, und es ist

$$\mathfrak{MT} : \mathfrak{NT} = \mathfrak{M}\mathfrak{A} : -\mathfrak{N}\mathfrak{A}' = \mathfrak{M}\mathfrak{B} : -\mathfrak{N}\mathfrak{B}'.$$

Fig. 108.

Die Kreise $\mathfrak{AB}$ bis $\mathfrak{A}'\mathfrak{B}'$ sind Kreise $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{K}'$ gemäß, wie in Satz 3 gezeigt wurde. Kreis $\mathfrak{MAB}$ ist $\mathfrak{K}$ und Kreis $\mathfrak{NA}'\mathfrak{B}'$ ist $\mathfrak{K}'$, weil $\mathfrak{MN}$ Durchmesser ist und $\mathfrak{M}\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{N}\mathfrak{A}'$ Tangenten sind.

Die zweite gemeinschaftliche Tangente $\mathfrak{AB}'$ geht durch $\mathfrak{T}$, weil sie mit der ersten Tangente, die wir ausführlicher Kreis $\mathfrak{K}$, mit der zweiten Kreis $\mathfrak{K}'$ berührt, gleiche Winkel mit $\mathfrak{MN}$ bildet. Der Punkt $\mathfrak{T}$ heißt der innere Ähnlichkeitspunkt der Kreise $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{K}'$, weil $\mathfrak{T}$ innerhalb der Strecke $\mathfrak{MN}$ liegt. Es ist $\mathfrak{MT} : \mathfrak{NT} = -\mathfrak{M}\mathfrak{A} : \mathfrak{N}\mathfrak{A}'$, wenn $\mathfrak{M}\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{N}\mathfrak{A}'$ gleichgerichtete Radien sind, und $\mathfrak{MT} : \mathfrak{NT} = -\mathfrak{M}\mathfrak{B} : \mathfrak{N}\mathfrak{B}'$, wenn $\mathfrak{M}\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{N}\mathfrak{B}'$ gleichgerichtete Radien sind.

Ist $\mathfrak{K}$ Kreis $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{K}'$ Kreis $\mathfrak{N}$, und ist $\mathfrak{M}\mathfrak{A}$ ein Radius von $\mathfrak{K}$, $\mathfrak{N}\mathfrak{A}'$ ein Radius von $\mathfrak{K}'$, und sind $\mathfrak{M}\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{N}\mathfrak{A}'$ gleichgerichtet, so ist $\mathfrak{MT} : \mathfrak{NT} = -\mathfrak{M}\mathfrak{A} : \mathfrak{N}\mathfrak{A}'$.

Sind $\mathfrak{M}\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{N}\mathfrak{A}'$ entgegengerichtet, so ist $\mathfrak{MT} : \mathfrak{NT} = \mathfrak{M}\mathfrak{A} : \mathfrak{N}\mathfrak{A}'$.

nicht unnöthig lang ausfalle, iſt nöthig, daß das Schaufelende K den inneren Radumfang nicht ſehr ſpitz ſchneide; aus dieſen Gründen iſt den ein vertikaler Stand des inneren Schaufelendes beim mittleren Schaufelſtande am zweckmäßigſten. Gebt man nun der Schaufel eine cylindriſche Form, ſo erhält man das Centrum M ihres kreisbogenförmigen Durchſchnittes, wenn man MF rechtwinkelig auf Fc_1 ſtellt und OM horizontal zieht. Aus der Radtiefe oder Kranzbreite $FO = d$, ergiebt ſich der Krümmungshalbmeſſer $FM = KM = r$, da der Winkel $MFO = c_1 Fv = \delta$ iſt,

Theorie der Poncelet'räder.

$$r = \frac{d}{cos.\,\delta}.$$

Die Zeit zum Hinauf- und Hinabſteigen des Waſſers an dem Bogen FK finden wir wie die Schwingungszeit eines Pendels, indem wir ſtatt der Acceleration der Schwere, die Summe $g + \frac{v_1^2}{a_1}$ aus der Acceleration g derſelben und aus der Centrifugalacceleration $\frac{v_1^2}{a_1}$ einſetzen.

Wir finden übrigens dieſe Zeit genau nach der in I. §. 262 *) entwickelten Formel $t = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{r}{g}}\left(\varphi + (\varphi + sin.\,\varphi)\,\frac{h}{8r}\right)$ für die Schwingungszeit t eines Pendels durch den Bogen FK, wenn r den Halbmeſſer $MF = MK$ des von der Schaufel gebildeten Kreisbogens h die ganze Fallhöhe $MS = MF = r$ und φ den Centriwinkel MGL bezeichnet, welche dem Kreiſe MLS über dem Durchmeſſer $MS = r$ und der Bogenhöhe $MN = OF = MF\,cos.\,FMN$

$= r\,cos.\,(vFc_1) = r\,cos.\,\delta$ entſpricht.

Dieſer Winkel φ beſtimmt ſich durch die Formel

$$cos.\,\varphi = -\frac{NG}{LG} = -\frac{MN - MG}{MG} = -\frac{r\,cos.\,\delta - \frac{1}{2}r}{\frac{1}{2}r}$$

$$= -(2\,cos.\,\delta - 1), \quad \text{oder} \quad sin.\,\tfrac{1}{2}\varphi = \sqrt{cos.\,\delta}.$$

Wenn man nun noch wegen der Einwirkung der Centrifugalkraft ſtatt g, $g + \frac{v_1^2}{a_1}$ ſetzt, ſo erhält man die Zeit zum Steigen und Fallen durch den Bogen FK:

$$2t = \left(\varphi + \frac{\varphi + sin.\,\varphi}{8}\right)\sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}}$$

$$= \left(\frac{9\varphi + sin.\,\varphi}{8}\right)\sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}}.$$

Theorie der Ponceleträder.

und daher die Länge des waſſerhaltenden Bogens AA_1 (Fig. 293)

$$b = 2\lambda a = 2vt = \left(\frac{9\varphi + sin.\varphi}{8}\right) v \sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}}.$$

§. 156. Es kommt nun darauf an, mit Hülfe der im Vorſtehenden gefundenen Ergebniſſe, Regeln für die Anordnung und Conſtruction eines Ponceletrades aufzuſtellen. Wir können nur das Aufſchlagquantum Q und das Gefälle h, von Waſſerſpiegel zu Waſſerſpiegel gemeſſen, als bekannt anſehen, und haben daher die Geſchwindigkeiten c, c_1 und v, die Winkel α, δ und λ, ſo wie die Raddimenſionen a, d, e u. ſ. w. zu berechnen.

Annähernd iſt

$v = \frac{1}{2}c = \frac{1}{2}\sqrt{2gh}$, $d = \frac{1}{4}h$ und $d_1 = \frac{1}{3}d = \frac{1}{12}h$.

Auch können wir in der Formel

$$\lambda = \frac{v}{a} \cdot \left(\frac{9\varphi + sin.\varphi}{16}\right) \sqrt{\frac{r}{g + \frac{v_1^2}{a_1}}},$$

annähernd $\varphi = \pi$, alſo $sin.\varphi = 1$, ferner $v_1 = v = \frac{1}{2}c$, $a_1 = a$ und $r = d = \frac{1}{4}h$ ſetzen, weshalb wir

$$\lambda = 1{,}83 \cdot \frac{\sqrt{2gh}}{2a} \sqrt{\frac{h}{4g + \frac{c^2}{a}}} = 0{,}915 \frac{h}{a\sqrt{2 + \frac{h}{a}}},$$

alſo umgekehrt, $a^2 + \frac{1}{2}ha = \frac{1}{2}\left(\frac{0{,}915\,h}{\lambda}\right)^2$,

folglich den Radhalbmeſſer

$$a = \frac{h}{4}\left[\sqrt{8\left(\frac{0{,}915}{\lambda}\right)^2 + 1} - 1\right] = \frac{h}{4}\left(\sqrt{\frac{1{,}6744}{\lambda^2} + 1} - 1\right)$$

erhalten.

Am angemeſſenſten iſt, den Waſſerſtrahl horizontal in das Rad einzuführen, alſo $\alpha = \lambda$, und zwar

1) $\alpha = \lambda = 15$ Grad, alſo $arc.: \lambda = 0{,}2618$ zu nehmen.

Hiernach erhalten wir den Radhalbmeſſer

2) $a = 2h$, d. i. gleich dem doppelten Gefälle.

Die Ausflußgeſchwindigkeit des Waſſers iſt

3) $c = \mu\sqrt{2g(h - d_1)} = \mu\sqrt{2g \cdot {}^{11}/_{12}h}$,

ferner die vortheilhafteſte Geſchwindigkeit des Rades:

4) $v = \frac{1}{2}c\,cos.\alpha$,

und die Umdrehungszahl

5) $u = \frac{30v}{\pi a}$.

Theorie der Poncelet-räder.

Der Schaufelwinkel δ ist ferner durch die Formel

$$cotg.\,\delta = cotg.\,\alpha - \frac{v}{c\,sin.\,\alpha} = \tfrac{1}{2}\,cotg.\,\alpha,$$ d. i. durch

6) $tang.\,\delta = 2\,tang.\,\alpha$ bestimmt.

Auch erhält man nun für die relative Anfangsgeschwindigkeit des aufsteigenden Wassers:

$$7)\ c_1 = \frac{c\,sin.\,\alpha}{sin.\,\delta} = \frac{v}{cos.\,\delta},$$

und wenn man annähernd,

$$\frac{{v_1}^2}{a_1} = \left(1 - \frac{d}{2\,a}\right)\frac{v^2}{a} = \left(1 - \frac{h}{4\,a}\right)\frac{v^2}{a} = \tfrac{7}{8}\cdot\frac{v^2}{a}$$

nimmt, die Radtiefe schärfer bestimmt,

$$d = d_1 + \frac{{c_1}^2}{2\left(g + \tfrac{7}{8}\,\frac{v^2}{a}\right)} + (1 - cos.\,15^0)\,\alpha,\ \text{oder}$$

$$8)\ d = \tfrac{3}{2}\left(\frac{{c_1}^2}{2\left(g + \tfrac{7}{8}\,\frac{v^2}{a}\right)} + 0{,}034\,a\right).$$

Damit das Wasser auch bei langsameren Gange nicht überschlägt, setzt man noch einige Zoll zu.

Die schärfer bestimmte Strahlhöhe ist nun

$$9)\ d_1 = \tfrac{1}{3}\left(1 - \frac{d}{2\,a}\right) d\,cos.\,\alpha,$$

und die Radweite

$$10)\ e = \frac{Q}{d_1 c}.$$

Für die Schaufelkrümmung ist endlich der Halbmesser

$$11)\ r = \frac{d}{cos.\,\delta},$$

und für den Hülfswinkel φ:

$$12)\ sin.\,\tfrac{1}{2}\varphi = \sqrt{cos.\,\delta}.$$

Mit Hülfe der Größen v, a, r und φ läßt sich

$$13)\ \lambda = \left(\frac{9\,\varphi + sin.\,\varphi}{16}\right)\frac{v}{a}\sqrt{\frac{r}{g + \tfrac{7}{8}\,\frac{v^2}{a}}}$$

noch schärfer bestimmen.

Den mittleren Abstand je zweier Schaufeln von einander = 1 Fuß genommen, erhält man endlich noch die Anzahl der Schaufeln

$$14)\ n = 2\,\pi\,a_1.$$

Theorie der Ponceleträder.

Beiſpiel. Man ſoll für ein Gefälle h von 4,5 Fuß und für ein Aufſchlagquantum $Q = 40$ Cubikfuß, ein Ponceletrad anordnen und berechnen. Nehmen wir $\alpha = \lambda = 15$ Grad, ſo erhalten wir zunächſt den Radhalbmeſſer $a = 2h = 9$ Fuß, und ſetzen wir den Geſchwindigkeits- oder Ausflußcoefficienten $\mu = 0{,}90$, ſo erhalten wir die Geſchwindigkeit des Waſſers:

$$c = \mu\sqrt{2g \cdot {}^{11}/_{12}\, h} = 0{,}9 \cdot 7{,}906\sqrt{{}^{11}/_{12} \cdot 4{,}5} = 7{,}115\sqrt{4{,}125} = 14{,}45 \text{ Fuß},$$

ferner die vortheilhafteſte Umfangsgeſchwindigkeit des Rades:

$$v = {}^1/_2\, c \cos.\alpha = 7{,}225 \cdot \cos. 15^\circ = 6{,}98 \text{ Fuß},$$

und die Umdrehungszahl deſſelben:

$$u = \frac{30\,v}{\pi\, a} = \frac{30 \cdot 6{,}98}{9\,\pi} = \frac{69{,}8}{3\,\pi} = 7{,}406.$$

Für den Schaufelwinkel iſt ferner

$\text{tang.}\,\delta = 2\,\text{tang.}\,\alpha = 2 \cdot \text{tang.}\, 15^\circ = 0{,}53590$, hiernach $\delta = 28^\circ, 11'$.

Die Anfangsgeſchwindigkeit des aufſteigenden Waſſers iſt nun

$$c_1 = \frac{v}{\cos.\delta} = \frac{6{,}98}{\cos. 28^\circ, 11'} = 7{,}92 \text{ Fuß},$$

und daher die erforderliche Radkranzbreite

$$d = {}^3/_4\left(\frac{{c_1}^2}{2\left(g + {}^7/_8\,\frac{v^2}{a}\right)} + 0{,}034\,a\right) = {}^3/_2\left(\frac{7{,}92^2}{2\,(31{,}25 + 5{,}41)} + 0{,}306\right)$$

$$= {}^3/_2\left(\frac{62{,}726}{73{,}3} + 0{,}306\right) = 1{,}74 \text{ Fuß},$$ wofür der Sicherheit wegen 22 Zoll bis 2 Fuß zu nehmen iſt.

Die Strahlſtärke iſt nun nach der genaueren Formel

$$d_1 = {}^1/_3\left(1 - \frac{d}{2\,a}\right) d \cos.\alpha = {}^1/_3\,(1 - {}^7/_{72}) \cdot 1{,}74 \cos. 15^\circ$$

$$= {}^1/_3 \cdot {}^{65}/_{72} \cdot 1{,}74 \cos. 15^\circ = 0{,}506 \text{ Fuß}, \text{ und die Radweite}$$

$$e = \frac{Q}{d_1\, c} = \frac{40}{0{,}506 \cdot 14{,}45} = 5{,}47 \text{ Fuß}.$$

Der Halbmeſſer der Schaufelkrümmung iſt noch, wenn wir $d = 2$ Fuß nehmen,

$$r = \frac{d}{\cos.\delta} = \frac{2}{\cos. 28^\circ, 11'} = 2{,}27 \text{ Fuß},$$

und für den Winkel φ hat man

$$\sin. {}^1/_2\,\varphi = \sqrt{\cos.\delta} = \sqrt{\cos. 28^\circ, 11'} = 0{,}9388;$$

es iſt folglich ${}^1/_2\,\varphi = 69^\circ, 51{}^1/_2'$, und $\varphi = 139^\circ, 43'$.

Genauer haben wir nun

$$\lambda = \left(\frac{9\,\varphi + \sin.\varphi}{16}\right)\frac{v}{a}\sqrt{\frac{r}{g + {}^7/_8\,\frac{v^2}{a}}}$$

$$= \left(\frac{9 \cdot 2{,}4385 + 0{,}6466}{16}\right) \cdot \frac{6{,}98}{9} \cdot \sqrt{\frac{2{,}27}{36{,}66}}$$

$$= 22{,}593 \cdot \frac{3{,}49}{72} \cdot \sqrt{\frac{2{,}27}{36{,}66}} = 0{,}2725,$$

in Graden: $\lambda = 15^\circ, 35'$.

Die erforderliche Anzahl der Schaufeln iſt endlich

$$n = 2\,\pi\, a_1 = 2\,\pi \cdot {}^7/_8 \cdot 9 = \frac{63\,\pi}{4} = 48.$$

Die natürliche Chlor- und Brom-Salze.

$K_2Mg(SO_4)_2 \cdot 6H_2O$ — 0,3494 : 0,1647 : 0,1497 : 0,1862 : 0,1494 : 0,1506 : 99,99

$K_2Mg(SO_4)_2 \cdot 4H_2O$ — 0,3494 : 0,1647 : 0,1497 : 0,1862 : 0,1494 : 0,1506 : 99,99

$K_2Mg(SO_4)_2 \cdot 2H_2O$ — 0,3494 : 0,1647 : 0,1497 : 0,1862 : 0,1494 : 0,1506 : 99,99

Mg(Cl, Br)$_2$ — 0,3494 : 0,1647 : 0,1497 : 0,1862 : 0,1494 : 0,1506 : 99,99

Auch bei den polymeren Halogen-Salzen ist der Br- in der Cl- enthalten. Die Bromide sind in den Chloriden gelöst. Die Bromide sind in den Chloriden

gelöst wie Bromit — $AgCl + AgBr = 1 : 1$ —, Cl. Bromit Cl, Br ist ein Chlorid mit Bromid gelöst. Bromit ist ein Chlorid mit Bromid gelöst. Bromit ist ein Chlorid mit Bromid gelöst. Bromit

Versuche an Poncelet'schen Rädern.

hoben wurde. Die größten Leistungen ergaben sich, der Theorie entsprechend, wenn die Radgeschwindigkeit 0,5 der Wassergeschwindigkeit war, und der Wirkungsgrad betrug in diesem Falle 0,42 bis 0,56; ersteres bei kleinerer, letzteres aber bei größerer Dicke des Wasserstrahles oder stärkerer Füllung der Zellen. Wenn man nicht das Gefälle, sondern die Geschwindigkeitshöhe des ankommenden Wassers als maaßgebend ansieht, so stellt sich der Effect 0,65 bis 0,72 heraus. Später hat Poncelet noch Versuche an einem Rade in natürlicher Größe mit einem Bremsdynamometer angestellt und ist dabei zu Ergebnissen gelangt, welche von den eben angeführten nur wenig abweichen. Dieses Rad hatte 11 Fuß (paris. Maaß) Durchmesser, und 30 blecherne Schaufeln von 2 Millimeter Dicke. Die Radkränze waren, wie die Arme und Wellen, von Holz, und es betrug ihre Breite 14 Zoll, ihre Dicke 3 Zoll, und ihre Entfernung von einander, oder die Radweite, 28 Zoll. Bei einer mittleren Druckhöhe von 1,3 Meter, einer Strahlhöhe von 0,2 Meter und einem Geschwindigkeitsverhältnisse von 0,52 stellte sich auch hier ein Wirkungsgrad von 0,52 heraus, der sich aber auf 0,60 steigert, wenn man die Geschwindigkeitshöhe statt des ganzen Gefälles einführt. Poncelet zieht aber aus seinen Versuchsresultaten folgende Folgerungen.

Das vortheilhafteste Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c}$ ist 0,55, kann aber 0,50 bis 0,60 betragen, ohne eine bedeutend kleinere Wirkung zu geben. Der Wirkungsgrad ist für Gefälle von 2 bis 2,3 Meter, $\eta = 0{,}5$; für Gefälle von 1,5 bis 2,0 Meter, $\eta = 0{,}55$, und für Gefälle unter 1,5 Meter, $\eta = 0{,}60$. Es berechnet sich hiernach die Nutzleistung im ersten Falle:

$Pv = 122{,}3\ (c - v)\ v\ Q$ Kilogr.-Meter $= 2{,}53\ (c - v)\ v\ Q$ Fußpfund,

im zweiten:

$Pv = 132{,}5\ (c - v)\ v\ Q$ Kilogr.-Meter $= 2{,}74\ (c - v)\ v\ Q$ Fußpfund,

im dritten:

$Pv = 142{,}7\ (c - v)\ v\ Q$ Kilogr.-Meter $= 2{,}95\ (c - v)\ v\ Q$ Fußpfund.

Noch giebt Poncelet einige Regeln für die Anordnung eines unterschlägigen Wasserrades mit krummen Schaufeln, welche er ebenfalls aus seinen Beobachtungen folgert. Die Entfernung je zweier Schaufeln, am äußeren Umfang gemessen, soll nur 0,20 bis 0,25 Meter, der Radhalbmesser aber soll nicht unter 1 und nicht über 2,5 Meter betragen; die Axe des Wasserstrahles soll den Umfang des Rades unter einem Winkel von 24^0 bis 30^0 begegnen, und noch ohngefähr 3^0 gegen den Horizont geneigt sein. Uebrigens soll der Abfall hinreichend hoch sein, damit das

Bilder, Bilder, Bilder. Ein Buch, das sich nur mit Bildern befaßt, ist Hans Ludwig Oertels „Bilderbuch“ (Verlag Ullstein, Berlin). Es ist ein Buch für Bildfreunde, für Leute, die gern Bilder betrachten, die Bilder lieben. Und Bilder sind es, die dieses Buch enthält, Bilder, Bilder, Bilder. Bilder, die Oertel gemalt hat, Bilder, die er gesammelt hat, Bilder, die er geschaffen hat, Bilder, die er gefunden hat. Bilder, Bilder, Bilder. Und Oertel hat sie alle gesehen, hat sie alle gekannt, hat sie alle geliebt. Und er hat sie alle in sein Buch hineingenommen, damit auch wir sie sehen, kennen und lieben. Und wir sehen, kennen und lieben sie alle. Bilder, Bilder, Bilder.

Ein Bilderbuch ist Hans Ludwig Oertels „Bilderbuch“ (Verlag Ullstein, Berlin). Es ist ein Buch für Bildfreunde, für Leute, die gern Bilder betrachten, die Bilder lieben. Und Bilder sind es, die dieses Buch enthält, Bilder, Bilder, Bilder. Bilder, die Oertel gemalt hat, Bilder, die er gesammelt hat, Bilder, die er geschaffen hat, Bilder, die er gefunden hat. Bilder, Bilder, Bilder. Und Oertel hat sie alle gesehen, hat sie alle gekannt, hat sie alle geliebt. Und er hat sie alle in sein Buch hineingenommen, damit auch wir sie sehen, kennen und lieben. Und wir sehen, kennen und lieben sie alle. Bilder, Bilder, Bilder.

Ein Bilderbuch ist Hans Ludwig Oertels „Bilderbuch“ (Verlag Ullstein, Berlin). Es ist ein Buch für Bildfreunde, für Leute, die gern Bilder betrachten, die Bilder lieben. Und Bilder sind es, die dieses Buch enthält, Bilder, Bilder, Bilder. Bilder, die Oertel gemalt hat, Bilder, die er gesammelt hat, Bilder, die er geschaffen hat, Bilder, die er gefunden hat. Bilder, Bilder, Bilder. Und Oertel hat sie alle gesehen, hat sie alle gekannt, hat sie alle geliebt. Und er hat sie alle in sein Buch hineingenommen, damit auch wir sie sehen, kennen und lieben. Und wir sehen, kennen und lieben sie alle. Bilder, Bilder, Bilder.

Ein Bilderbuch ist Hans Ludwig Oertels „Bilderbuch“ (Verlag Ullstein, Berlin). Es ist ein Buch für Bildfreunde, für Leute, die gern Bilder betrachten, die Bilder lieben. Und Bilder sind es, die dieses Buch enthält, Bilder, Bilder, Bilder. Bilder, die Oertel gemalt hat, Bilder, die er gesammelt hat, Bilder, die er geschaffen hat, Bilder, die er gefunden hat. Bilder, Bilder, Bilder. Und Oertel hat sie alle gesehen, hat sie alle gekannt, hat sie alle geliebt. Und er hat sie alle in sein Buch hineingenommen, damit auch wir sie sehen, kennen und lieben. Und wir sehen, kennen und lieben sie alle. Bilder, Bilder, Bilder.

Neue Verſuche.

Die drei hölzernen Verſuchsräder hatten 1,6 Meter, 2,4 Meter und 3,2 Meter, das eiſerne Rad aber 2,8 Meter Höhe, die Schaufeln waren bei allen drei Rädern von Blech. Die erſten drei Räder hatten 0,4, das letztere aber 0,8 Meter Weite, alle vier aber hatten eine Tiefe oder Kranzbreite von 0,75 Meter. Ein beſonderer Uebelſtand ſtellte ſich aber bei den hölzernen Rädern dadurch heraus, daß ſie wegen ihres kleinen Trägheitsmomentes ſehr ungleichförmig gingen und eben dadurch viel Waſſer nach innen verſpritzten. Das kleinſte Rad ging beſonders ſehr ungleichförmig und gab bei dem Gefälle von 0,45 bis 0,55 Meter, und wenn die Zellen mindeſtens zur Hälfte gefüllt waren, nur den Wirkungsgrad 0,485; bei größerem Gewichte würde es vielleicht 0,55 Wirkungsgrad gegeben haben. Bei dem mittleren Rade wurde dieſer mit einem Gefälle von 0,75 Meter 0,60 bis 0,62 gefunden. An dem dritten Rade wurden Verſuche bei verſchiedenen Schaufelbreiten angeſtellt. Es zeigte ſich, daß bei einem Gefälle von 0,56 Meter die Kranzbreite 0,43 Meter und bei einem Gefälle von 0,7 Meter, die von 0,59 Meter noch zu klein war. Noch wurden an dieſem Rade Verſuche über die Wirkung des von Poncelet vorgeſchlagenen Gerinnes angeſtellt, und damit nicht nur ein größerer Wirkungsgrad erlangt, ſondern auch gefunden, daß der Faſſungsraum bis $^3/_2$ herabſinken kann, ehe das Waſſer innen überſchlug.

Was endlich noch die Verſuche mit dem aus 42 Schaufeln beſtehenden eiſernen Rade betrifft, ſo wurden dieſe bei 1,2 bis 1,4 Meter Gefälle angeſtellt, wenn es nicht im Waſſer watete, bei 0,9 Meter aber bei 0,36 Meter tiefem Waten im Waſſer. Bei den Schützenzügen von 0,15 Meter, 0,2 Meter, 0,25 Meter und 0,277 Meter betrugen die Maxima des Wirkungsgrades 0,52; 0,57; 0,60 und 0,62; und bei Schwankungen der Umdrehungszahlen innerhalb der Grenzen 12 bis 21, 13 bis 21, 11 bis 20 und 12 bis 19 entfernten ſich die Wirkungsgrade nur $^1/_{13}$, $^1/_{14}$, $^1/_{12}$ und $^1/_9$ von den Maximalwerthen. Aus den Reſultaten dieſer Verſuche folgt, daß bei einem Rade mit dem hohlen Gerinne die Wirkung durch die Formel

$$Pv = 0{,}871 \left(\frac{c^2 - w^2}{2g}\right) Q\gamma$$

ausgedrückt werden kann, daß ferner das vortheilhafteſte Geſchwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c} = 0{,}50$ bis $0{,}55$ iſt, daß das Waſſer dieſelbe Wirkung giebt, es mag der Unterwaſſerſpiegel 0,12 Meter unter oder 0,20 bis 0,25 Meter über dem Radtiefſten ſtehen; daß endlich der Wirkungsgrad bis auf 0,46 herabſinkt, wenn das Rad 0,357 Meter tief oder mit der halben Kranzbreite im Waſſer watet. Der Hauptnutzen des neuen Gerinnes beſteht aber darin, daß ſich ein Rad mit dieſem Gerinne in weiteren Geſchwin-

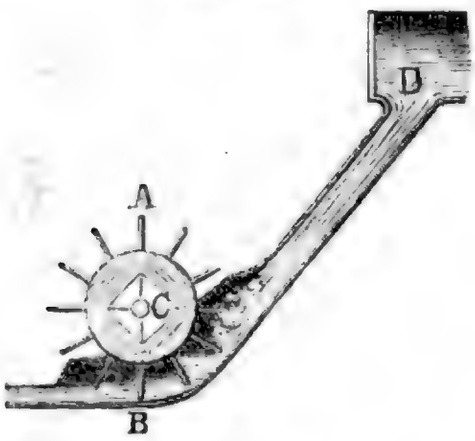
digkeitsgrenzen bewegen kann, ohne viel von seiner Nutzleistung zu verlieren. Uebrigens findet Morin für Gefälle von 0,9 bis 1,3 Meter am angemessensten, die Kranzbreite der Hälfte des Radhalbmessers gleich und den Fassungsraum noch einmal so groß zu machen, als den Raum, den das Wasser eigentlich beansprucht, d. i. den Füllungscoefficienten $\varepsilon = 1/2$ in Anwendung zu bringen. Neue Versuche.

Neuere Versuche sind auch von Morozeau an einem Ponceletrade mit drei Abtheilungen angestellt worden. S. Bulletin de Mulhouse, 1846, oder polytechnisches Centralblatt, Jahrgang 1848. Dieses Rad hatte eine Höhe von 4,4 Meter, eine lichte Weite von $3 . 0{,}67 = 2$ Meter und eine Kranzbreite von 0,75 Meter und nahm bei 1,5 Meter Gefälle pr. Sec. 500 bis 1000 Litres Aufschlagwasser auf. Der größte Wirkungsgrad wurde hier 0,669 gefunden, und zwar dann, wenn das Wasser in allen drei Abtheilungen zugleich floß. Der Wirkungsgrad wurde jedoch kleiner, wenn das Rad 0,1 Meter im Unterwasser badete.

§. 159. Man hat zuweilen auch noch andere vertikale Wasserräder angewendet, welche sich keinem der eben abgehandelten Radsysteme beizählen lassen; namentlich giebt es noch sehr kleine Räder, welche kaum einige Fuß Höhe haben, und durch den Druck oder Stoß des Wassers in Bewegung gesetzt werden. Diejenigen, welche sich an die bereits abgehandelten Systeme noch am meisten anschließen, mögen hier noch ihren Platz finden, anderer aber wird aus besonderen Gründen erst in den folgenden Kapiteln gedacht werden. Kleine Räder.

D'Aubuisson beschreibt in seiner Hydraulik kleine Stoßräder, wie ACB, Fig. 297, mit hohem Gefälle von 6 bis 7 Meter, welche in den Pyrenäen häufig angewendet werden. Diese Räder sind nur $2\frac{1}{2}$ bis 3 Meter hoch und haben 24 etwas ausgehöhlte Schaufeln. Ihre Wirkung soll nach D'Aubuisson $2/3$ von der eines oberschlägigen Rades bei gleichem Gefälle sein. Es ist übrigens die Leistung eines solchen Rades nach der oben entwickelten Theorie der Kropfräder zu berechnen, denn es sind diese Räder eigentlich nur Kropfräder mit einem großen Stoß- und einem kleinen Druckgefälle. Um das Verspritzen des Wassers so viel wie möglich zu verhindern, wird das Rad in einen Kropf mit genau anschließenden Seitenwänden gehängt. Uebrigens läßt sich bei Anwendung mehrerer solcher Räder unter oder neben einander, wenn das Wasser von einem Rade auf das andere tritt, noch ein hoher Wirkungsgrad erlangen

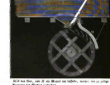
Fig. 297.



Tafel 27, Fig. 1, 2 u. 3. Stahl-Farne aus dem Mittel- und Oberlias und Mittellias von Hildesheim. Die Originale befinden sich im Roemer-Museum in Hildesheim. Die Abbildungen sind in natürlicher Größe hergestellt. Fig. 1. Nilssonia Hörbyensis. Fig. 2. Nilssonia Orientalis. Fig. 3. Nilssonia Polymorpha.

Stahl- und Farne aus dem Mittel- und Oberlias, sowie aus dem Mittellias von Hildesheim.

Die unteren Teile, Fig. 1—3, der Tafel 27 u. 28 sind in natürlicher Größe hergestellt.



Stahl- und Farne aus dem Mittel- und Oberlias, sowie aus dem Mittellias von Hildesheim.

Die unteren Teile, Fig. 1—3, der Tafel 27 u. 28 sind in natürlicher Größe hergestellt.

wurde von Belanger bei 1,3 Meter Umfangsgeſchwindigkeit 0,75 bis 0,85, alſo ſehr hoch gefunden. Es hat daſſelbe nur einen aus Eiſenblech gebildeten Kranz von 0,3 Meter Breite, 0,12 Meter Dicke und 2,28 Meter Durchmeſſer, und beſteht aus 6 elliptiſchen, durch Rippen verſtärkten Blechſchaufeln. Uebrigens hängt dieſes Rad in einem ſehr genau anſchließenden Gerinne, und an den Radkranz ſehr nahe anſchließende Eiſenplatten *DE* ſperren das Oberwaſſer *O* von dem Unterwaſſer *U* ziemlich genau ab, indem ſich der Radkranz in dem zwiſchen dieſen Platten befindlichen Spalt bewegt. Die Kraft, mit welcher ein ſolches Rad umläuft, iſt jedenfalls das Product aus dem Niveauabſtande beider Waſſerſpiegel, dem Querſchnitte einer Schaufel, und der Dichtigkeit des Waſſers. Kleine Räder.

Schlußanmerkung. Die Literatur über vertikale Waſſerräder iſt allerdings ſehr ausgedehnt; doch verdienen nur wenige Schriften über dieſe Maſchinen einer größeren Beachtung, da die meiſten derſelben nur oberflächliche und einige ſogar ziemlich unrichtige Theorien über Waſſerräder abhandeln. In Eytelwein's Hydraulik ſind die Waſſerräder nur ganz allgemein abgehandelt, Vollſtändigeres, namentlich aber die Theorie unterſchlägiger Waſſerräder, findet man in Gerſtner's Mechanik. Wenig Brauchbares findet man in Langsdorf's Hydraulik oder in deſſen Syſtem der Maſchinenkunde. Ziemlich ausführlich, namentlich über die oberſchlägigen Waſſerräder, handelt D'Aubuiſſon in ſeiner Hydraulique à l'usage des Ingénieurs. Navier handelt in ſeinen Applications de la Mécanique nur ganz allgemein von den vertikalen Waſſerrädern, ausführlicher aber in der von ihm beſorgten Ausgabe vom erſten Bande der Architecture hydraulique von Belidor. In dem deutſch unter dem Titel Lehrbuch der Anwendung der Mechanik erſchienenen Cours de Mécanique appliquée von Poncelet wird die Theorie der Waſſerräder in gedrängter Kürze, jedoch ziemlich gründlich abgehandelt. Ueber die Leiſtungen und Regeln zur Conſtruction von Waſſerrädern findet man auch das Nöthigſte in Morin's Aide-mémoire de Mécanique pratique. In dem Treatise on Manufactures and Machinery of Great-Britain, of P. Barlow iſt wenig über Theorie, mehr über die Einrichtung der Waſſerräder geſagt. Vollſtändige Beſchreibungen und gute Zeichnungen von Waſſerrädern findet man in Armengaud's Traité pratique des moteurs hydrauliques et à vapeur. Das vorzüglichſte Werk über vertikale Waſſerräder iſt aber Redtenbacher's Theorie und Bau der Waſſerräder, welches mit 6 kleinen und 23 großen lithographirten Tafeln 1846 in Manheim erſchienen iſt. Poncelet's und Morin's Memoiren über die Wirkungen vertikaler Waſſerräder (ſ. oben §. 152 und §. 129) bilden ein wichtiges Element in der Literatur über vertikale Waſſerräder. Von den kleinen Hammerrädern iſt ausführlich die Rede in Tunner's Darſtellung der Stabeiſen- und Rohſtahl-Bereitung, Grätz 1845. Von den Waſſerrädern handelt auch Morin's Leçons de Mécanique pratique, Part. II.

Fünftes Kapitel

Von den horizontalen Wasserrädern.

Turbinen. §. 160. Bei den horizontalen oder um eine vertikale Axe umlaufenden Wasserrädern wirkt das Wasser entweder durch Stoß, oder durch Druck oder durch Reaction, nie aber unmittelbar durch sein Gewicht. Man unterscheidet daher auch horizontale Stoß-, Druck- und Reactionsräder von einander. Sehr gewöhnlich nennt man auch die horizontalen Wasserräder überhaupt Turbinen oder Kreiselräder (franz. und engl. turbines), zuweilen giebt man aber nur einer gewissen Klasse von Reactionsrädern den Namen Turbinen. Die Stoßräder sind mit ebenen oder ausgehöhlten Schaufeln ausgerüstet, auf die das Wasser mehr oder weniger rechtwinkelig aufschlägt; die Druckräder hingegen haben krumme Schaufeln, an welchen das Wasser bloß hinläuft; die Reactionsräder endlich bestehen aus einem Röhrenapparate, aus welchem das Wasser mehr oder weniger tangential ausfließt. Die Druckräder und Reactionsräder sind in ihrer Construction einander sehr ähnlich, jedoch unterscheiden sie sich dadurch wesentlich von einander, daß bei den Druckrädern die Zellen oder Kanäle zwischen je zwei Schaufeln vom Wasser nicht ganz ausgefüllt werden, bei den Reactionsrädern aber das Wasser durch die Kanäle oder Röhren mit gefülltem Querschnitte hindurchströmt. Während sich bei den Stoßrädern das Wasser nach allen Seiten hin auf den Schaufeln ausbreitet, strömt es bei den Druck- und Reactionsrädern nur nach einer Seite hin. Nach den verschiedenen Richtungen, in welchen sich das Wasser in den Kanälen der letzteren Räder bewegt, hat man zwei Hauptsysteme von Druck- und Reactionsrädern; entweder ist die relative Bewegung des Wassers in den Kanälen eine horizontale, oder sie ist eine gegen den Horizont geneigte, meist in einer Vertikalfläche vor sich gehende Bewegung. Im ersten Systeme ist aber wieder zu unterscheiden, ob das Wasser von innen nach außen, oder von außen nach innen strömt; im zweiten, ob es von oben nach unten oder von unten nach oben fließt. Meist erfolgt die Bewegung entweder nur von innen nach außen, oder von oben nach unten; im ersten Falle kommt die Centrifugal- und im zweiten die Schwerkraft der Bewegung zu Hülfe.

Bergischer Waldglas-, vor wenigen Jahr Flasche aus altem Glas, Bergischer Waldglas-, vor wenigen Jahr Flasche aus altem Glas

Abb. 100.

Abb. 100. Bergischer Waldglas-, vor wenigen Jahr Flasche aus altem Glas.

Abb. 101. Bergischer Waldglas-, vor wenigen Jahr Flasche aus altem Glas.

Abb. 102. Bergischer Waldglas-, vor wenigen Jahr Flasche aus altem Glas.

Abb.

Analyse. durch den Punkt in die Schwingungsebene, so wird sie aufgelöst, in die Schwingung in der Richtung der Schwingungsebene und in eine Kraft, welche senkrecht auf der Schwingungsebene steht. Ist φ der Winkel, welchen die Schwingungsebene mit der Ebene des Meridians macht, so ist die Componente der Schwingung in der Richtung des Meridians $= \frac{dy}{dt} \cos\varphi$, und die in der senkrechten Richtung $= \frac{dy}{dt} \sin\varphi$.

Wenn nun aus von den gegen irdischen Schwerkraft $= g$ und $= \frac{dy}{dt} \sin\varphi$.

Welche beiden Bedingungen $\frac{d^2 y \sin\varphi}{dt^2} = g \sin\varphi$ und $\frac{dy}{dt} = 0$, bei der Schwingung $\frac{d^2 y \sin\varphi}{dt^2} = g \sin\varphi$ Statt finden. Die erste ist mit der Schwingungsebene identisch, die zweite aber zeigt, dass die Schwingungsebene sich nicht ändert. Integrirt man nun $\frac{d^2 y}{dt^2} = g$, so erhält man $\frac{dy}{dt} = gt + C$, und $y = \frac{1}{2} g t^2 + Ct + C'$. Setzt man $y = 0$, $t = 0$, so ist $C' = 0$, und $\frac{dy}{dt} = gt + C$. Setzt man $\frac{dy}{dt} = 0$, $t = 0$, so ist $C = 0$, und $y = \frac{1}{2} g t^2$.

Aus dem Vorhergehenden ergiebt sich folgendes Gesetz:

Die Schwingungsebene bleibt sich in absoluter Lage parallel.

Es ist also $\frac{dy}{dt} = gt$ und $y = \frac{1}{2} g t^2$.

§. 102. Die Wirkungen der Kräfte, welche eine Bewegung hervorbringen, sind von verschiedener Art. Wenn sie nämlich, wie die Schwerkraft, eine Bewegung hervorbringen, welche sich in der Richtung der Kraft selbst vollendet, so nennt man sie bewegende Kräfte. Wenn sie aber, wie die Kraft, welche durch eine Saite mit bestimmter Länge die Kugel hält, nur hervorbringen, dass die Kugel sich in einem Kreise, dessen Mittelpunkt in der Saite ist, bewegt, so nennt man sie Kräfte, welche eine Bewegung in Kreisen hervorbringen.

Fig. 33.

Es sei AB die Richtung der Kraft, welche eine Bewegung in Kreisen hervorbringt, C der Mittelpunkt, $CA = CB = r$ der Halbmesser, M die Masse, V die Geschwindigkeit, welche die Kugel in A hat, φ der Winkel, welchen AC mit CM macht, $CM = r + \varrho$, ϱ die Abweichung von AC, φ der Winkel, welchen CM mit AC macht, $\frac{MV^2}{r}$ die Kraft, welche M in A hat, $\frac{MV^2}{r} \cos\varphi$ die Componente dieser Kraft in der Richtung CM, $\frac{MV^2}{r} \sin\varphi$ die Componente in der Richtung MD senkrecht auf CM, $\frac{MV^2}{r} \cos\varphi - \frac{MV^2}{r}$ die Kraft, welche M in M hat, $\frac{MV^2}{r} \sin\varphi$ die Kraft, welche M in M hat, $\frac{MV^2}{r} \cos\varphi - \frac{MV^2}{r} = -\frac{MV^2}{r} \cdot \frac{\varrho}{r+\varrho}$ die Kraft, welche M in M hat, $\frac{MV^2}{r} \sin\varphi$ die Kraft, welche M in M hat, $\frac{MV^2}{r} \sin\varphi = \frac{MV^2}{r} \cdot \frac{r\varphi}{r+\varrho}$ die Kraft, welche M in M hat, $\frac{d^2\varrho}{dt^2}$ die Beschleunigung, welche M in M hat, $\frac{d^2\varrho}{dt^2} = -\frac{MV^2}{r} \cdot \frac{\varrho}{r+\varrho}$ die Gleichung, welche M in M hat, $\frac{d^2\varrho}{dt^2} = \frac{MV^2}{r} \cdot \frac{r\varphi}{r+\varrho}$ die Gleichung, welche M in M hat, $\frac{d^2\varrho}{dt^2} + \frac{MV^2}{r} \cdot \frac{\varrho}{r+\varrho} = 0$ die Gleichung, welche M in M hat, $\frac{d^2\varrho}{dt^2} + \frac{MV^2}{r} \cdot \frac{\varrho}{r+\varrho} = \frac{MV^2}{r} \cdot \frac{r\varphi}{r+\varrho}

um welchen das Wasser durch die Schaufel von seiner anfänglichen Rich- Stoßräder.
tung abgelenkt wird, so folgt nun die absolute Geschwindigkeit des abfließenden Wassers:

$$w = \sqrt{c_1^2 + v_2^2 + 2\,c_1\,v_2\,cos.\beta}$$
$$= \sqrt{(c - v\,cos.\alpha)^2 + v^2\,cos.\alpha^2 + 2\,(c - v\,cos.\alpha)\,v\,cos.\alpha\,cos.\beta},$$

daher der entsprechende Arbeitsverlust:

$$\frac{Qw^2}{2g} = [c^2 - 2\,(c - v\,cos.\alpha)\,v\,cos.\alpha\,(1 - cos.\beta)]\,\frac{Q\gamma}{2g},$$

und die Leistung des Rades:

$$L = Pv = \left(\frac{c^2 - w^2}{2g}\right) Q\gamma = (1 - cos.\beta)\,\frac{(c - v\,cos.\alpha)\,v\,cos.\alpha}{g} \cdot Q\gamma.$$

Bei ebenen Schaufeln ist $\beta = 90^0$, also $cos.\beta = 0$ und daher $L = \frac{(c - v\,cos.\alpha)\,v\,cos.\alpha}{g}\,Q\gamma$, wie wir allerdings schon oben, jedoch auf einem ganz anderen Wege gefunden haben. Bei hohlen Schaufeln ist nun aber β stumpf, also $cos.\beta$ negativ, daher $1 - cos.\beta$ größer als 1, und folglich auch die Leistung größer, als bei ebenen Schaufeln.

Zu dieser Klasse von Rädern gehören auch diejenigen, welche die Franzosen roues volants nennen, und über deren Wirkungen Piobert und Tardy Versuche angestellt haben. S. Expériences sur les roues hydrauliques à axe vertical etc., par Piobert et Tardy, Paris 1840. Die Ergebnisse dieser Versuche an einem Rädchen von 5 Fuß Durchmesser, 8 Zoll Höhe und 20 gekrümmten Schaufeln (s. Fig. 303) waren bei einem Gefälle von $4\frac{1}{4}$ Meter (vom Spiegel des Oberwassers bis Grundfläche des Rades gemessen), und bei einem Aufschlag von 0,3 Cubikmeter pr. Sec. folgende: Für $\frac{v}{c} = 0{,}72$, $\eta = 0{,}16$; für $\frac{v}{c} = 0{,}66$, $\eta = 0{,}31$, und für $\frac{v}{c} = 0{,}56$, $\eta = 0{,}40$. Hiernach läßt sich nun in den Fällen, wenn das Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c}$ nicht sehr von 0,6 abweicht, setzen: $Pv = 0{,}75\,(c - v\,cos.\alpha)\,\frac{v\,cos.\alpha}{g}\,Q\gamma$.

Fig. 303.

Bei großen Aufschlagsquanten oder sehr kleinen Rädern stellt sich die Leistung vorzüglich deshalb noch sehr gering heraus, weil hier der Abfluß des Wassers nicht hinreichend schnell erfolgt und sich deshalb eine Stauung im Rade bildet.

Beispiel. Welchen Effect kann man von einer Stoßturbine mit hohlen Schaufeln wie Fig. 303 erwarten, wenn man zu deren Umtriebe ein Wasserquan-

Kräfte. kann nur 4 Gleichungen geben, die Probleme aber ist viel komplizirter. Wenn man das Gleichgewicht der Kräfte untersucht, so kann man nicht mehr, wie in der Statik, annehmen, daß irgend ein Punkt $x_1 = x_1' = 0$ oder $\frac{\partial V}{\partial x_1} = 0$ ist. Es ist nämlich $\frac{\partial V}{\partial x_1} = \frac{\partial V}{\partial x_1'} + \frac{\partial V}{\partial x_2'} \frac{\partial x_2'}{\partial x_1} + \frac{\partial V}{\partial x_3'} \frac{\partial x_3'}{\partial x_1}$, und wenn $x_1' = 0$ ist, so ist $\frac{\partial x_2'}{\partial x_1}$ und $\frac{\partial x_3'}{\partial x_1}$ nicht Null, sondern $\frac{\partial x_2'}{\partial x_1} = \frac{\partial x_2}{\partial x_1} - \frac{\partial x_2}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x_1}$ und $\frac{\partial x_3'}{\partial x_1} = \frac{\partial x_3}{\partial x_1} - \frac{\partial x_3}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x_1}$. Wenn also $x_1' = 0$ ist, so ist $\frac{\partial V}{\partial x_1} = \frac{\partial V}{\partial x_2'} \left(\frac{\partial x_2}{\partial x_1} - \frac{\partial x_2}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial V}{\partial x_3'} \left(\frac{\partial x_3}{\partial x_1} - \frac{\partial x_3}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x_1} \right)$. Setzt man nun $\frac{\partial V}{\partial x_1} = 0$, so ist $\frac{\partial V}{\partial x_2'} \frac{\partial x_2}{\partial x_1} + \frac{\partial V}{\partial x_3'} \frac{\partial x_3}{\partial x_1} = \frac{\partial V}{\partial x_2'} \frac{\partial x_2}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x_1} + \frac{\partial V}{\partial x_3'} \frac{\partial x_3}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x_1}$, oder $\frac{\partial V}{\partial x_2'} \frac{\partial x_2}{\partial x_1} + \frac{\partial V}{\partial x_3'} \frac{\partial x_3}{\partial x_1} = \frac{\partial V}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial x_1}$. Es ist also $\frac{\partial V}{\partial x_1} = 0$, wenn $\frac{\partial V}{\partial t} = 0$ ist, d. h. wenn V nicht explizite von der Zeit abhängt.

Beispiel. Ein Punkt, der sich auf einer Kugelfläche bewegt, ist dem Falle, wo keine äußeren Kräfte wirken, ein Beispiel für diesen Fall. Wenn nämlich $x_1 = x_1' = 0$ ist, so ist $\frac{\partial V}{\partial x_1} = \frac{\partial V}{\partial x_2'} \frac{\partial x_2}{\partial x_1} + \frac{\partial V}{\partial x_3'} \frac{\partial x_3}{\partial x_1}$. Nun ist $V = \frac{1}{2} \left(\frac{dx_2'}{dt} + \frac{dx_3'}{dt} \right)$, also $\frac{\partial V}{\partial x_2'} = \frac{dx_2'}{dt}$ und $\frac{\partial V}{\partial x_3'} = \frac{dx_3'}{dt}$. Ferner ist $\frac{\partial x_2}{\partial x_1} = \frac{dx_2}{dx_1}$ und $\frac{\partial x_3}{\partial x_1} = \frac{dx_3}{dx_1}$. Also ist $\frac{\partial V}{\partial x_1} = \frac{dx_2'}{dt} \frac{dx_2}{dx_1} + \frac{dx_3'}{dt} \frac{dx_3}{dx_1}$. Setzt man nun $\frac{\partial V}{\partial x_1} = 0$, so ist $\frac{dx_2'}{dt} \frac{dx_2}{dx_1} + \frac{dx_3'}{dt} \frac{dx_3}{dx_1} = 0$, oder $\frac{dx_2'}{dx_2} + \frac{dx_3'}{dx_3} \frac{dx_3}{dx_2} = 0$. Wenn also $x_2' = x_2$ ist, so ist $\frac{dx_3'}{dx_3} = -\frac{dx_2}{dx_3}$, oder $x_2 dx_2 + x_3 dx_3 = 0$, und $x_2^2 + x_3^2 = \text{Konst.}$ Wenn also $x_1 = x_1' = 0$ und $x_2 = x_2'$ ist, so ist $x_2^2 + x_3^2 = \text{Konst.}$ Dies ist die Gleichung eines Kreises, dessen Mittelpunkt im Anfangspunkt der Koordinaten liegt. Wenn also $x_1 = x_1' = 0$ und $x_2 = x_2'$ ist, so bewegt sich der Punkt auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt im Anfangspunkt der Koordinaten liegt. Wenn $x_1 = x_1' = 0$ ist, so ist $x_2 = x_2' \cos \alpha + x_3' \sin \alpha$, $x_3 = -x_2' \sin \alpha + x_3' \cos \alpha$, wo α eine beliebige Konstante ist. Wenn also $x_1 = x_1' = 0$ ist, so bewegt sich der Punkt auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt im Anfangspunkt der Koordinaten liegt, und dessen Ebene mit der $x_2 x_3$-Ebene einen beliebigen Winkel α bildet.

Kleine Bewegungen.

Wir wollen jetzt diejenigen Bewegungen eines Systems betrachten, welche nur wenig von einer Gleichgewichtslage abweichen. Wir wollen annehmen, daß $x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0$ eine Gleichgewichtslage sei, und daß $x_1, x_2, \ldots x_n$ so kleine Größen seien, daß wir ihre Quadrate und höheren Potenzen vernachlässigen können. Wir wollen ferner annehmen, daß V nicht explizite von der Zeit abhängt. Dann ist $V = \frac{1}{2} \sum \left(\frac{dx_i'}{dt} \right)^2$, wo x_i' eine lineare homogene Funktion von $x_1, x_2, \ldots x_n$ ist. Also ist V eine homogene Funktion zweiter Dimension von $\frac{dx_1'}{dt}, \frac{dx_2'}{dt}, \ldots \frac{dx_n'}{dt}$, und T eine homogene Funktion zweiter Dimension von $\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \ldots \frac{dx_n}{dt}$. Die Gleichungen (1) werden also

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \frac{dx_i}{dt}} + \frac{\partial V}{\partial x_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots n).$$

Setzt man nun $x_i = \alpha_i e^{\lambda t}$, wo α_i und λ Konstanten sind, so ist $\frac{dx_i}{dt} = \lambda \alpha_i e^{\lambda t}$, $\frac{d^2 x_i}{dt^2} = \lambda^2 \alpha_i e^{\lambda t}$, und $\frac{\partial V}{\partial x_i} = \frac{\partial V}{\partial \alpha_i} e^{\lambda t}$. Die Gleichungen werden also

$$\lambda^2 \frac{\partial T}{\partial \alpha_i} + \frac{\partial V}{\partial \alpha_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots n).$$

Setzt man nun $\frac{\partial T}{\partial \alpha_i} = \sum_k a_{ik} \alpha_k$, $\frac{\partial V}{\partial \alpha_i} = \sum_k b_{ik} \alpha_k$, wo a_{ik} und b_{ik} Konstanten sind, so ist

$$\lambda^2 \sum_k a_{ik} \alpha_k + \sum_k b_{ik} \alpha_k = 0 \quad (i = 1, 2, \ldots n).$$

Diese Gleichungen sind linear und homogen in $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$. Damit sie bestehen können, muß

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 a_{11} + b_{11} & \lambda^2 a_{12} + b_{12} & \ldots & \lambda^2 a_{1n} + b_{1n} \\ \lambda^2 a_{21} + b_{21} & \lambda^2 a_{22} + b_{22} & \ldots & \lambda^2 a_{2n} + b_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \lambda^2 a_{n1} + b_{n1} & \lambda^2 a_{n2} + b_{n2} & \ldots & \lambda^2 a_{nn} + b_{nn} \end{vmatrix} = 0$$

sein. Die Wurzeln dieser Gleichung, welche nur λ^2 enthält, sind entweder reell oder imaginär. Wenn sie imaginär sind, so ist $\lambda = \alpha + \beta i$, wo α und β reell sind, und α nicht Null ist. Dann ist $x_i = \alpha_i e^{\alpha t} e^{\beta i t}$. Wenn α positiv ist, so wächst x_i mit der Zeit, und wenn α negativ ist, so nimmt x_i mit der Zeit ab. Also kann in beiden Fällen x_i nicht klein bleiben, und die Gleichgewichtslage ist unstabil. Wenn $\alpha = 0$ ist, so ist $x_i = \alpha_i e^{\beta i t}$, und x_i bleibt klein. Wenn also alle Wurzeln der Gleichung imaginär sind, so ist die Gleichgewichtslage stabil.

Wenn λ^2 reell ist, so ist λ entweder reell oder imaginär. Wenn λ reell ist, so ist $x_i = \alpha_i e^{\lambda t}$, und x_i wächst mit der Zeit. Also kann x_i nicht klein bleiben, und die Gleichgewichtslage ist unstabil. Wenn λ imaginär ist, so ist $\lambda = \beta i$, wo β reell ist, und $x_i = \alpha_i e^{\beta i t}$. Also bleibt x_i klein, und die Gleichgewichtslage ist stabil.

Wenn λ^2 reell ist, so ist λ entweder reell oder imaginär. Wenn λ reell ist, so ist $x_i = \alpha_i e^{\lambda t}$, und x_i wächst mit der Zeit. Also kann x_i nicht klein bleiben, und die Gleichgewichtslage ist unstabil. Wenn λ imaginär ist, so ist $\lambda = \beta i$, wo β reell ist, und $x_i = \alpha_i e^{\beta i t}$. Also bleibt x_i klein, und die Gleichgewichtslage ist stabil.

bezeichnet, unter welchem der Schaufelfuß gegen den Horizont geneigt ist. Der entsprechende Effectverlust ist Stoß- und Druckräder.

$$\frac{w^2}{2g} Q\gamma = \left(\frac{c_1^2 + v^2 - 2 c_1 v \cos.\vartheta}{2g}\right) Q\gamma.$$

Zieht man diese beiden Verluste von der ganzen disponiblen Arbeit $\left(\frac{c^2}{2g} + h_1\right) Q\gamma$ ab, so bekommt man die auf das Rad übergegangene Leistung

$$L = Pv = [c^2 + 2gh_1 - (c\cos.\delta - v\cos.\alpha)^2 - (c_1^2 + v^2 - 2c_1 v\cos.\vartheta)]\frac{Q\gamma}{2g},$$

worin natürlich für c_1 der oben angegebene Werth einzusetzen ist.

Stößt das Wasser winkelrecht, so hat man $\delta = 0$, $c_1 = \sqrt{v^2 \sin.\alpha^2 + 2gh_1}$ und daher

$$\begin{aligned} L &= [c^2 + 2gh_1 - (c - v\cos.\alpha)^2 - c_1^2 + v^2 - 2c_1 v\cos.\vartheta)]\,\frac{Q\gamma}{2g} \\ &= [2cv\cos.\alpha - (1 + \cos.\alpha^2)\,v^2 - v^2\sin.\alpha^2 \\ &\qquad + 2v\cos.\vartheta \cdot \sqrt{v^2\sin.\alpha^2 + 2gh_1}]\,\frac{Q\gamma}{2g} \\ &= [(c\cos.\alpha - v)\,v + v\cos.\vartheta\sqrt{v^2\sin.\alpha^2 + 2gh_1}]\,\frac{Q\gamma}{g}; \end{aligned}$$

damit das Wasser übrigens noch die größte Leistung giebt, muß es todt vom Rade fallen, also $w = 0$ sein, welches bedingt $\vartheta = 0$ und $c_1 = v$, d. i. $v^2\sin.\alpha^2 + 2gh_1 = v^2$, also $v = \frac{\sqrt{2gh_1}}{\cos.\alpha}$.

§. 164. Soll hingegen das Wasser ohne Stoß eintreten, also nur durch Druck wirken, so muß $v\cos.\alpha = c\cos.\delta$ sein, und damit nun auch noch das Wasser ohne lebendige Kraft vom Rade tritt, muß sein: $\vartheta = 0$ und $c_1 = v$, d. i. $(c\sin.\delta + v\sin.\alpha)^2 + 2gh_1 = v^2$, oder $c^2\sin.\delta^2 + 2cv\sin.\alpha\sin.\delta + 2gh_1 = v^2\cos.\alpha^2 = c^2\cos.\delta^2$; wenn man noch $2cv\cos.\alpha\cos.\delta = 2c^2\cos.\delta^2$ auf beiden Seiten subtrahirt: $c^2\sin.\delta^2 - 2cv(\cos.\alpha\cos.\delta - \sin.\alpha\sin.\delta) + 2gh_1 = -c^2\cos.\delta^2$ oder $c^2 + 2gh_1 = 2cv\cos.(\alpha + \delta)$, und daher Druckräder.

$$v = \frac{c^2 + 2gh_1}{2c\cos.(\alpha + \delta)} = \frac{g(h + h_1)}{c\cos.\varphi},$$

wo h die Geschwindigkeitshöhe des eintretenden Wassers, und folglich $h + h_1$ das ganze Gefälle, φ aber den Winkel cAv zwischen Wasser- und Radgeschwindigkeiten bezeichnet. Die theoretische Leistung ist im letzten Falle natürlich $= (h + h_1)Q\gamma$, also der Wirkungsgrad $\eta = 1$, weil auf keine Weise ein Verlust statt hat. Nachdem man bei einem solchen Druckrade die vortheilhafteste Umfangsgeschwindigkeit v gefunden hat, so erhält man

Anmerk. 10. erforderliche Übereinkunft, wenn man durch Experimente d. Eig. 351,

Fig. 351.

die Brechungsexponenten μ, ν, ϱ, und die Zerstreuungsexponenten $\mu-\varrho$, und $\nu-\varrho$ gefunden hat, und nun die Größe $\frac{\mu-\varrho}{\mu-1}$ berechnen will, um die mittlere Brechungskraft, wie solches Newton angiebt, zu suchen; und wenn die Größe $\frac{\nu-\varrho}{\nu-1}$ nicht mit der vorigen übereinkommt, so ist es unmöglich, daß die Linse achromatisch sey.

Dieses hat Euler auch in Ansehung der $\beta, \delta, \varepsilon, \zeta$, wegen der Übereinkunft der Größen $\frac{\beta-\varepsilon}{\beta-1}$ und $\frac{\delta-\varepsilon}{\delta-1}$ mit einander bemerkt. Allein diese Übereinkunft ist nicht nöthig, wenn man nur die mittlere Brechungskraft $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}$ gefunden hat, so ist es leicht, die Größe $\frac{\zeta-1}{\zeta}$ zu finden, wenn $\frac{\beta-1}{\beta}$ und $\frac{\delta-1}{\delta}$ gegeben sind. Denn es ist $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} = \frac{\beta-1}{\beta} + \frac{\delta-1}{\delta}$, und wenn $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}$ gegeben ist, so ist $\frac{\zeta-1}{\zeta} = \frac{2\varepsilon-2}{\varepsilon} - \frac{\beta-1}{\beta} - \frac{\delta-1}{\delta}$, und wenn die ε die mittlere Brechungskraft ist, so ist

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} = \frac{\beta-1}{\beta} + \frac{\delta-1}{\delta}$$

Anmerk. 11. Euler hat in seiner Theorie verschiedene Sätze der Optik bewiesen, welche Newton durch Versuche gefunden hat, und die ich in meinen Anfangsgründen der Optik, wo ich Newtons Lehrsätze beybehalten habe, durch Versuche bestätigt habe. Hier $\S$. 42. ist die ganze Übereinkunft, in welcher die Theorie mit der Erfahrung stehet, enthalten, wenn man die Größe $\frac{\mu-1}{\mu}$ für die mittlere Brechungskraft ε und nur

Fig. 352.

$\frac{\mu-\varrho}{\mu-1} = \frac{\nu-\varrho}{\nu-1}$ annimmt, oder wenn man $\frac{\mu-1}{\mu}$ für die mittlere Brechungskraft ε annimmt, und nur noch verlangt, daß $\frac{\mu-\varrho}{\mu-1}$ und $\frac{\nu-\varrho}{\nu-1}$ einander gleich seyn sollen. Denn wenn man die Größe $\frac{\mu-\varrho}{\mu-1}$ durch ω bezeichnet, und in vorher bestimmtem Sinne das Verhältniß $\frac{\mu-1}{\nu-1}$ durch λ ausdrückt, so ist $\mu = \frac{1-\omega}{1-\lambda\omega}$, und $\nu = \frac{1-\omega}{1-\frac{\omega}{\lambda}}$, und

$$\frac{\mu-1}{\mu} = \frac{\omega-\lambda\omega}{1-\omega} \quad \text{und} \quad \frac{\nu-1}{\nu} = \frac{\omega-\frac{\omega}{\lambda}}{1-\omega}$$

Somit ist $\frac{\mu-1}{\mu} + \frac{\nu-1}{\nu} = \frac{2\omega-\lambda\omega-\frac{\omega}{\lambda}}{1-\omega} = \frac{2\omega-\omega\left(\lambda+\frac{1}{\lambda}\right)}{1-\omega}$

$$\frac{\mu-1}{\mu} \cdot \frac{\nu-1}{\nu} = \frac{\omega^2-\omega^2\left(\lambda+\frac{1}{\lambda}\right)+\omega^2}{(1-\omega)^2} = \frac{\omega\left(2-\left(\lambda+\frac{1}{\lambda}\right)\right)}{1-\omega}$$

$$\frac{\mu-1}{\mu} \cdot \frac{\nu-1}{\nu} = \frac{\omega}{1-\omega}\left(\frac{\mu-1}{\mu} + \frac{\nu-1}{\nu}\right)$$

$$\frac{\mu-1}{\mu} + \frac{\nu-1}{\nu} = \frac{1-\omega}{\omega}\left(\frac{\mu-1}{\mu} \cdot \frac{\nu-1}{\nu}\right)$$

$$\frac{\mu-1}{\mu} \cdot \frac{\nu-1}{\nu} = \frac{\omega}{1-\omega}\left(\frac{\mu-1}{\mu} + \frac{\nu-1}{\nu}\right)$$

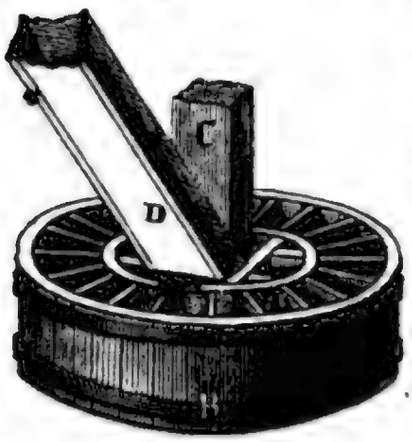
$$\frac{\mu-1}{\mu} + \frac{\nu-1}{\nu} = \frac{1-\omega}{\omega}\left(\frac{\mu-1}{\mu} \cdot \frac{\nu-1}{\nu}\right)$$

$$\frac{\mu-1}{\mu} + \frac{\nu-1}{\nu} = \frac{1-\omega}{\omega}\left(\frac{\mu-1}{\mu} \cdot \frac{\nu-1}{\nu}\right)$$

§. 165. Man nennt die im vorigen Paragraphen abgehandelten Räder, bei welchen das Wasser vorzüglich durch Druck wirkt, indem es an gekrümmten Schaufeln niederfließt, Borda'sche Turbinen. Die Construction solcher Turbinen führt Fig. 307 vor Augen. Der Verfasser hat das Original als Umtriebsmaschine für 6 Amalgamirfässer und ein anderes zum Umtrieb eines Mahlganges zu Huelgoat in der Bretagne gesehen. Die krummen Schaufeln waren aus drei Buchenholzbrettchen zusammengesetzt, und zwischen aus Dauben zusammengesetzten Mänteln, wovon der äußere mit zwei eisernen Ringen umgeben war, eingesetzt. In Fig. 307 ist AB eine Schaufel, C die Welle und D der 45^0 geneigte Wassereinfallrutten. Der Durchmesser des Rades betrug $1\frac{1}{2}$ Meter, die Schaufeln waren 0,36 Meter lang und 0,44 Meter hoch und ihre Anzahl war 20. Uebrigens machte das Rad bei einem Gefälle von 5 Metern 40 Umdrehungen in der Minute.

Borda'sche Turbinen

Fig. 307.



Ueber die effectiven Wirkungen der Borda'schen Turbinen sind sichere Beobachtungen nicht bekannt. Borda giebt das Verhältniß der effectiven Leistung zur theoretischen 0,75 an, und so lange besondere Versuche hierüber nicht gemacht worden sind, wird man dieses Verhältniß noch beibehalten, und also

$$L = 0{,}75\,.\,[h + h_1 - (c\,cos.\,\delta - v\,cos.\,\alpha)^2 - w^2]\,Q\gamma$$

setzen müssen. Poncelet bemerkt sehr richtig, daß es zweckmäßig ist, den Rädern eine große Höhe und einen großen Durchmesser zu geben, und die Schaufeln weniger lang zu machen, also die beiden Mäntel oder Trommeln nicht weit von einander abstehen zu lassen. Durch die größere Radhöhe erlangt man ein kleineres Geschwindigkeitsgefälle, und daher auch kleinere Wasser- und Radgeschwindigkeiten, durch einen größeren Durchmesser erhält man eine kleinere Umdrehungszahl, und da bei einem größeren Rade bei gleichem Fassungsraume die Radweite eine kleinere sein kann, so erhält man auch dadurch kleinere Abweichungen in der Geschwindigkeit der neben einander niederfließenden Wasserfäden.

Beispiel. Welchen Aufschlag erfordert eine Borda'sche Turbine nach der Construction von Fig. 307, wenn dieselbe bei einem Gefälle von 15 Fuß zum Umtriebe eines Mahlganges eine Leistung von 2 Pferdekräften hervorbringen soll? Geben wir dem Rade $1\frac{3}{4}$ Fuß Höhe, so bekommen wir die theoretische Eintrittsgeschwindigkeit $c = 7{,}906\,\sqrt{15 - 1{,}75} = 7{,}906\,\sqrt{13{,}25} = 28{,}75$ Fuß. Führt

Borda'sche Turbinen.

man das Wasser unter 30° Neigung gegen den Horizont ein, so erhält man die vortheilhafteste Umlaufsgeschwindigkeit

$$v = \frac{g(h+h_1)}{c\cos.\varphi} = \frac{31{,}25 \quad 15}{28{,}75 \,.\, \cos.30^\circ} = 18{,}83 \text{ Fuß.}$$

Wenn das Wasser ohne Stoß eintritt, ist die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser an den Schaufeln niederzufließen anfängt:

$$c_1 = \sqrt{c^2+v^2-2cv\cos.\varphi} = \sqrt{c^2+v^2-c^2-2gh_1} = \sqrt{v^2-2gh_1}$$
$$= \sqrt{18{,}83^2 - 2\,.\,31{,}25\,.\,1{,}75} = \sqrt{245} = 15{,}65 \text{ Fuß.}$$

Für den Winkel ψ, unter welchem der Schaufelkopf gegen den Horizont zu neigen ist, hat man hiernach $\frac{\sin.\psi}{\sin.\varphi} = \frac{c}{c_1}$, also

$$\sin.\psi = \frac{28{,}75}{15{,}65}\sin.30^\circ = 0{,}9185, \text{ folglich } \psi = 66\tfrac{3}{4}{}^\circ.$$

Geben wir noch dem Schaufelfuße eine Neigung von 25° gegen den Horizont, so erhalten wir die absolute Geschwindigkeit des abfließenden Wassers:

$w = 2v\sin.\frac{\vartheta}{2} = 2\,.\,18{,}83\sin.12\tfrac{1}{2}{}^\circ = 8{,}15$ Fuß und daher die Leistung:

$$L = \tfrac{3}{4}\left(h+h_1-\frac{w^2}{2g}\right)Q\gamma = \tfrac{3}{4}\left(15-\frac{8{,}15^2}{2g}\right).66\,Q = {}^{99}/_{4}\,(15-1{,}063)\,Q = 690Q.$$

Damit diese die verlangten 2 Pferdekräfte = 1020 Fußpfund giebt, ist demnach das Aufschlagquantum $Q = \frac{1020}{690} = 1{,}48$ Cubikfuß nöthig. Geben wir dem Rade einen mittleren Halbmesser (bis zur Schaufelmitte gemessen) von 2 Fuß, und machen wir den Wasserraum $\frac{1}{2}$ Fuß weit, so bekommen wir den Inhalt der Querschnitte sämmtlicher Abflußöffnungen an der Grundfläche des Rades

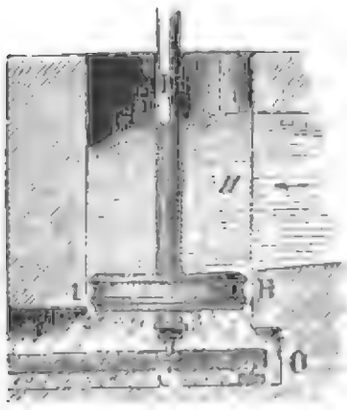
$F = 2\pi a l \sin.\vartheta = \pi\,.\,4\,.\,\frac{1}{2}\sin.25^\circ = 6{,}28\,.\,0{,}4226 = 2{,}65$ Quadratfuß,

welche sicherlich hinreicht, um pr. Secunde 1,48 Cubikfuß Wasser mit 18,83 Fuß Geschwindigkeit durchfließen zu lassen.

Kufenräder.

§. 166. Zu den Turbinen, bei welchen das Wasser an krummen Schaufeln niederfließt, gehören noch die Kufenräder (franz. roues en cuves), welche noch häufig im südlichen Frankreich vorkommen und schon von Belidor in seiner Architecture hydraulique beschrieben worden sind. Auch D'Aubuisson behandelt diese Räder ziemlich ausführlich in seiner Hydraulik. Endlich haben Piobert und Tardy in einer schon oben citirten Abhandlung (§. 162) die Resultate der von ihnen angestellten Versuche, welche allerdings keineswegs günstig zu nennen sind, mitgetheilt. Diese Räder (s. *AC*, Fig. 308) weichen in ihrer Form von den oben betrachteten Stoßrädern (s. Fig. 303) nicht ab, sie haben jedoch nur 1 Meter im Durchmesser und nur 9 krumme Schaufeln; man setzt sie nur aus zwei Stücken zusammen und umgiebt sie mit zwei eisernen Reifen. Die Welle *CD* ruht mit ihrem

Fig. 308.



Mann sagt, daß sie ihn nicht leiden könne, und daß sie ihn nur deswegen nehme, weil ihr Vater es befehle. Sie ist ein gutes Mädchen, sagt man, aber sie ist eigensinnig, und will ihren Willen durchsetzen. Sie ist ein gutes Mädchen, sagt man, aber sie ist stolz, und will sich nicht unterwerfen. Sie ist ein gutes Mädchen, sagt man, aber sie ist leichtsinnig, und will sich nicht bessern. Sie ist ein gutes Mädchen, sagt man, aber sie ist ein Kind, und will nicht erwachsen werden. Sie ist ein gutes Mädchen, sagt man, aber sie ist ein Weib, und will nicht gehorchen. Sie ist ein gutes Mädchen, sagt man, aber sie ist ein Mann, und will nicht dienen. Sie ist ein gutes Mädchen, sagt man, aber sie ist ein Greis, und will nicht sterben. Sie ist ein gutes Mädchen, sagt man, aber sie ist ein Jüngling, und will nicht leben. Sie ist ein gutes Mädchen, sagt man, aber sie ist ein Mensch, und will nicht sein.

Ich weiß nicht, ob ich mich irre, aber ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ihn nicht leiden könne, und daß sie ihn nur deswegen nehme, weil ihr Vater es befehle. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie eigensinnig ist, und ihren Willen durchsetzen will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie stolz ist, und sich nicht unterwerfen will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie leichtsinnig ist, und sich nicht bessern will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Kind ist, und nicht erwachsen werden will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Weib ist, und nicht gehorchen will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Mann ist, und nicht dienen will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Greis ist, und nicht sterben will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Jüngling ist, und nicht leben will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Mensch ist, und nicht sein will.

Ich weiß nicht, ob ich mich irre, aber ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ihn nicht leiden könne, und daß sie ihn nur deswegen nehme, weil ihr Vater es befehle. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie eigensinnig ist, und ihren Willen durchsetzen will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie stolz ist, und sich nicht unterwerfen will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie leichtsinnig ist, und sich nicht bessern will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Kind ist, und nicht erwachsen werden will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Weib ist, und nicht gehorchen will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Mann ist, und nicht dienen will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Greis ist, und nicht sterben will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Jüngling ist, und nicht leben will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Mensch ist, und nicht sein will.

Ich weiß nicht, ob ich mich irre, aber ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ihn nicht leiden könne, und daß sie ihn nur deswegen nehme, weil ihr Vater es befehle. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie eigensinnig ist, und ihren Willen durchsetzen will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie stolz ist, und sich nicht unterwerfen will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie leichtsinnig ist, und sich nicht bessern will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Kind ist, und nicht erwachsen werden will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Weib ist, und nicht gehorchen will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Mann ist, und nicht dienen will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Greis ist, und nicht sterben will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Jüngling ist, und nicht leben will. Ich glaube, daß sie ein gutes Mädchen ist, und daß sie ein Mensch ist, und nicht sein will.

Kapitel 1 Das alte Volk hatte die Neuheit in den Bilder zu Pferd. Gebäuden, und so ist es kommen, daß die Neuheit in den Bilder

Bg. 108. Bau, 108 Buch. Zehn Bücher, 108 Kapitel Kapitel. 1 Es ist unnötiglich, daß man sich verwundert, warum der Verfasser dieses Werkes sich mit den Bildhauerkünsten so ausführlich befasst hat. Er war ein Bildner auf Pferden Gebäuden, und so ist es kommen, daß die Neuheit in den Bilder

zeug in sein Buch eingeführt hat. Und um im 7ten Cavitulum Buch 7 Cap. 1 Buch 7 Cap. 1 Buch 7 Cap. 1

wir uns mit diesen Rädern beschäftigen können, ist es jedoch nöthig, vorher noch die Wirkung des Wassers durch seine Centrifugalkraft zu untersuchen, wenn dasselbe in einer Spirallinie um einen Mittelpunkt herumgeht, oder wenn es eine radiale und drehende Bewegung zugleich hat. Die Centrifugalkraft eines Körpers vom Gewichte G, welcher in der Entfernung y mit einer Winkelgeschwindigkeit ω um einen Punkt herumläuft, ist $F = \frac{\omega^2 G y}{g}$ (s. l. §. 246). Bewegt sich derselbe außerdem noch um einen kleinen Weg σ radial aus- oder einwärts, so wird durch diese Kraft die Arbeit $F\sigma = \frac{\omega^2 G y \sigma}{g}$ verrichtet, oder in Anspruch genommen. Nehmen wir nun an, daß die Bewegung im Drehungspunkte ihren Anfang nehme und radial auswärts erfolge, so daß zuletzt die Entfernung des Körpers vom Drehungspunkte $= r$ sei, so können wir die hierbei von der Centrifugalkraft verrichtete Arbeit finden, wenn wir in der letzten Formel $\sigma = \frac{r}{n}$, y nach und nach aber $\frac{r}{n}, \frac{2r}{n}, \frac{3r}{n} \ldots \frac{nr}{n}$ einsetzen, und die erhaltenen Arbeiten durch Summation vereinigen. Es folgt auf diese Weise die in Frage stehende Arbeit:

Leistung der Centrifugalkraft.

$$L = \frac{\omega^2 G r}{ng}\left(\frac{r}{n} + \frac{2r}{n} + \frac{3r}{n} + \ldots + \frac{nr}{n}\right)$$
$$= \frac{\omega^2 G r^2}{n^2 g}(1 + 2 + 3 + \ldots + n) = \frac{\omega^2 G r^2}{n^2 g} \cdot \frac{n(n+1)}{2},$$

oder, da wir n unendlich groß nehmen müssen:

$$L = \frac{\omega^2 G r^2}{n^2 g} \cdot \frac{n^2}{2} = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \cdot G = \frac{v^2}{2g} G,$$

insofern v die Umdrehungsgeschwindigkeit ωr des Körpers im Endpunkte seiner Bewegung repräsentirt. Sowie diese Arbeit bei der Bewegung von innen nach außen von der Centrifugalkraft verrichtet wird, ebenso wird dieselbe von dieser Kraft consumirt, wenn die Bewegung nach dem Mittelpunkte zu erfolgt. Gelangt aber der Körper am Ende seiner Bewegung nicht bis zum Drehungspunkte, sondern steht er zuletzt noch um die Entfernung r_1 von diesem ab, so bleibt noch die Arbeit $\frac{\omega^2 r_1^2}{2g} G$ übrig, und es consumirt daher der Körper nur die Arbeit

$$L = \frac{\omega^2 r^2}{2g} G - \frac{\omega^2 r_1^2}{2g} G = (r^2 - r_1^2)\frac{\omega^2}{2g} G = \left(\frac{v^2 - v_1^2}{2g}\right) G,$$

wofern v_1 die Umdrehungsgeschwindigkeit im Endpunkte, so wie v die Anfangspunkte der Bewegung bezeichnet. Geht hingegen die Bewegung

von neuem nach oben um $\frac{1}{2}\pi$, worauf es in Gegenlage mit der Größe

$$i = \sqrt{\frac{-1}{\omega}} = \sqrt{\frac{1}{-\omega}}$$

Satz 2. 1. 1. 1

schwindigkeitshöhe beim Eintritt in A, und $\frac{c_2^2}{2g}$ die beim Austritt in B, so hat man $\frac{c_2^2}{2g} = \frac{c_1^2}{2g} - \left(\frac{v^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}\right)$, und daher $c_2^2 = c_1^2 - v^2 + v_1^2$, oder, da $c_1^2 = c^2 + v^2 - 2cv\cos.\delta$ ist, $c_2^2 = c^2 + v_1^2 - 2cv\cos.\delta$ und $c_2 = \sqrt{c^2 + v_1^2 - 2cv\cos.\delta}$, wobei man nicht außer Acht zu lassen hat, daß v die äußere und v_1 die innere Umfangsgeschwindigkeit des Rades bezeichnet. Um dem Wasser durch das Rad alle lebendige Kraft zu entziehen, hat man das Schaufelende B tangential an den inneren Radumfang anzulegen und dann noch $c_2 = v_1$, also $c^2 + v_1^2 - 2cv\cos.\delta = v_1^2$, d. i. $v\cos.\delta = \frac{c}{2}$ zu machen. Poncelet's Turbine.

Wegen des ungehinderten Ausflusses nach innen hat man aber das Schaufelende unter einem Winkel δ_1 von 15 bis 20^0 an den inneren Radumfang anzuschließen, und es ist daher die absolute Geschwindigkeit des abfließenden Wassers: $w = \sqrt{c_2^2 + v_1^2 - 2c_2 v_1\cos.\delta_1}$, oder, wenn man $v\cos.\delta = \frac{c}{2}$, also $v_1 = c_2$ nimmt, $w = 2v_1 sin.\frac{\delta_1}{2}$ und der entsprechende Verlust an mechanischer Leistung:

$$\frac{w^2}{2g} Q\gamma = \left(2v_1 sin.\frac{\delta_1}{2}\right)^2 \frac{Q\gamma}{2g},$$

endlich die übrigbleibende Radleistung:

$$L = \left[c^2 - \left(2v_1 sin.\frac{\delta_1}{2}\right)^2\right] \frac{Q\gamma}{2g}.$$

Nach Poncelet läßt sich von diesen Rädern ein Wirkungsgrad 0,65 bis 0,75 erwarten.

Anmerkung. Aus dem Aufschlagwasserquantum Q und den Geschwindigkeiten c, c_1 und c_2 ergiebt sich der Querschnitt der Eintrittskanäle:

$F = \frac{Q}{c}$; der der Radkanäle am äußern Umfange

$F_1 = \frac{Q}{c_1}$; und der Radkanäle am innern Umfange

$F_2 = \frac{Q}{c_2}$.

Ist μ der Ausflußcoefficient für den Ausfluß durch die Leitschaufeln, so kann man $c = \mu\sqrt{2gh}$ setzen, und hieraus auch c_1 und c_2, so wie auch die nöthigen Querschnitte F, F_1 und F_2 berechnen.

§. 170. Die Poncelet'schen Turbinen werden in der neueren Zeit vorzüglich bei hohen Gefällen angewendet, und gehen bis jetzt meist aus der Maschinenfabrik von Escher, Wyß und Comp. unter dem Namen Tangentialräder hervor. Tangentialräder.

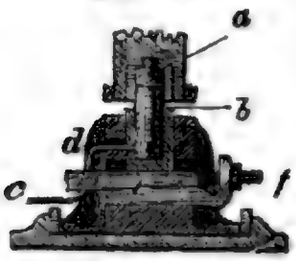
Fig. 58. Fig. 59.

Fig. 58 shows the Wheel and Axle arranged so that the Axle is horizontal, and the Wheel vertical. Fig. 59 shows the Wheel and Axle arranged so that the Axle is vertical, and the Wheel horizontal.

des Wasserzuflusses dient ein Schieber *D*, welcher durch ein gezahntes Rad *E* gestellt werden kann. Bei der abgebildeten Schieberstellung ist ein Leitschaufelkanal ganz abgeschlossen, es wird daher hier das Wasser nur in zwei Kanälen auf das Rad geführt. Das aus 60 Schaufeln bestehende Rad *FF* ist mittels eines Tellers *GG* und des Muffes *H* mit der stehenden Welle *KL* desselben fest verbunden; die letztere läuft oben in einem Halslager *K* und unten mittels einer stählernen Pfanne auf einem ebenfalls stählernen Stifte, dessen Gestelle in Fig. 315 besonders abgebildet ist. Es ist hier *a* die in der stehenden Welle fest eingeschraubte Pfanne, *b* der im Gestelle sitzende Stift, *cd* ein Rohr, durch welches Oel nach den Reibungsflächen geführt wird, und *e* ein durch Schrauben *f* zu stellender Keil, womit sich der Stift nach Bedürfniß heben oder senken läßt. Die Einfallröhre und das Radgestelle ruhen mittels eiserner Lagerplatten *M* und *N* auf steinernen Pfeilern *P* und *Q*. Diese in $^1/_{30}$ der natürlichen Größe abgebildete Maschine benutzt ein, in der Figur verkürztes Gefälle von 6,17 Meter, und ein Aufschlagquantum von 0,2 Cubikmeter pr. Sec., und hat bei 65 Umdrehungen pr. Min. einen Wirkungsgrad von 0,72.

Tangentialräder.

Fig. 213.



Wir können hier aus dem polytechnischen Centralblatte, Jahrgang 1847 und 1849, die Resultate der Versuche an zwei Paar solchen Rädern mittheilen

Das erste Räderpaar befindet sich in einer Spinnerei in Tanneberg bei Annaberg. Dasselbe hat einen Aufschlag von 7 C. Fuß pr. Sec. und ein Gefälle von 76 Fuß, der äußere Durchmesser eines jeden Rades ist 24 und der innere 16 Zoll (engl.), die Weite beträgt ferner nur 3 Zoll, und die Anzahl Schaufeln ist 48. Das Wasser wird durch eine Röhre aus Kesselblech von 76 Fuß Länge und 18 Zoll Weite zugeleitet. Dieselbe hat einen horizontalen Auslauf, welcher auf der einen Seite nach dem einen und auf der andern nach dem andern Rade führt. Vor jeder Ausmündung befindet sich eine durch eine Schraube ohne Ende stellbare Schieberschütze und ein in Fig. 311 abgebildeter Leitschaufelapparat, welcher das Wasser in drei Kanälen nahe tangential in das Rad einführt. Die an einem dieser von Herrn Professor Hülße angestellten Versuche gaben bei 270 Umdrehungen des Rades pr. Min. einen Wirkungsgrad von

0,75 bei ganz geöffneter Schütze,
0,60 bei drei Viertel geöffneter Schütze, und
0,46 bei halb geöffneter Schütze.

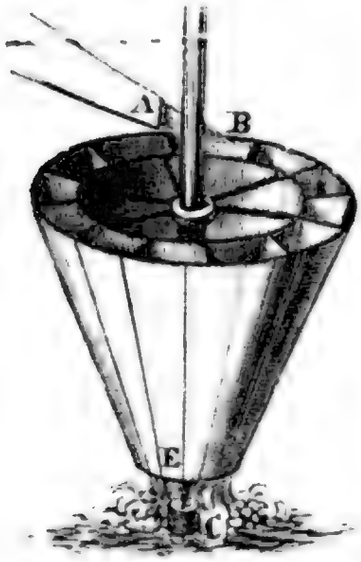
Während das Räderpaar in Tanneberg zum Betriebe einer Spinnerei dient, wird dagegen ein anderes Paar Tangentialräder in Birkigt bei Tetschen zum Betriebe von Mahlgängen verwendet. Das Gefälle dieser Tur-

Fig. 58.

Fig. 59.

§. 171. An die Poncelet'schen Turbinen schließen sich zunächst die- Danaiden.
jenigen horizontalen Wasserräder an, welche mehr oder weniger die Form eines umgestürzten Kegels haben, die man in Frankreich roues à poires oder Danaides nennt, und deren schon Belidor in seiner Architect. hydr. erwähnt. Von der Einrichtung eines solchen Rades wird Fig. 316 eine Vorstellung verschaffen. Es besteht dieses Rad im Wesentlichen aus einer stehenden Welle CD, aus zwei kegelförmigen Mänteln und aus Scheidewänden, welche den hohlen Raum zwischen beiden Mänteln in von oben nach unten laufende Kanäle zerschneiden. Das Aufschlagwasser wird durch ein Gerinne A oben zu-, und durch das Loch E unten nahe an der Axe, nachdem es die erwähnten Radkanäle durchlaufen hat, abgeführt. Bei dem einfachsten Rade dieser Art sind die Scheidewände durch vertikale Ebenen, bei andern aber durch schiefe oder Schraubenflächen gebildet. Bei den Rädern, welche Belidor beschreibt, fehlt endlich der äußere Mantel ganz, und es ist dafür das Rad in eine conische, ziemlich genau an die Schaufeln oder Scheidewände anschließende Radstube gestellt. Wir beschäftigen uns nur mit dem Rade der ersten Art.

Fig. 316.



Bei diesen Rädern haben Schwerkraft und Centrifugalkraft zugleich Antheil an der Bewegung des Wassers. Tritt das Wasser mit der relativen Geschwindigkeit c_1 oben an einer Stelle B, deren Umdrehungsgeschwindigkeit v ist, ein, und fließt es im Rade um die senkrechte Höhe h_1 nieder, so hat es unten, in der Nähe der Radaxe angekommen, eine Geschwindigkeit c_2, welche bestimmt ist durch die Formel:

$$c_2^2 = c_1^2 + 2gh_1 - v^2.$$

Damit nun diese Null werde, muß sein: $v^2 = c_1^2 + 2gh_1$; damit ferner das Wasser ohne Stoß eintrete, muß der Horizontal-Component c_1 der Eintrittsgeschwindigkeit c der Umfangsgeschwindigkeit v des Rades, also $c \cos. \delta = v$ sein, wenn δ die Neigung des einfallenden Wasserstrahles gegen den Horizont bezeichnet. Die relative Eintrittsgeschwindigkeit ist dann $c_1 = c \sin. \delta$, und es geht daher obige Bedingungsgleichung in folgende über:

$$c^2 \cos. \delta^2 = c^2 \sin. \delta^2 + 2gh_1, \text{ d. i.}$$
$$c^2 \cos. 2\delta = 2gh_1.$$

Das nöthige Geschwindigkeitsgefälle folgt also

$$h_2 = \frac{c^2}{2g} = \frac{h_1}{\cos. 2\delta}.$$

Formeln. 2. 20 und nach bald seiner Breite:

$$k_1 = \frac{1}{\sin 20} = \frac{1}{0{,}342} = 2{,}924 \text{ und}$$

$k_2 = \frac{1}{\cos 20}$ = 1,064, so daß hier eine Reibungsleistung $\frac{2{,}924}{1{,}064}$ = 2,75 mal so groß wie bei Zapfenreibung auftritt.

Ist ε der Winkel, welchen die Reibungsrichtung mit der Bewegungsrichtung einschließt, so ist $\varepsilon = \alpha + \varrho$, wenn α den Winkel der Keilnuth mit der Bewegungsrichtung und ϱ den Reibungswinkel bedeutet. Es ist also

$$k_1 = \frac{1}{\sin(\alpha + \varrho)} \text{ und } k_2 = \frac{1}{\cos(\alpha + \varrho)}.$$

Anwendung. Bei der Berechnung verschiedener Art ist auch eine neue Formel für Prismatische und Keilnuthen entstanden. Für diese Formeln war Wi-derstand der Reibung, Reibungsarbeit, Reibungsleistung, Reibungsgröße, Reibungsgefälle und Reibungsmoment zu berechnen. Es wurden hierbei zahlreiche Beispiele gerechnet und bei Schraubenwinden, wie auch Reibungsräder, Reibungsbremsen, Reibungskupplungen, Reibungsgetriebe, Reibungsbänder, Reibungsseile und Reibungsketten, sowie bei Zahnrädern

gefällt mir, daß der Buchstabenschneider, wenn er schreibet, und Buchstaben macht, alles auf einmahl in Gedanken gefasset, und so dann, wie das Wachsen und in Augen Verdrehen will. Und endlich

Fig. 20. N.

Wie der auch Buchstaben mit anderen Schwanzligen und Klammligen zusammen setzet, wie 1. N. Fig. 20. in Gedanken zu sagen pflegt. Und endlich ist es gewiß nöthig, daß er auch die Zahlen in seinen gehörigen gewissen Verhältnissen abspiele, damit sie nicht Ursache bey der Composition geben. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. Wie Herr Fleischmann hat beobachtet.

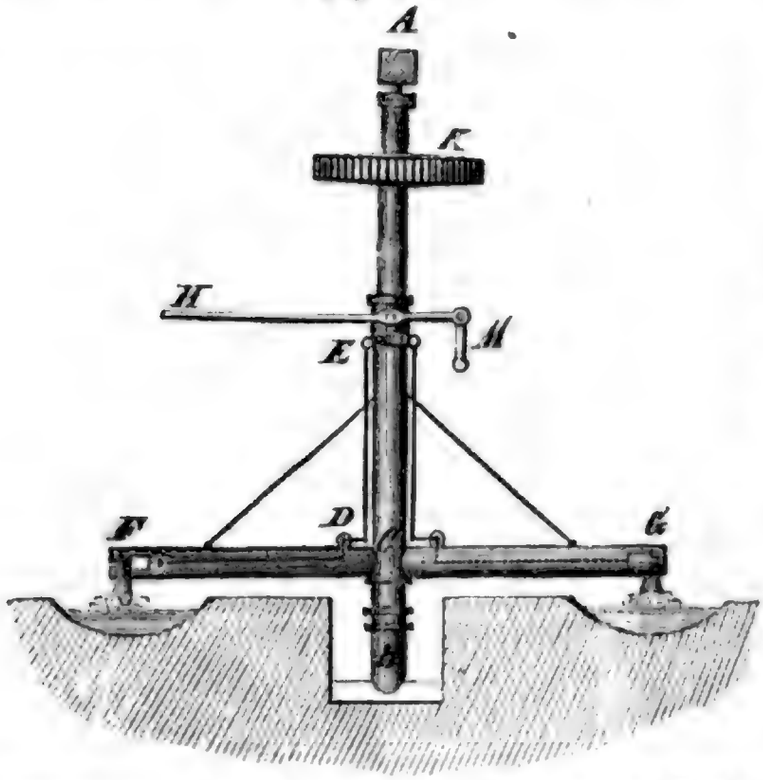
Ein solcher Buchstabenschneider hat die Beständigkeit seiner Buchstabenmaaße, die er in seinen Modellirungen Anfangs Anfänglich verfasset, nie darvon zu Experimentiren: Sie gut Beständigkeit. Die Beständigkeit ist eine Mutter der Ordnung. Fig. 21. a. b. c. d. e. f. g. h. i. k. l. m. n. o. p. q. r. s. t. u. x. y. z. Auch hat auch ein Buchstabenschneider nöthig, daß er beständig von Augen verfasset gehaben sey. Die Zeichen Nota. A. sey man seine Schneidungen 1/2 von 1/2 so wenn seine

Fig. 21. N.

Reactionsräder.

herauf hohl und paßt mit ihrem Ende B in das eine Schnauze bildende Ende der Einfallröhre. Damit ſich aber dieſe Welle drehen könne, ohne Waſſer bei B durchzulaſſen, iſt in B eine Stopfbüchſe, eine Vorrichtung, welche wir erſt ſpäter kennen lernen werden, angebracht. Die rectangulären Seitenmündungen F und G ſind durch Schieber zu verſchließen und letztere wieder ſind durch Stangen und Winkelhebel (D) mit einer die Welle umfaſſenden Hülſe E verbunden, welche durch einen Hebel HM gehoben oder geſenkt werden kann. Oben ſitzt das Rad K zur Transmiſſion der Bewegung. Das durch die 9 Zoll weite Einfallröhre zugeführte Waſſer tritt bei B in die Steigröhre, und bei C in die Schwungröhren und kommt nun bei F und G zum Ausfluſſe. Dieſe Einrichtung gewährt den Vortheil, daß das ganze Gewicht der umlaufenden Maſchine vom Waſſer getragen werden und folglich zu einer Reibung an der Baſis keine Gelegenheit geben kann. Iſt G das Gewicht der Maſchine, h die Druckhöhe und $2r$ die Weite der Steigröhre, ſo hat man für dieſen Fall $\pi r^2 h \gamma = G$, es iſt alſo der Röhrenhalbmeſſer

Fig. 321.



$$r = \sqrt{\frac{G}{\pi h \gamma}}$$

anzuwenden, um dieſen Gleichgewichtszuſtand herbeizuführen.

Das Aufſchlagquantum betrug 18 Cubikfuß pr. Min. und das Gefälle 94 Fuß, folglich die disponible Leiſtung = 1861 Fußpfund. Die Länge einer Schwungröhre maß $12\frac{1}{2}$ Fuß, und die Umdrehungszahl pr. Min. war bei der Arbeit 30, folglich die Umfangsgeſchwindigkeit = 39,3 Fuß.

Anmerkung 1. Die erſte Beſchreibung eines Reactionsrades, als eine Erfindung Barkers, findet man in Desagulier's Course of expérimental-philosophy, Vol. II, London 1745. Ausführlich über die Theorie und vortheilhafteſte Conſtruction dieſer Räder handelt Euler in den Memoiren der Berliner Akademie, 1750, 1754

Anmerkung 2. Die Wirkungsgrade der älteren Reactionsräder waren außerordentlich klein. Schon Nordwall findet ihn nur $\frac{1}{3}$ von dem eines ober-

schlägigen Rades. Schitko (s. dessen Beiträge zur Bergbaukunde u. s. w. Wien, 1833) fand an einem solchen Rade den höchsten Wirkungsgrad 0,15, also ebenfalls sehr gering.

Theorie der Reactionsräder.

§. 173. Die Wirkungen der Reactionsräder lassen sich theoretisch auf folgende Weise ermitteln. Ist h das Gefälle oder die Tiefe der Mitte der Mündungen unter dem Wasserspiegel in der Einfallröhre, v aber die Umdrehungsgeschwindigkeit derselben, so hat man nach dem Früheren die den Druck des vor der Mündung befindlichen Wassers messende Höhe $h_1 = h + \frac{v^2}{2g}$, und daher die theoretische Ausflußgeschwindigkeit $c = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2gh + v^2}$. Bezeichnet noch φ den Geschwindigkeitscoefficienten, so hat man die effective Ausflußgeschwindigkeit $c = \varphi\sqrt{2gh + v^2}$. Diese Geschwindigkeit ist aber nicht die absolute Geschwindigkeit des Wassers beim Austritte aus dem Rade, denn dasselbe hat noch die in entgegengesetzter Richtung vor sich gehende Umdrehungsgeschwindigkeit v mit dem Rade gemeinschaftlich. Es ist demnach die absolute Geschwindigkeit des austretenden Wassers:

$$w = c - v = \varphi\sqrt{2gh + v^2} - v,$$

und der entsprechende Arbeitsverlust

$$L_1 = \frac{w^2}{2g} Q\gamma = \frac{(\varphi\sqrt{2gh + v^2} - v)^2}{2g} Q\gamma.$$

Den Geschwindigkeitscoefficienten $\varphi = 1$ angenommen, erhält man

$$L_1 = \frac{(\sqrt{2gh + v^2} - v)^2}{2g} Q\gamma = \left(h - \frac{v(\sqrt{2gh + v^2} - v)}{g}\right) Q\gamma,$$

und zieht man diese von der disponiblen Leistung ab, so bleibt die Nutzleistung

$$L = \left(h - \frac{w^2}{2g}\right) Q\gamma = \frac{v(\sqrt{2gh + v^2} - v)}{g} Q\gamma.$$

Dieselbe fällt um so größer aus, je größer v ist, denn setzt man

$$\sqrt{v^2 + 2gh} = v + \frac{gh}{v} - \frac{g^2h^2}{2v^3} + \ldots \text{ so erhält man}$$

$$L = v\left(\frac{gh}{v} - \frac{g^2h^2}{2v^3} + \ldots\right) \cdot \frac{Q\gamma}{g}, \text{ also für } v = \infty,\ L = Qh\gamma,$$

die ganze disponible Leistung.

Dieser Umstand, daß die Maximalleistung durch eine unendlich große Umfangsgeschwindigkeit bedingt wird, ist aber ein ungünstiger, weil bei einer großen Umfangsgeschwindigkeit die Nebenhindernisse sehr anwachsen, wie leicht zu ermessen ist, da das unbelastete Rad noch lange nicht unendlich schnell umläuft, und also schon die Nebenhindernisse bei einer zwar großen aber keineswegs beinahe unendlichen Geschwindigkeit alle Wirkung aufzehren. Uebrigens kann auch die Geschwindigkeit des Rades deshalb nicht unendlich

Theorie der Reactionsräder.

groß werden, weil durch das Waſſer in der Schwungröhre höchſtens mit der Geſchwindigkeit $\sqrt{2g(33+h)}$ Fuß, von der Luft- und Waſſerſäule $33+h$ nachgedrängt wird, alſo bei einem ſchnellern Abfluſſe deſſelben der ſtetige Ausfluß aufhört. Von Rädern, deren theoretiſche Maximalleiſtung bei einer unendlich kleinen oder auch nur bei einer mittleren Geſchwindigkeit eintritt, iſt aus demſelben Grunde ein größerer Wirkungsgrad zu erlangen, als bei den eine unendlich große Umdrehungszahl fordernden Maſchinen.

Es iſt allerdings noch die Frage, ob die Leiſtungen bei mittleren oder nicht ſehr hohen Umlaufsgeſchwindigkeiten bedeutend von der Maximal- oder disponiblen Leiſtung $Qh\gamma$ abweichen, zu beantworten. Belaſtet man die Maſchine ſo ſtark, daß die Geſchwindigkeitshöhe, welche der Umfangsgeſchwindigkeit entſpricht, dem Gefälle gleich, alſo $\frac{v^2}{2g}=h$, oder $v=\sqrt{2gh}$ iſt, ſo hat man nach der obigen Formel die Leiſtung

$$L=\frac{\sqrt{2gh}\,(\sqrt{4gh}-\sqrt{2gh})}{g}Q\gamma=2(\sqrt{2}-1)Qh\gamma=0{,}828\,Qh\gamma,$$

macht man aber $\frac{v^2}{2g}=2h$, ſo erhält man

$$L=\frac{\sqrt{4gh}\,(\sqrt{6gh}-\sqrt{4gh})}{g}Q\gamma=4(\sqrt{1{,}5}-1)Qh\gamma=0{,}899Qh\gamma,$$

macht man endlich $\frac{v^2}{2g}=4h$, ſo ſtellt ſich

$$L=\frac{\sqrt{8gh}\,(\sqrt{10gh}-\sqrt{8gh})}{g}Q\gamma=8(\sqrt{1{,}25}-1)Qh\gamma=0{,}944Qh\gamma$$

heraus; man verliert alſo im erſten Falle 17, im zweiten 10 und im dritten nur 6 Procent von der disponiblen Leiſtung, und erſieht hieraus, daß bei mäßigen Gefällen und bei Anwendung einer Umfangsgeſchwindigkeit, welche die dem Gefälle entſprechende Endgeſchwindigkeit nahe kommt, noch immer eine große Wirkung zu erwarten iſt. Uebrigens wird auch durch die große Einfachheit dieſer Maſchine ein großes Gewicht in die Waagſchale der Reactionsräder bei Vergleichung derſelben mit andern Rädern gelegt.

Anmerkung. Die Umdrehungs- oder Reactionskraft iſt

$$P=\frac{L}{v}=\frac{\sqrt{2gh+v^2}-v}{g}Q\gamma,$$

und für $v=0$, $P=\frac{\sqrt{2gh}}{g}Q\gamma=\frac{c}{g}Q\gamma=2\cdot\frac{c^2}{2g}F\gamma$, wie wir ſchon in I, §. 420 gefunden haben.

§. 174. Die im vorigen Paragraphen gefundene Formel

$$L=\frac{(\sqrt{2gh+v^2}-v)\,v}{g}Q\gamma$$

für die Leistung eines Reactionsrades, ändert sich, wenn man den Ausfluß- widerstand berücksichtigt, die Ausflußgeschwindigkeit Theorie der Reactionsräder.

$$c = \varphi \sqrt{2gh + v^2} = \sqrt{\frac{2gh + v^2}{1 + \xi}}$$

und die Ausflußmenge $Q = Fc = \varphi F \sqrt{2gh + v^2}$ setzt, in folgende um

$$L = (\varphi \sqrt{2gh + v^2} - v) \frac{vQ\gamma}{g}$$

$$= (\varphi \sqrt{2gh + v^2} - v) \cdot \frac{\varphi F v}{g} \sqrt{2gh + v^2},$$

worin φ der Geschwindigkeits- oder Ausflußcoefficient und F die Summe der Inhalte der Ausmündungen bezeichnet. Ist Q gegeben, so läßt sich auch $L = \left(\frac{Q}{F} - v\right) \frac{v\,Q\,\gamma}{g}$ und hiernach der Wirkungsgrad des Rades

$$\eta = \frac{L}{Q\,h\,\gamma} = \left(\frac{Q}{F} - v\right) \frac{g\,h}{v} \text{ setzen.}$$

Der Wirkungsgrad $\eta = (\mu \sqrt{2\,gh + v^2} - v) \frac{v}{g\,h}$ ist mit $v \sqrt{2\,gh + v^2} - v^2$ zugleich ein Maximum, und zwar für

$$\sqrt{2\,gh + v^2} + \frac{v^2}{\sqrt{2\,gh + v^2}} = \frac{2\,v}{\mu},$$

wie durch Differenziiren u. s. w. nach I, Einleitung Art. X gefunden werden kann. Durch Umformungen dieser Gleichung stößt man auf die biquadratische Gleichung $v^4 + 2\,gh\,v^2 = \frac{\mu^2 g^2 h^2}{1 - \mu^2}$, deren Auflösung die Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2gh} \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \mu^2}} - 1}$$

giebt, bei welcher der Wirkungsgrad ein Maximum, und zwar da

$$c = \sqrt{2\,gh + v^2} = \sqrt{g\,h} \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \mu^2}} + 1} \text{ ausfällt,}$$

$$\eta = \mu \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \mu^2}} - 1} \cdot \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \mu^2}} + 1} - \frac{1}{\sqrt{1 - \mu^2}} + 1$$

$$= 1 - \sqrt{1 - \mu^2} \text{ wird.}$$

Die effective Leistung ist hiernach

$$L = \eta\,Q\,h\,\gamma = (1 - \sqrt{1 - \mu^2})\,Q\,h\,\gamma$$

$$= \mu^2 \sqrt{\frac{1}{\sqrt{1 - \mu^2}} - 1} \cdot F \sqrt{gh^3} \cdot \gamma,$$

Theorie der Reactionsräder.

da das Ausflußquantum

$$Q = \mu F c = F\sqrt{gh}\sqrt{\frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}}+1}$$

geſetzt werden kann.

Dividiren wir die Leiſtung durch die Geſchwindigkeit v der Röhre im Mittelpunkte der Ausmündungen, ſo bekommen wir die Reactionskraft:

$$P = (\mu\sqrt{2gh+v^2}-v)\frac{Q\gamma}{g}$$
$$= (\mu\sqrt{2gh+v^2}-v)\sqrt{2gh+v^2}\,.\,\frac{\mu F\gamma}{g},$$

und daher beim ſtillſtehenden Rade:

$$P = \mu^2\,.\,2Fh\gamma.$$

Die Richtigkeit der vorſtehenden Theorie des Reactionsrades hat der Verfaſſer durch Verſuche beſtätigt gefunden. Dieſe Verſuche wurden an einem Modellrade von 1 Meter Durchmeſſer und $7\frac{1}{2}$ Quadratcentimeter Mündungsquerſchnitt bei 4 Decimeter Druckhöhe angeſtellt, und es ſind die Ergebniſſe derſelben in einer kleinen Schrift, welche kürzlich in Freiberg unter dem Titel „Verſuche über die Leiſtung eines einfachen Reactionsrades“ erſchienen iſt, enthalten.

Durch Vergleichung der effectiven Ausflußmenge Q mit dem theoretiſchen Aufſchlagquantum $Fc = F\sqrt{2gh+v^2}$, wurde der Ausflußcoefficient dieſes Rades: $\mu = 0{,}9425$ gefunden, und wird nun dieſer in die Formel $\eta = 1-\sqrt{1-\mu^2}$ eingeſetzt, ſo erhält man den Maximalwirkungsgrad des Rades $\eta = 1-\sqrt{1-0{,}9425^2} = 1-\sqrt{0{,}1117} = 0{,}666$, was auch die Verſuche gaben. Die Umdrehungsgeſchwindigkeit, bei welcher dieſer eintritt iſt theoretiſch

$$v = \sqrt{gh}\sqrt{\frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}}-1} = \sqrt{\frac{1-0{,}334}{0{,}334}}\,.\,\sqrt{gh} = \sqrt{2gh},$$

alſo gleich der Fallgeſchwindigkeit, welche der Druckhöhe h entſpricht, und auf dieſen Werth haben auch die Verſuche geführt.

Setzen wir endlich den Werth $\mu = 0{,}9425$ in die Formel $P = \mu^2\,.\,2Fh\gamma$, ſo erhalten wir die Reactionskraft des Waſſers $= 0{,}888\,.\,2Fh$, was ebenfalls durch die Verſuche beſtätigt wurde. War die Radgeſchwindigkeit v über $\sqrt{2gh}$, ſo machte ſich der mit dem Quadrate von v wachſende Luftwiderſtand bemerklich, ſo daß von da an die Abweichung zwiſchen dem theoretiſchen und effectiven Wirkungsgrade mit v^3 wuchs, und zuletzt das Rad mit der Maximalgeſchwindigkeit $v = 2\,.\,\sqrt{2gh}$ leer umging.

Anmerkung. In der Schrift des Herrn Profeſſors Schubert, „Beitrag zur Berichtigung der Theorie der Turbinen“, ſtellt der Herr Verfaſſer über die

Apollo. Apollo, der Sohn des Zeus und der Leto, ist der Gott des Lichtes, der Sonne, der Weissagung, der Musik und der Heilkunde. Er ist der Vater des Asklepios und der Hygieia. Seine Attribute sind Bogen und Köcher, Leier und Lorbeer. Als Gott der Heilkunde wird er dargestellt mit einem Stabe, um den sich eine Schlange windet, oder mit einer Schale, aus der eine Schlange trinkt.

Asklepios. Asklepios, der Sohn des Apollo und der Koronis, ist der Gott der Heilkunde. Seine Attribute sind der Stab, um den sich eine Schlange windet, und der Hahn. Seine Kinder sind Hygieia, Panakeia, Iaso und Aigle.

Hygieia. Hygieia, die Tochter des Asklepios, ist die Göttin der Gesundheit. Ihr Attribut ist die Schale, aus der eine Schlange trinkt.

Wie man Linien und Punkte mit der Hand zu Zeichnungen in Deutlichkeits-Entfernungen macht.

Mittel 17 pp. Nach Weitenbrecher ist solche Distanz von Nutzen

Fig. 159.

Zeichnen mit Kreidestaub. Man nehme ein Blatt mit dem Auge gute Deutlichkeits-Entfernung, und lasse es von einem Andern halten, der es mit der Hand schräg gegen das Licht wendet. Nun ziehe man mit der gewöhnlichen Gedankenform seine Zeichnung auf ein weiter unten gehaltenes Blatt.

Verschiedene Methoden.

§. 178. Die Methoden dieses Zweckes können sich theilen in mechanische und psychische. Jene sind solche, die man in Bezug auf Mittel und Zweck nur einerlei nennen kann, diese sind solche, die man in verschiedenen Graden anwenden kann, und auch können, gleichen oder ungleichen Zweck angehende Objekte gleicher weise. Die mechanische Einrichtung, und Verfahrungs-Manierlichkeit ist mit

Fig. 211, welche eben das auf Fig. 210 Gesagte anschaulich macht, erklärt sich von selbst.

Fig. 211.

A E ist der eine Arm des Hebels, welcher, wie bei Schnitt-Werkzeugen, um C drehbar ist, A B ist der andere, durch die Schraube A drehbare Arm, welcher die Stange C D mit dem Hebel verbindet. Diese Stange C D ist mit dem Arme A B durch ein Gelenk verbunden, welches in einem Schlitze der Stange C D verschiebbar ist, und mittelst einer Schraube E an jeder beliebigen Stelle festgestellt werden kann.

Eine andere solche Abänderung bei Werkzeugen für Kautschuk

von der Weise in den Zeichnen bildet sich heute, und scheinen bei Fig. 212 die Linien A B und C D, welche die Stange E F bilden, in der Richtung E F keine Linie zu sein, sondern eine Reihe von kleinen senkrechten Striche. Der Grund dieses Verschiedenen, ist eine Ungenauigkeit, welche sich beim Zeichnen mit der Hand leicht einschleicht, und welche, so wie auch Fehler, die sich durch Ungenauigkeit beim Messen und Zeichnen bilden, am Geschicktesten ist, wenn Jeder sich selbst darauf aufmerksam macht, und sie zu vermeiden sucht. Es ist nun Jedem, der einen Kreis mit dem Zirkel beschreibt, bekannt, daß, wenn man mit dem Zirkel einen Kreis beschreibt, und dann denselben Kreis, nach Verschiedenheit der Größe, noch einmal beschreibt, daß dann die Linien, welche durch diese Kreise gebildet werden, nicht genau zusammen fallen, sondern, daß sie, wenn sie sehr fein sind, eine Art Band bilden, welches, wenn es sehr breit ist, sich in zwei Linien auflöst. Ist nun Jemand, der Kautschuk-Werkzeuge zeichnet, sich dessen bewußt, daß er, wenn er eine Linie zeichnet, diese Linie nicht genau zeichnet, sondern daß sie ein Band bildet, welches, wenn es sehr breit ist, sich in zwei Linien auflöst, so wird er sich bemühen, diese Linien, welche ein Band bilden, so fein als möglich zu machen, und wird sich bemühen, daß sie nicht zu breit werden, und wird sich bemühen, daß sie nicht zu weit von einander stehen, und wird sich bemühen, daß sie nicht zu weit auseinander laufen, und wird sich bemühen, daß sie nicht zu weit auseinander laufen, und wird sich bemühen, daß sie nicht zu weit auseinander lauf

Anordnung der Gewehre.

Fig. 225.

Kommt z. B. das Gewehrſtück mit dem Schloßbeſchlag *a* (Fig. 225) in den Schäftenrock *AB*, Fig. 226, ſo muß der Schloßbeſchlag *a* in den Schäftenrock ſo hineinpaſſen, daß die Schloßſchraube *b* durch ihren Kopf in das Loch *b* des Schäftenrocks *AB* hineinkommt, und daß die Schraube *c* durch ihren Kopf in das Loch *c* des Schäftenrocks *AB* hineinkommt, und daß ferner die Schraube *d* durch ihren Kopf in das Loch *d* des Schäftenrocks *AB* hineinkommt, und daß endlich auch der Anſatz *e* des Schloßbeſchlags *a* in das Loch *e* des Schäftenrocks *AB* hineinkommt.

Lokkirung.

§. 177. Zu dem bis jetzt beſchriebenen heutigen Syſteme gehören noch die zwiſchen den Gewehrſtücken ſtattfindenden Lokkirungen, und zwar: die Lokkirung zwiſchen dem Schäftenrocke und dem Schloßbeſchlage, die Lokkirung zwiſchen dem Schäftenrocke und der Kolbenkappe, die Lokkirung zwiſchen dem Schäftenrocke und dem Laufe, die Lokkirung zwiſchen dem Laufe und dem Schloßbeſchlage, und die Lokkirung zwiſchen dem Laufe und der Kolbenkappe.

Alle und die folgenden Figs. 226 enthalten. Der Buchſtabe *AB* bedeutet in allen Figuren, welche ihn enthalten, den Schäftenrock, der Buchſtabe *KK* in den Figuren, die denſelben enthalten, den Lauf, und der Buchſtabe *SS* in allen Figuren, die denſelben enthalten, den Schloßbeſchlag.

dem oberen Radkranze ausmündet. Damit das bei W zufließende, im Reservoir niedersinkende und auf dem Wege EA dem Rade zufließende Wasser so wenig wie möglich in dieser Bewegung gestört werde oder Contraction erleide, erweitert sich das Reservoir EE sowohl auf- als auch abwärts allmälig, wie aus der Figur deutlich zu ersehen ist. Der Ausfluß des Wassers wird durch eine das Rad von außen umgebende kreisförmige Schütze FF regulirt. Das Ziehen oder Senken derselben erfolgt durch vier Stangen mittels eines besondern Mechanismus, dessen nähere Einrichtung aus der Figur nicht zu ersehen ist. Damit das Wasser nicht zwischen dem Schutzbrette und der Gefäßwand durchdringen kann, ist ein die innere Fläche des Schutzbrettes berührender Lederring eingesetzt. Turbine von Cadiat.

Die stehende Welle CD ist noch mit einer Röhre HH umgeben und auf dieser der Teller KK befestigt, der von dem inneren Umfange des unteren Radkranzes umgeben wird, so daß das Wasser nach unten abgesperrt ist und nicht auf die Schale des Rades drückt. Diese Einrichtung (nach Redtenbacher) weicht von der, welche Cadiat angewendet hat, ab, ist aber genau dieselbe wie bei den Fourneyron'schen Turbinen. Cadiat läßt den Teller mit der Röhre ganz weg, und hebt den Druck des Wassers auf die Schale B durch einen Gegendruck von unten auf, indem er noch ein zweites Reservoir anbringt, welches die untere Fläche des Rades A fast berührt, und mit dem Druckwasser GH in Communication gesetzt wird. Jedenfalls ist diese Einrichtung weniger zweckmäßig als die Fourneyron'sche, um so mehr, da es nicht möglich ist, den Austritt des in diesem Reservoir völlig hydrostatisch drückenden Wassers durch den wenn auch noch so engen ringförmigen Spalt zwischen dem Rade und dem Reservoir zu verhindern. Die hier abgebildete Turbine geht, wie man sieht, unter Wasser.

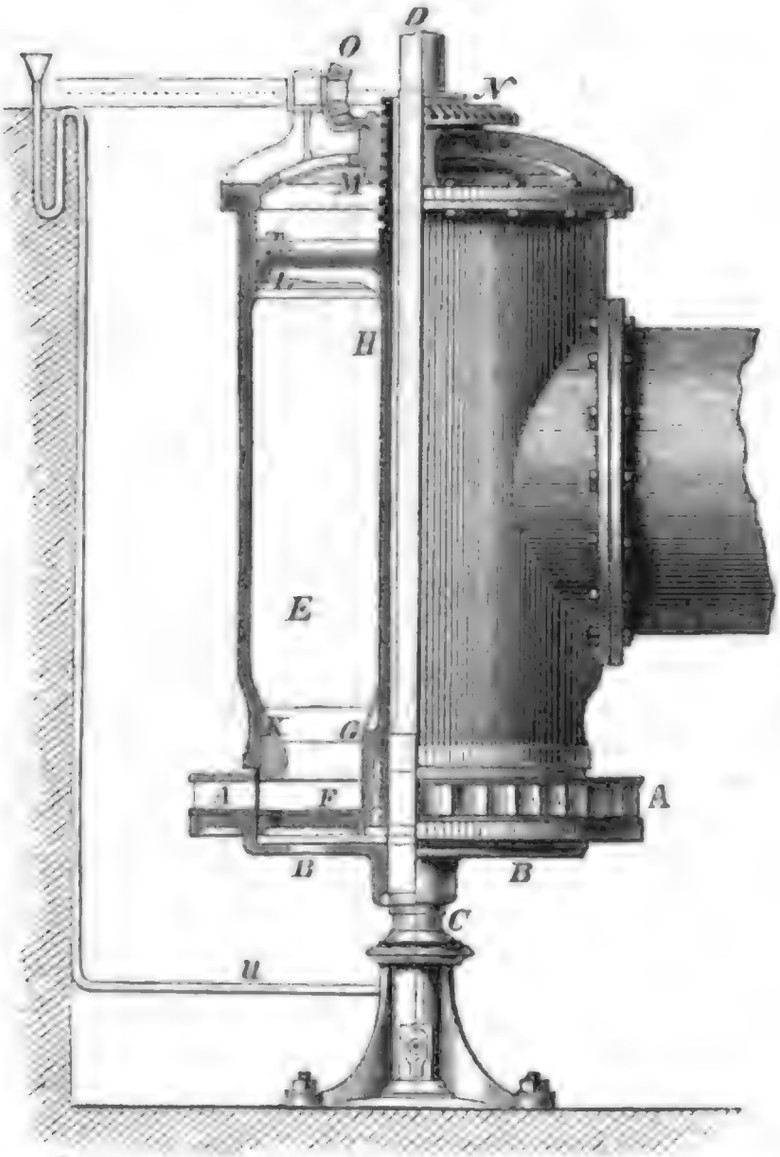
Anmerkung. Eine vollständige und genaue Beschreibung einer Cadiat'schen Turbine ohne Bodenteller und mit Druckwasser unter dem Radteller, liefert M. Armengaud d. Aelt. im zweiten Bande seiner Publication industrielle.

§. 178. Die Fourneyron'sche Turbine ist, namentlich in ihrer neuesten Einrichtung, eins der vollkommensten horizontalen Wasserräder, wenn sie nach den Regeln der Mechanik richtig ausgeführt wird. Sie geht entweder in freier Luft, oder unter Wasser, und ist entweder eine Nieder- oder eine Hochdruckturbine. Bei der Niederdruckturbine fließt das Wasser in das oben offene Ausflußreservoir mit freier Oberfläche zu, wie Fig. 327 auf umstehender Seite, bei einer Hochdruckturbine hingegen, ist das Ausflußreservoir oben verschlossen und das Wasser wird durch eine Röhre, die sogenannte Einfallröhre, von der Seite zugeführt, wie Figur 328 auf Seite 339 zeigt. Erstere kommt natürlich bei kleinem und letztere bei großem Gefälle in Anwendung. Im Wesentlichen besteht das eigentliche Rad AA aus zwei horizontalen Kränzen von Eisen, aus Fourneyron's Turbinen.

The positive field of force due to a positive charge at the centre of a sphere. The lines of force are radial.

Cadiat. Das bei W zufließende Wasser tritt zunächst in das cylindrische Reservoir EE. Damit es nicht auf den Radteller BB drücke und dadurch eine bedeutende Erhöhung der Zapfenreibung hervorbringe, wird eine die

Fig. 328.



Radwelle vollkommen umschließende Röhre GH eingesetzt, und an deren unteres Ende ein Bodenteller FF befestigt, welcher den Druck des darüberstehenden Wassers aufnimmt. Auf diesen Teller werden cylindrisch gebogene Bleche, die sogenannten Leitschaufeln, auf-, sowie zwischen den beiden Radkränzen die sogenannten Radschaufeln eingesetzt. Durch die Leitschaufeln, wie ab, $a_1 b_1$ u. s. w. Fig. 327, erhält das durch den ringförmigen Raum am unteren Ende des Reservoirs EE ausfließende Wasser eine bestimmte Richtung, mit welcher es auch zu dem diese Mündung umschließenden Rade AA gelangt, dessen von den Schaufeln bd, $b_1 d_1$ u. s. w. gebildete Zellen es von innen nach außen durchläuft. Hierbei reagirt das Wasser so stark gegen die hohlen Flächen der Radschaufeln, daß dadurch das ganze Rad in entgegengesetzter Richtung umgedreht wird, während der Ausfluß- und Leitschaufelapparat seinen Stand behält.

FIG. 3.—SPIRAL SPRING FOR MEASURING TORSIONAL STRESS IN SHAFTS

355. In Verbindung mit dem Elektromagnet. Versuch N. 38 (Fig. 304) soll jetzt gezeigt werden, wie man den Strom sich periodisch unterbrechen, wie man rotirende Bewegungen in Bewegung setzen kann. Es sei in nebenstehender Figur 305 $EFGH$ der vom Strome durchflossene Leitungsdraht. Die Stücke EA und HB sollen auf einem hölzernen Gestelle, oder einem Brettchen so weit von einander befestigt sein, dass ein Stahlstab AB zwischen ihnen Platz hat. Dieser Stahlstab ist

Fig. 305.

an sich weder, weshalb hier ganz abgesehen ist. Zwei von Messing gebogene Stücke EA und HB von hinlänglicher Federkraft befestigt man an E und H, so dass sie sich an A und B drücken. Ferner ist EF ein Stück Kupferdraht, welches mit E und F verlöthet ist. FG endlich ist ein Draht von 1 Millimeter Dicke, welcher mit F und G verlöthet ist. Die Stücke EA und HB sollen nun so weit von einander stehen, dass AB zwischen ihnen Platz hat, und dass AB sich leicht um A und B drehen kann. Ferner soll AB so lang sein, dass G sich in einer Entfernung von 1 bis 2 Millimeter über AB befindet. Wird nun AB in Rotation versetzt, so wird G bald AB berühren, bald nicht berühren. Wenn G AB berührt, so ist der Kreis $EFGHAE$ geschlossen, und es geht ein Strom durch ihn hindurch. Wenn G AB nicht berührt, so ist der Kreis $EFGHAE$ unterbrochen, und es geht kein Strom durch ihn hindurch. Wird also AB in Rotation versetzt, so wird der Kreis $EFGHAE$ abwechselnd geschlossen und unterbrochen, und es geht abwechselnd ein Strom durch ihn hindurch und nicht durch ihn hindurch.

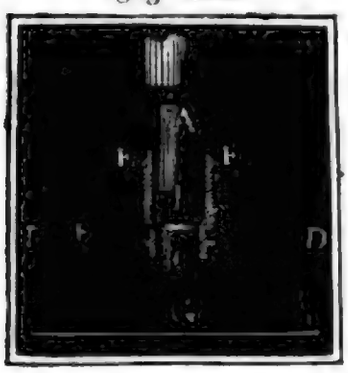
der Regel nur wenig schwächer als die Welle selbst) zu machen, ferner den Zutritt des Wassers zwischen den Reibungsflächen möglichst zu verhindern, und endlich einen ununterbrochenen Strom von Oliven- oder besser Nußöl zwischen die Berührungs- oder Reibungsflächen durchzuleiten. Zapfenlagerung

Außer der Unterstützung am Stifte oder unteren Zapfen ist natürlich auch noch eine Lagerung am oberen Ende der Welle oder in der Nähe desselben anzubringen.

Eine sehr einfache, jedoch nur bei wenig Druck anwendbare Zapfenlagerung zeigt Fig. 331. Es ruht hier der Zapfen *C* in einer Pfanne *D* von Rothguß, die innerhalb eines auf der Radstubensohle aufgeschraubten Pfannenträgers durch Stellkeile *PS* nach Bedürfniß gehoben oder gesenkt werden kann. Das Oel wird durch ein Rohr *R* zugeführt, welches neben den Stellkeilen durch den Boden der Pfanne geht.

Die Einrichtung eines Zapfens nach Cadiat führt Fig. 332 vor Augen.

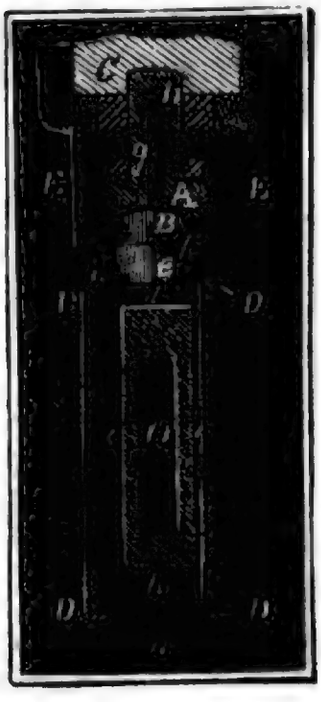
Fig. 332.



A ist der Fuß der stehenden Welle, *B* ist ein gehärteter Stahlstift, welcher entweder durch eine Schraube, oder durch Rippen mit *A* fest verbunden wird; *C* ist das Lager desselben, welches ebenfalls aus hartem Stahle besteht, *DEED* ist das auf der Sohle fest aufsitzende Lagergehäuse aus Gußeisen, *EE* ist ein messingener Mantel zum Abhalten des Wassers, *F* ein Rohr, durch welches das Oel in den zwischen *B* und *E* befindlichen leeren Raum geführt wird, endlich ist *G* der Hebel oder Stellkeil zum Heben oder Senken der Turbine.

Am complicirtesten ist der Lagerungs- oder Schmierapparat von Fourneyron.

Fig. 333.



Die allgemeine Einrichtung desselben ist aus Fig. 329 zu ersehen, zur Kenntnißnahme der speciellen Einrichtung wird aber Fig. 333 dienen. Aus Fig. 329 ist wenigstens zu entnehmen, wie das Zapfenlager *Z* auf einem um *O* drehbaren Hebel *OR* aufruht, und wie derselbe durch eine Zugstange *RS* mittelst einer Schraube *S* gehoben oder gesenkt werden kann. Auch sieht man in *U* noch das Rohr zum Zuführen des Oeles. Der lebhafteren Circulation des Oeles wegen ist es gut, wenn die Einmündung des Rohres möglichst hoch, mindestens aber über dem Spiegel des Oberwassers steht. Die sich reibenden Theile *A* und *B*, Fig. 333 bestehen aus gehärtetem Stahl. Der obere Theil *A* ist mit der Welle *C* fest ver-

Nr. 6

Wien, 6. Januar 1919

Die Ausrufung der Republik

Heute um halb 10 Uhr vormittags wurde vor dem Parlamentsgebäude die Republik ausgerufen. Eine große Menschenmenge hatte sich vor dem Gebäude versammelt, um der Ausrufung beizuwohnen. Der Präsident der Nationalversammlung, Dr. Karl Renner, trat auf den Balkon und verkündete mit lauter Stimme: „Im Namen des Volkes von Deutschösterreich erkläre ich die Republik als Staatsform unseres Landes." Die Menge jubelte und sang die Hymne. Anschließend wurde die Flagge gehißt.

Die Ausrufung der Republik vor dem Parlamentsgebäude

Der Staatsrat hat gestern, am Abend des 5. Januar, die Verfassung der Republik Deutschösterreich beschlossen. Sie sieht eine parlamentarische Demokratie vor, mit einem Bundespräsidenten an der Spitze. Die Wahl des Präsidenten soll durch die Nationalversammlung erfolgen. Die Verfassung wird nun dem Parlament zur Beratung vorgelegt.

Die Regierung hat angekündigt, daß sie noch heute Abend Wahlen für die Nationalversammlung ausschreiben wird. Diese sollen am 16. Februar stattfinden. Alle Bürger über 20 Jahre sollen das Wahlrecht haben.

Diese Zeitung wurde mit Unterstützung der Österreichischen Nationalbibliothek digitalisiert.

Basis an; es ist daher der Hebelarm eines jeden in Hinsicht auf den Mittelpunkt (s. I., §. 108) $x = \frac{4r}{3\pi}$, und sein statisches Moment Stärken.

$$Px = \tfrac{1}{2}\pi r^2 h\gamma \cdot \frac{4r}{3\pi} = \tfrac{2}{3} r^3 h\gamma.$$

Nehmen wir nun an, daß dieses Moment eine Brechung in diametraler Richtung hervorbringe, so haben wir nach I., §. 203, zu setzen:

$$Px = 1700 \cdot 2r \cdot s^2. \quad \text{d. i.} \quad \tfrac{2}{3} r^3 h\gamma = 3400 r s^2,$$

und bekommen hiernach die gesuchte Tellerstärke

$$s = r\sqrt{\frac{h\gamma}{5100}} = 0{,}137\, r\sqrt{h} \text{ Zoll},$$

wo h und r in Fuß auszudrücken sind. Des eigenen Gewichtes wegen ist aber $s = 0{,}137\, r\sqrt{h} + 0{,}33$ Zoll zu nehmen.

Dem Radteller giebt man in der Regel dieselbe Dicke. Doch läßt sich diese Dicke auch mit Hülfe des Kraftmomentes sicherer bestimmen. Ist r_1 der äußere Halbmesser der Hülse, womit dieser Teller auf der Welle aufsitzt, und Pa das statische Moment der Umdrehungskraft, so hat man die Kraft am Umfange der Hülse $= \frac{Pa}{r_1}$. Damit nun dieselbe die Scheibe von der Hülse lostrennt, muß sie $= 2\pi r_1 s_1 K$ sein, und es ist daher umgekehrt zu setzen: die nöthige Tellerdicke $s_1 = \frac{Pa}{2\pi r_1^2 K}$, oder, da

$Pa = 12 \cdot \frac{15300\, L}{\pi u}$ und $K = 3000$ ist (s. II., §. 111 und I., §. 189),

so hat man $s_1 = \frac{31\, L}{u r_1^2}$, oder besser, wie oben, $s_1 = \frac{31\, L}{u r_1^2} + 0{,}33$ Zoll.

Nach außen zu kann die Stärke abnehmen, da hier r_1 größer ausfällt.

Anmerkung 1. Bei der Aufstellung und Fundamentirung einer Turbine hat man natürlich nicht allein die Gewichte der Maschinentheile, sondern auch die Wasserdrücke zu berücksichtigen. Letztere sind namentlich bei Hochdruckturbinen sehr groß. Unter Anderem ist nicht außer Acht zu lassen, daß das Wasser das Ausflußreservoir mit einer Kraft fortzuschieben sucht, welche gleich ist dem Gewichte einer Wassersäule, die den Querschnitt der Einfallröhre zur Basis und die Druckhöhe zur Länge hat; daß aber auch das Kniestück der Einfallröhre ebenso stark, jedoch in umgekehrter Richtung, auszuweichen sucht.

Anmerkung 2. Zur Bestimmung der Zapfenstärke könnte man zwar die Regel benutzen, wonach ein eiserner Zapfen, welcher in einem Lager von Rothguß geht, auf jeden Quadratzoll mit 1500 Pfund, und ein stählerner Zapfen, welcher in einer stählernen Pfanne läuft, mit 7000 Pfund zu belasten ist, allein wir wissen schon aus dem Obigen, daß es wegen des Abführens besser ist, die Zapfen nur wenig schwächer als die Welle selbst zu machen. Jedenfalls gelten die angegebenen Zahlen nur für mäßige Umdrehungen; und da nun das Abführen mit

4. aus. Aus Profil und der Sehnenlänge s ergibt sich ε, in erfüllt, und für ε und ε gelten Beziehungen, die wir bereits bei der Berechnung der Zahnlücke kennen gelernt haben. Mit ε und Zahnteilung t ist für den Kreis vom Halbmesser r

$$\alpha = \frac{t}{r} \cdot \frac{180}{\pi} = t \cdot \frac{57,3}{r}$$

Der Halbmesser r_1 des Kreises, auf dem die Sehnenlänge s liegt, ist

$$r_1 = \frac{s}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{s}{2 \sin \frac{t \cdot 57,3}{2r}}$$

Für ε ist $\varepsilon = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$ und $\varepsilon = \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}$.

Beispiel. Für $r = 4,5$ m, $t = 0,5$ m, $s = 0,4$ m ist $\alpha = 6,37°$, $\varepsilon = 86,82°$, $\varepsilon = 93,18°$, $r_1 = 4,5$ m.

Für $r = 1,5$ m, $t = 0,5$ m, $s = 0,4$ m ist $\alpha = 19,1°$, $\varepsilon = 80,45°$, $\varepsilon = 99,55°$, $r_1 = 1,5$ m.

Für $r = 0,5$ m, $t = 0,5$ m, $s = 0,4$ m ist $\alpha = 57,3°$, $\varepsilon = 61,35°$, $\varepsilon = 118,65°$, $r_1 = 0,5$ m.

5. Profil. Aus ε und ε die zugehörigen Halbmesser ϱ und ϱ berechnen. Verfahren zur Konstruktion gemäß a) Figur, wobei wir folgende Bezeichnungen einführen.

Der innere Zahnkreis C, Fig. 212, also ausgezogen, und der äußere Zahnkreis vom Halbmesser r sind gegeben. Die Zahnteilung t ist gleich

der Sehnenlänge s und ebenfalls gegeben. Die Eingriffslinie E ist eine gerade Linie, die durch den Berührungspunkt P der beiden Teilkreise T und T_1 geht und mit der Tangente t an T und T_1 den Eingriffswinkel ε einschließt. Die Eingriffslinie E schneidet den äußeren Zahnkreis C in A, den inneren in B. Die Strecken AP und BP sind die Eingriffslinien e und e_1. Sie sind in der Figur stark ausgezogen. Die Strecken AP und BP sind die Halbmesser ϱ und ϱ_1 der Kreise, auf denen die Eingriffslinien e und e_1 liegen. Diese Kreise heißen die Wälzkreise W und W_1. Sie berühren sich im Punkte P und rollen aufeinander ab.

Wälzkreis ist hier immer Halbmesser ϱ oder ϱ_1 und Wälzkreis W oder W_1, ϱ heißt nur bei Eingriffslinie e und ϱ_1 nur bei Eingriffslinie e_1. Wälzkreis W und Wälzkreis W_1 sind Kreise, die sich berühren und aufeinander abrollen.

öffnungen des Leitschaufelapparates $= F$, die Summe der Inhalte aller Eintrittsöffnungen in das Rad aber $= F_1$, und die der Inhalte aller Ausflußöffnungen am äußeren Radumfange $= F_2$; setzen wir ferner das ganze Radgefälle, vom Oberwasserspiegel bis Mitte der Ausmündungen des Rades, oder, wenn das Rad unter Wasser geht, bis Oberfläche des Unterwassers gemessen, $= h$, ferner die Höhe des Oberwasserspiegels über der Mitte von den Ausmündungen des Reservoirs oder den Einmündungen des Rades $= h_1$, und die Tiefe $h_1 - h$ der letzten unter den Ausmündungen des Rades, oder, wenn das Rad unter Wasser geht, unter der Oberfläche des Unterwassers, $= h_2$, und endlich die Höhe, welche den Druck des Wassers an der Stelle, wo das Wasser aus dem Reservoir in's Rad tritt, mißt, $= x$. Theorie der Reactionsturbinen.

Zunächst ist für die Ausflußgeschwindigkeit c, da sie durch die Druckhöhendifferenz $h_1 - x$ erzeugt wird, $\frac{c^2}{2g} = h_1 - x$, oder genauer, wenn das Wasser in dem Leitschaufelapparat oder beim Ausflusse aus demselben die Druckhöhe $\zeta \cdot \frac{c^2}{2g}$ verliert, $(1 + \zeta) \frac{c^2}{2g} = h_1 - x$. Daher folgt

$$c = \sqrt{\frac{2g(h_1 - x)}{1 + \zeta}} \text{ und umgekehrt, } x = h_1 - (1 + \zeta) \frac{c^2}{2g}.$$

Damit das Wasser ohne Stoß in das Rad eintrete, ist es nöthig, daß sich die Ausflußgeschwindigkeit in zwei Seitengeschwindigkeiten zerlegen lasse, wovon die eine der Größe und Richtung nach mit der inneren Radgeschwindigkeit v_1 zusammenfalle, die andere aber mit dem in die Radkanäle eintretenden Strahle einerlei Richtung habe. Dies vorausgesetzt, ist daher auch die Geschwindigkeit $A c_1 = c_1$, mit welcher das Wasser die Radkanäle zu durchlaufen anfängt, bestimmt durch die bekannte Gleichung

$$c_1^2 = c^2 + v_1^2 - 2 c v \cos. \alpha.$$

Die Ausflußgeschwindigkeit c_2 des Wassers aus dem Rade ergiebt sich aus der Druckhöhe x beim Eintritte, Druckhöhe h_2 beim Austritte, aus der der Eintrittsgeschwindigkeit entsprechenden Höhe $\frac{c_1^2}{2g}$, aus der der Centrifugalkraft des Wassers in dem Rade entsprechenden Vermehrung der Druckhöhe $\frac{v^2 - v_1^2}{2g}$ (s. II., §. 168):

$$\frac{c_2^2}{2g} = x - h_2 + \frac{c_1^2}{2g} + \frac{v^2 - v_1^2}{2g},$$

oder, wenn man die obigen Werthe von x und c_1 einsetzt,

$$\frac{c_2^2}{2g} = h_1 - h_2 - (1 + \zeta) \frac{c^2}{2g} + \frac{c^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} - \frac{2 c v_1 \cos. \alpha}{2g};$$

Theorie der Reactionsturbinen.

oder, da $h_1 - h_2 = h$, das Totalgefälle des Rades ist,

$$c_2^2 = 2gh + v^2 - 2cv_1 \cos.\alpha - \zeta \,.\, c^2.$$

Nimmt man noch an, daß das Wasser durch seine Reibung und durch seine krummlinige Bewegung in den Radkanälen die Druckhöhe $\frac{\varkappa c_2^2}{2g}$ verliere, so hat man richtiger

$$(1+\varkappa)\, c_2^2 = 2gh + v^2 - 2cv_1 \cos.\alpha - \zeta \,.\, c^2.$$

Da das Aufschlagquantum $Q = Fc = F_1 c_1 = F_2 c_2$, also $c = \frac{F_2 c_2}{F}$ und $v_1 = \frac{r_1}{r} v$ ist, so hat man endlich für die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Rade tritt:

$$\left[1 + \zeta \left(\frac{F_2}{F}\right)^2 + \varkappa\right] c_2^2 + 2\,\frac{F_2}{F} \,.\, \frac{r_1}{r}\, c_2 v \cos.\alpha - v^2 = 2gh.$$

Vortheilhafteste Geschwindigkeit.

§. 182. Um dem Wasser die größte Arbeit zu entziehen, muß bekanntlich die absolute Geschwindigkeit des austretenden Wassers möglichst klein sein. Nun ist aber diese Geschwindigkeit, als Diagonale Bw eines aus der Ausflußgeschwindigkeit c_2 und Umdrehungsgeschwindigkeit v construirten Parallelogrammes,

$$w = \sqrt{c_2^2 + v^2 - 2c_2 v \cos.\delta} = \sqrt{(c_2 - v)^2 + 4c_2 v \left(\sin.\frac{\delta}{2}\right)^2};$$

daher ist also δ möglichst klein und $c_2 = v$ zu machen. Damit aber das Wasser in hinreichender Menge abfließe, ist es allerdings nicht möglich, $\delta =$ Null, sondern nur gestattet, diesen Winkel klein, etwa 10^0 bis 20^0 zu machen; wenn wir also auch die Gleichheit $c_2 = v$ hervorbringen, so bleibt demnach immer noch die kleine absolute Geschwindigkeit

$$w = \sqrt{4c_2 v \left(\sin.\frac{\delta}{2}\right)^2} = 2v \sin.\frac{\delta}{2}$$

und der entsprechende Arbeitsverlust $\frac{w^2}{2g} Q\gamma = \frac{\left(2v \sin.\frac{\delta}{2}\right)^2}{2g} Q\gamma$ übrig.

Man sieht nun zwar ein, daß nicht $v = c_2$, sondern v wenig größer als c_2 das Maximum der Leistung geben muß; indessen läßt sich aber auch ermessen, daß für $v = c_2$ und für einen kleinen Werth von δ die Abweichung von der Maximalleistung nur sehr klein sein kann. Da wir ohnedies noch für $v = c_2$ sehr einfache Beziehungen erhalten, so wollen wir dadurch auch im Folgenden nur die Bedingung $v = c_2$ festhalten, und dieselbe mit der letzten Gleichung des vorigen Paragraphen verbinden. Es folgt so

$$\left[1 + \zeta \left(\frac{F_2}{F}\right)^2 + \varkappa\right] v^2 + 2\,\frac{F_2}{F} \,.\, \frac{r_1}{r}\, v^2 \cos.\alpha - v^2 = 2gh,$$

oder $\left[2\frac{F_2}{F}\cdot\frac{r_1}{r}\cos.\alpha+\xi\left(\frac{F_2}{F}\right)^2+\varkappa\right]v^2=2gh,$ Vortheilhafteste Geschwindigkeit.

und daher die gesuchte, ziemlich die Maximalleistung versprechende äußere Radgeschwindigkeit $v=\sqrt{\frac{2gh}{2\frac{F_2}{F}\cdot\frac{r_1}{r}\cos.\alpha+\xi\left(\frac{F_2}{F}\right)^2+\varkappa}}.$

Statt des Querschnittsverhältnisses $\frac{F_2}{F}$ kann man auch den Winkel β einführen, welcher die Richtung des in das Rad eintretenden Strahles mit der inneren Umfangsgeschwindigkeit $A v_1 = v_1$ einschließt. Es fordert nämlich der ungestörte Eintritt in das Rad, daß die absolute Geschwindigkeit c des Wassers durch den Eintritt nicht geändert werde, daß also auch der radiale Component $AN = c\sin.\alpha$ von c auch dem radialen Componenten $c_1\sin.\beta$ von c_1, und der tangentiale Component $c\cos.\alpha$ von c der Tangentialgeschwindigkeit $AT = c_1\cos.\beta + v_1$ des bereits eingetretenen Wassers gleich sei. Hiernach ist also

$$\frac{c_1}{c}=\frac{\sin.\alpha}{\sin.\beta},\quad c\cos.\alpha-c_1\cos.\beta=v_1$$

$$\text{und}\quad\frac{c}{v_1}=\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}.$$

Ueberdies ist noch $Fc = F_2c_2 = F_2v = \frac{r}{r_1}F_2v_1$;

daher folgt denn $\frac{F_2}{F}=\frac{r_1}{r}\cdot\frac{c}{v_1}=\frac{r_1}{r}\cdot\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}$ und die in Frage stehende äußere Radgeschwindigkeit

$$v=\sqrt{\frac{2gh}{2\left(\frac{r_1}{r}\right)^2\frac{\sin.\beta\cos.\alpha}{(\sin.\beta-\alpha)}+\xi\left(\frac{r_1\sin.\beta}{r\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2+\varkappa}},$$

dagegen die innere Umfangsgeschwindigkeit

$$v_1=\frac{r_1}{r}v=\sqrt{\frac{2gh}{2\frac{\sin.\beta\cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)}+\xi\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2+\varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}.$$

Ohne Berücksichtigung der Nebenverhältnisse wäre

$$r_1=\sqrt{\frac{gh\sin(\beta-\alpha)}{\sin.\beta\cos.\alpha}}=\sqrt{gh\,(1-tang.\alpha\,cotang.\beta)}.$$

§. 183. Mit Hülfe der Formel für v läßt sich nun auch der Druck bestimmen, welcher an der Uebergangsstelle aus dem Reservoir in das Rad statt hat, es ist nämlich Wasserdruck.

Wasserdruck. $$x = h_1 - (1+\zeta)\frac{c^2}{2g} = h_1 - (1+\zeta)\frac{v_1^2}{2g}\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.\beta-\alpha)}\right)^2$$

$$= h_1 - \frac{(1+\zeta)\,h\,\sin.\beta^2}{2\sin.\beta\cos.\alpha\sin.(\beta-\alpha)+\zeta\sin.\beta^2+\varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2[\sin.(\beta-\alpha)]^2}$$

$$= h_1 - \frac{(1+\zeta)\,h}{1+\cos.2\alpha-\operatorname{cotg}.\beta\sin.2\alpha+\zeta+\varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\left(\frac{\sin.(\beta-\alpha)}{\sin\beta}\right)^2}.$$

Lassen wir der Einfachheit wegen die Widerstände außer Acht, so erhalten wir

$$x = h_1 - \frac{h}{1+\cos.2\alpha-\operatorname{cotg}.\beta\sin.2\alpha}.$$

Läuft die Turbine in der freien Luft, so haben wir bei den zuletzt beschriebenen Turbinen von Fourneyron, Cadiat und Whitelaw, $h_1 = h$, und daher $x = \frac{\cos.2\alpha-\operatorname{cotg}.\beta\sin.2\alpha}{1+\cos.2\alpha-\operatorname{cotg}.\beta\sin.2\alpha}\cdot h$; geht aber die Turbine unter Wasser, so ist $h_1 = h + h_2$, und daher

$$x = \frac{\cos.2\alpha-\operatorname{cotg}.\beta\sin.\alpha}{1+\cos.2\alpha+\operatorname{cotg}.\beta\sin.2\alpha}\cdot h + h_2.$$

Soll im ersten Falle der Druck Null, oder vielmehr dem Atmosphärendrucke gleich sein, so hat man $x = 0$, soll er aber im zweiten Falle dem Drucke des Unterwassers gegen die Radmündungen gleich sein, so hat man $x = h_2$, in beiden Fällen aber $\cos.2\alpha - \operatorname{cotg}.\beta\sin.2\alpha = 0$, d. i. $\operatorname{tang}.\beta = \operatorname{tang}.2\alpha$, also $\beta = 2\alpha$ zu machen.

Wenn also der Eintrittswinkel β doppelt so groß ist als der Austrittswinkel α, so ist der Druck an der Stelle, wo das Wasser aus dem Reservoir in's Rad tritt, gleich dem äußeren Luft- oder Unterwasserdrucke.

Auf der anderen Seite ist leicht zu ermessen, daß dieser innere Druck größer ist als der äußere, wenn $\beta > 2\alpha$ und kleiner ist als dieser, wenn $\beta < 2\alpha$. Natürlich ändern sich die Verhältnisse etwas, wenn man, wie sehr recht, die Nebenwiderstände berücksichtigt. Es ist nämlich dann für die Gleichheit des äußeren und inneren Druckes:

$$1+\cos.2\alpha-\operatorname{cotg}.\beta\sin.2\alpha+\zeta+\varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\left(\frac{\sin.(\beta-\alpha)}{\sin.\beta}\right)^2 = 1+\zeta,$$

oder $\operatorname{cotg}.\beta\sin.2\alpha = \cos.2\alpha + \varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2(\cos.\alpha - \operatorname{cotg}.\beta\sin.\alpha)^2$;

setzt man im letzten Gliede $\operatorname{cotg}.\beta = \operatorname{cotg}.2\alpha = \frac{\cos.2\alpha}{\sin.2\alpha}$, also

Wasserdruck

$$\text{colg.}\,\beta\,\sin.\,2\alpha = \cos.\,2\alpha + \varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2\left(\frac{\sin.\,\alpha}{\sin.\,2\alpha}\right)^2$$

$$= \cos.\,2\alpha + \varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{4\,(\cos.\,\alpha)^2},\ \text{so folgt}$$

$$\text{tang.}\,\beta = \frac{\sin.\,2\alpha}{\cos.\,2\alpha + \varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{4\,(\cos.\,\alpha)^2}},\ \text{also } \beta \text{ etwas kleiner als } 2\alpha.$$

Vernachlässigen wir wieder ξ und $\varkappa$, so bekommen wir durch Einführung des Werthes $\beta = 2\alpha$,

$$v_1 = \sqrt{gh\,(1 - \text{tang.}\,\alpha\,\text{colg.}\,2\alpha)} = \sqrt{\frac{gh\,(1 + \text{tang.}\,\alpha^2)}{2}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}gh}}{\cos.\,\alpha}$$

und $c = \sqrt{2gh}$, wie sich von selbst versteht. Ist der innere Druck größer als der äußere, so hat man $v_1 > \frac{\sqrt{\frac{1}{2}gh}}{\cos.\,\alpha}$ und $c < \sqrt{2gh}$, und ist er kleiner als dieser, so fällt $v_1 < \frac{\sqrt{\frac{1}{2}gh}}{\cos.\,\alpha}$ und $c > \sqrt{2gh}$ aus.

§. 184. Die im letzten Paragraphen abgehandelten Druckverhältnisse sind bei Construction von Turbinen von großer Wichtigkeit, weil die Uebergangsstelle zwischen dem Reservoir und dem Rade nicht abgedichtet ist, und immer noch, wenn auch nur sehr enge ringförmige Spalten übrig bleiben, durch welche Wasser heraus, und Luft oder Wasser eindringen kann. Damit keins von beiden eintrete, muß also die Turbine so construirt werden, daß der innere Druck an dem Uebertritte in das Rad dem äußeren Luft- oder Unterwasserdrucke gleich ausfällt, es muß also $\beta = 2\alpha$ oder besser, der Gleichung $\text{tang.}\,\beta = \frac{\sin.\,2\alpha}{\cos.\,2\alpha + \varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \cdot \frac{1}{(2\cos.\,\alpha)^2}}$ Genüge geleistet werden.

Jedenfalls wird aber die Leistung einer Turbine eine kleinere, es mag Wasser zwischen dem Reservoir und dem Rade durchgehen, oder Luft eindringen, denn in dem einen Falle entzieht sich ein Theil des Aufschlages der Wirkung und im zweiten Falle, wenn Luft oder Wasser eindringt, stört diese die Bewegung des Wassers in den Radzellen. Es ist folglich nöthig, um einen großen Wirkungsgrad zu erhalten, das Rad so nahe wie möglich an den Teller und an die Rückwand anschließen zu lassen und so viel wie möglich der letzten Gleichung Genüge zu leisten.

Wenn aber bei einem kleineren Aufschlagquantum die Schütze gestellt, und dadurch ein kleinerer Inhalt F der Ausflußmündung hervorgebracht wird, so entsteht natürlich eine größere Ausflußgeschwindigkeit c und des-

Wasserdruck. halb wieder eine Verminderung des Druckes (x). War nun dieser schon vorher dem äußeren Luft- oder Unterwasserdrucke gleich, so wird derselbe jetzt bei tieferem Schützenstande kleiner als jener Außendruck sein, und daher Luft oder Wasser von außen durch die ringförmigen Zwischenräume eindringen und am äußeren Radumfange mit ausströmen. Geht die Turbine in freier Luft um, so hat dieses Lufteinsaugen noch den Nachtheil, daß es, wenigstens bei tieferem Schützenstande, den vollen Ausfluß verhindert, so daß das Wasser nur an den concaven Seiten der Radkanäle hinströmt, ohne dieselben auszufüllen, die Reactionsturbine also in eine Druckturbine übergeht. Welches nachtheilige Verhältniß überdies noch bei tieferem Schützenstande eintritt, werden wir weiter unten näher kennen lernen.

Damit nun bei tieferem Schützenstande das nachtheilige Einsaugen und, nach Befinden, das Lostrennen der Wasserstrahlen von den erhabenen Seitenflächen der Radkanäle nicht eintrete, zieht man es vor, die Turbine so zu construiren, daß beim Normalgange des Rades und also bei völlig geöffneter Schütze, an der Uebergangsstelle ein mäßiger Ueberdruck x stattfinde, wenn auch eine kleine Wassermenge durch den Zwischenraum zwischen dem inneren Radumfange und dem äußeren Schützenumfange entweicht.

Auswahl von α und β. §. 185. Wenn wir in Beziehung auf den Innendruck eine Bestimmung nicht machen, so können wir allerdings den Winkeln α und β sehr verschiedene Werthe beilegen. Die Formel

$$v_1 = \sqrt{gh\,(1 - tang.\alpha\ cotg.\beta)} = \sqrt{g\,h\left(1 - \frac{tang.\alpha}{tang.\beta}\right)}$$

giebt einen unmöglichen Werth für v_1, wenn $\frac{tang.\alpha}{tang.\beta} > 1$, also wenn $\alpha < 90^0$ und $\beta < \alpha$ oder wenn $\alpha > 90^0$ und $\beta > \alpha$ ist. Diese Werthe für α und β sind also völlig auszuschließen, weil sie Unmögliches fordern. Ist $\alpha = \beta$, so hat man $v_1 = 0$, auch sieht man, daß die vortheilhafteste Umdrehungsgeschwindigkeit um so kleiner ausfällt, je näher sich die Winkel a und β sind. Die Formeln

$$c = \frac{v_1 sin.\beta}{sin.(\beta - \alpha)} \text{ und } F_2 = \frac{r_1}{r} \cdot \frac{sin.\beta}{sin.(\beta - \alpha)} F$$

geben für $\beta < \alpha$ stets negative und also ebenfalls Unmögliches fordernde Werthe; es ist daher bei Construction einer Turbine stets nöthig, daß $\beta > \alpha$ und $\alpha < 90^0$ sei.

Zwischen diesen Grenzen kann man natürlich die Werthe von α und β sehr verschieden auswählen, doch führen sie nicht alle auf gleich zweckmäßige Constructionen. Fourneyron nimmt $\beta = 90^0$ und $\alpha = 30^0$ bis 33^0. Manche machen β kleiner, andere aber größer als 90^0. Schaufeln nach

einem kleineren Werthe von β construirt, haben eine größere Krümmung als Schaufeln mit einem stumpfen β. Große Krümmungen geben aber auch größere Hindernisse bei ihrer Durchlaufung und verhindern vielleicht gar den vollen Ausfluß. Aus diesem Grunde ist es daher anzurathen, den Winkel β eher stumpf als spitz, ihn vielleicht 100^0 bis 120^0 zu machen. Der Winkel α würde dann, wenn der Innendruck dem äußeren das Gleichgewicht halten soll, 50^0 bis 55^0 ausfallen. Damit aber die von den Leitschaufeln gebildeten Kanäle nicht sehr divergiren, und auch beim tieferen Schützenstande noch kein Saugen eintrete, macht man diesen Winkel nur 30^0 bis 40^0, und wenn die Turbine in freier Luft geht, vielleicht gar nur 25^0 bis 30^0. Sehr klein macht man aber α auch schon deshalb nicht, weil mit α auch der Inhalt der Ausflußöffnung und daher auch das Ausflußquantum abnimmt, oder vielmehr bei gegebenem Aufschlage das Rad zu groß ausfällt. Auf der anderen Seite ist noch zu berücksichtigen, daß die Verluste mit v^2 gleichmäßig wachsen, und daß daher eine Turbine unter übrigens gleichen Umständen einen größeren Wirkungsgrad hat, wenn sie langsam umläuft, als wenn sie eine große Umdrehungsgeschwindigkeit hat. Diesem zufolge sollte man also so construiren, daß die Winkel α und β nicht sehr von einander abweichen, und daher der Innendruck kleiner als der Außendruck ausfällt. Ist a die den Luftdruck messende Höhe einer Wassersäule, so kann man den absoluten Wasserdruck an der Uebergangsstelle durch die Höhe $a + x$ messen, und fällt nun diese Druckhöhe Null aus, so fließt das Wasser mit der Maximalgeschwindigkeit $c = \sqrt{2g(h_1 - x)} = \sqrt{2g(h_1 - a)}$ aus dem Reservoir. Wäre endlich $a + x$ negativ, also $x < -a$, so würde an der Uebergangsstelle ein luftleerer Raum entstehen, denn das Wasser würde durch die Radkanäle in größerer Menge ab- als durch das Reservoir zufließen, es würde daher Luft vom äußeren Radumfange aus eintreten und deshalb das Ausflußverhältniß ganz gestört werden. Führen wir nun in der Formel für $x = h - \frac{h}{1 + cos.2\alpha - cotg.\beta\ sin.2\alpha}$, $x = -a$ ein,

Auswahl von α und β.

so erhalten wir $1 + cos.2\alpha - cotg.\beta\ sin.2\alpha = \frac{h}{h+a}$, demnach

$$tang.\beta = \frac{sin.2\alpha}{1 + cos.2\alpha - \frac{h}{h+a}} = \frac{(h+a)\ sin.2\alpha}{(h+a)\ cos.2\alpha + a},$$

und daher die entsprechende vortheilhafteste Umdrehungsgeschwindigkeit

$$v_1 = \sqrt{gh\left(1 - tang.\alpha \cdot \frac{(h+a)cos.2\alpha + a}{(h+a)\ sin.2\alpha}\right)} = \frac{h}{cos.\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(h+a)}}.$$

Turbinen ohne Leitschaufeln.

§. 186. Bei den Turbinen ohne Leitschaufeln läßt sich $\alpha = 90^0$ setzen, weil das Wasser auf dem kürzesten Wege, d. h. radial auswärts aus dem Reservoir ausfließt. Aus diesem Gesichtspunkte sind nun auch die Turbinen von Combes, Cadiat und Whitelaw zu betrachten. Setzen wir in der Formel für die vortheilhafteste Umdrehungsgeschwindigkeit $\alpha = 90^0$ ein, so erhalten wir

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{2\,sin.\beta\ cos.\,90^0}{cos.\beta} + \zeta\left(\frac{sin.\beta}{cos.\beta}\right)^2 + \varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2gh}{\zeta\,(tang.\beta)^2 + \varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}};$$

ohne Rücksicht auf die hydraulischen Nebenhindernisse aber

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{0}} = \infty.$$

Eine unendlich große Geschwindigkeit kann aber das Rad aus doppelten Gründen nicht annehmen, denn erstens erreicht dieselbe schon ihre Grenze, wenn die disponible Arbeit von den Widerständen aufgezehrt wird, wenn also

$$Qh\gamma = \left(\frac{w^2}{2g} + \zeta\frac{c^2}{2g} + \varkappa\cdot\frac{c_2^2}{2g}\right)Q\gamma, \text{ d. i.}$$

$$h = \left[\left(2\,sin.\frac{\delta}{2}\right)^2 + \zeta\left(\frac{r_1}{r}\,tang.\beta\right)^2 + \varkappa\right]\frac{v^2}{2g}, \text{ also}$$

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{\left(2\,sin.\frac{\delta}{2}\right)^2 + \zeta\left(\frac{r_1}{r}\,tang.\beta\right)^2 + \varkappa}} \text{ ist,}$$

und zweitens hört für den Werth $x = -a$, d. i. $h - \frac{c^2}{2g} = -a$, oder $\frac{c^2}{2g} = a + h$, oder $\frac{1}{2g}\left(\frac{r_1}{r}\cdot\frac{v\,sin.\beta}{sin.(\beta - 90^0)}\right)^2 = a + h$, also bei $v = \frac{r}{r_1}\,colg.\beta\,\sqrt{2g(a+h)}$, der volle Ausfluß auf, und es treten ganz andere Verhältnisse ein, weil das Wasser aus dem Reservoir nicht in der Menge nachströmen kann, in welcher es durch die Radkanäle bei gefülltem Querschnitte abgeführt wird.

Uebrigens giebt aber auch die obige Formel

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\zeta\,(tang.\beta)^2 + \varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}},$$

wenn man die Erfahrungszahlen ζ und $\varkappa$ einsetzt, v noch lange nicht ∞. Selbst bei der besten Construction, Abglättung und Abrundung des Leit-

schaufelapparates, läßt sich der Geschwindigkeitscoefficient φ nicht größer als 0,95 und daher der entsprechende Widerstandscoefficient $\xi = \frac{1}{\varphi^2} - 1$, nicht kleiner als $\frac{1}{0{,}95^2} - 1 = 0{,}11$, also circa 11 Procent setzen; bei Turbinen ohne diesen Apparat fällt zwar der Widerstand in demselben weg, jedoch bleibt immer noch ein gewisser Verlust beim Eintritte in die Radkanäle übrig, der bei den Rädern von Combes und Cadiat vielleicht nur 5, bei den Whitelaw'schen Reactionsrädern aber 10 und noch mehr Procent betragen kann, da hier die Kanäle zu weit sind, als daß sie allen in sie eintretenden Wasserfäden eine bestimmte Richtung (β) geben könnten. Der dem Reibungs- und Krümmungswiderstande in den Radkanälen entsprechende Widerstandscoefficient $\varkappa$ läßt sich, wie wir weiter unten sehen werden, 0,05 bis 0,15 setzen, und wir erhalten daher für die Turbinen ohne Leitschaufeln, wenn wir $\varkappa = 0{,}1$ einsetzen, die vortheilhafteste Geschwindigkeit

Turbinen ohne Leitschaufeln.

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{0{,}05\ (tang.\ \beta)^2 + 0{,}1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}$$

und für die Whitelaw'schen Reactionsräder

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{0{,}1\ (tang.\beta)^2 + 0{,}1\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}.$$

Setzen wir noch $\beta = 60^0$ und $\frac{r}{r_1} = \frac{4}{3}$, so erhalten wir im ersten Falle $v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{0{,}148 + 0{,}178}} = 1{,}75\sqrt{2gh}$, und im zweiten

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{0{,}296 + 0{,}178}} = 1{,}45\sqrt{2gh}.$$

Damit übrigens bei den Rädern ohne Leitschaufelapparat das Wasser ohne, oder mit möglichst kleinem Stoße eintrete, muß der bekannten Gleichung $\frac{F_2}{F} = \frac{r_1}{r}\ tang.\ \beta$ Genüge geleistet werden. Da nun aber F_2 durch den Schützenstand bestimmt ist, so folgt, daß die Maximalleistung nur bei einem gewissen Schützenstande erlangt werden kann.

§. 187. Das Nullsetzen der absoluten Ausflußgeschwindigkeit w führt nur bei den Leitschaufelturbinen nahe auf die Maximalleistung, bei Turbinen ohne Leitschaufeln, so wie bei allen Turbinen, wo der Leitschaufelwinkel α nahe 90^0 ist, fällt dagegen der Einfluß der Nebenhindernisse auf

Turbinen ohne Leitſchaufeln.

den Gang des Rades zu groß aus, als daß $w = 0$, alſo $v = c_2$ geſetzt werden könnte. Um für dieſe Räder die vortheilhafteſte Geſchwindigkeit zu finden, ſchlagen wir aber folgenden Weg ein. Wir haben ſchon oben (ſ. II., §. 181), $(1 + \varkappa)\, c_2^2 = 2gh + v^2 - 2cv_1 \cos.\alpha - \xi c^2$ gefunden, und können nun hier, da $\cos.\alpha = \cos. 90^0 = 0$ und

$c = \frac{v_1 \sin.\beta}{\sin.(\beta - 90)} = - v_1 \operatorname{tang}.\beta = - \frac{r_1}{r} v \operatorname{tang}.\beta$ iſt, ſetzen:

$(1+\varkappa)\, c_2^2 = 2gh + v^2 \left[1 - \xi \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \operatorname{tang}.\beta^2\right]$; alſo die Austrittsgeſchwindigkeit ſelbſt:

$$c_2 = \sqrt{\frac{2gh + v^2 \left[1 - \xi \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \operatorname{tang}.\beta^2\right]}{1 + \varkappa}}.$$

Hiernach iſt nun das verlorene Gefälle

$$y = \frac{c_2^2 + v^2 - 2c_2 v \cos.\delta + \varkappa c_2^2 + \xi c^2}{2g}$$

$$= \frac{(1+\varkappa)\, c_2^2 + v^2 \left[1 + \xi \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \operatorname{tang}.\beta^2\right] - 2 v c_2 \cos.\delta}{2g}$$

$$= \left(2gh + 2v^2 - 2v \cos.\delta \sqrt{\frac{2gh + v^2 \left[1 - \xi \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \operatorname{tang}.\beta^2\right]}{1 + \varkappa}}\right) \frac{1}{2g}$$

$$= h - \left(v \cos.\delta \sqrt{\frac{2gh + v^2 \left[1 - \xi \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \operatorname{tang}.\beta^2\right]}{1 + \varkappa}} - v^2\right) \cdot \frac{1}{g},$$

und ſonach die zu erwartende Radleiſtung

$$L = \left(v \cos.\delta \sqrt{\frac{2gh + v^2 \left[1 - \xi \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \operatorname{tang}.\beta^2\right]}{1 + \varkappa}} - v^2\right) \frac{Q\gamma}{g}.$$

Bezeichnen wir $1 - \xi \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \operatorname{tang}.\beta^2$ durch ψ und $\frac{\sqrt{1+\varkappa}}{\cos.\delta}$ durch φ, ſo erhalten wir einfacher $L = (v \sqrt{2gh + \psi v^2} - \varphi v^2) \frac{Q\gamma}{\varphi g}$.

Damit dieſer Werth ein Maximum gebe, muß aus Gründen des höheren Calculs ſein: $\varphi v = \frac{gh + \psi v^2}{\sqrt{2gh + \psi v^2}}$, oder wenn wir das Verhältniß der Geſchwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ zur Druckhöhe h, alſo $\frac{v^2}{2gh}$, durch χ bezeichnen, $\frac{1/2 + \psi\chi}{\sqrt{\chi + \psi\chi^2}} = \varphi$, und hiernach $\chi = \frac{\varphi - \sqrt{\varphi^2 - \psi}}{2\psi\sqrt{\varphi^2 - \psi}}$.

Hat man hieraus χ bestimmt, so erhält man die Geschwindigkeiten Turbinen ohne Leitschaufeln

$$v = \sqrt{\chi \,..2gh},\quad v_1 = \frac{r_1}{r}\,v,\quad c = -\,v_1\,tang.\,\beta \text{ und}$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{2gh + \psi v^2}{1 + \varkappa}},\text{ und hieraus die Querschnitte}$$

$$F = \frac{Q}{c} \text{ und } F_2 = \frac{Q}{c_2}.$$

Anmerkung 1. Streng genommen, sind auch die Leitschaufelturbinen auf diese Weise zu behandeln; da man indessen dadurch ziemlich complicirte Ausdrücke erhält, welche auf einen Werth von $\frac{c_2}{v}$ führen, der nur wenig kleiner als Eins ist, so haben wir wenigstens hier auf diese Behandlung Verzicht geleistet.

Anmerkung 2. Wird bei der Turbine von Cadiat die äußere Schütze tiefer gestellt, so gelangt das Wasser ebenfalls mit Stoß in das Rad; jedoch tritt insofern hier ein anderes Verhältniß ein, als bei Turbinen mit innerer Schütze, als der innere Druck bei einer Turbine mit innerer Schütze bei tieferem Stande der letzteren kleiner, bei einer Turbine mit äußerer Schütze aber größer ist, als bei geöffneter Schütze. Uebrigens findet bei dem Durchgange des Wassers durch die Mündung einer äußeren Schütze immer eine unvollkommene Contraction des Wasserstrahles statt, welche macht, daß der Querschnitt des abfließenden Wasserstrahles nicht F_2, sondern nur αF_2, wo α den Contractionscoefficienten bezeichnet, ist; bei der inneren Schütze hingegen läßt sich durch Abrundung diese Contraction fast ganz beseitigen.

§. 188. Die Turbinen stehen in einer Beziehung den ober- und mittelschlägigen Wasserrädern wesentlich nach. Wenn bei einem der letzteren Räder ein kleineres Wasserquantum vorhanden, oder eine kleinere Arbeit zu verrichten nöthig ist, und man zu diesem Zwecke die Schütze tiefer stellt, so wird, wie wir wissen, der Wirkungsgrad wegen der schwächeren Zellenfüllung eher größer als kleiner, bei einer Turbine hingegen findet das Gegentheil statt, es wird hier der Wirkungsgrad bei tieferem Schützenstande ein kleinerer, weil nun das Wasser mit Stoß in das Rad tritt. Dieses Verhältniß ist aber um deshalb ein sehr ungünstiges, weil man gerade bei einem kleineren Aufschlage ökonomischer mit der Arbeit umzugehen Ursache hat, als bei einem größeren oder vielleicht im Ueberfluß vorhandenen Aufschlage. Daß aber der Verlust an Arbeit bei einem tieferen Schützenstande ein sehr beträchtlicher sein kann, wird sich aus Folgendem ergeben. Einfluß der Schützenstellung.

Zerlegen wir die Geschwindigkeiten c und c_1 in ihre radiale und tangentiale Componenten $c\,sin.\,\alpha$, $c\,cos.\,\alpha$, $c_1\,sin\,\beta$ und $c_1\,cos.\,\beta$, und subtrahiren wir je zwei von einander, so bleiben uns die relativen Geschwindigkeiten $c\,sin.\,\alpha - c_1\,sin.\,\beta$ und $c\,cos.\,\alpha - c_1\,cos.\,\beta$; da aber noch das Wasser im Rade mit diesem die Geschwindigkeit v_1 gemeinschaftlich hat, so ist in Wirklichkeit die letztere relative Geschwindigkeit

$$= c\,cos.\,\alpha - c_1\,cos.\,\beta - v_1.$$

Einfluß der Schützenſtellung.

Einem bekannten Geſetze zufolge iſt nun der einer plötzlichen Aufhebung dieſer Geſchwindigkeiten entſprechende Verluſt an Druckhöhe:

$$y = \frac{1}{2g}\left[(c\,sin.\alpha - c_1\,sin.\beta)^2 + (c\,cos.\alpha - c_1\,cos.\beta - v_1)^2\right],$$

oder an mechaniſcher Leiſtung:

$$Y = y\,Q\gamma = \left[(c\,sin.\alpha - c_1 sin\,\beta)^2 + (c\,cos.\alpha - c_1 cos.\beta - v_1)^2\right]\frac{Q\gamma}{2g}.$$

Führen wir in dieſer Formel $c_2 = v$ und $v_1 = \frac{r_1}{r}v$, ferner $c = \frac{F_2}{F}v$ und $c_1 = \frac{F_2}{F_1}v$ ein, ſo erhalten wir dieſen Arbeitsverluſt

$$Y = \left[\left(\frac{F_2 sin.\alpha}{F} - \frac{F_2 sin.\beta}{F_1}\right)^2 + \left(\frac{F_2 cos.\alpha}{F} - \frac{F_2 cos.\beta}{F_1} - \frac{r_1}{r}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}\,Q\gamma.$$

Hiernach läßt ſich beurtheilen, welche Leiſtung einer Turbine entgeht, wenn ſie den Formeln

$$F_1 sin.\alpha = F sin.\beta \text{ und } F_1 cos.\alpha = F cos.\beta + \frac{F F_1}{F_2}\cdot\frac{r_1}{r}$$

nicht Genüge leiſtet. Wenn aber auch dieſen Forderungen bei dem Normalgange, d. i. bei völlig geöffneter Schütze, entſprochen wird, ſo geſchieht es doch nicht mehr, wenn die Schütze tiefer ſteht und F einen kleineren Werth F_x annimmt. Der Arbeitsverluſt iſt dann, ſelbſt wenn auch die Leiſtung ein Maximum, nämlich $c_2 = v$ iſt:

$$Y = \left[\left(\frac{F_2 sin.\alpha}{F_x} - \frac{F_2 sin.\beta}{F_1}\right)^2 + \left(\frac{F_2 cos.\alpha}{F_x} - \frac{F_2 cos.\beta}{F_1} - \frac{r_1}{r}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}\,Q\gamma,$$

oder hierin $F sin.\beta = F_1 sin.\alpha$ und $F cos.\beta + \frac{F F_1}{F_2}\cdot\frac{r_1}{r} = F_1 cos.\alpha$ einſetzt,

$$Y = \left[\left(\frac{1}{F_x} - \frac{1}{F}\right)^2 (F_2 sin.\alpha)^2 + \left(\frac{1}{F_x} - \frac{1}{F}\right)^2 (F_2 cos.\alpha)^2\right]\frac{v^2}{2g}\,Q\gamma$$
$$= \left(\frac{F_2}{F_x} - \frac{F_2}{F}\right)^2 \frac{v^2}{2g}\,Q\gamma.$$

Setzen wir nur beiſpielsweiſe $\frac{v_1^2}{2g} = \frac{1}{2}h$, was bei den Turbinen von Fourneyron zuläſſig iſt, ſo erhalten wir

$$Y = \left(\frac{F_2}{F_x} - \frac{F_2}{F}\right)^2 \cdot \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \cdot \tfrac{1}{2}Q\,h\,\gamma;$$

alſo bei halb geöffneter Schütze, wo $F_x = \frac{1}{2}F$ iſt, $Y = \frac{1}{2}\left(\frac{F_2 r}{F r_1}\right)^3 Q\,h\,\gamma$.

Man erſieht hieraus, daß dieſer Verluſt dadurch herabgezogen werden kann, daß man die Verhältniſſe $\frac{F_2}{F}$ und $\frac{r}{r_1}$ klein, alſo überhaupt die Aus-

erfolgung bei Röhren mit rund kalibrirten Mundstücken ist, in Zahlen ausgedrückt, wenn $\frac{\omega}{\Omega} = m$ gesetzt wird,

$$\zeta_0 = \frac{1}{\left(0{,}57 + \frac{0{,}043}{m}\right)^2} - 1, \text{ so daß man wegen } \frac{\omega}{\Omega} = \mu$$

$$V = \mu \sqrt{\frac{2gh}{\left(0{,}57 + \frac{0{,}043}{\mu}\right)^2} + 1}$$

setzt. Hiebei ist $\frac{0{,}043}{\mu}$ stets $< 0{,}057$, $\frac{0{,}043}{\mu} < 0{,}57$ also < 1. Es gehen also in diesem Falle 57 Theile der Geschwindigkeit, welche $= \sqrt{2gh}$ ist, für den Widerstand und 43 Theile von dieser Geschwindigkeit, wenn μ sehr klein ist, für die Ausdehnung des Wassers, welche sich nach der Mündung hin ergibt.

§. 180. Aus der Gleichung $\zeta_0 = \frac{1}{\left(0{,}57 + \frac{0{,}043}{m}\right)^2} - 1$ lassen sich folgende Werthe zusammenstellen, welche mit den in Versuchen gefundenen Coefficienten μ übereinstimmen, wenn man für μ diejenigen Coefficienten in jene Gleichung setzt, welche den Werthen m entsprechen, und wenn man die Differenzen zwischen jenen übereinstimmenden Coefficienten und den nach der Gleichung $\zeta_0 = \frac{1}{\left(0{,}57 + \frac{0{,}043}{m}\right)^2} - 1$ berechneten Werthen μ gleich setzt. Diese Differenzen entstehen dadurch, daß man die Widerstände, welche in der Röhre selbst, wie in §. 179 angegeben ist, Statt finden, nicht berücksichtigt hat.

Schrauben- gleichen Spanten von Eisenblech. Den hinteren Teil gebildet hohen Rechtecken AA und BB von 250 m und 200 m nach Skizzen E, F, und Stiefe zwei starken Schottwänden 300 mm hinter der Kollisionsschott. Fig. 301 und 302 zeigen die Querschnitte des Vorderschiffes in 17 gleichweiten Stellen von einander entfernten Spanten. Besonders stark waren die Bug- und Heckspanten, sowie die Spanten, welche die Maschinen- und Kesselräume umschließen.

Fig. 301.

Fig. 302.

Die Spanten von Querholz, so wie auch in den Querschnitten dem Querholz in punktierter, dick hell, waren auch in den Bug- und Heckspanten, sowie in den Spanten, welche die Maschinen- und Kesselräume umfaßten. Diese Hölzer von Querholz hatten Fig. 303 dargestellte Form im Kiel und am Gunwale.

Die Kielplatte hatte eine Stärke von 28 bis 30 mm gegeben, und war mit einem Kiel von Eichen von Querholz C. C. verstärkt, der 300 mm Seitenhöhe ausgeht, so erhielten die Kielplatten und Kielbalken in zusammen, und wurden durch Schrauben mit Muttern und Unterlegscheiben von Querholz durch beide Kielbalken und Kielplatten, so daß die Kielplatten und Kielbalken in voller Stärke durch beide Kielbalken durchgingen. Durch diese Kielbalken wurden die Kielplatten und Kielbalken in voller Stärke durch beide Kielbalken durchgingen. Durch diese Kielbalken wurden die Kielplatten und Kielbalken in voller Stärke durch beide Kielbalken durchgingen.

hindurchfließt. Bei diesem abwechselnden Leeren und Füllen der Radkanäle sind die Geschwindigkeiten c, c_1 und c_2 unaufhörlichen Schwankungen unterworfen, wenn x nicht $= 0$, also β nicht $= 2\alpha$ ist. Während z. B. bei noch ungefülltem Radkanale $c = \sqrt{2gh_1}$ ist, fällt bei vollständiger Füllung des Kanales $c = \sqrt{2g(h-x)}$ aus; so oscillirt mit jedem Füllen und Leeren, oder während eine Radzelle von einer verschlossenen Schütze zur anderen rückt, die Geschwindigkeit c innerhalb der Grenzen $\sqrt{2gh}$ und $\sqrt{2g(h-x)}$ unaufhörlich. Wenn nun die Maximalleistung nur bei einem bestimmten Werthe von v und $c_2 = \frac{Fc}{F_2}$ zu erreichen ist, so fällt in die Augen, daß bei einem veränderlichen Werthe von $c_2 = \frac{Fc}{F_2}$ dieselbe nicht erlangt werden kann. Stellapparate.

Bei der Turbine von Gentilhomme wird derselbe Zweck durch Kreissectoren erreicht, welche durch Zahnrad und Getriebe so gestellt werden, daß sie einen Theil des Leitschaufelapparates verschließen. Jedenfalls ist diese Einrichtung noch unvollkommener als die bei der Callon'schen Turbine.

Anmerkung. Eine ähnliche Stellvorrichtung wie die Combes'sche giebt auch der Ingenieur Hänel an. S. deutsche Gewerbzeitung, 1846.

§. 190. Es ist nun noch nöthig, eine Vergleichung zwischen den seither betrachteten Reactionsturbinen und den Stoß- und Druckturbinen, in welche jene allemal übergehen, wenn die Schütze C, Fig. 339, die größere Hälfte der Radweite AB verschließt, anzustellen. Da das Wasser W die Radkanäle nur zum Theil anfüllt, so ist bei einem Gange in freier Luft der übrige Theil mit Luft angefüllt, es ist daher auch der Druck unmittelbar vor dem Rade dem Atmosphärendrucke gleich, und die Geschwindigkeit stets $c = \sqrt{2gh}$, und nicht von dem Gange des Rades abhängig. Nun haben wir aber für die Austrittsgeschwindigkeit $c_2^2 = 2gh + v^2 - 2cv_1 \cos.\alpha$, und für die Maximalleistung $c_2 = v$, daher gilt denn für diese Turbinen die Regel $2cv_1 \cos.\alpha = 2gh$, oder $c = \sqrt{2gh}$ substituirt, $v_1 = \frac{\sqrt{2gh}}{2\cos\alpha}$. Druckturbinen.

Fig. 339.

Für die Reactionsturbinen haben wir $v_1 = \sqrt{gh(1 - tang.\alpha\, cotg.\beta)}$ gefunden; und wir sehen daher, daß die Bedingungen für die Maximalleistung beider zusammenfallen, wenn $\frac{1}{2\cos.\alpha^2} = 1 - tang.\alpha\, cotg.\beta$, oder $tang.\beta = tang.2\alpha$, also $\beta = 2\alpha$ ist; welche Beziehung uns allerdings

Druckturbinen. schon insofern bekannt ist, da wir sie unter der Bedingung $x = 0$ gefunden haben. Es findet also insofern ein wesentlicher Unterschied zwischen den Turbinen beider Klassen statt, als die Geschwindigkeit der Maximalleistung bei der einen Klasse nicht von β abhängt, bei der anderen aber durch β bedingt ist, und daß nur für $\beta = 2\alpha$ diese Geschwindigkeit für beide Klassen eine und dieselbe ist. Während man also die Geschwindigkeit v_1 durch Auswahl des Winkels β, bei den Reactionsturbinen innerhalb sehr weiter Grenzen beliebig machen kann, ist bei den Stoßturbinen eine solche Wahl gar nicht gestattet.

In Beziehung auf die Leistungen beider Räder läßt sich aber Folgendes als Thatsache anführen. Wenn man bei einer Reactionsturbine die Schütze allmälig tiefer nieder läßt, so stellt sich ein kleinerer Wirkungsgrad heraus; hat man dieselbe endlich so tief gestellt, daß das Wasser die Radkanäle nicht mehr zu füllen vermag, und die Turbine in eine Druckturbine übergeht, so wird plötzlich der Wirkungsgrad ein größerer, weil nun der durch die plötzliche Geschwindigkeitsveränderung herbeigeführte Arbeitsverlust wegfällt. Bei noch tieferen Stellungen nimmt der Wirkungsgrad wieder allmälig ab. Diesem zufolge scheint allerdings den Druckturbinen ein ansehnlicher Vorzug vor den Reactionsturbinen eingeräumt werden zu müssen, allein derselbe ist wegen anderer Beziehungen doch nicht überwiegend, und nur dann zuzugestehen, wenn eine Turbine mit sehr veränderlichen Wassermengen gespeist wird. Da das in das Rad eintretende Wasser hier einen viel weiteren Raum vorfindet, als es bei seiner Geschwindigkeit nöthig hat, so nimmt es in demselben sehr unregelmäßige und oscillatorische Bewegungen an, und tritt nicht nur nicht mit der oben berechneten Geschwindigkeit c_2 aus, sondern verliert auch einen Theil seines Arbeitsvermögens, das die besonderen Widerstände bei den unregelmäßigen Bewegungen und das Zerreißen des Wassers verzehren. Hiervon liefern zahlreiche Beobachtungen den sichersten Beweis, und es läßt sich derselbe an jeder Turbine auch sogleich führen, wenn man sie mit der vortheilhaftesten Geschwindigkeit einmal als Reactions- und einmal als Druckturbine umlaufen läßt. Immer giebt die Turbine bei vollem Ausflusse und völlig geöffneter Schütze einen größeren Wirkungsgrad, als bei einem durch einen tieferen Schützenstand hervorgebrachten unvollen Ausflusse.

Bei Turbinen, welche unter Wasser gehen, erfolgt stets ein voller Ausfluß; diese Räder sind also nur Reactionsturbinen. Von ihnen ist natürlich ebenfalls bei völlig geöffneter Schütze ein größerer Wirkungsgrad zu erwarten, als von den in freier Luft umlaufenden Druckturbinen; dagegen ist auch bestimmt darauf zu rechnen, daß bei tieferem Schützenstande, wo die Schutzmündung nur $^2/_3$ oder noch ein kleinerer Theil der Radweite ist, der Wirkungsgrad der ersteren Turbine sich kleiner herausstellt, als bei einer Druck-

turbine. Es ist hiernach der große Nutzen der Etagen oder der Stellkränze zu ermessen.

Anmerkung. Die älteren Fourneyron'schen Turbinen waren bloße Druckturbinen; nachdem man aber von den größeren Leistungen der Reactionsturbinen vielfache Beweise erlangt hat, werden jetzt fast nur Reactionsturbinen construirt. Mehrere in hiesiger Umgegend im Gange befindliche Druckturbinen sprechen durch ihre kleinen Wirkungsgrade ebenfalls nicht zu Gunsten dieser Räder.

§. 191. Wir können nun auch die Leistung einer Turbine ausmitteln. Leistung. Das disponible Arbeitsquantum ist, bei der Aufschlagmenge Q und dem Gefälle h, $L = Qh\gamma$. Hiervon gehen aber die Verluste ab, welche das Wasser beim Durchgang durch die Rad- und Leitschaufelkanäle in Folge der Reibung u. s. w. erleidet. Da das Wasser mit der Geschwindigkeit c aus dem Leitschaufelapparat tritt, so können wir den Druckhöhenverlust beim Durchgang des Wassers durch diesen setzen: $h_1 = \zeta \frac{c^2}{2g}$,

und da es mit einer Geschwindigkeit c_2 aus den Radkanälen strömt, so können wir den Druckverlust beim Durchgang des Wassers durch diese durch eine Widerstandshöhe $h_2 = \varkappa \cdot \frac{c_2^2}{2g}$ messen.

Nach den Versuchen des Verfassers ist für gut construirte Kanäle der Widerstandscoefficient $\zeta = \varkappa = 0{,}05$ bis $0{,}10$ zu setzen. (S. den Aufsatz im polytechn. Centralblatt, 1850, Lief. III., betitelt: »Versuche über den Widerstand, welchen das Wasser beim Durchgange durch die Turbinenkanäle erleidet«.)

Zu diesen Druckverlusten kommt noch die Geschwindigkeitshöhe $\frac{w^2}{2g}$ des abfließenden Wassers, welche mit der lebendigen Kraft desselben dem Rade entzogen wird. Wir können daher die effective Leistung der Turbine setzen:

$$L_1 = [h - (h_1 + h_2 + h_3)]\, Q\gamma$$
$$= \left[h - \frac{\zeta c^2 + \varkappa c_2^2 + w^2}{2g}\right] Q\gamma.$$

Für den vortheilhaftesten Gang hat man $c_2 = v$, ferner $w = 2v \sin. \frac{\delta}{2}$ und, da $c r_1 \sin. \alpha = c_2 r \sin. \delta$ ist,

$$c = \frac{r \sin. \delta}{r_1 \sin. \alpha} \cdot c_2 = \frac{r \sin \delta}{r_1 \sin. \alpha} \cdot v,$$

folglich, wenn man noch $\varkappa = \zeta$ nimmt,

$$L_1 = \left(h - \left[\zeta\left(1 + \left(\frac{r \sin. \delta}{r_1 \sin. \alpha}\right)^2\right) + 4\left(\sin \frac{\delta}{2}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}\right) Q\gamma$$
$$= \left(1 - \left[\zeta\left(1 + \left(\frac{r \sin. \delta}{r_1 \sin. \alpha}\right)^2\right) + 4\left(\sin. \frac{\delta}{2}\right)^2\right]\frac{v^2}{2gh}\right) Qh\gamma,$$

Leiſtung. alſo iſt der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{L_1}{L} = \frac{L_1}{Qh\gamma}$$

$$= 1 - \left[\xi\left(1 + \left(\frac{r\ sin.\ \delta}{r_1\ sin.\ \alpha}\right)^2\right) + 4\left(sin\ \frac{\delta}{2}\right)^2\right]\frac{v^2}{2gh}.$$

Nach dem Obigen (ſ. §. 182) iſt aber

$$\frac{v^2}{2gh} = \frac{1}{\xi\left[1 + \left(\frac{r_1\ sin.\ \beta}{r\ sin.\ (\beta - \alpha)}\right)^2\right] + 2\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{sin.\ \beta\ cos.\ \alpha}{sin.\ (\beta - \alpha)}},$$

oder, da $c = \frac{v_1\ sin.\ \beta}{sin.\ (\beta - \alpha)} = \frac{r_1 v\ sin.\ \beta}{r\ sin.\ (\beta - \alpha)} = \frac{r\ sin.\ \delta}{r_1\ sin.\ \alpha}\ v$,

alſo $sin.\ \delta = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{sin.\ \alpha\ sin.\ \beta}{sin.\ (\beta - \alpha)}$ ſein muß,

$$\frac{v^2}{2gh} = \frac{1}{\xi\left[1 + \left(\frac{r\ sin.\ \delta}{r_1\ sin.\ \alpha}\right)^2\right] + 2\ cotg.\ \alpha\ sin.\ \delta};$$

daher läßt ſich endlich der Wirkungsgrad der Turbine

$$\eta = 1 - \frac{\xi\left[1 + \left(\frac{r\ sin.\ \delta}{r_1\ sin.\ \alpha}\right)^2\right] + 4\left(sin.\ \frac{\delta}{2}\right)^2}{\xi\left[1 + \left(\frac{r\ sin\ \delta}{r_1\ sin.\ \alpha}\right)^2\right] + 2\ cotg.\ \alpha\ sin.\ \delta}$$ ſetzen.

Von der hier gefundenen Leiſtung iſt noch der Arbeitsverluſt abzuziehen, welchen die Reibung am Stifte des Rades herbeiführt. Iſt G das Gewicht der umlaufenden Turbine, r_2 der Halbmeſſer ihres Zapfens oder Stiftes und bezeichnet φ den Reibungscoefficienten, ſo haben wir dieſen Arbeitsverluſt $L_2 = \frac{2}{3}\varphi G \cdot \frac{r_2}{r} v$. (S. I., §. 171.)

Uebrigens iſt nur bei Turbinen, welche unter Waſſer gehen, h von Waſſerſpiegel zu Waſſerſpiegel zu nehmen, bei Turbinen, welche in freier Luft umgehen, aber von Oberwaſſerſpiegel bis Mitte der Ausmündungen des Rades. Im letzteren Falle geht alſo durch das Freiſtellen, von Mitte der Ausmündungen bis Unterwaſſerſpiegel gemeſſen, ein Theil des Totalgefälles verloren, wogegen den unter Waſſer gehenden Turbinen durch die Reibung des Waſſers am Rade ein Verluſt erwächſt.

Anmerkung. Bei Hochdruckturbinen iſt auch noch der Arbeitsverluſt, welchen die Reibung des Waſſers in den Einfallröhren veranlaßt, abzuziehen.

Anordnung der Leitſchaufelturbinen

§. 192. Wir haben nun die nöthigſten Regeln zur Berechnung, Anordnung und Conſtruction einer Turbine zu entwickeln. Jedenfalls können wir das Aufſchlagquantum Q und das Gefälle h als gegeben anſehen; und

wäre statt Q die Leistung L gegeben, so würde sich wenigstens Q aus L und aus dem Wirkungsgrad η (circa 0,75) durch die Formel $Q = \frac{L}{\eta h \gamma}$ berechnen lassen. Die übrigen Größen r, r_1, α, β, δ, v, n, e, u. s. w. sind nun theils beliebig, theils erfahrungsmäßig zu nehmen, theils theoretisch zu bestimmen. Zunächst nimmt man den Winkel α beliebig an. Bei den Rädern ohne Leitschaufeln ist er bekanntlich als 90° in Rechnung zu bringen, bei den Leitschaufelturbinen hat man

Anordnung der Leitschaufelturbinen.

1) $\alpha = 20$ bis 30^0

zu machen, ersteres bei hohem, letzteres bei kleinem Gefälle, um dort nicht zu weite und hier nicht zu enge Ausflußöffnungen, also dort nicht zu kleine und hier nicht zu große Räder zu erhalten.

Der Winkel β ist durch die Auswahl von α gewissermaßen schon bestimmt. Damit das Wasser ohne Druck in das Rad eintrete, müßte $\beta = 2\alpha$ sein, weil aber dieser Druck abnimmt, wenn die Schütze tiefer gestellt wird, so macht man, um keinen negativen Druck zu erhalten, β größer als 2α, am besten möchte vielleicht

2) $\beta = 2\alpha + 20$ bis $2\alpha + 40^0$

anzunehmen sein.

Das Verhältniß $v = \frac{r}{r_1}$ der Radhalbmesser zu einander, ist

3) zwischen den Grenzen 1,25 bis 1,5 auszuwählen.

Aus leicht begreiflichen Gründen ist bei einem großen Werthe von β und bei einem großen Rade das kleinere Verhältniß, bei einem kleineren Werthe von β und bei einem kleineren Rade aber das größere Verhältniß auszuwählen.

Der Austrittswinkel δ ist durch die Formel

4) $$sin.\,\delta = \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \frac{sin.\,a\ sin.\,\beta}{sin.\,(\beta - \alpha)} = \frac{sin.\,\alpha\ sin.\,\beta}{v^2\ sin.\,(\beta - \alpha)}$$ bestimmt.

Dieser Winkel darf, damit dem abfließenden Wasser so viel wie möglich Arbeitsvermögen entzogen werde, nicht über 20 Grad betragen, und es sind deshalb die Werthe von α, β und $v = \frac{r}{r_1}$ so zu nehmen, daß δ unter 20 Grad ausfällt. Manche, z. B. Combes und Callon, suchen δ dadurch herabzuziehen, daß sie dem Rade außen eine größere Weite geben als innen; da aber dadurch der volle Ausfluß des Wassers gefährdet wird, so ist diese Construction nicht zu empfehlen.

Um ferner die Halbmesser des Rades und des Ausflußreservoirs zu ermitteln, wollen wir, in Uebereinstimmung mit den besseren der bekannten Turbinen, zur Bedingung machen, daß die Geschwindigkeit des Wassers im

Anordnung der Leitſchaufelturbinen.

Reſervoir 3 Fuß nicht überſchreite. Legen wir aber dieſe Geſchwindigkeit zu Grunde und laſſen wir dabei die Querſchnitte der Wellenröhre und der Schütze außer Acht, ſo können wir ſetzen: $Q = 3\pi r_1^2$, und folglich umgekehrt, den äußeren Halbmeſſer des Ausflußgefäßes oder den inneren Radhalbmeſſer:

$$5)\quad r_1 = \sqrt{\frac{Q}{3\pi}} = 0{,}326\sqrt{Q},$$

wo r_1 in Fuß und Q in Cubikfuß zu nehmen ſind.

Aus dieſem Radius folgt nun der äußere Radhalbmeſſer

$$6)\quad r = v r_1.$$

Die innere Radgeſchwindigkeit beſtimmt ſich ferner durch die Formel

$$7)\quad v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{2\,sin.\beta\,cos.\alpha}{sin.(\beta-\alpha)} + \xi\left(\frac{sin.\beta}{sin.(\beta-\alpha)}\right)^2 + \varkappa\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}},$$

Hieraus ergiebt ſich aber die Austrittsgeſchwindigkeit

$$8)\quad c = \frac{v_1\,sin.\beta}{sin.(\beta-\alpha)},$$

und der Querſchnitt

$$9)\quad F = \frac{Q}{c} = \frac{Q\,sin.(\beta-\alpha)}{v_1\,sin.\beta},$$

ferner die Eintrittsgeſchwindigkeit

$$10)\quad c_1 = \frac{c\,sin.\alpha}{sin.\beta} = \frac{v_1\,sin.\alpha}{sin.(\beta-\alpha)} \text{ und}$$

$$11)\quad \text{der Querſchnitt } F_1 = \frac{Q}{c_1} = \frac{Q\,sin.(\beta-\alpha)}{v_1\,sin.\alpha},$$

endlich die äußere Rad- ſowie die Austrittsgeſchwindigkeit

$$12)\quad v = c_2 = \frac{r}{r_1}\,v_1,$$

ſowie der Inhalt ſämmtlicher Austrittsmündungen vom Rade,

$$13)\quad F_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{r_1}{r}\cdot\frac{Q}{v_1} = \frac{r_1}{r}\cdot\frac{Fc}{v_1}.$$

Ueberdies können wir noch die Zahl der Umdrehungen des Rades pro Minute, nämlich

$$14)\quad u = \frac{30\,v}{\pi r} = 9{,}55\,\frac{v}{r} \text{ angeben.}$$

§. 193. Es bleibt nun noch übrig, Regeln zur Berechnung der Radſchaufelzahl und der Dimenſionen der Radmündungen abzuleiten. Die Ausflußöffnungen des Rades, welche zuſammen den Inhalt $F_2 = \frac{Q}{c_2}$

haben sollen, führe man den Anfang derselben auf Bogen, Sehne und Pfeil zurück. In diesem Falle ist $\alpha = \frac{1}{2}\beta$, $\gamma = \frac{1}{2}\delta$, $\varepsilon = \frac{1}{2}\zeta$, $\eta = \frac{1}{2}\vartheta$ und $\iota = \frac{1}{2}\varkappa$. Ferner ist $\sin\alpha = \frac{s}{2r}$, $\sin\beta = \frac{s}{r}$, $\sin\gamma = \frac{s}{2r}$, $\sin\delta = \frac{s}{r}$ u. s. w. Endlich ist $\cos\alpha = \frac{\sqrt{4r^2-s^2}}{2r}$, $\cos\beta = \frac{\sqrt{r^2-s^2}}{r}$, $\cos\gamma = \frac{\sqrt{4r^2-s^2}}{2r}$, $\cos\delta = \frac{\sqrt{r^2-s^2}}{r}$ u. s. w.

Fig. 350.

Setzt man diese Werthe in die Gleichungen (1) bis (4) ein, so erhält man

$$\sin\alpha + \sin\beta = \frac{3s}{2r}, \quad \cos\alpha + \cos\beta = \frac{(1+\sqrt{4})\sqrt{4r^2-s^2}}{2r},$$

$$\sin\gamma + \sin\delta = \frac{3s}{2r}, \quad \cos\gamma + \cos\delta = \frac{(1+\sqrt{4})\sqrt{4r^2-s^2}}{2r},$$

$$\sin\varepsilon + \sin\eta = \frac{3s}{2r}, \quad \cos\varepsilon + \cos\eta = \frac{(1+\sqrt{4})\sqrt{4r^2-s^2}}{2r},$$

$$\sin\iota + \sin\varkappa = \frac{3s}{2r}, \quad \cos\iota + \cos\varkappa = \frac{(1+\sqrt{4})\sqrt{4r^2-s^2}}{2r}.$$

Mittels dieser Gleichungen ergeben sich die Coordinaten der Punkte A_1, A_2, A_3, A_4 und A_5 wie folgt:

$$x_1 = 0, \quad y_1 = 0,$$

$$x_2 = s\cos\alpha, \quad y_2 = s\sin\alpha,$$

$$x_3 = s\cos\alpha + s\cos(\alpha+\beta), \quad y_3 = s\sin\alpha + s\sin(\alpha+\beta),$$

$$x_4 = s\cos\alpha + s\cos(\alpha+\beta) + s\cos(\alpha+\beta+\gamma), \quad y_4 = s\sin\alpha + s\sin(\alpha+\beta) + s\sin(\alpha+\beta+\gamma),$$

$$x_5 = s\cos\alpha + s\cos(\alpha+\beta) + s\cos(\alpha+\beta+\gamma) + s\cos(\alpha+\beta+\gamma+\delta), \quad y_5 = s\sin\alpha + s\sin(\alpha+\beta) + s\sin(\alpha+\beta+\gamma) + s\sin(\alpha+\beta+\gamma+\delta).$$

Setzt man hierin $\alpha = \frac{1}{2}\beta$ und $\gamma = \frac{1}{2}\delta$, so ergiebt sich

$$x_2 = s\cos\tfrac{1}{2}\beta, \quad y_2 = s\sin\tfrac{1}{2}\beta,$$

$$x_3 = s\cos\tfrac{1}{2}\beta + s\cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta), \quad y_3 = s\sin\tfrac{1}{2}\beta + s\sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta),$$

$$x_4 = s\cos\tfrac{1}{2}\beta + s\cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + s\cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\tfrac{1}{2}\delta), \quad y_4 = s\sin\tfrac{1}{2}\beta + s\sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + s\sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\tfrac{1}{2}\delta),$$

$$x_5 = s\cos\tfrac{1}{2}\beta + s\cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + s\cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\tfrac{1}{2}\delta) + s\cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\delta), \quad y_5 = s\sin\tfrac{1}{2}\beta + s\sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + s\sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\tfrac{1}{2}\delta) + s\sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\delta).$$

Zur Discussion entnimmt man hieraus

$$\frac{y_2}{x_2} = \tan\tfrac{1}{2}\beta, \quad \frac{y_3}{x_3} = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\beta + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta)}{\cos\tfrac{1}{2}\beta + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta)}, \quad \frac{y_4}{x_4} = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\beta + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta)}{\cos\tfrac{1}{2}\beta + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta)}, \quad \frac{y_5}{x_5} = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\beta + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta) + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\delta)}{\cos\tfrac{1}{2}\beta + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta) + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\delta)}.$$

Zur Discussion entnimmt man hieraus

$$\frac{y_2}{x_2} = \tan\tfrac{1}{2}\beta, \quad \frac{y_3}{x_3} = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\beta + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta)}{\cos\tfrac{1}{2}\beta + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta)}, \quad \frac{y_4}{x_4} = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\beta + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta)}{\cos\tfrac{1}{2}\beta + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta)}, \quad \frac{y_5}{x_5} = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\beta + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta) + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\delta)}{\cos\tfrac{1}{2}\beta + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta) + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\delta)}.$$

Zur Discussion entnimmt man hieraus

$$\frac{y_2}{x_2} = \tan\tfrac{1}{2}\beta, \quad \frac{y_3}{x_3} = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\beta + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta)}{\cos\tfrac{1}{2}\beta + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta)}, \quad \frac{y_4}{x_4} = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\beta + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta)}{\cos\tfrac{1}{2}\beta + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta)}, \quad \frac{y_5}{x_5} = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\beta + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta) + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\delta)}{\cos\tfrac{1}{2}\beta + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta) + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\delta)}.$$

Zur Discussion entnimmt man hieraus

$$\frac{y_2}{x_2} = \tan\tfrac{1}{2}\beta, \quad \frac{y_3}{x_3} = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\beta + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta)}{\cos\tfrac{1}{2}\beta + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta)}, \quad \frac{y_4}{x_4} = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\beta + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta)}{\cos\tfrac{1}{2}\beta + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta)}, \quad \frac{y_5}{x_5} = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\beta + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta) + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\delta)}{\cos\tfrac{1}{2}\beta + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta) + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\delta)}.$$

Zur Discussion entnimmt man hieraus

$$\frac{y_2}{x_2} = \tan\tfrac{1}{2}\beta, \quad \frac{y_3}{x_3} = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\beta + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta)}{\cos\tfrac{1}{2}\beta + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta)}, \quad \frac{y_4}{x_4} = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\beta + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta)}{\cos\tfrac{1}{2}\beta + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta)}, \quad \frac{y_5}{x_5} = \frac{\sin\tfrac{1}{2}\beta + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta) + \sin(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\delta)}{\cos\tfrac{1}{2}\beta + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta) + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\frac{1}{2}\delta) + \cos(\tfrac{1}{2}\beta+\beta+\delta)}.$$

Verſchiedene Richtungen, deren Sie nach Kräften nicht vereinen läßt. Gleichgewicht der Kräfte.

Setzt man in Gleichung

$$2)\ \ \alpha\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\frac{\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{\frac{\alpha-\beta}{2}}=\left(1+2\sin^2\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cdot\frac{\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{\frac{\alpha-\beta}{2}}$$

ferner für Winkel die Bogenlängen

$$\frac{\alpha-\beta}{2}=\frac{\gamma}{r},$$

ſo ſind

$$\frac{\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{\frac{\alpha-\beta}{2}}=\frac{r\sin\frac{\gamma}{r}}{\gamma}$$

Mit α und β werden auch $\frac{\alpha-\beta}{2}$ und $\frac{\gamma}{r}$ ſo klein, daß man ſich unter Vernachläſſigung höherer Potenzen

$$\sin\frac{\alpha-\beta}{2}=\frac{\alpha-\beta}{2}\quad\text{und}\quad\sin\frac{\gamma}{r}=\frac{\gamma}{r}$$

erſetzen darf. Es wird alſo

$$\frac{\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{\frac{\alpha-\beta}{2}}=\frac{\frac{\gamma}{r}}{\frac{\alpha-\beta}{2}}=\frac{2\gamma}{\alpha-\beta}=1,$$

ebenſo

$$\frac{r\sin\frac{\gamma}{r}}{\gamma}=\frac{\gamma}{\gamma}=1,$$

ferner

$$\alpha\cos\frac{\alpha+\beta}{2}=\alpha\cos\frac{\alpha}{2}=\alpha,$$

ſo daß wir, wenn wir in Gleichung 2) α und β ſo klein annehmen, daß wir ihre Quadrate vernachläſſigen können, haben

$$\alpha=1+1,$$

folglich die Verhältnißzahl

$$N=\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\frac{\alpha+\beta}{2\gamma}=\frac{\alpha+\beta}{2r\cdot\frac{\gamma}{r}}=\frac{\alpha+\beta}{2r\cdot\frac{\alpha-\beta}{2}}=\frac{\alpha+\beta}{r(\alpha-\beta)}.$$

§. 174. Die Statik[1] beſchäftigt ſich mit der Aufgabe, gegebene Kräfte, welche an einem Körper angreifen, ſo zu vereinen, daß ſie ihn in Ruhe halten. Sie ſagt uns auch, wie wir Kräfte, welche an einem Körper angreifen, durch Kräfte erſetzen können, welche mit ihnen gleichwirkend ſind, d. h. welche, wenn ſie an Stelle jener, und wenn ſie in anderer Anzahl und Größe, als jene angreifen, den Körper in derſelben Weiſe bewegen, wie jene. Vergl. §. 41. Sie ſagt uns ferner, wie wir Kräfte, welche an einem Körper angreifen, durch eine einzige Kraft erſetzen können, welche mit ihnen gleichwirkend iſt. Eine ſolche einzige Kraft heißt die Reſultirende der gegebenen Kräfte. Sie ſagt uns auch, wie wir eine

Fig. 174.

Reſultirende, Gleichgewicht der Kräfte.

[1] Von στατικός, ſtehend, ſtellend, ſtatuirend.

winkelig und trage zu beiden Seiten von M aus, $MD = MB_1 = \frac{1}{2}d$ auf. Jetzt ziehe man den Halbmesser CB_1 und lege an ihn den Winkel $B_1CB = \varphi^0$, welcher durch die Formel $\varphi = \frac{2\pi}{n} - \frac{r \sin. \delta}{s}$ bestimmt ist; auch beschreibe man aus C durch B_1 und D Kreise. Der erstere dieser Kreise giebt den äußeren Radumfang, und die Punkte B, B_1 u. s. w. sind die äußeren Schaufelenden. Zieht man nun BO so, daß $BOD = BCB_1 = \varphi$ ausfällt, so erhält man in O das Centrum und in $BO = DO$ den Halbmesser des das äußerste Schaufelstück bildenden Bogens DB. Macht man $B_1O_1 = DO$, so erhält man ebenso das Centrum O_1 des Endstückes B_1D_1 der folgenden Schaufel u. s. w. Uebrigens läßt sich der Halbmesser $OB = OD = a$ des Bogens BD durch Auflösung des Dreieckes MOM_1 leicht berechnen. Es ist nämlich

Schaufelconstruction.

$$\frac{MO}{MM_1} = \frac{sin.\ MM_1O}{sin.\ MOM_1}, \text{ aber Sehne } MM_1 \text{ ist} = 2r\,sin.\frac{\varphi}{2},$$

Winkel $MOM_1 = \varphi$ und Winkel $MM_1O = 90 + \delta - \frac{\varphi}{2}$, daher folgt

$$OM = \frac{2r\,sin.\frac{\varphi}{2}\,cos.\left(\delta - \frac{\varphi}{2}\right)}{sin.\ \varphi} = \frac{r\,cos.\left(\delta - \frac{\varphi}{2}\right)}{cos.\frac{\varphi}{2}},$$

und der gesuchte Radius $a = \frac{r\,cos.\left(\delta - \frac{\varphi}{2}\right)}{cos.\frac{\varphi}{2}} - \frac{1}{2}d.$

Bei dieser Construction kommt das Schaufelende B_1 ganz parallel zum gegenüberliegenden Schaufelelemente D zu liegen, und es fließt deshalb auch der Strahl ganz ohne Contraction aus. Wenn man diesen Parallelismus nicht herstellt, so stellt sich allemal ein Nachtheil heraus; divergiren die Tangenten von B und D nach außen, so läuft man Gefahr, den vollen Ausfluß zu verlieren, und convergiren dieselben, so entsteht eine partielle Contraction und der Strahl schlägt dann gegen die äußere Fläche von BD (s. I., §. 353).

Das innere Stück DA einer Radschaufel läßt sich in der Regel ebenfalls nach einem Kreisbogen krümmen. Der Halbmesser $KD = KA = a_1$ dieses Kreisbogens wird aber auf folgende Weise gefunden. Im Dreiecke CMK ist $CM = r$, $MK = a_1 + \frac{d}{2}$ und $\angle\, CMK = SMT = \delta$, daher

$$\overline{CK^2} = r^2 + \left(a_1 + \frac{d}{2}\right)^2 - 2r\left(a_1 + \frac{d}{2}\right) cos.\ \delta.$$

Schaufel-construction. Im Dreiecke CAK hingegen iſt $CA = r_1$, $AK = a_1$ und $CAK = 180^0 - \beta$, daher $\overline{CK^2} = r_1^2 + a_1^2 + 2 r_1 a_1 \cos. \beta$. Durch Gleichſetzen beider Ausdrücke folgt nun

$$r^2 + a_1 d + \frac{d^2}{4} - 2 r a_1 \cos. \delta - r d \cos. \delta = r_1^2 + 2 r_1 a_1 \cos. \beta,$$

und hieraus ergiebt ſich der geſuchte Halbmeſſer:

$$a_1 = \frac{r^2 - r_1^2 - r d \cos. \delta + \frac{d^2}{4}}{2 (r \cos. \delta + r_1 \cos. \beta) - d}.$$

Was endlich noch den Krümmungskreis einer Leitſchaufel anlangt, ſo können wir deſſen Halbmeſſer und Mittelpunkt dadurch finden, daß wir AL unter dem bekannten Winkel α an die Tangente AH des inneren Radumfanges anlegen, hierauf ein Perpendikel errichten und zuletzt dieſes durch eine andere, in der Mitte E des Halbmeſſers CA errichtete Normale in G ſchneiden. Dieſer Punkt G iſt nun das Centrum der Leitſchaufel AF, die man nun entweder ganz oder nur zum Theil bis zur Röhre, welche die Welle umgiebt, fortführt. Der Halbmeſſer $GA = GC = a_2$ dieſer Schaufel iſt $a_2 = \frac{r_1}{2 \cos. \alpha}$.

Die Mittelpunkte der Bögen von den übrigen Schaufeln befinden ſich in mit CO, CK und CG beſchriebenen Kreiſen.

Beiſpiel. Es iſt für ein Gefälle von 5 Fuß und ein Aufſchlagquantum von 30 Cubikfuß die Conſtruction, Anordnung und Berechnung einer Fourneyron'ſchen Turbine zu vollziehen.

Wählen wir:

1) $\alpha = 30^0$,

2) $\beta = 100^0$ und

3) $\nu = \frac{r}{r_1} = 1{,}35$ aus, ſo erhalten wir

$$\sin. \delta = \frac{\sin. \alpha \sin. \beta}{\nu^2 \sin. (\beta - \alpha)} = \frac{\sin. 30^0 \sin. 80^0}{1{,}35^2 . \sin. 70} = 0{,}28752,$$

und hiernach

4) $\delta = 16^0, 42'$.

Es iſt ferner der innere Radhalbmeſſer

5) $r_1 = 0{,}326 \sqrt{Q} = 0{,}326 \sqrt{30} = 1{,}785$ Fuß, wofür aber $= 1{,}80$ genommen werden ſoll, daher der äußere Radhalbmeſſer

6) $r = \nu . r = 1{,}35 . 1{,}8 = 2{,}43$ Fuß, wofür wir
$= 2{,}45$ Fuß nehmen wollen, ſo daß nun die Kranzbreite
$r - r_1 = 2{,}45 - 1{,}80 = 0{,}65$ Fuß ausfällt.

Ohne Rückſicht auf Nebenhinderniſſe wäre ferner die innere Radgeſchwindigkeit

$$r_1 = \sqrt{gh (1 - tang. \alpha \, cotg. \beta)} = \sqrt{5 . 31{,}25 (1 + tang. 30^0 . cotg. 80^0)}$$
$$= \sqrt{156{,}25 . 1{,}10182} = 13{,}105 \text{ Fuß},$$

mit Rückſicht auf die hydrauliſchen Hinderniſſe aber, wenn man $\zeta = \varkappa = 0{,}075$ nimmt,

Schaufelconstruction.

$$7)\ v_1 = \sqrt{\left(\frac{2gh}{\frac{2\sin.\beta\cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)} + \zeta\left[\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}\right)^2 + \nu^2\right]}\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{62{,}5\ .\ 5}{\frac{2\sin.80^\circ\cos.30^\circ}{\sin.70^\circ} + 0{,}075\left[\left(\frac{\sin.80^\circ}{\sin.70^\circ}\right)^2 + 1{,}35^2\right]}\right)}$$

$$= \sqrt{\left[\frac{312{,}5}{1{,}8152 + 0{,}075\ .\ 2{,}9208}\right]} = \sqrt{\left[\frac{312{,}5}{2{,}03426}\right]}$$

$= 12{,}394$ Fuß.

Nun folgt die äußere Radgeschwindigkeit

8) $v = \nu v_1 = 1{,}35\ .\ 12{,}394 = 16{,}732$ Fuß, und die Geschwindigkeit des Wassers beim Austritt aus dem Leitschaufelapparat

9) $c = \frac{v_1\ \sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)} = \frac{12{,}394\ \sin.80^\circ}{\sin\ 70^\circ} = 12{,}989$ Fuß, ferner die relative Geschwindigkeit des eintretenden Rades:

10) $c_1 = \frac{c\ \sin.\alpha}{\sin.\beta} = \frac{v_1\ \sin.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)} = 6{,}595$ Fuß, und die relative Austrittsgeschwindigkeit $c_2 = v = 16{,}732$ Fuß, endlich die absolute Austrittsgeschwindigkeit

11) $w = 2\ v\ \sin.\frac{\delta}{2} = 2\ .\ 16{,}732\ .\ \sin.8^\circ, 21' = 4{,}860$ Fuß. Die Umdrehungszahl des Rades pr. Min. ist

12) $u = 9{,}55\ .\ \frac{v}{r} = 9{,}55\ .\ \frac{16{,}732}{2{,}45} = 65{,}22.$

Nun folgen die Querschnitte der Ausmündungen

13) $F = \frac{Q}{c} = \frac{30}{12{,}989} = 2{,}3096$ Quadratfuß, und

14) $F_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{Q}{v} = \frac{30}{16{,}732} = 1{,}7930$ Quadratfuß.

Nimmt man ferner das Dimensionsverhältniß der Ausflußmündungen des Rades: $\lambda = 4$, und die Stärke einer Radschaufel $s = 3$ Linien $= 0{,}02$ Fuß, so erhält man die Radweite

15) $e = \frac{F_2}{2\pi r\ \sin.\delta}\left(1 + 2\pi r\ \sin.\delta\ .\ \frac{\lambda s}{F_2}\right)$

$$= \frac{1{,}793}{2\pi\ .\ 2{,}45\ \sin.16^\circ, 42'}\left(1 + \frac{2\pi\ .\ 2{,}45\ \sin.16^\circ, 42'\ .\ 4\ .\ 0{,}02}{1{,}793}\right)$$

$$= \frac{1{,}793}{4{,}424}\left(1 + \frac{4{,}424\ .\ 0{,}08}{1{,}793}\right) = 0{,}4053\ (1 + 0{,}1974)$$

$= 0{,}485$ Fuß $= 5{,}82$ Zoll, ferner die Weite der Ausmündungen

16) $d = \frac{e}{\lambda} = \frac{0{,}485}{4} = 0{,}12125$ Fuß $= 1{,}45$ Zoll, folglich die Anzahl der Radschaufeln

17) $n = \frac{\lambda F_2}{e^2} = \frac{1{,}793\ .\ 4}{0{,}485^2} = 30$, wofür 32 zu nehmen sein möchte; und endlich die Anzahl der Leitschaufeln, wenn man denselben ebenfalls 3 Linien Stärke giebt

18) $n_1 = \frac{n\ s\ \sin.\alpha}{\nu\ s_1\ \sin.\delta} = \frac{32\ .\ \sin.30^\circ}{1{,}35\ \sin.16^\circ, 42'} = 40.$ In der Regel macht

Schaufel-conſtruction.

man jedoch die Anzahl der Leitſchaufeln nie größer als die der Radſchaufeln. Der Theilwinkel des Rades iſt bei 32 Schaufeln $\frac{360^\circ}{32} = 11\frac{1}{4}$ Grad, und der von einer Schaufel eingenommene Bogen

$$\frac{s}{r \sin. \delta} = \frac{0{,}02}{2{,}45 \sin. 16^\circ, 42'} = 0{,}02841 = 1^\circ, 37';$$

und daher der Centriwinkel des äußeren Bogens einer Radſchaufel

19) $\varphi = 11^\circ, 15' - 1^\circ, 37' = 9^\circ, 38'$. Der Halbmeſſer dieſes Bogens iſt

$$20)\ a = \frac{r \cos. \left(\delta - \frac{\varphi}{2}\right)}{\cos. \frac{\varphi}{2}} - \tfrac{1}{2} d$$

$$= \frac{2{,}45 \cos. (16^\circ, 42' - 4^\circ, 49')}{\cos. 4^\circ, 49'} - \frac{0{,}12125}{2}$$

$$= \frac{2{,}45 \cos. 11^\circ, 53'}{\cos. 4^\circ, 49'} - 0{,}0606 = 2{,}406 - 0{,}060 = 2{,}346 \text{ Fuß.}$$

Ferner iſt der Halbmeſſer des inneren Bogens einer Radſchaufel

$$21)\ a_1 = \frac{r^2 - r_1^2 - r\, d \cos. \delta + \frac{1}{4} d^2}{2 (r \cos. \delta + r_1 \cos. \beta) - d}$$

$$= \frac{2{,}45^2 - 1{,}80^2 - 2{,}45 \,.\, 0{,}12125 \cos. 16^\circ, 42' + \frac{1}{4} \,.\, 0{,}12125^2}{2 (2{,}45 \,.\, \cos. 16^\circ, 42' + 1{,}80 \cos. 100^\circ) - 0{,}1212}$$

$$= \frac{2{,}7662 - 0{,}2845}{2 \,.\, 2{,}0341 - 0{,}1212} = \frac{2{,}4817}{3{,}9470} = 0{,}6288 \text{ Fuß.}$$

Der Centriwinkel dieſes Bogens iſt endlich

$\varphi_1 = 180^\circ - \beta - \delta + \sigma - \tau$, wo $\sigma = \angle ACK$ und $\tau = \angle MCK$ durch folgende Formeln zu beſtimmen ſind:

$$\text{tang. } \sigma = \frac{a_1 \sin. \beta}{r_1 + a_1 \cos. \beta} \text{ und tang. } \tau = \frac{\left(a_1 + \frac{d}{2}\right) \sin. \delta}{r - \left(a_1 + \frac{d}{2}\right) \cos. \delta}.$$

Es iſt

$$\text{tang. } \sigma = \frac{0{,}6288 \sin. 80^\circ}{1{,}80 - 0{,}6288 \cos. 80^\circ}, \text{ hiernach } \sigma = 20^\circ, 7', \text{ und}$$

$$\text{tang. } \tau = \frac{0{,}6894 \sin. 16^\circ, 42'}{2{,}45 - 0{,}6894 \cos. 16^\circ, 42'}, \text{ hiernach } \tau = 6^\circ, 19',$$

daher der Centriwinkel des inneren Bogenſtückes der Radſchaufeln:

22) $\varphi_1 = 180^\circ - 100^\circ - 16^\circ, 42' + 20^\circ, 7' - 6^\circ, 19' = 77^\circ, 9'$.

Endlich iſt noch der Halbmeſſer der Leitſchaufeln:

$$23)\ a_2 = \frac{r_1}{2 \cos. \alpha} = \frac{1{,}8}{2 \cos. 30^\circ} = 1{,}0392 \text{ Fuß.}$$

Das Arbeitsvermögen der Waſſerkraft iſt $L = Qh\gamma = 30 \,.\, 5 \,.\, 66 = 9900$ Fußpf., die Arbeit der Turbine dagegen

$$L_1 = \left(1 - \frac{\zeta (c^2 + v^2) + w^2}{2gh}\right) Q h \gamma$$

$$= \left(1 - 0{,}016 \,.\, \frac{0{,}075 \,(12{,}989^2 + 16{,}732^2) + 4{,}860^2}{5}\right) . 9900$$

$$= [1 - 0{,}0032 \,(0{,}075 \,.\, 448 + 23{,}62)] \,.\, 9900$$

$$= (1 - 0{,}1830) \,.\, 9900 = 0{,}817 \,.\, 9900$$

$$= 8088 \text{ Fußpfund.}$$

Wenn diese Turbine in freier Luft gehen soll, so ist noch ein gewisses Freistellen nöthig, welches, da die halbe Radhöhe $e = 0{,}2425$ Fuß beträgt, recht gut $\frac{1}{2}$ Fuß zu schützen ist, und daher einen Arbeitsverlust von $30 . 0{,}5 . 66 = 990$ Fußpf. verursacht. Um den Wasserverlust beurtheilen zu können, muß die Druckhöhe x hinter der Schütze bekannt sein. Es ist nach dem Obigen Schaufelconstruction.

$$x = h - (1 + \zeta)\frac{c^2}{2g} = 5 - 1{,}075 . 0{,}016 . 12{,}989^2 = 5 - 2{,}889 = 2{,}111$$

Fuß, und daher die entsprechende Ausflußgeschwindigkeit

$$w_1 = \sqrt{2gx} = 7{,}906\sqrt{2{,}111} = 11{,}48 \text{ Fuß.}$$

Wäre nun der kreisförmige Spalt zwischen Rad und Schütze $1\frac{1}{2}$ Linie weit, also sein Querschnitt

$$G = 2\pi r . {}^1/_{288} = \frac{2 . 1{,}8 . \pi}{288} = \frac{\pi}{80} = 0{,}0393 \text{ Quadratfuß,}$$

so betrüge bei einem Ausflußcoefficienten $\mu = 0{,}7$, die verloren gehende Wassermenge

$$Q_1 = 0{,}7\ Gw_1 = 0{,}7 . 0{,}0393 . 11{,}48 = 0{,}316 \text{ Cubikfuß,}$$

und diesem entspräche ein Arbeitsverlust von $Qhy = 0{,}316 . 5 . 66 = 104$ Fußpf. Endlich geht noch ein kleiner Theil der Arbeit durch die Zapfenreibung verloren. Wiegt das armirte Wasserrad 3000 Pfund, ist der Zapfenhalbmesser desselben $= 1\frac{1}{2}$ Zoll $= \frac{1}{8}$ Fuß und der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}075$, so hat man die Arbeit der Zapfenreibung

$$\varphi G \frac{r_2}{r} v = 0{,}075 . 3000 . \frac{16{,}732}{8 . 2{,}45} = 192 \text{ Fußpfund.}$$

Bringen wir noch die letzten drei Arbeitsverluste, d. i. $990 + 104 + 192 = 1286$ Fußpfund in Abzug, so bleibt uns die effective Radleistung

$$L_1 = 8088 - 1286 = 6802 \text{ Fußpfund} = 13{,}33 \text{ Pferdekräfte,}$$

und es fällt der Wirkungsgrad nur $\eta = {}^{6802}/_{9900} = 0{,}688$ aus.

§. 195. Die Dimensionsverhältnisse der Turbinen ohne Leitschaufeln sind nur zum Theil wie die der Leitschaufelturbinen zu nehmen und zu berechnen. Das Wasser tritt hier auf dem kürzesten Wege, nämlich radial aus dem Ausflußreservoir; es ist hier folglich $\alpha = 90$ Grade. Der Winkel β wird hier größer, nämlich 140 bis 160 Grad genommen, um einen möglichst kleinen negativen Druck (x) an der Uebergangsstelle zu erhalten und dadurch das Einsaugen von Luft oder Wasser durch den Spielraum so viel wie möglich zu vermeiden. Das Halbmesserverhältniß $\nu = \frac{r}{r_1}$ nimmt man hier nur 1,15 bis 1,30, weil außerdem, wegen des großen Werthes von β, die Radkanäle zu lang ausfallen würden. Um den Arbeitsverlust beim Eintritt des Wassers aus dem Reservoir in das Rad möglichst herab zu ziehen, läßt man das Wasser nur mit 2 Fuß Geschwindigkeit zu treten, und macht deshalb den inneren Radhalbmesser Turbinen ohne Leitschaufeln.

$$1)\ r_1 = \sqrt{\frac{Q}{2\pi}} = 0{,}4\sqrt{Q} \text{ Fuß, also den äußeren}$$

$$2)\ r = \nu r_2 = 0{,}4\ \nu\sqrt{Q} \text{ Fuß.}$$

Turbinen ohne Leitschaufeln.

Setzen wir ferner

$$1 - \xi \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 tang.\ \beta^2 = 1 - \xi \frac{tang.\ \beta^2}{v^2} = \psi \text{ und}$$

$$\frac{\sqrt{1+\varkappa}}{cos.\ \delta} = \varphi, \text{ wobei wir meist } \xi = \varkappa = 0{,}075$$

und δ annähernd 10 bis 20° nehmen können; so erhalten wir die Hülfsgröße

$$3)\ \chi = \frac{\varphi - \sqrt{\varphi^2 - \psi}}{2\psi\sqrt{\varphi^2 - \psi}},$$

aus welcher die vortheilhaftesten Umdrehungsgeschwindigkeiten des Rades

$$4)\ v = \sqrt{\chi} \cdot \sqrt{2gh} \text{ und}$$

$$5)\ v_1 = \frac{r_1}{r}\ v = \frac{v}{\nu} = \frac{\sqrt{\chi}}{\nu}\sqrt{2gh}$$

folgen, wonach sich nun die Ausflußgeschwindigkeiten

$$6)\ c = -\ v_1\ tang.\ \beta \text{ und}$$

$$7)\ c_2 = \sqrt{\frac{2gh + \psi v^2}{1+\varkappa}} \text{ berechnen lassen.}$$

Nun folgen die Querschnitte der Ausmündungen

$$8)\ F = \frac{Q}{c} \text{ und}$$

$$9)\ F_2 = \frac{Q}{c_2}, \text{ daher ist die Radhöhe}$$

$$10)\ e = \frac{F}{2\pi r_1}.$$

Ist ferner $\lambda = \frac{e}{d}$ d. i. das Dimensionsverhältniß der Ausmündungen, so hat man, da $n\,d\,e = F_2$ ist, $n\,e^2 = \lambda F_2$ und daher die nöthige Anzahl der Radschaufeln

$$11)\ n = \frac{\lambda F_2}{e^2}, \text{ und endlich, da}$$

$$(2\pi r\ sin.\ \delta - ns)\ e = F_2$$

ist, wenn s die Schaufelstärke bezeichnet, für den nöthigen Austrittswinkel

$$12)\ sin.\ \delta = \frac{F_2 + n\,s\,e}{2\pi r e} = \frac{(e + \lambda s)\,F_2}{2\pi r e}.$$

Fällt δ zu groß, viel über 15 Grad aus, so muß man β oder ν größer nehmen.

Beispiel. Es ist für ein Gefälle von 5 Fuß und für einen Aufschlag von 50 C. Fuß pr. Sec. die Anordnung und Berechnung einer Cadiat'schen Turbine zu vollziehen (vergl. das letzte Beispiel). Nehmen wir $\beta = 150°$ und $\nu = 1{,}2$, so erhalten wir den Radhalbmesser

Turbinen ohne Leitſchaufeln.

1) $r_1 = 0{,}4\sqrt{Q} = 0{,}4\ \sqrt{30} = 2{,}19$, oder ſicherer 2,25 Fuß, und
2) $r_2 = \nu r_1 = 1{,}2\ .\ 2{,}25 = 2{,}70$ Fuß.

Setzen wir $\zeta = \varkappa = 0{,}075$ und nehmen wir einſtweilen $\delta = 15$ Grad an, ſo erhalten wir

$$\psi = 1 - \zeta\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 tang.\beta^2 = 1 - 0{,}075\ \frac{(tang.\ 30)^2}{1{,}44} = 0{,}9826$$

und

$$\varphi = \frac{\sqrt{1+\varkappa}}{cos.\ \delta} = \frac{\sqrt{1{,}075}}{cos.15^0} = 1{,}0734,$$

daher

$$3)\ \chi = \frac{\varphi - \sqrt{\varphi^2 - \psi}}{2\psi\sqrt{\varphi^2 - \psi}} = \frac{1{,}0734 - 0{,}4118}{1{,}9652\ .\ 0{,}4118} = \frac{0{,}6616}{0{,}8093} = 0{,}8175$$

und daher

$$\sqrt{\chi} = 0{,}9042.$$

Hiernach ſind nun die Radgeſchwindigkeiten

$$4)\ v = \sqrt{\chi}\ .\ \sqrt{2gh} = 0{,}9042\ .\ 7{,}906\ \sqrt{5} = 15{,}985 \text{ Fuß}$$

$$5)\ v_1 = \frac{v}{\nu} = \frac{15{,}985}{1{,}2} = 13{,}321 \text{ Fuß},$$

dagegen die Ausflußgeſchwindigkeiten

$$6)\ c = -\ v_1\ tang.\ \beta = 13{,}321\ tang.\ 30^\circ = 7{,}692 \text{ Fuß}$$

und

$$7)\ c_2 = \sqrt{\frac{2gh + \psi v^2}{1+\varkappa}} = \sqrt{\frac{312{,}5 + 251{,}1}{1{,}075}} = 22{,}897 \text{ Fuß}.$$

Hieraus ergeben ſich die Querſchnitte der Ausmündungen

$$8)\ F = \frac{Q}{c} = \frac{30}{7{,}692} = 3{,}900 \text{ Quadratfuß, und}$$

$$9)\ F_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{30}{22{,}897} = 1{,}3102 \text{ Quadratfuß}.$$

und es iſt nun die erforderliche Radweite

$$10)\ e = \frac{F}{2\pi r_1} = \frac{3{,}900}{2\pi\ .\ 2{,}25} = 0{,}2759 \text{ Fuß},$$

nimmt man ferner das Dimenſionsverhältniß $\lambda = 2$, ſo erhält man die Anzahl der Schaufeln

$$11)\ n = \frac{\lambda F_2}{e^2} = \frac{2\ .\ 1{,}3102}{0{,}2759^2} = 34,$$ wofür 32 genommen werden ſoll,

und, wenn man die Schaufelſtärke = 0,015 Fuß annimmt,

$$sin.\ \delta = \frac{F_2 + nse}{2\pi re} = \frac{1{,}3102 + 32\ .\ 0{,}015\ .\ 0{,}2872}{2\pi\ .\ 2{,}7\ .\ 0{,}2872} = \frac{1{,}3102 + 0{,}138}{5{,}4\ .\ 0{,}2872\,\pi}$$

$$= \frac{1{,}448}{4{,}872} = 0{,}2972,$$ daher iſt der Austrittswinkel

$$12)\ \delta = 17^\circ, 17'.$$

Der Wirkungsgrad dieſes Rades iſt, ohne Rückſicht auf Waſſerverluſt, Zapfenreibung u. dergl.

$$\eta = (\nu\sqrt{2gh + \psi v^2} - \varphi v^2)\ \frac{Q\gamma}{\varphi g Q h \gamma} = \left(\sqrt{\frac{1}{\chi} + \psi} - \varphi\right)\frac{2\chi}{\varphi}$$

$$= (1{,}4852 - 1{,}0734)\ .\ \frac{1{,}635}{1{,}0734} = \frac{0{,}4118\ .\ 1{,}635}{1{,}0734} = 0{,}627.$$

(Vergl. das Beiſpiel im vorigen Paragraphen.)

Schottische Turbinen.

§. 196. Die schottische Turbine oder das Reactionsrad mit getrennten Radkanälen (Schwungröhren) ist in so fern etwas anders als die Cadiat'sche Turbine zu behandeln, als hier das Wasser wegen der großen Breite der Kanäle entweder ganz oder wenigstens größtentheils mit Stoß in das Rad tritt, und in so fern auch hier eine viel größere Auswahl in der Form und Größe der Radkanäle möglich ist, als bei den Rädern mit aneinander anliegenden Radkanälen. Namentlich kann man hier den Austrittswinkel δ viel kleiner machen, als bei den letzten Rädern. Wegen der beliebig kleinen Anzahl ihrer Kanäle eignen sich die schottischen Turbinen vorzüglich zur Aufnahme einer Wasserkraft mit wenig Wasser und viel Gefälle.

Die Weite der Einfallsröhre oder des Ausflußreservoirs bestimmt sich zunächst, wenn man höchstens eine Zuflußgeschwindigkeit von 6 Fuß zuläßt, durch die Formel $r_1 = \frac{Q}{\sqrt{6\pi}} = 0{,}23\sqrt{Q}$.

Den äußeren Halbmesser r macht man 2, 3 bis 4 mal so groß als r_1, je nachdem die Anzahl der Schwungröhren 4, 3 oder 2 ist. Die Geschwindigkeiten v, v_1 und c, folglich auch die Querschnitte F_1 und F_2 sind wie bei den Turbinen ohne Leitschaufeln (s. vorigen Paragraph) überhaupt zu bestimmen. Zuletzt folgt die Radhöhe

$$e = \frac{F}{2\pi r_1}$$

und die äußere Weite der Radkanäle

$$d = \frac{F_2}{ne}.$$

Jedenfalls ist aber bei der Bestimmung von v oder $\chi = \frac{v^2}{2gh}$, der Widerstandscoefficient ζ beim Eintritt größer als 0,075 zu nehmen, da ein schwacher Stoß bei den in so sehr verschiedenen Richtungen in das Rad eintretenden Strahlen nicht zu vermeiden ist; wir können vielleicht, ohne einen beträchtlichen Fehler befürchten zu müssen, $\zeta = 0{,}10$ setzen. Da auch die Schwungröhren sehr lang ausfallen, so müßte auch $\varkappa$ viel größer als bei den Radturbinen ausfallen, wenn nicht dieses ungünstige Verhältniß durch die größere Weite dieser Röhren etwas wieder ausgeglichen würde, jedoch möchte $\varkappa$ mindestens $= 0{,}075$ zu nehmen sein.

Die Schwungröhrenaxe ABD, Fig. 342, krümmt man in der Regel nach einer archimedeischen Spirallinie, doch kann man sie auch aus zwei Kreisbögen AB und BD zusammensetzen. Zu diesem Zwecke theilt man den Umfang des Ausflußapparates in so viel gleiche Theile, als das Rad Schwungröhren erhalten soll, hier z. B. in drei, und zieht nun aus jedem

stein Punkte von diesem, wie z. B. $A'A$, welche um ein Kleines ε von der entsprechenden Tangente AA entfernt sind, so ist $\frac{AA'}{\varepsilon} = \frac{2r}{\varepsilon}$ ein sehr großer Bruch.

Fig. 240.

Von entsprechenden Punkten C, C' denken wir uns an beiden Curven Tangenten gezogen, welche sich in T schneiden, und ε sei wieder die kleine Entfernung CC' eines entsprechenden Punktepaares. Dann ist $\frac{CT}{\varepsilon}$ ein endlicher, wie $\frac{AA'}{\varepsilon}$ ein unendlich großer Bruch. Wir können also $\frac{CT}{\varepsilon}$ gegen $\frac{AA'}{\varepsilon}$ vernachlässigen, und CT wird als Tangente der Curve CC' angesehen.

Es sei φ der Winkel, den die Tangente CT mit der Axe OA bildet, so ist $\frac{\varepsilon}{\sin\varphi}$ ein endlicher Bruch, und $\frac{\varepsilon}{\sin\varphi}\cdot\frac{2r}{\varepsilon} = \frac{2r}{\sin\varphi}$ ist ebenfalls ein unendlich großer Bruch. Wir können also $\frac{2r}{\sin\varphi

Schoniſche Turbinen.

noch $\beta = 150°$, und $\delta = 10°$, und ſetzen wir $\varkappa = \zeta = 0{,}100$, ſo erhalten wir

$$\psi = 1 - 0{,}1 \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 tang.\,\beta^2 = 1 - 0{,}1 \,.\, {}^1/_{16}\, (tang.\, 30°)^2$$
$$= 1 - 0{,}0021 = 0{,}9979, \text{ und}$$
$$\varphi = \frac{\sqrt{1+\varkappa}}{cos.\,\delta} + \frac{\sqrt{1{,}1}}{cos.\,10°} = 1{,}0650.$$

Von dem Gefälle $h = 150$ Fuß verbraucht die Reibung des Waſſers in der 0,75 Fuß weiten und vielleicht 200 Fuß langen Einfallröhre nach I., §. 366, den Theil

$$h_2 = 0{,}0213 \,.\, 0{,}016 \,.\, \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{l\,Q^2}{d^5} = 0{,}0003408 \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{200 \,.\, 1{,}5^2}{0{,}75^5}$$
$$= 0{,}0003408 \,.\, 1{,}621 \,.\, \frac{200 \,.\, 256}{27} = 0{,}03408 \,.\, 1{,}621 \,.\, \frac{512}{27} = 1{,}05 \text{ Fuß},$$

daher dürfen wir auch nur das Gefälle

$$h_1 = h - h_2 = 150 - 1{,}05 = 148{,}95 \text{ Fuß}$$

in Rechnung bringen. Das vortheilhafteſte Geſchwindigkeitsverhältniß iſt nun

$$\chi = \frac{\varphi - \sqrt{\varphi^2 - \psi}}{2\,\psi\,\sqrt{\varphi^2 - \psi}} = \frac{1{,}065 - \sqrt{1{,}1342 - 0{,}9979}}{1{,}9958\,\sqrt{1{,}1342 - 0{,}9979}} = \frac{1{,}065 - \sqrt{0{,}1363}}{1{,}9958 \,.\, 0{,}3692}$$
$$= \frac{0{,}6958}{0{,}7369} = 0{,}9443 \text{ und } \sqrt{\chi} = 0{,}9718,$$

daher folgen die Geſchwindigkeiten

$$v = \sqrt{\chi} \,.\, \sqrt{2\,g\,h} = 0{,}9718 \,.\, 7{,}906\,\sqrt{150} = 94{,}10 \text{ Fuß},$$
$$v_1 = \frac{r_1}{r}\, v = \frac{v}{4} = 23{,}525 \text{ Fuß},$$
$$c = - v_1\, tang.\,\beta = 23{,}525\, tang.\, 30° = 13{,}58 \text{ Fuß, und}$$
$$c_1 = \sqrt{\frac{2\,g\,h + \psi\,v^2}{1+\varkappa}} = \sqrt{\frac{9309 + 8836}{1{,}1}} = \sqrt{\frac{1{,}8145}{1{,}1}} = 128{,}43 \text{Fuß}.$$

Hiernach ſind die nöthigen Mündungsquerſchnitte

$$F = \frac{Q}{c} = \frac{1{,}5}{13{,}58} = 0{,}11044 \text{ Quadratfuß und}$$
$$F_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{1{,}5}{128{,}43} = 0{,}01168 \text{ Quadratfuß}.$$

Ferner iſt die entſprechende Radweite oder Mündungshöhe

$$e = \frac{F}{2\,\pi\,r_1} = \frac{0{,}11044}{0{,}6 \,.\, \pi} = 0{,}05859 \text{ Fuß} = 0{,}703 \text{ Zoll},$$

und die Mündungsweite, da die Anzahl der Mündungen $n = 2$ iſt,

$$d = \frac{F_2}{n\,e} = \frac{0{,}01168}{2 \,.\, 0{,}05859} = 0{,}09967 \text{ Fuß} = 1{,}196 \text{ Zoll}.$$

Das Dimenſionsverhältniß $\frac{e}{d}$ iſt hiernach nur $\frac{0{,}05859}{0{,}09967} = 0{,}5879$; um daſſelbe größer zu machen, müßte man drei oder mehr Schwungröhren in Anwendung bringen.

Der Wirkungsgrad dieſes Rades iſt ohne Rückſicht auf die Reibungen am Zapfen und in den Einfallröhren:

$$\eta = \left(\sqrt{\frac{1}{\chi} + \psi} - \varphi\right)\frac{2\chi}{\varphi} = \left(\sqrt{\frac{1}{0{,}9443} + 0{,}9979} - 1{,}0650\right) \,.\, \frac{2 \,.\, 0{,}9443}{1{,}065}$$
$$= (1{,}4342 - 1{,}0650) \,.\, \frac{1{,}8886}{1{,}065} = 0{,}6547.$$

§. 197. Bei den Reactionsrädern, wo die Axen der Schwungröhren radial an das Reservoir anstoßen, erleidet das Wasser mit seinem Eintritte in das Rad einen Stoß und einen entsprechenden Arbeitsverlust, und sind diese Röhren auch nicht einmal gekrümmt, sondern tritt das Wasser durch Seitenmündungen aus den Schwungröhren, so findet auch ein Stoß des Wassers gegen die Endflächen der Schwungröhren statt, der einen zweiten Arbeitsverlust zur Folge hat. Da indessen jetzt in der Regel Räder mit gekrümmten Schwungröhren angewendet werden, so wollen wir in Folgendem nur den Verlust beim stoßweisen Eintritte in das Rad in Betracht ziehen. Die Ausflußgeschwindigkeit ist hier bestimmt durch die Formel $(1+\varkappa)\,c_2^2 = 2gx + c^2 + v^2 - v_1^2$, oder da

Schottische Turbinen.

$$2gx + c^2 = 2gh - \xi c^2 \text{ ist, durch}$$

$$(1+\varkappa)c_2^2 = 2gh + v^2\left[1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right] - \xi c^2; \text{ und es folgt hiernach}$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{2gh - \xi c^2 + \left[1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right] v^2}{1+\varkappa}}.$$

Die dem Arbeitsverluste des Rades entsprechende Geschwindigkeitshöhe ist, da das Wasser beim Eintritte in das Rad plötzlich noch die Tangentialgeschwindigkeit v_1 annehmen muß,

$$y = (c_2^2 + v^2 - 2c_2 v\cos.\delta + v_1^2 + \varkappa c_2^2 + \xi c^2)\cdot\frac{1}{2g}$$

$$= \left((1+\varkappa)c_2^2 + \xi c^2 + v^2\left[1 + \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right] - 2vc_2\cos.\delta\right)\cdot\frac{1}{2g}$$

$$= \left(gh + v^2 - v\cos.\delta\sqrt{\frac{2gh - \xi c^2 + \left[1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right]v^2}{1+\varkappa}}\right)\cdot\frac{1}{g},$$

und sonach folgt die effective Radleistung

$$L = \left(v\cos.\delta\sqrt{\frac{2gh - \xi c^2 + \left[1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right]v^2}{1+\varkappa}} - v^2\right)\frac{Q\gamma}{g}$$

$$= (v\sqrt{2gh - \xi c^2 + \psi v^2} - \varphi v^2)\,\frac{Q\gamma}{\varphi g}, \text{ wenn}$$

$1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2$ durch ψ und $\frac{\sqrt{1+\varkappa}}{\cos.\delta}$ durch φ bezeichnet wird.

Genau wie in §. 187 findet man das vortheilhafteste Geschwindigkeitsverhältniß $\sqrt{\chi} = \frac{v}{\sqrt{2gh - \xi c^2}}$ durch die Formel

$$\chi = \frac{\varphi - \sqrt{\varphi^2 - \psi}}{2\psi\sqrt{\varphi^2 - \psi}}, \text{ welches übrigens für } \varkappa = 0,\ \xi = 0 \text{ und } \delta = 0,$$

Schomſche Turbinen.

alſo für $\varphi = 1$, in

$$\chi = \frac{1-\sqrt{1-\psi}}{2\psi\sqrt{1-\psi}} = \frac{1-\frac{r_1}{r}}{2\left[1-\left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right]\frac{r_1}{r}} = \frac{r}{2r_1\left(1+\frac{r_1}{r}\right)}$$

$= \frac{r^2}{2r_1(r+r_1)}$ übergeht. Der Wirkungsgrad iſt im letzteren Falle

$$\eta = \frac{v}{gh}\left(\sqrt{2gh-\xi c^2+\psi v^2}-v\right) = \frac{r}{r+r_1},$$

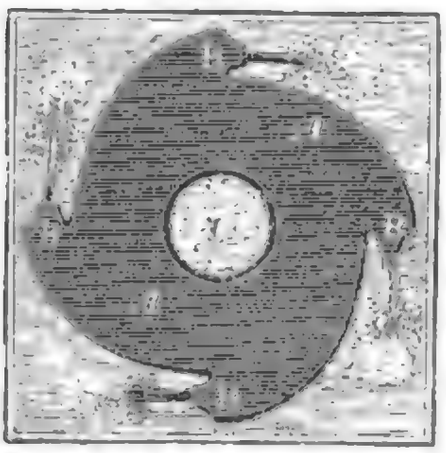
alſo um ſo größer, je länger die Schwungröhren in Beziehung auf die Weite des Zuflußreſervoirs ſind.

Hiernach beſtimmt ſich $v = \sqrt{\chi(2gh-\xi c^2)}$ und $v_1 = \frac{r_1}{r}v$, ſowie

$$c_2 = \sqrt{\frac{2gh-\xi c^2+\psi v^2}{1+\varkappa}}, \text{ und } F_2 = \frac{Q}{c_2}.$$

Um den Widerſtand beim Eintritte möglichſt klein zu erhalten, macht man $\frac{F_2}{F}$ klein, alſo F groß; am beſten aber ſo groß, daß die Geſchwindigkeit c beim Eintritte in den beweglichen Radkörper nicht größer ausfällt, als die des zufließenden Waſſers; und um dies zu erreichen, macht man den ringförmigen Querſchnitt der Eintrittsmündung gleich dem Querſchnitte des Zuleitungsrohres, d. i. $2\pi r_1 e = \pi r_1^2$, alſo die Radhöhe $e =$ dem halben Halbmeſſer des Reſervoirs. Endlich ergiebt ſich hieraus noch die Weite der Ausmündungen des Rades: $d = \frac{F_2}{ne}$.

Fig. 343.



Anmerkung. Wenn man, wie in Fig. 343, ſtatt der getrennten Schwungröhren einen einzigen Schwungring AA anbringt, und das Waſſer durch gut abgerundete conoidiſche Mundſtücke B, B... ausfließen läßt, ſo fallen die hydrauliſchen Hinderniſſe im Rade ſehr klein aus, da die Bewegung des Waſſers in dem Rade, namentlich, wenn man dieſes hoch macht, ſehr klein iſt, und es bleibt dann vorzüglich nur der in dieſem Paragraphen in Betracht gezogene Arbeitsverluſt beim Uebertritt des Waſſers aus der Kernröhre C in das Rad übrig. Der Wirkungsgrad eines ſolchen höchſt einfachen Rades kann ſicherlich auch auf $^2/_3$ geſteigert werden.

Vergleichung der Turbinen.

§. 198. Stellen wir in Folgendem eine Vergleichung der Fourneyron'ſchen, Cadiat'ſchen und Whitelaw'ſchen Turbinen unter ein-

ander an. Jedenfalls ist die Turbine mit Leitschaufelapparat die mechanisch vollkommnere Construction, da durch dieselbe dem Wasser beinahe alles Arbeitsvermögen (durch Gleichmachung von c_2 und v) entzogen werden kann, was bei den Turbinen ohne diesen Apparat nicht möglich ist. Vergleichung der Turbinen.

Mit Berücksichtigung aller Nebenverhältnisse erfordern alle drei Turbinen ziemlich eine und dieselbe Radgeschwindigkeit, nämlich $v = 0{,}7\sqrt{2gh}$ bis $\sqrt{2gh}$, um die Maximalleistung hervorzubringen; nur sind diese Maximalleistungen verschieden, nämlich bei den Fourneyron'schen Turbinen circa 0,75, bei den Cadiat'schen Turbinen 0,65 und bei den Whitelaw'schen Turbinen nur 0,50 bis 0,60 Procent der Totalleistung. Diese Verhältnisse verändern sich jedoch mit der Größe des Aufschlages; während bei einer Whitelaw'schen Turbine durch eine Veränderung der Ausmündungen der Wirkungsgrad sich nicht wesentlich ändert, fällt derselbe bei den übrigen Turbinen bedeutend kleiner aus, so wie die Schütze bei einem schwächeren Aufschlage tiefer gestellt wird. Uebrigens findet zwischen den übrigen Turbinen noch der Unterschied statt, daß bei einer äußeren Schütze der Ausfluß stets voll bleibt, bei einer inneren Schütze aber, wenn dieselbe ohngefähr die halbe Radhöhe bedeckt, die Radkanäle von dem Wasser nicht vollständig gefüllt werden.

Was den Wasserverlust anlangt, welcher durch die ringförmigen Spalten zwischen Rad und Schütze u. s. w. erfolgt, so ist dieser bei den Fourneyron'schen Turbinen am kleinsten, größer bei den Whitelaw'schen und noch größer bei den Cadiat'schen Turbinen, weil der innere Wasserdruck bei den ersteren Turbinen, zumal bei besseren Constructionen, den Atmosphärendruck nicht viel übertrifft, bei den letzteren Turbinen dieser Druck aber in der Regel ziemlich groß ist, und diese Räder ohne dies eine Spalte (bei der Schütze) noch mehr haben, als die anderen Turbinen. Uebrigens sind die Turbinen ohne Leitschaufelapparat, und zumal die Whitelaw'schen, jedenfalls einfacher und leichter vortheilhaft zu construiren, als die Fourneyron'schen Turbinen mit Leitschaufeln, die überdies noch durch fremdartige Körper, welche durch das Aufschlagwasser zugeführt werden, in ihrer vortheilhaften Nutzleistung mehr gestört werden können, als die ersteren Räder.

Im Allgemeinen läßt sich behaupten, daß die Turbinen von Fourneyron und Cadiat vorzüglich zur Benutzung von kleinen oder mittleren Gefällen (unter 30 Fuß) und von großen Aufschlagmengen, die Schottischen Turbinen aber mehr zur Verwendung hoher Gefälle und kleiner Wassermengen sich eignen.

Anmerkung. Bei den Turbinen ohne Leitschaufelapparat, namentlich, wenn dieselben ein hohes Gefälle haben, besitzt das abfließende Wasser noch eine große absolute Geschwindigkeit $w = c_2 - v$ (vergleiche die letzten Beispiele) und

Verſuch mit Schrift. Man ſieht nun leicht ein, daß die Verſuchsweiſe Schrift von der Verſuchsweiſe Zeichnung nur darin unterſchieden ſey, daß man nun in Schrift ſtatt der willkürlichen Figuren und Zeichen eine Reihe von Buchſtaben, Silben und Wörter, die einen Sinn haben, ſetze. Man hat die Verſuche Verſuchsweiſe Schrift genannt, weil ſie in Anſehung

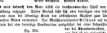


Fig. 286.

der Buchſtaben, und der Art ſie zu ſetzen, noch nicht ſo feſt beſtimmt ſind, als die Schriften, die in Druckereyen und Schreibſtuben vorkommen. Fig. 286. ſtellt eine Verſuchsweiſe Schrift vor. Die Buchſtaben ſind nicht ſo feſt, als in Druckſchriften, und ſtehen nicht auf A, B conſtruirten Linien in einer Reihe, wie in Druckſchriften. Auch ſind die Buchſtaben nicht ſo feſt in ein Viereck beſtimmt, als in Druckſchriften, wie man an M, N, O, P, Q, R, S, T, U, X, Y, Z ſieht. Man kann die Verſuchsweiſe Schrift, wie die Verſuchsweiſe Zeichnung, auf ſehr verſchiedene Art, mit Tinte, Kreide, Kohle, Bleyſtift, Silberſtift, Federmeſſer, Griffel, Pinſel, Schwamm, Finger, Stempel, Druck, Abdruck, Schablone, Model, Gießform, Schreibmaſchine, Schreibtafel, Schreibbuch, Schreibheft, Schreibbogen, Schreibblatt, Schreibpapier, Schreibleinwand, Schreibtuch, Schreibſeide, Schreibholz, Schreibſtein, Schreibmetall, Schreibglas, Schreibporzellan, Schreibwachs, Schreibſiegellack, Schreibſchwefel, Schreibſeife, Schreibſalz, Schreibſalpeter, Schreibſalmiak, Schreibſalzſäure, Schreibſalzgeiſt, Schreibſalzöl, Schreibſalzäther, Schreibſalzäthergeiſt, Schreibſalzätherſäure, Schreibſalzätherſäuregeiſt, Schreibſalzätherſäuregeiſtöl, Schreibſalzätherſäuregeiſtäther, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäure, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſt, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtöl, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtäther, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäure, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſt, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtöl, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtäther, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäure, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſt, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtöl, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtäther, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäure, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſt, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtöl, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtäther, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäure, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſt, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtöl, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtäther, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäure, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſt, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtöl, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtäther, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäure, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſt, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtöl, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtäther, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäure, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſt, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtöl, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtäther, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäure, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſt, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtöl, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtäther, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäure, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſt, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtöl, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtäther, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäure, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſt, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtöl, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtäther, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäure, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſt, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtöl, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtäther, Schreibſalzätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäuregeiſtätherſäure, Schreibſalzätherſäuregeiſt

0,75 bis 0,80 hat. Es geben aber auch die Versuche von unparteiischen Experimentatoren, wie z. B. von Morin u. A., Wirkungsgrade von diesen Rädern an, welche zwar 0,80 nahe kommen, jedoch diesen Werth nie vollkommen erreichen. Versuche an Turbinen.

Morin rapportirt die Ergebnisse seiner Versuche in der Schrift: Expériences sur les roues hydrauliques à axe vertical, appelées Turbines, Metz et Paris, 1838. Zunächst handelt er von den Versuchen, welche er an einer Fourneyron'schen Turbine zu Moussay angestellt hat. Dieses Rad hatte 0,85 Meter äußeren Durchmesser, 0,11 Meter Höhe, 7,5 Meter Gefälle und 0,738 Cubikmeter Aufschlagwasser pr. Sec., machte also eine Wasserkraft von 73,8 Pferdekräften zu Gute. Das allgemeinste Ergebniß dieser Versuche war: das Rad mochte mehr oder weniger unter Wasser gehen, es gab bei 180 bis 190 Umdrehungen pr. Min. die größte Nutzleistung von 69 Procent des ganzen Arbeitsvermögens. War die Umdrehungszahl circa 50 Procent kleiner oder größer, so sank übrigens dieser Wirkungsgrad nur um 7 bis 8 Procent. Hierbei war die Schütze fast vollständig aufgezogen, wurde aber dieselbe bis zur halben Radhöhe niedergelassen, so fiel der Wirkungsgrad um 8 Procent. Bei einem Gange in freier Luft würde dieses Fallen gewiß noch größer gewesen sein.

Nächstdem theilt Morin in der genannten Abhandlung die Resultate seiner ausgedehnten Versuche an einer Turbine in Mühlbach mit. Dieses Kreiselrad hatte 2 Meter äußeren Durchmesser und $\frac{1}{3}$ Meter Höhe; sein Gefälle betrug $3\frac{1}{2}$ bis $3\frac{3}{4}$ Meter, und sein Aufschlag $2\frac{1}{2}$ Cubikmeter pr. Sec.; es nahm also eine disponible Wasserkraft von 117 bis 125 Pferdekräften auf. Bei 50 bis 60 Umgängen pr. Min. und bei dem stärksten Schützenzuge gab es die größte Nutzleistung von 0,78, die jedoch, weil Morin bei der Wassermessung einen zu kleinen Ausflußcoefficienten angenommen hat, vielleicht nur 0,75 zu setzen ist. Dieser große Wirkungsgrad verminderte sich auch um 2 bis 4 Procent, wenn die Umdrehungszahl 40 Procent größer oder kleiner war, als die angegebene. Es änderte sich der Wirkungsgrad nicht, wenn das Rad wenig oder tief (1 Meter) unter Wasser ging. Ebenso trat keine Veränderung ein, wenn sich der Aufschlag im Verhältnisse 3 zu 5 veränderte. Auch verminderte sich der Wirkungsgrad mit der Höhe des Schützenstandes so, daß z. B. bei 0,05 Meter Schützenzug und bei der vortheilhaftesten Umdrehungszahl (58) der Wirkungsgrad nur 0,373 ausfiel. Uebrigens stellte Morin noch besondere Versuche über das Verhältniß $\frac{v}{\sqrt{2gh}}$ an, und fand, ganz der Theorie entsprechend, daß dieses Verhältniß mit v (wegen Einflusses der Centrifugalkraft) wächst, dagegen abnimmt, wenn der Schützenstand ein größerer wird.

Verſuche an Turbinen.

§. 200. Herr Profeſſor Redtenbacher theilt in ſeiner Schrift »über die Theorie und den Bau der Turbinen und Ventilatoren« noch die Reſultate der an einer Turbine zu Siebenen in der Schweiz angeſtellten Verſuche mit. Dieſe Turbine hatte folgende Dimenſionen und Verhältniſſe: $r_1 = 0{,}938$ Meter, $r = 1{,}128$ Meter; $h = 1$ Meter; $e = 0{,}254$ Meter; $Q = 0{,}2$ Cubikmeter; $\alpha = 12^0$, $\beta = 45^0$, $\delta = 10^0$ u. ſ. w. Die Hauptergebniſſe der Verſuche mit dieſem Rade waren aber folgende: Beim Schützenzuge $e_1 = 0{,}1$ Meter war die vortheilhafteſte Umdrehungszahl 17,5 und der entſprechende größte Wirkungsgrad $\eta = 0{,}464$; war der Schützenzug $e_1 = 0{,}2$ Meter, ſo trat der größte Wirkungsgrad $\eta = 0{,}646$ bei 21,1 Umdrehungen pr. Minute ein; und betrug der Schützenzug $e_1 = 0{,}254$ Meter, ſo fiel, bei 20,6 Umdrehungen, der Maximalwirkungsgrad nur 0,640 aus. Dieſe verhältnißmäßig ſehr kleinen Wirkungsgrade mißt Redtenbacher wohl mit Recht der zu großen Krümmung der Radſchaufeln bei. Uebrigens ging die Turbine in freier Luft.

Außer anderen intereſſanten Folgerungen, welche Redtenbacher aus den Wirkungen und Verhältniſſen der bekannten Fourneyron'ſchen Turbinen zieht, möge beſonders die hervorgehoben werden, daß ein ſolches Rad bei der Maximalleiſtung und bei völlig aufgezogener Schütze halb ſo viel Umdrehungen macht, als wenn es ganz leer, d. i. ohne Arbeit zu verrichten, umläuft.

Die Verſuche, welche Combes an ſeinen Reactionsrädern mit und ohne Leitſchaufelapparat angeſtellt hat, führen ebenfalls auf kleinere Wirkungsgrade. An einem Modellrade ohne Leitſchaufeln von 0,14 Meter äußeren Durchmeſſer und mit 25 Schaufeln, betrug im günſtigſten Falle bei 335 Umdrehungen pr. Minute, 0,48 Meter Gefälle und 285 Litres Aufſchlag pr. Minute der Wirkungsgrad nur 0,511. Bei einem Modellrade von derſelben Größe, mit 20 Leitſchaufeln und 30 Radſchaufeln und mit den Winkelgrößen $\alpha = 30^0$, $\beta = 90^0$ hat ſich höchſtens, und zwar bei 0,81 Meter Druckhöhe, 199 Umdrehungen pr. Minute und 372 Liter Aufſchlag pr. Minute der Wirkungsgrad $\eta = 0{,}566$ herausgeſtellt. An einem Rade im Großen, welches zur Bewegung von Pumpen in Paris verwendet wird, wurde der Wirkungsgrad ebenfalls nur 0,53 gefunden. Dieſes Rad hatte einen äußeren Durchmeſſer von 0,97 Meter, eine Höhe von 0,16 Meter, ein Gefälle von 0,91 bis 1,83 Meter und einen Aufſchlag zwiſchen 400 und 85 Liter pr. Secunde. Die Zahl der Radſchaufeln betrug 36, während die Leitſchaufeln ganz fehlten und die Zahl der Umdrehungen pr. Minute war bei der Maximalleiſtung von 117,75 Kilogramme, = 75.

Ausführliche Verſuche mit zwei Fourneyron'ſchen Turbinen ſind

auch noch von Morris in Delaware angestellt worden. (S. Journal of the Franklin Institute. Dec. 1843, auch polytechn. Centralblatt 1844, Heft X.) Das erste der beiden Versuchsräder hatte $4^2/_3$ Fuß äußeren Durchmesser und 8 Zoll Höhe, sein Gefälle betrug circa 6 Fuß und sein Aufschlag im Mittel 1700 Cubikfuß pr. Minute. Der größte Wirkungsgrad von 0,7 stellte sich bei dem größten Schützenzuge von 6 Zoll und bei 52 Umdrehungen oder einer inneren Radgeschwindigkeit $v_1 = 0{,}46\sqrt{2gh}$ heraus. Uebrigens aber variirte für $v_1 = 0{,}5\sqrt{2gh}$ bis $0{,}9\sqrt{2gh}$, η nur zwischen den Grenzen 0,64 bis 0,70. Das zweite Rad hatte 4 Fuß 5 Zoll äußeren Durchmesser, 6 Zoll Höhe, circa $4^1/_2$ Fuß Gefälle und 14 Cubikfuß Aufschlag pr. Secunde. Es ging unter Wasser und gab bei $4^1/_2$ Zoll Schützenzug folgende Leistungen. War $v_1 = 25$ bis 30 Procent von $\sqrt{2gh}$, so ergab sich $\eta = 0{,}63$; war $v_1 = 40$ bis 50 Procent von $\sqrt{2gh}$, so stellte sich $\eta = 0{,}71$ heraus, bei $\frac{v_1}{\sqrt{2gh}} = 0{,}45$ oder $u = 49$, bekam man die Maximalleistung, nämlich $\eta = 0{,}75$, bei $\frac{v_1}{\sqrt{2gh}} = 0{,}5$ bis 0,7, fiel $\eta = 0{,}60$ aus.

Versuche an Turbinen.

Anmerkung. Neuere Versuche mit einer Etagenturbine sind von Morozeau angestellt. Dieselben gaben einen mittleren Wirkungsgrad von 0,6. Siehe polytechn. Centralblatt, Jahrg. 1848, oder Bulletin de Mulhouse, 1846, Nr. 101

§. 201. Die in der neuesten Zeit von Fontaine und Jonval construirten Turbinen weichen insofern von den Fourneyron'schen Turbinen ab, als sich bei ihnen der Leitschaufelapparat nicht neben, sondern über dem Rade befindet, und dadurch das Wasser nicht von innen nach außen, sondern von oben nach unten auf das Rad geführt wird, und nicht am äußeren Umfange, sondern an der Grundfläche aus dem Rade tritt. Bei der Bewegung des Wassers von oben nach unten in den ebenfalls durch krumme Schaufeln gebildeten Kanälen spielt die Centrifugalkraft nur eine untergeordnete Rolle, indem die Schwerkraft an die Stelle derselben tritt. Zwischen der Turbine von Fontaine und der von Jonval findet aber der Unterschied statt, daß bei jener die Oberfläche des Unterwassers unmittelbar unter oder über dem Rade steht, daß dagegen bei dieser das aus dem Rade strömende Wasser eine Wassersäule über der Oberfläche des Unterwassers bildet, die ebenso auf den Gang des Rades ihren Einfluß ausübt, als wenn sie über dem Rade stünde.

Fontaine's Turbine.

Die Einrichtung einer Fontaine'schen Turbine ist aus Fig. 345 (I., II. und III.), auf folgd. Seite, welche dieselbe in einem vertikalen Durchschnitte und im Grundrisse vorstellt, zu ersehen. AA ist das Rad, BB

Prismen der Bölkow, welche dort zur Messung des Brechungsindex von Gläsern und Flüssigkeiten dienen. Dieses ist deshalb nicht unter Bölkow gab, vergl. Fig. 245.

Fig. 245.

Fig. 246.

Fig. 246.

Fig. 246

geſtellt werden kann, und in einer ſtählernen Pfanne im Kopfe F einer feſtſtehenden Säule EF umläuft. Durch eine über dem Auge G eingeſetzte ſtehende Welle H wird die Umdrehung des Rades fortgepflanzt. Um die ſtehende Welle gegen das Waſſer zu ſchützen, wird ſie wie bei einer Fourneyron'ſchen Turbine mit einem Mantel ZZ umgeben. Der Leitſchaufelapparat KK iſt auf die Balken LL aufgeſchraubt und mit ihm iſt auch ein Teller $KMMK$ verbunden, der ein cylindriſches Metalllager MM enthält, durch das, in Gemeinſchaft mit einem höher ſtehenden Lager DD, die Turbinenwelle CD während ihrer Umdrehung in ſicherem Stande erhalten wird. Die Geſtalt einer Leitſchaufel N und einer Radſchaufel O iſt aus III. zu erſehen. Zum Reguliren des Aufſchlages dient ein Schützenapparat, welcher aus ſo vielen einzelnen Schützen $P, P \ldots$ beſteht, als das Rad Leitſchaufeln $N, N \ldots$ hat. Dieſe Schützen ſind mit abgerundeten Holzſtücken bekleidet, und laufen in Nuthen, welche in die cylindriſchen Mäntel des Leitſchaufelapparates eingelaſſen ſind. Die Schützenſtangen $PQ, PQ \ldots$ ſind durch einen eiſernen Ring QQ feſt mit einander verbunden, der durch drei Zugſtangen $QR, QR \ldots$ gehoben oder geſenkt werden kann. Zu dieſem Zwecke werden die Enden $R, R \ldots$ dieſer Stangen ſchraubenförmig zugeſchnitten und Zahnräder $T, T \ldots$ aufgeſetzt, deren Naben Schraubenmuttern bilden und deren Umfänge durch eine Kette ohne Ende mit einander verbunden ſind. Wird nun mit Hülfe einer Kurbel W und vermittelſt eines Räderwerkes UV das eine Rad T in Umdrehung geſetzt, ſo laufen die übrigen Räder gleichmäßig mit um, und es werden dadurch auch alle drei Zugſtangen gleichmäßig angezogen oder niedergelaſſen.

Fontaine'ſche Turbine.

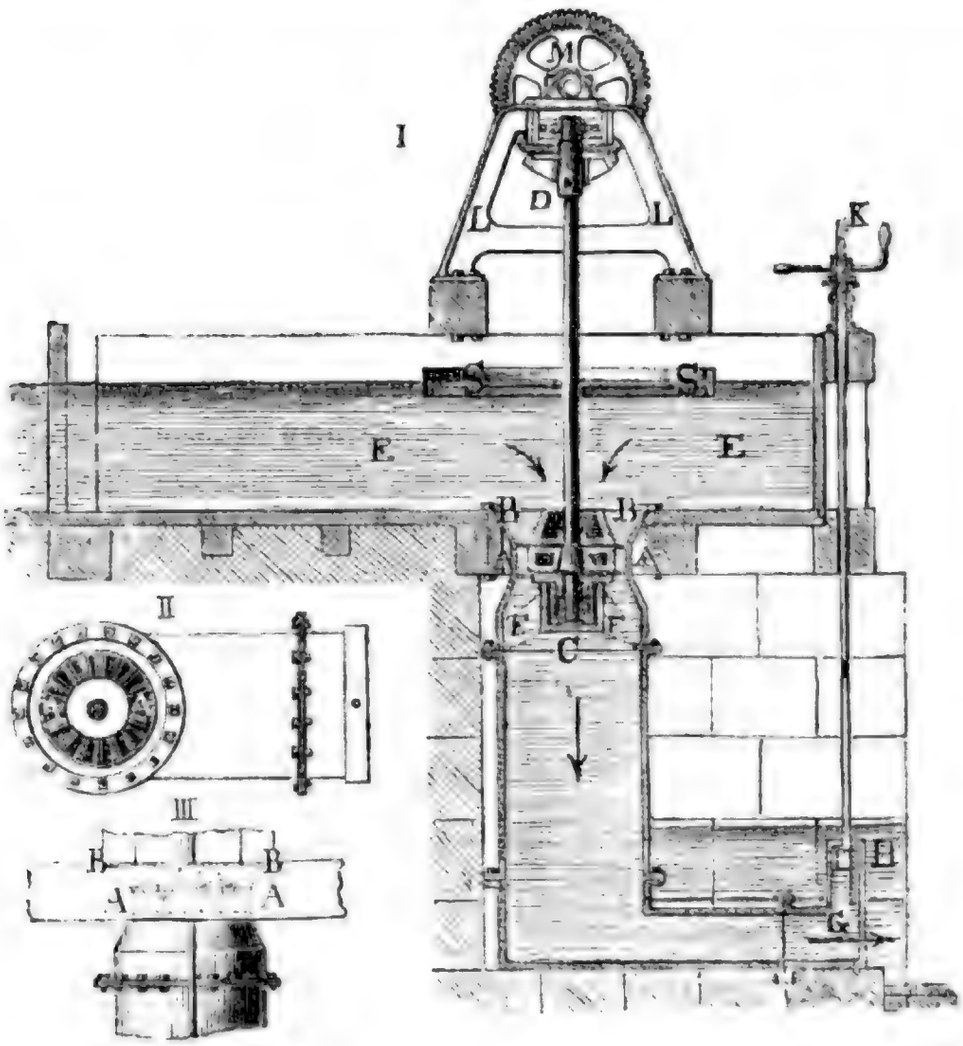
§. 202. Anſichten einer Jonval'ſchen Turbine ſind unter Fig. 346 (auf folgender Seite) enthalten. Man nennt dieſe Turbinen wohl auch doppeltwirkende, weil bei ihnen das Waſſer durch Druck und Zug (Saugen) zugleich wirkt. AA iſt das ebenfalls durch einen Teller mit der ſtehenden Welle CD verbundene Rad, BB der darüberſtehende, in das Aufſchlaggerinne EE coniſch einmündende Leitſchaufelapparat. Das Zapfenlager ruht in einem Gehäuſe C, welches durch die Träger FF unterſtützt und feſtgehalten wird. Die Lage der Leit- und Radſchaufeln, ſo wie ein Theil des Aeußeren von der Röhre, in welcher das Rad eingeſchloſſen iſt, führt II. und III. vor Augen. Um die Oberfläche des Oberwaſſers ruhig zu erhalten, wird ein hölzerner Schwimmer SS aufgelegt, und um den Gang des Rades zu reguliren, wird eine Schütze G in Anwendung gebracht, die ſich durch eine Kurbel und Schraube höher oder tiefer ſtellen läßt. Je nachdem die Schütze höher oder tiefer ſteht, fließt natürlich auch mehr oder weniger Betriebswaſſer in das Unterwaſſer H

Jonval'ſche Turbine.

Jonval's Turbine.

ab, kann alſo auch das Rad mehr oder weniger Arbeit verrichten. Der Ständer LL trägt das Lager für den oberen Zapfen der Welle CD und das Lager einer liegenden Welle, auf welche die Umdrehung des Rades mittels eines coniſchen Räderwerkes M zunächſt übergetragen wird. Bei

Fig. 346.



kleinen Rädern kann das Reſervoir, in welchem das Rad eingeſchloſſen iſt, aus gußeiſernen Röhren zuſammengeſetzt werden, bei großen Rädern hingegen muß man es aus Quadern aufmauern.

Man erſieht aus dem ſo eben Mitgetheilten, daß die Turbinen von Fontaine und von Jonval in den Haupttheilen und in den weſentlichſten Verhältniſſen vollkommen übereinſtimmen, und kann daher auch leicht ermeſſen, daß ſich für beide eine und dieſelbe Theorie entwickeln laſſen müſſe. Bei beiden Rädern ſteht das Oberwaſſer in einer gewiſſen Höhe h_1 über der Eintrittsſtelle in das Rad; was aber das Unterwaſſer anlangt, ſo ſteht deſſen Oberfläche bei der Jonval'ſchen Turbine um eine gewiſſe Höhe h_2 unter dem Rade, während ſie bei der Fontaine'ſchen Turbine bis zum Rade reicht, oder ſogar über dem Rade ſteht. In Beziehung auf das Reguliren des Ganges beider Turbinen muß noch be-

dreht werden, daß die Richtung der Achse auf den Punkt, den man sehen will, gerichtet ist. Dann wird durch Drehung der Schraube die Linse so lange verschoben, bis das Bild des betrachteten Punktes scharf auf der Netzhaut entworfen wird.

Ist nun das Auge kurzsichtig, so wird das Bild vor der Netzhaut, also in einem Punkte entworfen, der näher liegt als die Netzhaut. Es ist also nötig, daß die Linse weiter vom Auge entfernt wird, damit das Bild auf die Netzhaut fällt. Ist das Auge weitsichtig, so muß die Linse dem Auge genähert werden.

Sehr gut ist die Einrichtung, welche der Lehrer E. von der Langenscheidt in Berlin an seinen Fernrohren angebracht hat. Sie besteht darin, daß die Linse, welche das Bild entwirft, in einer Hülse befestigt ist, die sich in einer zweiten Hülse verschieben läßt. Diese zweite Hülse ist mit einer Schraube versehen, die in eine Schraubenmutter eingreift, welche an dem Fernrohr befestigt ist. Wird nun die Schraube gedreht, so wird die Linse verschoben, und zwar um so viel, als die Ganghöhe der Schraube beträgt.

Ist nun jemand fern- oder kurzsichtig, so muß dieser Gelehrte, um sein Fernrohr für sich passend zu machen, nur die Schraube drehen, bis er die Gegenstände deutlich sieht. Dann ist die Linse in der richtigen Entfernung vom Auge, und er kann sich die Stellung der Schraube merken. Ist er nun kurzsichtig, so wird er die Schraube weiter drehen müssen als andere. Ist dagegen das Auge des Beobachters sehr weitsichtig, so muß er die Schraube weniger drehen. Ist er aber ganz normalsichtig, so muß er die Schraube gar nicht drehen. Es ist also nur nötig, daß jeder Beobachter sich die Stellung der Schraube merkt, die er seinem Auge zum Beobachten wünscht, um sie dann immer auf diese Stellung zu drehen.

§ 101. Die Einrichtung des Auges. Die Einrichtung des Auges, dem Fernrohre, wollen wir sagen, mit dem Auge in allgemeinen, physikalischen, optischen Beziehungen gedacht,

Die Dreiecksseite a ist bekanntlich $2R$ mal der Sinus des gegenüberliegenden Winkels α, also $a = 2R \sin \alpha$. Ebenso ist $b = 2R \sin \beta$ und $c = 2R \sin \gamma$.

Sig. 146.

Nennen wir ϱ den Radius des Inkreises, ϱ_a den Radius des Ankreises, welcher a zur Seite hat, ϱ_b den Radius des Ankreises, welcher b zur Seite hat, ϱ_c den Radius des Ankreises, welcher c zur Seite hat, so ist $\varrho = 4R \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}$, $\varrho_a = 4R \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}$, $\varrho_b = 4R \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}$, $\varrho_c = 4R \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\gamma}{2}$.

Ist ϱ gegeben, so ist r eine Bestimmungsgröße, die α, β, γ mit den Bestimmungsgrößen ϱ_a, ϱ_b, ϱ_c gemein hat, r ist ferner die Summe aus den Größen ϱ_a, ϱ_b, ϱ_c und der Größe ϱ, denn es ist $r = \varrho_a + \varrho_b + \varrho_c - \varrho$. Ferner ist ϱ die Summe aus den Größen ϱ_a, ϱ_b, ϱ_c und der Größe r, denn es ist $\varrho = \varrho_a + \varrho_b + \varrho_c - r$.

Ist nun weiter ϱ der Radius des Inkreises, ϱ_a der Radius desjenigen Ankreises, welcher a zur Seite hat, ϱ_b der Radius desjenigen Ankreises, welcher b zur Seite hat, ϱ_c der Radius desjenigen Ankreises, welcher c zur Seite hat, und r die Summe aus ϱ_a, ϱ_b, ϱ_c und ϱ, so ist $\varrho = \frac{\Delta}{s}$, $\varrho_a = \frac{\Delta}{s-a}$, $\varrho_b = \frac{\Delta}{s-b}$, $\varrho_c = \frac{\Delta}{s-c}$, $r = \frac{\Delta}{s} + \frac{\Delta}{s-a} + \frac{\Delta}{s-b} + \frac{\Delta}{s-c}$.

Die in einem Dreiecksumfange $2s$ steckende Fläche ist also

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

Ist Δ durch r in $2s$ Teile zerlegt, so sind die Teile der Fläche Δ nämlich unter sich gleich, und jeder von ihnen ist gleich dem Produkte aus der Hälfte von r in die Hälfte von $2s$, d. h. gleich $\frac{rs}{2}$.

Ist Δ durch ϱ in $2s$ Teile zerlegt, so ist

$$\Delta = \frac{\varrho s}{2} + \frac{\varrho_a (s-a)}{2} + \frac{\varrho_b (s-b)}{2} + \frac{\varrho_c (s-c)}{2}.$$

Wenn man nun weiter, wie wir Weyr es tut, wegen Kürze $\varrho_a + \varrho_b + \varrho_c = \sigma$ setzt, so ist

$$\Delta = \frac{\varrho s + \sigma s}{2} - \frac{\varrho_a a + \varrho_b b + \varrho_c c}{2},$$

woraus, da nach dem bei der ersten Gruppierung Bemerkten

$$\left(\frac{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}} = \frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} = \frac{s}{s-a}\right)$$

$\varrho_a : \varrho_b : \varrho_c = \frac{1}{s-a} : \frac{1}{s-b} : \frac{1}{s-c}$ ist, sich sogar die Gleichung

$$\Delta = \frac{\varrho s + \sigma s}{2} - \frac{\varrho_a a + \varrho_b b + \varrho_c c}{2}$$

und daher die vortheilhafteste Radgeschwindigkeit

Theorie der Fontaine-Jonval'schen Turbine.

$$v = \sqrt{\frac{2g\,(a + h_1 + b - y)}{2\,\frac{sin.\beta\ cos.\alpha}{sin.(\beta-\alpha)} + \xi\left(\frac{sin.\beta}{sin.(\beta-\alpha)}\right)^2 + \varkappa}}.$$

Die Druckhöhe y ist in dem Falle, wenn die Turbine in freier Luft umgeht, der den Atmosphärendruck messenden Höhe a gleich, in dem Falle aber, wenn sie unter Wasser geht, $= a + h_2$, wo h_2 die Höhe des Unterwasserspiegels über der Grundfläche bezeichnet, und endlich in dem Falle, wenn sie über Wasser geht, wie bei der Jonval'schen Turbine, $= a - h_2 + z$, wo h_2 die Tiefe des Unterwasserspiegels unter der Grundfläche des Rades und z die Geschwindigkeitshöhe des durch die Schütze aus dem Reservoir in das Unterwasser strömenden Betriebswassers ist. Das Totalgefälle ist bei dem Gange des Rades in freier Luft: $h = h_1 + b$, beim Gange unter Wasser: $h = h_1 + b - h_2$, und beim Gange über Wasser: $h = h_1 + b + h_2$, daher hat man denn für die ersten beiden Fälle

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{2\,\frac{sin.\beta\ cos.\alpha}{sin.(\beta-\alpha)} + \xi\left(\frac{sin.\alpha}{sin.(\beta-\alpha)}\right)^2 + \varkappa}}$$

und für den letzten

$$v = \sqrt{\frac{2g\,(h-z)}{2\,\frac{sin.\beta\ sin.\alpha}{sin.(\beta-\alpha)} + \xi\left(\frac{sin.\beta}{sin.(\beta-\alpha)}\right)^2 + \varkappa}};$$

und es läßt sich auch, wenn die Mündung G, durch welche das Gefäß mit dem Unterwasser communicirt, sehr groß ist, also das Wasser sehr langsam abfließt, $z = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{G}\right)^2 = 0$ setzen.

§. 204. Aus der Geschwindigkeit $v = c_2$ läßt sich auch die absolute Eintrittsgeschwindigkeit

$$c = \frac{v\,sin.\beta}{sin.(\beta-\alpha)}$$ und die Druckhöhe

$$x = a + h_1 - (1+\xi)\,\frac{c^2}{2g} = a + h_1 - (1+\xi)\,\frac{v^2\,sin.\beta^2}{2g\,sin.(\beta-\alpha)^2}$$

berechnen. Ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse ist aber

$$x = a + h_1 - \frac{h\,sin.\beta}{2\,cos.\alpha\,sin.(\beta-\alpha)},$$

und läßt man den Atmosphärendruck unbeachtet,

$$x = h_1 - \frac{h\,sin\,\beta}{2\,cos.\alpha\,sin.(\beta-\alpha)}.$$

Theorie der Fontaine-Jonval'schen Turbine.

Es fällt $x = 0$, oder vielmehr dem äußeren Luftdrucke gleich aus, wenn $h_1 = \frac{h \sin.\beta}{2 \cos.\alpha \sin.(\beta - \alpha)}$ ist. Der durch den unvollkommenen Anschluß herbeigeführte Wasserverlust hängt von der Differenz zwischen dem inneren Drucke (x) und dem äußeren Drucke an der Uebergangsstelle ab, und ist bei der Fontaine'schen Turbine anders, als bei der Jonval'schen Turbine. Damit das Wasser in zusammenhängenden Strömen zufließe, darf x nie gleich Null, muß also $a + h_1 > \frac{h \sin.\beta}{2 \cos.\alpha \sin.(\beta - \alpha)}$ sein; damit sich ferner das Wasser nicht von der Grundfläche des Rades trenne, darf auch y nicht = Null, muß also $a - h_2 + z > 0$, d. i. $h_2 < a + z$, oder $h_2 < a + \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{G}\right)^2$, also bei einem großen Inhalte der Ausflußöffnung G, $h_2 < a$ sein. Es darf also hiernach die Höhe des Rades über der Oberfläche des Unterwassers nie die Wasserbarometerhöhe $a = 32{,}84$ Fuß erreichen.

Wenn bei der Jonval'schen Turbine das Reservoir hoch und eng ist, so daß sich das Betriebswasser mit einer nicht unbedeutenden Geschwindigkeit in demselben bewegt, so hat man noch einige Verluste in diesem Reservoir zu berücksichtigen, wie z. B. die Wasserreibung, den Krümmungswiderstand, den Stoß bei der plötzlichen Geschwindigkeitsveränderung u. s. w. Es ist aber rathsam, um alle diese Verluste möglichst unschädlich zu machen, dem Reservoir mehr Weite zu ertheilen, als das Rad im Durchmesser mißt.

Leistung der Fontaine-Jonval'schen Turbinen.

§. 205. Die Leistung einer Fontaine-Jonval'schen Turbine läßt sich übrigens fast ganz wie die einer Fourneyron'schen Turbine und zwar dadurch ermitteln, daß wir von der Totalleistung $Qh\gamma$ die den Nebenhindernissen entsprechenden mechanischen Arbeiten in Abzug bringen. Zunächst ist der Verlust in dem Leitschaufelapparate $L_1 = \xi \cdot \frac{c^2}{2g} Q\gamma$, und dann der in den Radkanälen $L_2 = \varkappa \cdot \frac{c_2^2}{2g} Q\gamma$, ferner der Verlust, welcher der lebendigen Kraft des Wassers bei seinem Austritte aus dem Rade entspricht, $= \frac{w^2}{2g} Q\gamma = \frac{\left(2v \sin.\frac{\delta}{2}\right)^2}{2g} Q\gamma$. Bei der Jonval'schen Turbine kommt hierzu noch der Arbeitsverlust, welcher der Erzeugung der Austrittsgeschwindigkeit w_1 durch den Schieber entspricht und

$$= \frac{w_1^2}{2g} Q\gamma = \frac{1}{2g} \cdot \frac{Q^3}{G^2} \gamma$$

zu setzen ist. Hiernach können wir also die ganze Radleistung

Leistung der Fontaine-Jonval'schen Turbinen.

$$L = \left(h - (\xi\, c^2 + \varkappa\, c_2{}^2 + w^2 + w_1{}^2) \cdot \frac{1}{2g}\right) Q\gamma$$

setzen, und nun auch leicht ermessen, daß dieser Verlust um so größer ausfällt, je größer der Austrittswinkel δ und je größer die Abflußgeschwindigkeit w_1, oder je kleiner die Austritts- oder Schützenmündung G ist. Bei völlig geöffneter Schütze und weitem Reservoir ist $w_1 = 0$ zu setzen. Man ersieht hieraus, daß auch bei der Turbine von Jonval der Wirkungsgrad um so mehr abnimmt, je kleiner das Aufschlagquantum oder je tiefer die Schützenstellung ist. Was die Fontaine'sche Turbine anlangt, so finden bei ihr in Beziehung auf die Schützenstellung dieselben Verhältnisse statt wie bei der Fourneyron'schen Turbine, denn es wird auch hier durch das Niederlassen der Schütze ein stoßweiser Eintritt des Wassers in das Rad und dadurch auch eine Kraftödtung herbeigeführt.

Aus Allem ist zu entnehmen, daß die Wirkungsgrade dieser Turbinen von Fontaine und Jonval nicht ansehnlich größer oder kleiner ausfallen können, als die der Fourneyron'schen Turbinen unter übrigens gleichen Umständen, was auch durch die weiter unten angeführten Versuche vollkommen bestätigt wird. Nach den Versuchen des Verfassers ist auch hier $\xi = \varkappa = 0{,}075$ zu nehmen.

§. 206. Wir haben nun noch die Hauptregeln zur Anordnung und Construction der Fontaine-Jonval'schen Turbinen anzugeben. Zuerst nimmt man die Radschaufelwinkel β und δ willkürlich an, den letzten möglichst klein, nämlich 15^0 bis 20^0, den ersteren aber etwa 100^0 bis 120^0. Aus β und δ folgt sogleich der Leitschaufelwinkel α, indem man wegen Verhinderung eines stoßweisen Eintrittes setzt, $c_1 \sin.\beta = c_2 \sin.\delta = v \sin.\delta$

Anordnung der Fontaine-Jonval'schen Turbinen.

und $\frac{c_1}{v} = \frac{\sin.\alpha}{\sin.(\beta - \alpha)}$, also durch Combination $\frac{\sin.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)} = \frac{\sin.\delta}{\sin.\beta}$;

es folgt nämlich hiernach $\frac{\sin.(\beta-\alpha)}{\sin.\alpha\ \sin.\beta} = \frac{1}{\sin.\delta}$ oder

$$1)\quad \mathit{cotg}.\alpha = \mathit{cotg}.\beta + \frac{1}{\sin.\delta}.$$

Aus den Winkeln α und β ergiebt sich nun die Radgeschwindigkeit

$$2)\quad v = \sqrt{\frac{2gh}{2\,\frac{\sin.\beta\ \cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)} + \zeta\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.(\alpha-\beta)}\right)^2 + \varkappa}}$$

und die Eintrittsgeschwindigkeit

$$3)\quad c = \frac{v \sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)}.$$

Anordnung der Fontaine-Jonval'ſchen Turbinen.

Hieraus ergeben ſich ferner die Querſchnitte

$$4)\ F = \frac{Q}{c} \text{ und}$$

$$5)\ F_2 = \frac{Q}{v}.$$

Die Radweite oder Schaufellänge e, in radialer Richtung gemeſſen, läßt man in einem ſchicklichen Verhältniſſe $\nu = \frac{e}{r}$ zum mittleren Radhalbmeſſer r ſtehen. Bei kleinen Turbinen kann man $\nu = 0{,}4$, bei großen aber $\nu = 0{,}2$ nehmen. Ebenſo iſt für das Verhältniß $\lambda = \frac{e}{d}$ der Schaufellänge oder der Länge der Ausmündungen zur Weite d derſelben ein beſtimmter Werth $= 2$ bis 4 zu ſetzen; iſt daher n die Anzahl der Radſchaufeln und s die Stärke der Schaufeln, ſo hat man nicht nur

$$F_2 = 2\pi r e \sin.\delta - n s e = \frac{2\pi e^2}{\nu} \sin.\delta - n s e,$$ ſondern auch

$$F_2 = n d e = \frac{n e^2}{\lambda},$$ und daher

$$F_2 = \frac{2\pi e^2}{\nu} \sin.\delta - \frac{\lambda F_2 s}{e},$$ woraus nun die Schaufellänge

$$6)\ e = \sqrt{\frac{\nu F_2}{2\pi \sin.\delta}} \left(1 + \lambda s \sqrt{\frac{\pi \sin.\delta}{2\nu F_2}}\right)$$

folgt, und ſich weiter die Mündungsweite

$$7)\ d = \frac{e}{\lambda},$$ der mittlere Radhalbmeſſer

$$8)\ r = \frac{e}{\nu}$$ und die Anzahl der Radſchaufeln

$$9)\ n = \frac{F_2}{d e} = \frac{\lambda F_2}{e^2}$$ ergiebt.

Die Anzahl n_1 der Leitſchaufeln nimmt man gleich oder höchſtens um ein Viertel kleiner als die der Radſchaufeln, und die Radhöhe b macht man ohngefähr der Radweite oder Schaufellänge gleich.

Schaufelconſtruction.

§. 207. Die Schaufeln bilden windſchiefe Flächen, deren Erzeugungslinie auf der einen Seite rechtwinkelig durch die Radaxe und auf der anderen Seite durch eine Leitlinie geht, die man ſich auf einen mit dem mittleren Radhalbmeſſer r beſchriebenen Cylindermantel verzeichnet denken kann. Da nun durch Abwickelung eines Cylindermantels auf eine Ebene ein Rechteck entſteht, ſo kann man Linien in dieſes verzeichnen, die beim Wiederaufwickeln des Rechteckes auf den Cylinder als Leitlinien für die Schaufelflächen dienen können. Dieſe abgewickelten Leitlinien laſſen ſich

aber am Gelenk A ein gleiches Moment $\mathfrak{M}_A$ hinzukommen. In diesem Falle ist, wenn $\mathfrak{M}_A$ positiv gerechnet wird, wenn es also die Tangente AB drehen will, in der Richtung AA_1 (Fig. 30),

$$\mathfrak{M}_A = \frac{\mathfrak{M}_A}{\sin \alpha}$$

Ferner, wenn $\mathfrak{M}_A = \frac{\mathfrak{M}_A}{\sin \alpha}$ ist, so ist $\mathfrak{M}_A = \mathfrak{M}_A$, also auch $\mathfrak{M}_A = \mathfrak{M}_A$, d. h. auch der Tangentenwinkel

$$\mathfrak{N}\mathfrak{A}\mathfrak{A}_1 = \mathfrak{M}_A \mathfrak{M}_A = \alpha$$

Es ist also $\mathfrak{M}_A = \mathfrak{M}_A$, wenn $\mathfrak{M}_A$ und $\mathfrak{M}_A$ in gleicher Richtung wirken, und $\mathfrak{M}_A = \mathfrak{M}_A$, wenn $\mathfrak{M}_A$ und $\mathfrak{M}_A$ entgegengesetzt wirken.

Ebenso AD um eine in bez. die Tangente AB um einen beliebigen anderen Winkel α gegen AB geneigte Richtung AA_1 drehen, so ist $\mathfrak{M}_A = \mathfrak{M}_A$, wenn $\mathfrak{M}_A$ und $\mathfrak{M}_A$ in gleicher Richtung wirken, und $\mathfrak{M}_A = \mathfrak{M}_A$, wenn $\mathfrak{M}_A$ und $\mathfrak{M}_A$ entgegengesetzt wirken.

Ferner AB, AC, AD, A_1 u. s. w. sind wie die ungeraden Zahlen die Richtungen, welche die Tangente AB annehmen kann, wenn sie in ihrem Lage, aber um die Winkel α die Richtungen AA_1, AA_2, AA_3 u. s. w. annehmen kann.

Ferner AB, AC, AD, A_1 u. s. w. sind wie die ungeraden Zahlen die Richtungen, welche die Tangente AB annehmen kann, wenn sie in ihrer

Schaufel-conſtruction.

$$2)\ v = \sqrt{\frac{2gh}{2\frac{\sin.\beta\ \cos.\alpha}{\sin.(\beta-\alpha)} + \zeta\left(\frac{\sin.\beta}{\sin.\beta-\alpha}\right)^2 + \varkappa}}$$

$$= \frac{7{,}906\sqrt{12}}{\sqrt{\frac{2\sin.110^\circ\cos.16^\circ}{\sin.94} + 0{,}075\left[1+\left(\frac{\sin.110^\circ}{\sin.94^\circ}\right)^2\right]}}$$

$$= \frac{7{,}906\sqrt{12}}{\sqrt{1{,}8110+0{,}1416}} = \frac{7{,}906\sqrt{12}}{\sqrt{1{,}9626}} = 19{,}55 \text{ Fuß},$$

und hieraus wieder die entſprechende Eintrittsgeſchwindigkeit des Waſſers:

$$3)\ c = \frac{v\sin.\beta}{\sin.(\beta-\alpha)} = \frac{19{,}55\sin.110^\circ}{\sin.94^\circ} = 18{,}415 \text{ Fuß}.$$

Aus dieſen Geſchwindigkeiten berechnen ſich die Querſchnitte der Ausmündungen

$$4)\ F = \frac{Q}{c} = \frac{8}{18{,}415} = 0{,}4344 \text{ Quadratfuß und}$$

$$5)\ F_2 = \frac{Q}{v} = \frac{8}{19.55} = 0\,4092 \text{ Quadratfuß}.$$

Nimmt man nun das Verhältniß $\nu = \frac{e}{r} = 0{,}3$ und das Dimenſionsverhältniß $\lambda = \frac{e}{d} = 3{,}5$, und ſetzt man die Schaufelſtärke $s = 0{,}02$ Fuß, ſo erhält man die nöthige Radweite oder Schaufellänge

$$6)\ e = \sqrt{\frac{\nu F_2}{2\pi\sin.\delta}}\left(1+\lambda s\sqrt{\frac{\pi\sin.\delta}{2\nu F_2}}\right) = 0{,}2748\ .\ 1{,}1274$$
$$= 0{,}310 \text{ Fuß},$$

ferner die Mündungsweite

$$7)\ d = \frac{e}{\lambda} = \frac{0{,}310}{35} = 0{,}08855 \text{ Fuß},$$

den mittleren Radhalbmeſſer

$$8)\ r = \frac{e}{\nu} = \frac{0{,}310}{0{,}3} = 1{,}033 \text{ Fuß},$$

und die Radſchaufelanzahl

$$9)\ n = \frac{F_2}{de} = \frac{0{,}4092}{0{,}305\ .\ 0{,}08855} = \frac{40{,}92}{2{,}7} = 15{,}1\ \ldots,$$

wofür 16 anzunehmen ſein möchte. Die Anzahl der Leitſchaufeln kann eben ſo groß ſein. Die Höhe des Rades iſt $b = e = 0{,}310$ Fuß und die Weite des Saugrohres iſt nur wenige Zoll über $2r = 2{,}066$ Fuß, etwa $= 2{,}25$ Fuß zu machen.

Die abſolute Geſchwindigkeit des aus dem Rade tretenden Waſſers iſt

$$w = 2v\sin.\frac{\delta}{2} = 2\ .\ 19{,}55\ \sin.7\tfrac{1}{2}^\circ = 5{,}104 \text{ Fuß},$$

und die Geſchwindigkeit des Waſſers in der Saugröhre, da der Querſchnitt derſelben $= \frac{2{,}25^2\ .\ \pi}{4} = 3{,}976$ Quadratfuß beträgt,

$$w_1 = \frac{Q}{3{,}976} = \frac{8}{3{,}976} = 2{,}012 \text{ Fuß}.$$

Es ist folglich die zu erwartende effective Radleistung

Schaufelconstruction.

$$L = \left(h - [\zeta(c^2 + v^2) + w^2 + w_1{}^2] \cdot \frac{1}{2g}\right) Q\gamma$$

$$= (12 - 0{,}016 \cdot [0{,}075\,(18{,}415^2 + 19{,}55^2) + 5{,}104^2 + 2{,}012^2])\,8 \cdot 66$$

$$= (12 - 0{,}016\,[0{,}075\,(339 + 382) + 26{,}05 + 4{,}05])\cdot 528$$

$$= [12 - 0{,}016\,(54{,}10 + 30{,}10)] \cdot 528 = (12 - 1{,}347) \cdot 528$$

$$= 5625 \text{ Fußpfund.}$$

Durch die Zapfenreibung und durch die hydraulischen Hindernisse im Saugrohre kann diese Leistung bis auf 5100 Fußpfund = 10 Pferdekräfte herabgezogen werden. Der entsprechende Wirkungsgrad ist

$$\eta = \frac{5100}{8 \cdot 12 \cdot 66} = \frac{5100}{6336} = 0{,}80.$$

Wenn bei einem kleineren Aufschlag die Schütze oder Klappe im Saugrohr gestellt wird, so fällt natürlich diese Leistung noch kleiner aus.

§. 208. Ueber die Leistungen der Turbinen von Fontaine und von Jonval sind in der neuesten Zeit sehr zuverlässige Versuche angestellt worden. (S. Comptes rendus de l'Académie des Sciences à Paris, Bd. XXII. u. XXIII., 1846, oder polytechn. Centralblatt, Bd. VIII., 1846.) Versuche mit der Fontaine'schen Turbine sind aber auch schon früher von den Civilingenieurs Alcan und Grouvelle zur Ausführung gekommen. (S. Bulletin de la Société d'encouragement, Bd. XLIV. oder polytechn. Centralblatt, Bd. VI.) Diese Versuche führen darauf, daß auch bei den Fontaine'schen Turbinen (wie bei den Fourneyron'schen) der größte Wirkungsgrad bei dem höchsten Schützenstande eintrittt, und daß die Leistung bei veränderter Druckhöhe weniger abnimmt, als bei verändertem Aufschlagsquantum. Die Turbine zu Vadeney bei Chalons sur Marne, deren Leistung von Alcan und Grouvelle ermittelt wurde, hatte 1,6 Meter äußeren Durchmesser und 0,12 Meter Höhe, ihr Gefälle betrug circa 1,7 Meter, ihr Aufschlagsquantum 420 Liter und ihre Nutzleistung circa 8 Pferdekräfte. Als Hauptresultat dieser Versuche hat sich aber herausgestellt, daß bei einer Umdrehungszahl u von 30 bis 50 der mittlere Wirkungsgrad 0,67 war. Eine Fourneyron'sche allerdings schon mehrere Jahre im Gange befindliche Turbine gab fast unter denselben Verhältnissen, η nur = 0,60. Morin stellte seine Versuche an einer in der Pulvermühle zu Bouchet befindlichen Turbine an. Das Versuchsrad hatte 1,2 Meter mittleren Durchmesser und 0,25 Meter Weite, es war mit 24 Leit- und 58 Radschaufeln ausgerüstet, und hatte circa $1\frac{1}{2}$ Meter Gefälle bei 0,25 Cubikmeter Aufschlag. Es wurden an demselben Versuche bei 2, 3 und 4 Centimeter Schützenzug angestellt, und folgende Hauptresultate erlangt.

Versuche an der Fontaine'schen Turbine.

War die Schütze ganz aufgezogen und die Zahl der Umdrehungen pro Minute = 45, so fiel der Wirkungsgrad am größten, und zwar 0,69 bis 0,70 aus, bei niedrigeren Schützenstellungen aber, wo der Aufschlag um $\frac{1}{4}$

Versuche an der Fontaine'schen Turbine.

kleiner ausfiel, ergab sich η noch 0,57. Der Wirkungsgrad veränderte sich mit der Geschwindigkeit des Rades nur wenig; denn bei 35 Umdrehungen war er noch 0,64 und bei 55 noch 0,66. Es hat sich überhaupt, und namentlich auch noch bei einigen, mit 1 Meter Gefälle angestellten Versuchen ergeben, daß die Abweichung von der vortheilhaftesten Geschwindigkeit $\frac{1}{4}$ derselben betragen kann, ohne daß der Wirkungsgrad über 4 bis 6 Procent kleiner wird. Ueberdies ergab sich, daß die größte Kraft, bei welcher das Rad anfing, unregelmäßig zu gehen, beinahe $1\frac{1}{2}$ mal so groß war, als die bei der Maximalleistung ausgeübte Kraft. Bei den Versuchen ging das Rad wenige Centimeter unter Wasser. Aus diesen Resultaten läßt sich entnehmen, daß die Turbine von Fontaine den vorzüglichen hydraulischen Kraftmaschinen beizuzählen ist. Ein besonderer Vorzug dieses Rades besteht überdies noch darin, daß dessen Zapfen ganz außerhalb des Wassers steht. Derselbe Zweck wird aber auch durch die graissage atmosphérique von Decker und Laurent erreicht, wo der untere Theil der Turbinenwelle mit einer Taucherglocke, die mit der Welle umläuft, umgeben ist. Die von dieser Glocke umschlossene Luft schützt hier den Zapfen gegen den Zutritt des Wassers und wird durch eine kleine Luftpumpe immer in der nöthigen Spannung erhalten.

Versuche an der Jonval'schen Turbine.

§. 209. Die Versuche über die Leistungen der Jonval'schen Turbinen sind nicht minder günstig ausgefallen, als die der Fontaine'schen Turbinen. Die Patentinhaber der Jonval'schen Turbine, Andrée Köchlin u. Comp. haben die Ergebnisse der Versuche an zwei Rädern aus ihrer Werkstatt im Bulletin de la Société industr. de Mulhouse, 1845 (s. Dingler's polytechn. Journal, Bd. 94., 1844) bekannt gemacht; wir theilen hiervon jedoch nur Folgendes mit. Eine Turbine von 0,95 Meter Durchmesser, 0,20 Meter Höhe, welche sich 0,80 Meter unter dem Spiegel des Oberwassers befand, übrigens aber ein Gefälle von 1,7 Meter und einen Aufschlag von 550 Liter pro Secunde benutzte, gab bei 73 bis 95 Umdrehungen pro Minute 0,75 bis 0,90 Wirkungsgrad. Mit Recht hält Morin diese Werthe für zu groß, und glaubt an denselben weger einer unrichtigen Bestimmung der Aufschlagmengen Correctionen anbringen zu müssen, welche dieselben auf 0,63 bis 0,71 zurückführen.

Morin selbst machte aber Versuche an einer Turbine von 0,810 Meter äußerem Durchmesser, 0,120 Meter innerer Weite und 18 Schaufeln, welche bei 1,7 Meter Gefälle mit 200 bis 300 Liter Aufschlag pro Secunde arbeitete. Im Ganzen gelangt Morin zu folgenden Resultaten: im Normalzustande, bei ungehindertem Ein- und Austritte des Wassers, war die Umdrehungszahl des Rades pro Minute circa 90 und der Wirkungsgrad 0,72. Wurden Verengungsstücke auf das Rad aufgesetzt, so

fiel der Wirkungsgrad nur dann viel kleiner (0,63) aus, wenn dieselben den Querschnitt der Eintrittsmündungen in das Rad bedeutend verengten. Der Wirkungsgrad veränderte sich nicht ansehnlich, wenn die Geschwindigkeit um $\frac{1}{4}$ größer oder kleiner war, als bei dem Normalumgange des Rades. Durch das Tieferstellen der Schütze wurde der Wirkungsgrad ansehnlich kleiner, woraus folgt, daß dieselbe ein sehr unvollkommener Regulator des Rades ist. Wurde z. B. durch die Schütze der Querschnitt des abfließenden Wassers auf 0,4 des Werthes beim Normalzustande zurückgeführt, so ergab sich η höchstens $= 0{,}625$.

Versuche an der Jonval'schen Turbine.

Auch Herr Redtenbacher theilt einige Versuche an einer Jonval'schen Turbine mit, und findet den höchsten Wirkungsgrad bei völlig geöffneter Schütze und ohne Bedeckung des Rades durch Blechsectoren $= 0{,}62$. Auch hat er wie bei den Fourneyron'schen Turbinen gefunden, daß das Rad leer ungefähr zweimal so viel Umdrehungen macht, als im Normalzustande, bei Verrichtung der Maximalleistung.

§. 210. Ausgedehnte Versuche über die Wirkung dreier Köchlin-Jonval'schen Turbinen, sind von den Herren Hülsse, Bornemann und Brückmann in Vereinigung mit dem Verfasser in der Fischer'schen Papierfabrik zu Bautzen angestellt und von Herrn Brückmann im polytechn. Centralblatte, 1849, Lieferung Nr. 17 beschrieben worden.

Das größere dieser Räder hatte einen äußeren Durchmesser von 1,4 Meter, und eine Radweite von $\frac{1}{6} \cdot 1{,}4 = 0{,}233$ Meter; sein Kranz lag ungefähr 2,3 Meter unter dem Oberwasserspiegel, während das ganze Gefälle im Mittel 4,28 Meter betrug. Die Anzahl der Radschaufeln war 18, und die der Leitschaufeln 24. Die Versuche mit einem unmittelbar auf die Turbinenwelle aufgesetzten Bremsdynamometer gaben bei dem Aufschlag von 0,672 Cubikmeter pro Secunde und bei 80 bis 100 Umdrehungen pro Minute eine Leistung von circa 2115 Meter Kilogrammmeter, welche dem Wirkungsgrade 0,745 entspricht. Da die Reibung des 850 Kilogramm schweren Rades auf des Basis des 8,98 Centimeter starken Zapfens noch 234 Meter-Kilogramm Arbeit verzehrte, so ist die Leistung des Wassers im Rade 2349 Meter-Kilogramm, während das Arbeitsvermögen des Wassers $672 \cdot 4{,}28 = 2876$ Meter-Kilogramm betrug, und daher der hydraulische Wirkungsgrad des Rades $\eta = \frac{2349}{2876} = 81{,}5$.

Das mittlere Rad hatte 0,963 Meter äußeren und $\frac{2}{3} \cdot 0{,}963 = 0{,}642$ Meter inneren Durchmesser, und seine Schaufelzahl betrug 18, dagegen die des Leitschaufelapparates 20. Die dynamometrischen Versuche an diesem Rade gaben bei einem Gefälle von 4,42 Meter, einem Aufschlag von 0,370 Cubikmeter pro Secunde, und bei einer Umdrehungszahl von 115

bis 145 eine effective Leiſtung von 1289 Meter-Kilogramm, und hiernach einen Wirkungsgrad von $\frac{1289}{1635} = 0{,}8$, der jedoch nach Abzug der Reibung des 493 Kilogramm ſchweren Rades auf der 7,62 Centimeter breiten Zapfenbaſis auf 0,82 ſteigt.

Das kleine Rad hatte endlich 0,612 äußeren und 0,393 inneren Durchmeſſer, und ſeine Schaufelanzahl betrug wie die des Zuleitungsapparates nur 12. Es lag daſſelbe nur 1,4 Meter unter dem Oberwaſſerſpiegel, während das ganze Gefälle 4,513 Meter maß. Bei 0,197 Cubikmeter Aufſchlag pro Secunde und einer Umdrehungszahl von 180 bis 220 pro Minute gab dieſes Rad noch den Wirkungsgrad 0,70, der nach Abzug der Reibung das 229 Kilogramm ſchweren Rades an der Baſis ſeines 6,35 Centimeter dicken Zapfens auf 0,715 ſich ſteigert.

Nicht minder günſtig ſind die Ergebniſſe der dynamometriſchen Verſuche ausgefallen, welche Herr Brückmann an einer Köchlin-Jonval'ſchen Turbine in der Spinnerei des Herrn Matauſch zu Franzesthal in Böhmen angeſtellt, und welche derſelbe ebenfalls im polytechn. Centralblatt, und zwar im Jahrgang 1849, Lieferung 22 veröffentlicht hat. Dieſe Maſchine iſt, wie auch die vorigen aus der Fabrik von Eſcher, Wyß und Comp. in Zürich hervorgegangen. Das Rad hatte 20 Schaufeln, einen äußeren Durchmeſſer von 4 Fuß $6\frac{1}{2}$ Zoll engl., und einen Schaufelkranz von 9 Zoll Höhe und $9\frac{1}{4}$ Zoll Breite. Der ſich nach oben etwas erweiternde Leitſchaufelapparat hatte nur 15 Schaufeln und ſeine Höhe betrug ebenfalls 9 Zoll. Die Kranzfläche des Rades lag 1,4 Meter unter dem Oberwaſſerſpiegel, das ganze Gefälle betrug 3 bis 3,1 Meter und der Aufſchlag 0,966 bis 1,22 Cubikmeter pro Secunde. Statt einer Regulirungsklappe war eine bei den Verſuchen ſtets offene Perſpectivſchütze am Fuße der Saugröhre angebracht, außerdem waren auch noch Deckel vorhanden, wodurch mehrere Einmündungen des Leitſchaufelapparates ſich zuſchließen ließen. Die Verſuche des Herrn Brückmann haben auf Folgendes geführt. Bei völlig geöffnetem Leitſchaufelapparat und 81 bis 91 Umdrehungen des Rades pro Minute, war die Leiſtung dieſer Turbine 38 Pferdekräfte, welchen der Wirkungsgrad 0,78 entſprach; waren aber drei von den 15 Leitſchaufelkanälen bedeckt, ſo ſank der Wirkungsgrad auf 0,75 und waren fünf dieſer Kanäle bedeckt, ſo fiel der Wirkungsgrad gar auf 0,65.

Vergleichung der Turbinen unter einander.

§. 211. Vergleichen wir die Fontaine-Jonval'ſchen Turbinen mit den Fourneyron'ſchen Turbinen, ſo finden wir allerdings, daß ſie in einigen Beziehungen den letzteren vorzuziehen ſind, in anderen Beziehungen aber denſelben nachſtehen. Zunächſt hat eine Turbine von Fontaine u. ſ. w. den Vorzug vor einer Fourneyron'ſchen Turbine, daß bei ihr

das Waſſer bei ſeinem Eintritte in den Leitſchaufelapparat von ſeiner anfänglichen Bewegung nicht ſo viel abgelenkt wird, als bei einer Fourneyron'ſchen Turbine; daß daher auch, wenn die Eintrittsgeſchwindigkeit eine und dieſelbe iſt, bei jener Turbine ein kleinerer Eintrittswiderſtand ſtattfindet, als bei dieſer Turbine; oder daß bei jenem Rade eine größere Eintrittsgeſchwindigkeit angewendet werden kann, als bei dieſem, und alſo auch jenes Rad kleiner gemacht werden kann, als dieſes. Dann beſitzt dieſe Turbine auch noch den Vorzug, daß ihre Leitſchaufeln das Waſſer mehr in parallelen Fäden einführen, als bei den Fourneyron'ſchen Turbinen, wo eine Divergenz der in das Rad eintretenden Strahlen unvermeidlich iſt. Vergleichung der Turbinen unter einander.

Auf der anderen Seite bieten aber auch die alten oder Fourneyron'ſchen Turbinen ihre Vorzüge dar. Erſtens beſteht ihr Zapfendruck faſt nur in dem Gewichte des armirten Rades, während er bei den neueren Turbinen außerdem noch aus einem Waſſerdrucke beſteht, der mit der Umdrehungskraft wächſt. Es iſt alſo hier unter übrigens gleichen Umſtänden eine größere Zapfenreibung zu erwarten, als dort. Zweitens, bei den Fourneyron'ſchen Turbinen bewegen ſich die Waſſertheilchen neben einander mit gleicher Umdrehungsgeſchwindigkeit, bei den Fontaine-Jonval'ſchen Turbinen hingegen haben die neben einander niederfließenden Waſſerelemente ſehr ungleiche Umlaufsgeſchwindigkeiten, die äußeren größere und die inneren kleinere. Es erwächſt aber hieraus bei dieſen Rädern ein, wenn auch nur kleiner Stoß beim Eintritte des Waſſers in das Rad, eine größere Reibung des Waſſers in den Radkanälen und vorzüglich noch eine gewiſſe Unregelmäßigkeit in der Bewegung des durch das Rad ſtrömenden Waſſers, indem die Centrifugalkraft daſſelbe nach außen treibt. Endlich beſteht ein Vorzug der älteren Turbinen noch in der leichteren Herſtellung des Leit- und Radſchaufelapparates.

Anmerkung 1. Sehr geeignet ſind noch die Fontaine'ſchen Turbinen zur Benutzung der Ebbe- und Fluthkraft. Stellt man ein ſolches Rad in einen in das Meer ausmündenden Kanal und ſperrt man durch zwei Schutzbretter auf der einen Seite den unteren und auf der anderen Seite den oberen Theil des Rades ab, ſo iſt das auf der einen Seite höher ſtehende Waſſer gezwungen, durch das Rad hindurchzugehen und daſſelbe in Umdrehung zu ſetzen. Bei dem Umſetzen aus der Fluth in Ebbe, oder umgekehrt, aus der Ebbe in Fluth, iſt natürlich die Schützenſtellung umzukehren.

Anmerkung 2. Zu den Vorzügen der Jonval'ſchen Turbinen rechnet man noch den Umſtand, daß man dieſelben beliebig (natürlich noch nicht 32,84 Fuß) über das Unterwaſſer ſtellen kann, ohne einen namhaften Verluſt an Wirkung zu verlieren, daß ſie daher auch leicht einer Reviſion und Reparatur zu unterziehen ſind, und ihnen durch eine Veränderung des Unterwaſſerſtandes kein Verluſt erwächſt. Wie aus den Verſuchen Morozeau's (ſ. die am Ende citirte Abhandlung), zugleich aber auch aus der obigen Theorie und aus beſonderen theoretiſchen Unterſuchungen Morin's folgt, darf jedoch die Höhe der Turbine

über dem Unterwasser eine gewisse Grenze nicht überschreiten, weil sonst das Wasser unmittelbar unter dem Rade die Continuität verliert, und eine kleinere Wirkung eintritt.

Vergleichung der Turbinen mit anderen Wasserrädern

§. 212. Wir haben nun noch die Vorzüge und Mängel der Turbinen, und zwar vorzüglich der Reactionsturbinen, gegen die vertikalen Wasserräder aufzuzählen und gegen einander abzuwägen.

Die Turbinen besitzen zuerst insofern einen großen Vorzug vor den vertikalen Wasserrädern, als sie sich fast bei allen Gefällen von 1 bis 500 Fuß anwenden lassen, während die vertikalen Wasserräder höchstens eine Wasserkraft von 50 Fuß Gefälle aufzunehmen vermögen. Allerdings sind aber bei verschiedenen Gefällen die Wirkungsgrade der Turbinen sehr verschieden, namentlich fallen dieselben bei hohen Gefällen wegen der großen, mit dem Quadrate der Geschwindigkeit wachsenden hydraulischen Nebenhindernisse kleiner aus, als bei mittleren und kleinen Gefällen. Auf der anderen Seite läßt sich bei hohen Gefällen von 20 bis 40 Fuß von oberschlägigen Wasserrädern ein Wirkungsgrad erzielen, der bei Turbinen nicht erlangt werden kann. Nur bei mittleren Gefällen von 10 bis 20 Fuß kann man von beiden Rädern eine und dieselbe Leistung erwarten; sind aber die Gefälle klein, so geben die Turbinen in jedem Falle eine größere Nutzleistung, als die an deren Stelle gesetzten unterschlägigen Wasserräder. Die Ponceleträder sind höchstens bei Gefällen von 3 bis 6 Fuß den Turbinen an die Seite zu stellen. Die Turbinen haben vor den vertikalen Wasserrädern noch den großen Vorzug, daß sie bei verschiedenen Gefällen fast mit gleichem Wirkungsgrade arbeiten, und daß sie namentlich durch Stauwasser in ihrem Gange nicht gestört werden, da sie unter Wasser fast mit demselben Vortheil, ja in gewissen Fällen, noch mit mehr Nutzen arbeiten, als in freier Luft. Vertikale Wasserräder verlieren zwar stets an ihrem Wirkungsgrade, wenn sich ihr Gefälle verändert, jedoch nur dann beträchtlich, wenn die Gefälle selbst klein sind, oder gar ein Waten des Rades im Wasser eintritt. Auf der anderen Seite verursachen aber Veränderungen im Aufschlagsquantum bei vertikalen Wasserrädern weit weniger Arbeitsverlust, als bei den horizontalen Wasserrädern. Dieses Verhältniß gereicht den ersteren Rädern in ökonomisch hydraulischer Beziehung zum großen Vortheile. Um die Leistung eines vorher im Normalgange befindlichen vertikalen Wasserrades, zumal eines solchen, wo das Wasser hauptsächlich durch den Druck wirkt, nach Bedürfniß zu erhöhen, kann man auf dasselbe eine größere Wassermenge aufschlagen, und um die Leistung eines solchen Rades zu vermindern, braucht man nur demselben weniger Wasser zu geben; in beiden Fällen wird der Wirkungsgrad nicht namhaft kleiner oder größer. Ganz anders ist aber das Verhältniß in diesem Falle bei einer Turbine. Der vortheilhafte Gang einer solchen findet bei völlig geöffneter Schütze und also auch bei dem

größten Aufschlagsquantum statt; wenn nun ein kleineres Arbeitsquantum gefordert, daher auch ein kleineres Wasserquantum verbraucht, und zu diesem Zwecke die Schütze tiefer gestellt wird, so vermindert man die Leistung nur zum Theil durch Verminderung des Aufschlages, zum Theil aber durch Tödten der lebendigen Kraft des Wassers oder durch Schwächen des Wasserdruckes, und zieht dadurch den Wirkungsgrad herab. Dieses Krafttödten ist mit dem Bremsen oder Hemmen eines Wagens zu vergleichen, welches beim Bergabfahren, wo ein Ueberfluß an lebendiger Kraft vorhanden ist, vorgenommen wird. Während man also bei einem vertikalen Wasserrade durch Niederlassen der Schütze nur alles überflüssige Wasser vom Rade absperrt, und dieses nach Befinden noch zu anderen Zwecken gebrauchen kann, wird bei den Turbinen dadurch nur ein Theil des überflüssigen Wassers abgesperrt, das Arbeitsvermögen des anderen Theiles aber im Rade vernichtet. Vergleichung der Turbinen mit anderen Wasserrädern.

§. 213. In Hinsicht auf Veränderlichkeit in der Umdrehungsgeschwindigkeit findet eine große Differenz zwischen den horizontalen und vertikalen Wasserrädern nicht statt, bei beiden kann sich die Normalgeschwindigkeit ungefähr um den vierten Theil ihres Werthes vergrößern oder verkleinern, ohne daß die Leistung sich bedeutend vermindert. Was aber die Größe dieser Geschwindigkeit selbst anlangt, so stellt sich allerdings ein großer Unterschied heraus. Mit Ausnahme der unterschlägigen Räder und namentlich der Ponceleträder gehen alle vertikalen Wasserräder meist nur mit Umdrehungsgeschwindigkeiten von 4 bis 8 Fuß um, die Turbinen hingegen haben vom Gefälle abhängige, sehr verschiedene, und meist weit größere Umlaufsgeschwindigkeiten. Aus diesem Grunde, und da überdies noch die Turbinen kleinere Halbmesser haben, als die vertikalen Wasserräder, machen sie denn auch in der Regel viel mehr Umdrehungen, als diese Räder. Je nachdem nun die Arbeitsmaschine eine große oder eine kleine Umdrehungszahl, d. i. einen schnellen oder einen langsamen Gang erfordert, wird sich daher auch ein horizontales oder ein vertikales Wasserrad mehr zu ihrer Bewegung eignen. Uebrigens aber sind die schnellen Bewegungen einer Maschine eher nachtheilig, als vortheilhaft, weil bei ihnen die Nebenhindernisse, wie Reibung, namentlich aber Stöße u. s. w. größer ausfallen; und aus diesem Grunde ist es oft vortheilhafter, durch eine Zwischenmaschine die Umdrehungszahl eines Rades in eine größere als in eine kleinere umzusetzen, und daher ein vertikales anstatt eines horizontalen Wasserrades anzuwenden.

Ist die Last einer Maschine veränderlich, wie z. B. bei einem Hammerwerke oder Walzwerke u. s. w., so ist die Anwendung eines vertikalen Rades ebenfalls vorzuziehen, denn dasselbe wirkt durch seine größere Masse, ob-

Vergleichung der Turbinen mit den Wasserrädern.

gleich es langsamer umläuft, mehr als Regulator als eine Turbine, bei deren Anwendung oft noch ein Schwungrad zur Ausgleichung der veränderlichen Bewegung nöthig ist. Bei constanter Last ist aber den Turbinen ein Vorzug in dieser Beziehung einzuräumen, weil vertikale Wasserräder, namentlich wenn sie von Holz sind, oft ein sogenanntes schweres Viertel haben, d. h. gleiche Theile ihres Umfanges nicht gleich schwer sind.

In ökonomischer Beziehung sind die Turbinen den vertikalen Wasserrädern wenigstens an die Seite zu stellen, bei hohen Gefällen aber und selbst bei mittleren Gefällen und einem großen Aufschlagsquantum sind dieselben sogar wegen ihrer Wohlfeilheit den vertikalen Rädern vorzuziehen. Selbst in Hinsicht der Dauerhaftigkeit ist den Turbinen der Vorzug vor den vertikalen Wasserrädern einzuräumen.

Auf der anderen Seite ist nicht außer Acht zu lassen, daß Turbinen ein reines Wasser zu ihrer Beaufschlagung erfordern, und daß deren Leistung durch zugeführten Sand, Schlamm, Moos, Kräuter, Blätter, Eisstücke, Baumzweige u. s. w. außerordentlich herabgezogen werden kann, was bei den vertikalen Wasserrädern nicht zu befürchten ist. Endlich kommt noch in Betracht, daß die Turbinen und namentlich die Leitschaufelturbinen schwieriger zu construiren sind, als die vertikalen Wasserräder, und daß Abweichungen von den mathematischen Regeln ihrer Construction bei den Turbinen von viel nachtheiligeren Folgen sind, als bei den vertikalen Wasserrädern. Deshalb sind denn auch bis jetzt so viele Turbinenanlagen mißlungen, und es haben die Turbinen noch nicht diejenige Verbreitung erhalten, die sie verdienen.

Turbinen mit horizontaler Axe.

§. 214. In der neuesten Zeit hat man auch angefangen, vertikale Wasserräder nach den Principien der Turbinen zu erbauen, jedoch ist über deren Nützlichkeit noch nichts Bestimmtes bekannt. Namentlich hat man die Jonval'schen und die Whitelaw'schen Räder auf horizontale Wellen gesetzt. Daß diese Aufstellung nur bei hohem Gefälle von Vortheil sein kann, ist leicht zu ermessen, da nur hier ein unvermeidlicher Gefällverlust beim Austritte des Wassers aus dem Rade zu übersehen ist. Jedenfalls hat ein solches Rad vor den Turbinen den Vorzug, daß es leichter, sicherer und gegen den Zutritt des Wassers geschützter gelagert werden kann, als eine Turbine. Nach Jonval und Redtenbacher kann man mit Vortheil zwei Räder einander gegenüber auf eine und dieselbe horizontale Welle setzen, weil dadurch jeder Wasserdruck in der Richtung der Radaxe aufgehoben wird, ohne auf die Zapfen zu wirken.

Die Einrichtung einer vertikalen Doppelturbine mit gesonderten Schwungröhren nach Redtenbacher, führt Fig. 350 vor Augen. AA ist die zur Seite einmündende Einfallröhre, BB das eine und $B_1 B_1$ das andere Rad,

CC, in welchem Platinen, AB und BD, um die Schneiden

a und b drehbar sind. Die Platine AB trägt an ihrem, der Schneide a entgegengesetzten Ende, den Anker A, welcher vor den Polen des Elektromagneten M spielt, während die Platine BD an ihrem, der Schneide b entgegengesetzten Ende, einen Hebel trägt, der mit einem Ende in eine Gabel eingreift, welche an der Axe des Zeigers Z befestigt ist.

Fig. 1.

Dieses Zeigerwerk zeigt:

1) Wenn der Anker A vor den Kern und die Windungen des permanenten Stahlmagnets NS angezogen wird, so bewegt sich der Zeiger. Beim nunmehr eingetretenden Schluß seines von einem Localelement erregten Localstromes, wird der Anker A durch den Magnetismus des Kernes M angezogen, und der Zeiger bewegt sich. Beim Unterbrechen des Localstromes wird der Anker A durch den Magnetismus des Stahlmagnets NS abgerissen, und der Zeiger bewegt sich wieder zurück. Dieses Spiel wiederholt sich bei jedem Schließen und Unterbrechen des Localstromes, und der Zeiger bewegt sich bei jedem Schließen um 10 Grad nach rechts, und bei jedem Unterbrechen um 10 Grad nach links. Es können also 20 Zeichen gegeben werden, wenn der Zeiger 2 und 2 in den Richtungen rechts, links, rechts, links, u. s. w. bewegt wird. Siehe Schwarze, Lehrbuch der Elektrotelegraphie, 2. Aufl. Berlin 1854. S. 111.

2) Die Stellen-Einstellung hat in einem Zeigerwerke zu geschehen, dessen eine Hemmschneide durch Localstrom aufgehoben wird. Zum Beispiel, wenn der Zeiger 2 und 2 in den Richtungen rechts, links, rechts, links, u. s. w. bewegt wird, und bei jedem Schließen des Localstromes um 10 Grad, bei jedem Öffnen desselben um 10 Grad, so können 20 Zeichen gegeben werden

Fig. 1. Abb. 1. Ein Ei, das nicht in seine Kugelform hat, sondern [links] hat [rechts] eine Form, die [links] [rechts] [links] [rechts] [links] [rechts]

gäbe sich bei der Herstellungsweise, wie Verfasser angiebt und bei der vorliegenden Ausführung auch thatsächlich der Fall sei, eine Ersparniss an Kosten gegenüber der Herstellung in Gusseisen von 50 bis 60 Prozent. Ferner sei die Festigkeit eine grössere, die Abnutzung eine geringere und auch die Lagerhaltung sei, obwohl viel Raum in den Lager-Hallen eingenommen werde, eine billigere.

Zu diesen an sich sehr günstigen Ergebnissen kommt noch der Umstand, dass die Schmiedeeisen-Fabrikation in Deutschland einen hohen Grad Stufe erreicht hat. Eine Reihe von Firmen, wie Haniel & Lueg in Duisburg, Gebrüder Stumm in Neunkirchen, Rhein. Stahlwerke in Meiderich, Gutehoffnungshütte in Oberhausen, Gebrüder Sulzer in Ludwigshafen, Maschinenbau-Anstalt Humboldt in Kalk, Gebrüder Klein in Dahlbruch, Siegener Eisenbahnbedarf in Siegen, Gebrüder Schmidt in Siegen, Gebrüder Hilgenstock in Siegen, Gebrüder Hilgenstock in Lippstadt, Gebrüder Eberhardt in Ulm, Maschinenfabrik Augsburg, Nürnberg A.-G. in Nürnberg, Gebrüder Sachsenberg in Roßlau a. E. und Andere sind im Stande, jede Art Schmiedeeisen auf das Vollkommenste herzustellen.

Verschraubung. Die Schlüsse-Verbindung von Walther (Fig. 10 und 11) ist eine Verbindung, welche sich ohne Schrauben und Muttern, nur durch Hammerschläge herstellen lässt. Fig. 10 und 11 stellen die Verbindung zweier Rohre dar. Das eine Rohr ist mit einem Muffenende versehen, das andere mit einem Spitzende. Das Spitzende ist mit einer Nut versehen, in welche ein Ring eingelegt wird. Das Muffenende ist mit einer Reihe von Einschnitten versehen, welche so tief sind, dass sie bis auf den Ring reichen. Nachdem das Spitzende in das Muffenende eingeschoben ist, werden die Lappen des letzteren mit dem Hammer über den Ring geschlagen und so die Verbindung hergestellt.

Fig. 10 und 11.

Die Verbindung ist eine sehr einfache und dürfte sich besonders für Rohrleitungen eignen, für welche Verbindungen oft nur schwer herzustellen sind. Die Verbindung kann auch in der Weise hergestellt werden, dass das Muffenende mit einer Nut versehen ist, in welche ein Ring eingelegt wird, und das Spitzende mit einer Reihe von Einschnitten, welche so tief sind, dass sie bis auf den Ring reichen. Nachdem das Spitzende in das Muffenende eingeschoben ist, werden die Lappen des letzteren mit dem Hammer über den Ring geschlagen und so die Verbindung hergestellt.

Schluß-anmerkung. Theorie dieſer Räder von Poncelet in den Comptes rendus des séances de l'Acad. de Paris, unter dem Titel: Théorie des effets mécaniques de la turbine-Fourneyron, Paris 1838. In der zweiten Ausgabe von d'Aubuiſſon's Hydraulik ſind dieſe Räder kurz und ohne beſondere Anſichten abgehandelt. Das Werk von Combes: Recherches théoriques et expérimentales sur les roues à réaction ou à tuyaux, Paris 1843, iſt zwar keineswegs umfaſſend, jedoch inſofern ſehr beachtungswerth, als man hier zum erſten Mal die hydrauliſchen Nebenhinderniſſe bei der Entwickelung berückſichtigt findet, was Poncelet und auch Redtenbacher gewiß mit Unrecht nicht gethan haben. Das Werk von dem zuletzt genannten Schriftſteller: Theorie und Bau der Turbinen und Ventilatoren, Mannheim 1844, iſt vorzüglich nach Poncelet's Theorie bearbeitet, übrigens aber die vollſtändigſte und vorzüglichſte Schrift über dieſen Gegenſtand. Ueber die neueren Turbinen giebt es noch folgende beachtungswerthe Abhandlungen: Rapport sur un Mémoire de M. M. A. Koechlin, concernant une nouvelle turbine (Jonval) construite dans leurs ateliers, par Poncelet, Piobert et Morin, ferner Note sur la théorie de la turbine de Koechlin, par Morin, et note sur l'applicatibn de la théorie du mouvement des fluides aux expériences de M. Marozeau, par Morin, im XXII. Bande (1846) der Comptes rendus etc. etc. Einen Auszug hiervon findet man im polytechniſchen Centralblatte, Band VIII. 1846. Ferner: Expériences et note sur lu turbine de M. Fontaine-Baron, par Morin im XXIII. Bande (1846) der Comptes rendus etc. etc.: deutſch im Auszuge ebenfalls im polytechniſchen Centralblatte, Band VIII. In Betreff der Jonval'ſchen und Fontaine'ſchen Turbinen iſt auch noch nachzuſehen im Bulletin de la société d'encouragement, Jahrgang 43 und 44, Paris 1844 und 1855. Gute Zeichnungen nebſt Beſchreibung der Turbinen von Cadiat, Callon, Fourneyron und Gentilhomme findet man auch in Armengaud's Publication industrielle. Wegen Perro's Turbine iſt nachzuſehen im polytechn. Centralblatt, B. VII., 1846. Die Einrichtung einer Nagel'ſchen Turbine lernt man aus Dingler's Journal, Bd. XCV., und die einer Paſſot'ſchen Turbine aus demſelben Journale Bd. XCIV. kennen Bourgeois' Schraubenrad (franz. turbine-hélice) iſt eine Turbine mit ſchraubenförmigen Kanälen. S. polytechn. Centralblatt Bd. I., 1847. Ebenſo Plataret's Schraubenturbine zu St. Maur bei Paris iſt im polytechn. Centralblatt, 1849, beſchrieben.

Achtes Kapitel.

Von den Waffenfabrikaten.

§. 111. Waffenfabrikate (Gesetz v. 15. 7. 1891 sowie Stahl-Eisen-Verz. Nr. 22).

Unter Waffenfabrikaten sind alle Gegenstände zu verstehen, welche sich ihrer Form nach zu Angriffs- oder Verteidigungswaffen eignen, ohne daß es darauf ankommt, ob sie wirklich als solche benutzt werden oder nicht. Hierher gehören z. B. Säbel, Degen, Bajonette, Lanzenspitzen, Hellebarden, Streitäxte, Dolche, Messer, Schwerter, Pistolen, Gewehre, Kanonen, Revolver, Patronen, Geschosse, Minen, Torpedos, Panzerplatten, Panzertürme, Panzerschiffe, Kriegsschiffe, Kriegsboote, Panzerwagen, Panzerzüge, Panzerautomobile, Panzerflugzeuge, Luftschiffe, Kriegsflugzeuge, Kriegsballons, Kriegsluftschiffe, Kriegsmaschinen, Kriegsgeräte, Kriegsbrücken, Kriegsfahrzeuge, Kriegsgerüste, Kriegsmaterial, Kriegsbedarf, Kriegsgerät, Kriegsmunition, Kriegsgeschosse, Kriegsminen, Kriegstorpedos, Kriegsbomben, Kriegsgranaten, Kriegspatronen, Kriegsgewehre, Kriegskanonen, Kriegsrevolver, Kriegspistolen, Kriegsdolche, Kriegsmesser, Kriegsschwerter, Kriegsbajonette, Kriegslanzenspitzen, Kriegshellebarden, Kriegsstreitäxte, Kriegssäbel, Kriegsdegen, Kriegsbajonette, Kriegslanzenspitzen, Kriegshellebarden, Kriegsstreitäxte, Kriegsdolche, Kriegsmesser, Kriegsschwerter, Kriegspistolen, Kriegsrevolver, Kriegskanonen, Kriegsgewehre, Kriegspatronen, Kriegsgeschosse, Kriegsminen, Kriegstorpedos, Kriegsbomben, Kriegsgranaten

Verfahren von Mohr-Constanzius. Dann verfahre I. wenigstens ebenso, wie vorhin beim Verfahren von Mohr. Man setze also in die Bürette eine Silberlösung, welche 1 ccm = 0,01 g Cl enthält, und in den Messkolben eine Kochsalzlösung, welche 1 ccm = 0,01 g Cl enthält. Man fülle die Bürette mit Silberlösung bis zum Nullstrich und lasse 10 ccm Kochsalzlösung in den Messkolben fließen. Dann füge man 1 ccm einer 5 prozentigen Lösung von neutralem Kaliumchromat hinzu und titriere unter Umschütteln mit Silberlösung, bis die Flüssigkeit eben rötlich wird. Man lese den Verbrauch an Silberlösung ab und berechne, wie viel Prozent Cl das Kochsalz enthält.

Fig. 34.

Mohr. Die Einrichtung, zum ersten Mohrschen Verfahren, ist in Fig. 34 dargestellt. Sie besteht aus einem Stativ, einer Bürette, einem Kölbchen mit Glasstopfen und einem Porzellanschälchen. Mohr setzt zum Titrieren 100 ccm Wasser, 1 ccm einer 10 prozentigen Lösung von neutralem Kaliumchromat und 1 ccm einer Kochsalzlösung, die 1 g Cl im Liter enthält.

Die beiden letzteren Maßflüssigkeiten sind 10 mal stärker als bei Constanzius. Man titriere also mit Silberlösung, die 1 ccm = 0,001 g Cl enthält, bis die Flüssigkeit eben rötlich wird. Man lese den Verbrauch an Silberlösung ab und berechne, wie viel Prozent Cl das Kochsalz enthält. Auf 100 Teile Cl kommen 164,5 Teile Ag, 135,5 Teile Au, 195,2 Teile Pt.

Fig. 35.

Fajans, verbessert von Ley und Becker, 1) setzt Dextrinlösung (1:50) zur Maßflüssigkeit zusatzweise zu, gibt zum Beginn 10 ccm einer 1/10 Salpetersäure und titriert mit Silberlösung (1 ccm = 0,01 g Cl).

3. Juli. Frau Adelheid von der Grumbach und Wolfgang Schutzbar, genannt Milchling, haben sich mit Bischof Melchior von Würzburg und Bamberg dahin geeinigt, daß sie ihm Schloß Rimpar, das sie seit 1521 als Pfand innehatten, sammt den Dörfern Rimpar und Aidhausen, sowie den Höfen Gerlachshausen und Wülfershausen, Amts Königshofen, für 10,000 fl. wieder einlösen. Weiters ist es übereingekommen, daß Bischof Melchior Conrad Schutzbar, den Bruder Wolfgangs, und Frau Adelheid von der Grumbach, geborene Schutzbar, ihre Schwester, mit Schloß Rimpar, Dorf und Hof Aidhausen, sowie den Höfen Gerlachshausen und Wülfershausen, Amts Königshofen, für 10,000 fl. wieder einlösen. Weiters ist es übereingekommen, daß Bischof Melchior Conrad Schutzbar, den Bruder Wolfgangs, und Frau Adelheid von der Grumbach, geborene Schutzbar, ihre Schwester, mit Schloß Rimpar, Dorf und Hof Aidhausen, sowie den Höfen Gerlachshausen und Wülfershausen, Amts Königshofen, für 10,000 fl. wieder einlösen.

Wappen der Schutzbar-Milchling.

Wappen der Grumbach.

Wappen von Rimpar.

Wappen von Aidhausen.

Wappen von Gerlachshausen.

Wappen von Wülfershausen.

Wappen von Königshofen.

Wappen von Würzburg.

Wappen von Bamberg.

Wappen von Schloß Rimpar.

Wappen von Dorf und Hof Aidhausen.

Wappen von Hof Gerlachshausen.

Wappen von Hof Wülfershausen.

Wappen von Amt Königshofen.

Wappen von Würzburg und Bamberg.

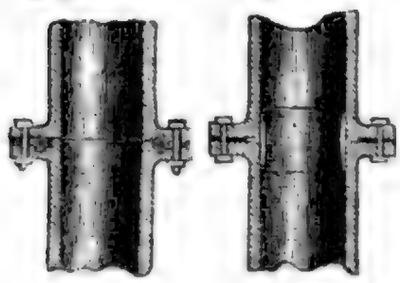
Wappen von Schloß Rimpar, Dorf und Hof Aidhausen, sowie den Höfen Gerlachshausen und Wülfershausen, Amts Königshofen, für 10,000 fl. wieder einlösen. Weiters ist es übereingekommen, daß Bischof Melchior Conrad Schutzbar, den Bruder Wolfgangs, und Frau Adelheid von der Grumbach, geborene Schutzbar, ihre Schwester, mit Schloß Rimpar, Dorf und Hof Aidhausen, sowie den Höfen Gerlachshausen und Wülfershausen, Amts Königshofen, für 10,000 fl. wieder einlösen.

Wappen von Schloß Rimpar, Dorf und Hof Aidhausen, sowie den Höfen Gerlachshausen und Wülfershausen, Amts Königshofen, für 10,000 fl. wieder einlösen. Weiters ist es übereingekommen, daß Bischof Melchior Conrad Schutzbar, den Bruder Wolfgangs, und Frau Adelheid von der Grumbach, geborene Schutzbar, ihre Schwester, mit Schloß Rimpar, Dorf und Hof Aidhausen, sowie den Höfen Gerlachshausen und Wülfershausen, Amts Königshofen, für 10,000 fl. wieder einlösen.

Einfallröhren. kleinere Stärken, diese sind aber hier deshalb nicht anwendbar, weil hier das Wasser mit veränderlicher Kraft und beim schnellen Absperren sogar stoßend wirkt. Uebrigens sind die Einfallröhren einzeln vor dem Einsetzen einer Prüfung zu unterziehen. Man verschließt die Röhre zu diesem Zwecke an beiden Enden, füllt dieselbe mit Wasser und setzt dieses durch eine engere Röhre mit einer hydraulischen Presse in Verbindung. Durch wiederholtes Kolbenspiel dieser Presse wird nun ein Druck erzeugt, der den Wasserdruck, welchen die Röhren künftig auszuhalten haben, mehrfach (4- bis 5mal) übertrifft. Wenn die Röhren bei dieser Pressung kein Wasser durchlassen, so sind sie in Gebrauch zu nehmen. Die meisten Röhren halten diese erste Probe nicht aus, sind aber dessenungeachtet vielleicht noch brauchbar, weil sich später ihre Porosität durch Bildung von Rost verliert, was durch eine zweite Probe, mehrere Wochen später, zu ermitteln ist. Bei der unten näher beschriebenen Wassersäulenmaschine zu Huelgoat hat man gesottenes Leinöl zur hydrostatischen Probe verwendet und dadurch den Röhren einen inneren Firnißüberzug gegeben, welcher sie überdies noch vor den chemischen Wirkungen des Wassers schützt.

Die Einfallröhren werden unter einander in der Regel durch Kränze und Schrauben (s. II., §. 104) verbunden. Zwischen je zwei Kränze kommt eine Scheibe von Blei oder Kitt zu liegen, die durch die Schrauben in den Kränzen stark zusammengedrückt wird. Des genauen Anschließens wegen gießt man das Blei gleich flüssig in den Zwischenraum zwischen je zwei Kränze, in deren Stirnflächen noch ringförmige Rinnen ausgespart sind, die das flüssige Blei ebenfalls ausfüllt, s. Fig. 357.

Fig. 357. Fig. 358.



Den Kitt verfertigt man aus Kalkmehl, Leinölfirniß und zerhacktem Hanfe. In dem Inneren der Röhren werden die Wechsel sehr oft noch durch Muffe aus Kupferblech, ähnlich wie die Büchsen bei Holzröhren, abgedichtet, s. Fig. 358. Auch werden zuweilen Röhren mit Schnauzen (s. II., §. 104) angewendet.

Treibcylinder. §. 218. Der Stiefel oder Treibcylinder besteht entweder aus Gußeisen, oder, wegen der größeren Politurfähigkeit, aus Kanonenmetall. Um nicht viel Spiele (pr. Minute 3 bis 6) und eben dadurch weniger Arbeitsverlust zu erhalten, macht man den Treibcylinder mehr lang als weit, so daß der Kolbenhub s in demselben $2\frac{1}{2}$ bis 6 mal so groß ausfällt, als der Kolbendurchmesser d. Die mittlere Geschwindigkeit v des Kolbens macht man ohngefähr nur 1 Fuß, damit die mittlere Geschwindigkeit v_1 des Wassers in den Einfallröhren und daher auch die hydrauli-

schen Hindernisse in denselben nicht zu groß ausfallen. Rathsam ist es, Treibcylinder.
mit der letzten Geschwindigkeit noch nicht die Grenze von 10 Fuß zu überschreiten, zweckmäßiger aber, dieselbe nur bis 6 Fuß zu steigern. Nehmen wir $v = 1$ und $v_1 = 6$ Fuß, so erhalten wir für das Verhältniß der Einfallröhren- und Cylinderweiten, da das Wasserquantum

$$= \frac{\pi d^2 v}{4} = \frac{\pi d_1^2 v_1}{4} \text{ ist, } \frac{d_1}{d} = \sqrt{\frac{v}{v_1}} = \sqrt{\frac{1}{6}} = 0{,}408;$$

also circa $= 0{,}4$.

Ist das Aufschlags- oder Speisewasserquantum pr. Secunde $= Q$, so läßt sich für eine doppeltwirkende, oder für eine zweistiefelige einfachwirkende Wassersäulenmaschine setzen: $Q = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v$ und hiernach bestimmt sich die nöthige Weite des Treibcylinders:

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi v}} = 1{,}13 \sqrt{\frac{Q}{v}},$$

also für $v = 1$, $d = 1{,}13 \sqrt{Q}$ Fuß; für eine einstiefelige einfachwirkende Wassersäulenmaschine ist $Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi d^2}{4} v$, und daher

$d = 1{,}60 \sqrt{\frac{Q}{v}}$, also für $v = 1$, $d = 1{,}60 \sqrt{Q}$ Fuß zu nehmen. Hat man nun den Kolbenhub $s = 2\frac{1}{2} d$ bis $6 d$ genommen, so bestimmt sich die Zeit eines einfachen Spieles durch die Formel $t = \frac{s}{v}$, also für $v = 1$, $t = s$ Secunden, und hiernach die Anzahl der einfachen Spiele pr. Minute $n_1 = \frac{60''}{t} = \frac{60 \cdot v}{s}$, also für $v = 1$, $n_1 = \frac{60}{s}$, die der Doppelspiele, $n = \frac{n_1}{2} = \frac{30 v}{s}$, oder für $v = 1$, $n = \frac{30}{s}$.

Uebrigens ist es zweckmäßiger, bei einer einfachwirkenden einstiefeligen Wassersäulenmaschine den Aufgang etwas langsamer und dafür den Niedergang etwas schneller als mit der mittleren Geschwindigkeit vor sich gehen zu lassen, weil die hydraulischen Hindernisse beim Aufgange größer sind, als beim Rückgange.

Der Treibcylinder ist innerlich genau auszubohren und auszuschleifen, damit sich der Kolben in ihm leicht und vollkommen abschließend auf und nieder bewegen kann. Die Wandstärke macht man wegen des allmäligen Abschleifens verhältnißmäßig sehr groß; bei den bestehenden Maschinen ist sie 2 bis 3 Zoll; indessen hängt sie jedenfalls auch von der Druckhöhe und Cylinderweite ab, und ist schicklicher durch die Formel $e = 0{,}0025 nd + 1{,}25$ Zoll zu berechnen. Zur Verstärkung des Cylinders kann man denselben mit einigen ringförmigen Rippen gießen lassen.

Lemniscate. Der Brennpunkt muß nun auf der Mittellinie, auf zwei Zoll 7 mehr oder weniger von der Spitze des Kegelschnittes, angenommen werden, wo die andere Hälfte von der Ellipse F G, zwei Zoll lang, deren Brennpunkt F ist. Diese Hälfte der Ellipse wird durch 3 Linien 3

gut, so ist Linie ab gleich Linie cd und Linie ac gleich Linie bd und die magnetischen Kräfte sind ausgeglichen. In der Regel aber ist es nicht so, dann muß man einen kleinen Hilfsmagneten, wie S 94 a in Fig. 40 gezeichnet, benutzen, und zwar so, daß man entweder a an b bringt, bis Linie ab gleich Linie cd ist, oder man bringt ac gleich bd und ab gleich cd. Ist dies geschehen, so ist der Anker in seiner Mittelstellung. Fig. 39. Ist ab gleich cd und ac gleich bd, so befindet sich der Anker in seiner Mittelstellung, wenn ab mit der Linie der Polschuhmitten zusammenfällt.

Fig. 39.

Fig. 40.

Die Ankerachse ist mit einem Schraubengewinde versehen, auf das die Mutter m paßt. Auf m ist das Rad r aufgeschraubt, das die Bewegungsübertragung, z. B. durch eingreifende Zahnräder, auf

Anwendung des Energiesatzes auf die Bewegung eines Punktes.

Die Bewegung eines Punktes, auf welchen nur Kräfte mit einem Potential wirken, kann auch direkt mit Hilfe des Energiesatzes untersucht werden. Wir wollen dies an einem Beispiel zeigen, das wir schon früher behandelt haben, nämlich an dem Beispiel des Pendels. Ein Punkt P von der Masse m ist an einem Faden von der Länge l aufgehängt und bewegt sich unter dem Einfluß der Schwerkraft. Wir wollen die Bewegung des Punktes für den Fall untersuchen, daß er zur Zeit $t = 0$ mit der Geschwindigkeit v_0 aus seiner Ruhelage heraus in Bewegung gesetzt wird.

Fig. 1.

Wir wählen als Koordinaten des Punktes P seine Entfernung x von der Ruhelage und seine Geschwindigkeit v. Dann ist die potentielle Energie U des Punktes, wenn wir die Ruhelage als Nullage wählen, $U = \frac{1}{2} D x^2$, wo $D = \frac{mg}{l}$ ist, und die kinetische Energie $T = \frac{1}{2} m v^2$. Die Gesamtenergie $E = T + U$ ist also

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} D x^2.$$

Da nun E eine Konstante ist, so ist

$$\frac{dE}{dt} = m v \frac{dv}{dt} + D x \frac{dx}{dt} = 0.$$

Nun ist aber $\frac{dx}{dt} = v$, also

$$m \frac{dv}{dt} + D x = 0.$$

Diese Gleichung ist aber nichts anderes als die Bewegungsgleichung, die wir früher aufgestellt haben. Wir können also sagen, daß der Energiesatz uns ein erstes Integral der Bewegungsgleichung liefert. Es bleibt nun noch übrig, die Bewegungsgleichung zu integrieren. Wir können dies leicht, wenn wir beachten, daß $\frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ ist. Wir können also die Bewegungsgleichung auch in der Form

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{D}{m} x = 0$$

schreiben. Es muß also eine Funktion x gesucht werden, die, nach der Zeit t zweimal differentiiert, sich bis auf den Faktor $-\frac{D}{m}$ reproduziert. Eine solche Funktion ist bekanntlich

$$x = \sin \sqrt{\frac{D}{m}} t.$$

Denn es ist

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{D}{m}} \cos \sqrt{\frac{D}{m}} t$$

und

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{D}{m} \sin \sqrt{\frac{D}{m}} t = -\frac{D}{m} x.$$

Diese Lösung ist aber noch nicht die allgemeinste. Denn wir müssen noch eine Konstante a hinzufügen, so daß

$$x = \sin \left(\sqrt{\frac{D}{m}} t + a \right)$$

ist, denn auch in dieser ist $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{D}{m} x$.

Diese Konstante a ist durch die Anfangsbedingungen festgelegt. Wir setzen voraus, daß zur Zeit $t = 0$ der Punkt die Geschwindigkeit v_0 besitzt, wenn wir seine Entfernung von der Ruhelage x_0 nennen. Dann ist die Anfangsgeschwindigkeit

Anordnung sich besonders für den Betrieb von Gas-Motoren-Fabrik eignet.

Fig. 384 stellt einen Accumulator dar, welcher nach dem Princip von Kirkham & Hulett gebaut ist. Derselbe besteht aus einem

Fig. 384.

Cylinder *A* (Fig. 385), welcher mit Wasser gefüllt ist und durch Rohr *a* mit dem Gasometer in Verbindung steht. Im Innern dieses Cylinders befindet sich ein kleinerer Cylinder *B*, welcher oben offen ist und mit Rohr *b* in Verbindung steht. Dieser Cylinder *B* ist mit Kalkhydrat gefüllt, welches beim Durchgange des Gases das Kohlensäure-Gas absorbirt. Das Gas tritt durch Rohr *c* in den Gasometer zurück.

Fig. 385.

Die Wirkungsweise ist folgende: Ist Rohr *a* mit Gasometer und Gasleitung geschlossen, so wird durch Rohr *b* Gas in den Cylinder *B* gepumpt, welches durch das Kalkhydrat gereinigt und dann durch Rohr *c* in den Cylinder *A* tritt, wo es sich unter Druck ansammelt. Ist dieser Cylinder *A* mit Gas gefüllt, so wird Rohr *b* geschlossen und Rohr *a* geöffnet, wodurch das Gas in die Gasleitung gelangt. Ist der Druck im Cylinder *A* zu gering, so wird Rohr *a* geschlossen, Rohr *b* geöffnet und Gas aus dem Gasometer in den Cylinder *A* gepumpt. Ist der Druck in Cylinder *A* zu hoch, so wird Rohr *b* geschlossen, Rohr *a* geöffnet und Gas aus dem Cylinder *A* in den Gasometer gepumpt.

Ist der Accumulator mit Gas gefüllt, so wird Rohr *a* geschlossen, Rohr *b* geöffnet und Gas in den Cylinder *B* gepumpt, welches durch das Kalkhydrat gereinigt und dann durch Rohr *c* in den Cylinder *A* tritt, wo es sich unter Druck ansammelt. Ist dieser Cylinder *A* mit Gas gefüllt, so wird Rohr *b* geschlossen und Rohr *a* geöffnet, wodurch das Gas in die Gasleitung gelangt. Ist der Druck im Cylinder *A* zu gering, so wird Rohr *a* geschlossen, Rohr *b* geöffnet und Gas aus dem Gasometer in den Cylinder *A* gepumpt. Ist der Druck in Cylinder *A* zu hoch, so wird Rohr *b* geschlossen, Rohr *a* geöffnet und Gas aus dem Cylinder *A* in den Gasometer gepumpt.

Ist der Accumulator mit Gas gefüllt, so wird Rohr *a* geschlossen, Rohr *b* geöffnet und Gas in den Cylinder *B* gepumpt, welches durch das Kalkhydrat gereinigt und dann durch Rohr *c* in den Cylinder *A* tritt, wo es sich unter Druck ansammelt. Ist dieser Cylinder *A* mit Gas gefüllt, so wird Rohr *b* geschlossen und Rohr *a* geöffnet, wodurch das Gas in die Gasleitung gelangt. Ist der Druck im Cylinder *A* zu gering, so wird Rohr *a* geschlossen, Rohr *b* geöffnet und Gas aus dem Gasometer in den Cylinder *A* gepumpt. Ist der Druck in Cylinder *A* zu hoch, so wird Rohr *b* geschlossen, Rohr *a* geöffnet und Gas aus dem Cylinder *A* in den Gasometer gepumpt.

Ist der Accumulator mit Gas gefüllt, so wird Rohr *a* geschlossen, Rohr *b* geöffnet und Gas in den Cylinder *B* gepumpt, welches durch das Kalkhydrat gereinigt und dann durch Rohr *c* in den Cylinder *A* tritt, wo es sich unter Druck ansammelt. Ist dieser Cylinder *A* mit Gas gefüllt, so wird Rohr *b* geschlossen und Rohr *a* geöffnet, wodurch das Gas in die Gasleitung gelangt. Ist der Druck im Cylinder *A* zu gering, so wird Rohr *a* geschlossen, Rohr *b* geöffnet und Gas aus dem Gasometer in den Cylinder *A* gepumpt. Ist der Druck in Cylinder *A* zu hoch, so wird Rohr *b* geschlossen, Rohr *a* geöffnet und Gas aus dem Cylinder *A* in den Gasometer gepumpt.

Fig. 1. Ein 3jähriges Kind mit Rachitis. Die Epiphysen der Handwurzelknochen sind noch nicht verknöchert.

Fig. 2. Ein 3jähriges Kind mit Rachitis. Die Epiphysen der Handwurzelknochen sind noch nicht verknöchert.

Fig. 3. Ein 3jähriges Kind mit Rachitis. Die Epiphysen der Handwurzelknochen sind noch nicht verknöchert.

Fig. 1. Die Zahl 1914 in Form eines Kreuzes.

Fig. 2. Die Zahl 1914 in Form eines Kreuzes.

Fig. 3. Die Zahl 1914 in Form eines Kreuzes.

Fig. 4. Die Zahl 1914 in Form eines Kreuzes.

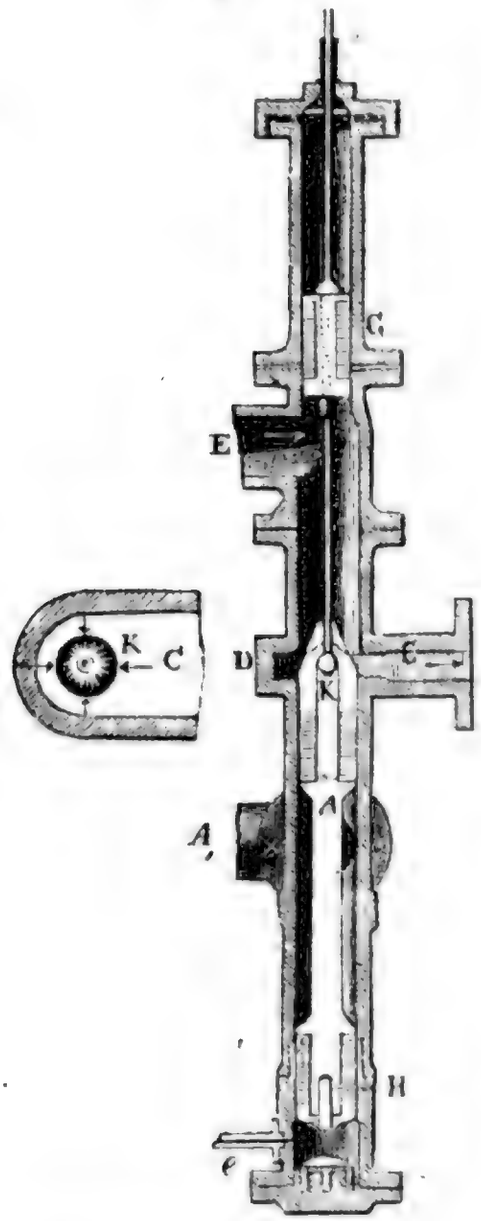
Fig.

Steuerbahn. hierortigen, von Herrn Brendel construirten Wassersäulenmaschinen vor. Die näheren Verhältnisse der Brendel'schen Steuerung werden wir aber weiter unten (§. 230) näher kennen lernen.

Anmerkung. Bei einer von Armstrong construirten Wassersäulenmaschine zu Newcastle-on-Tyne ist auch der Versuch mit einer eigenthümlich construirten Schiebersteuerung gemacht worden. S. polytechn. Centralblatt, Jahrgang 1849, Lieferung 10.

Steuerkolben. §. 223. Was nun die Kolbensteuerung anlangt, so wendet man bei derselben meist Kolben mit Packwerk von über einander liegenden Lederscheiben an, ähnlich wie wir oben (§. 220) bei der Liderung der Stopfbüchsen angegeben haben. Bei der Maschine zu Huelgoat ging der aus Kanonenmetall bestehende Steuerkolben anfangs 7 Jahre ohne Liderung, während der Anwesenheit des Verfassers (1839) wurde aber, da er sich um 1 Millimeter abgeschliffen hatte, statt dessen ein neuer mit einem aus 24 zusammengepreßten Lederscheiben bestehenden, 5 Zoll hohen, vollkommen abgedrehten Packwerk eingesetzt. Reichenbach hat auch Kolben mit einem zinnernen Liderringe angewendet, und in der neuesten Zeit hat man bei den bayerischen Maschinen eine vereinigte Lederstulp- und Zinnringliderung vortheilhaft gefunden.

Fig. 367.



Wenn am Ende des Treibkolbenspieles der Steuerkolben AK, Figur 367, emporsteigt und die Wassersäule allmälig vom Cylinder absperrt, also das Wasser in seiner Bewegung auf dem Wege EC gehemmt wird, so preßt es den Steuerkolben einseitig, und giebt dadurch zu einem sehr starken Abführen des Steuerkolbens Veranlassung; um aber dies zu verhindern, führt man das Ende des Communicationsrohres CD ganz um den Steuercylinder herum, so daß es diesen vollkommen umschließt, und das Wasser von allen Seiten her auf den auf- oder niedersteigenden Kolben drücken muß. Jedenfalls leidet bei dieser Einrichtung die Liderung noch etwas, weil sie sich hier beim

Buchdruckerei Johann Gutenberg in Mainz

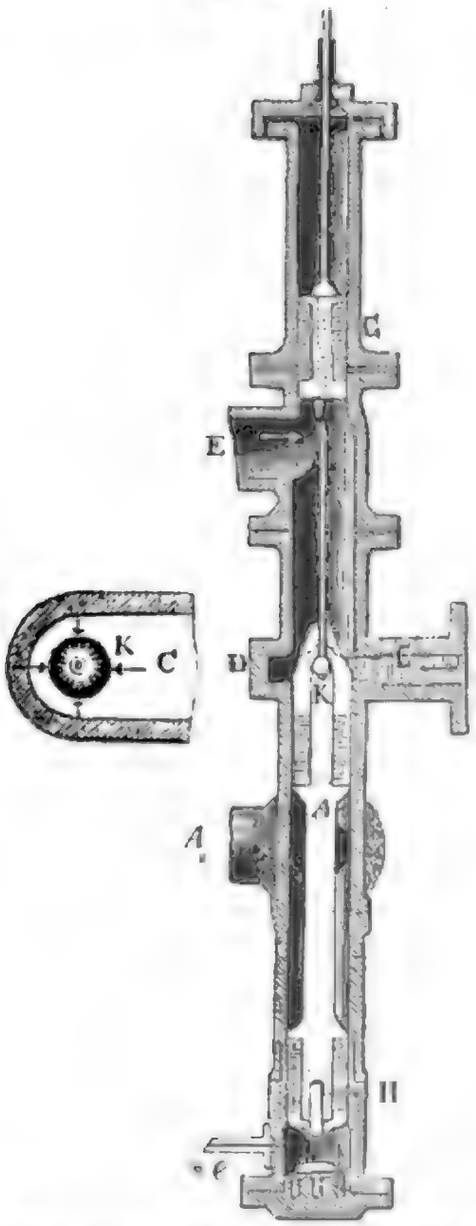
Buchdruckerei Johann Gutenberg in Mainz

Buchdruckerei Johann Gutenberg in Mainz

Steuerungsorgane.

ter, als bei den Dampfmaschinen, weil man es hier mit einem fast incompressibeln und unausdehnbaren Körper, dem Wasser, zu thun hat, das sogleich seinen Druck verliert, wenn es auf allen Seiten von der drückenden Wassersäule abgesperrt wird. Sowie der Steuerkolben K, Fig. 369, bei seinem Aufgange das Druckwasser vom Treibcylinder C abschließt, so hört entweder auch die Bewegung des Treibkolbens auf, oder es trennt sich derselbe vermöge seiner innewohnenden lebendigen Kraft von dem Wasser unter ihm, weil sich das letztere nicht auszudehnen vermag. Das Sichlostrennen des Treibkolbens von dem Wasser und die damit verbundene Bildung eines luftleeren Raumes ist aber keineswegs zu gestatten, weil dies nur unter heftigen, den regelmäßigen Gang der Maschine gänzlich störenden Stößen oder Erschütterungen vor sich gehen kann. Um es zu vermeiden, ist daher nöthig, daß der Steuerkolben schon zu steigen anfängt, während der Treibkolben noch im Aufsteigen begriffen ist, und daher die lebendige Kraft aller mit ihm verbundenen Massen durch das Hinderniß aufzuheben, welches aus dem allmäligen Absperren des Druckwassers erwächst. Wenn nun auch im Momente des Absperrens der Treibkolben seinen Weg durchlaufen hat, so ist deswegen das Umsteuern noch nicht vollendet, denn es gehört hierzu vielmehr noch, daß der Steuerkolben noch weiter emporsteige, um dem abgeschlossenen Wasser unter dem Treibkolben einen Weg zum Austritt desselben aus der Maschine zu eröffnen. Aus diesem Grunde ist es denn auch unmöglich, die Steuerung unmittelbar mit der Kraftmaschine zu verbinden, oder die Bewegung der Steuerkolbenstange unmittelbar von der Bewegung der Treibkolbenstange abzuleiten, denn dann würde mit dem Stillstande der einen auch Stillstand der anderen verbunden sein. Damit vielmehr der Steuerkolben den übrigen Theil seines Weges noch zurücklegen kann, während der Treibkolben schon zur Ruhe übergegangen

Fig. 369.



Die Schiffahrt-Ausstellung.

Die Ausstellung der Schiffahrt-Abteilung befindet sich in der Halle 1 und in einem Teil der Halle 2. Sie ist in 3 Gruppen eingeteilt, in Binnenschiffahrt, Seeschiffahrt und Kriegsschiffahrt. Die Binnenschiffahrt ist in der Halle 1 untergebracht, die Seeschiffahrt und Kriegsschiffahrt in der Halle 2. Die Halle 1 ist 200 m lang und 50 m breit, die Halle 2 ist 200 m lang und 100 m breit.

ten Kopf (S. 10 Anm. 2) und Gesichtszüge, welche in auf- und abwärts gerichteter Linie verlaufen, sowie in der Art, wie die Augen gebildet sind, Eigentümlichkeiten, die sich bei Fig. 1 u. 2 wiederfinden, und die Ähnlichkeit der Köpfe auf Münzen mit dem Kopfe auf dem Goldstater Fig. 1 und auf den Goldstücken Fig. 2 u. 3 (S. 11) ist eine so große, daß wir sie als Porträts ansehen müssen.

Fig. 3.

Auf Münzen ist Roma zu nennen von der Zeit, da Gallien durch Julius Cäsar Provinz und Kolonien angelegt wurden, also seit 46 v. Chr. Geburt, ist sie auf den Goldstücken augenfällig (S. 10 Münzen Fig. 1 u. 2) und auf den Silberstücken (S. 11 Münzen Fig. 1 u. 2) nicht weniger deutlich, und wo sie, wie Münzen Fig. 3 (Münzen Fig. 3) nicht, wie auf

Es iſt übrigens aus der Figur leicht zu erſehen, wie durch die Communicationsröhre am Fuße des Treibcylinders das Kraftwaſſer dem letzteren zu-, und nach vollbrachter Wirkung aus demſelben abgeführt wird. Steht der Steuerkolben S in der Ausmündung A, ſo tritt das durch die Einfallröhre E zugeführte Kraftwaſſer durch die entgegengeſetzte Einmündung in die Communicationsröhre und von da in den Treibcylinder, ſteht aber S in der Einmündung auf der Seite von E, ſo läuft das nun getödtete Waſſer aus dem Treibcylinder durch die Communicationsröhre bei A aus. Gewichtsſteuerung.

Anmerkung. Die wegen ihrer abweichenden Conſtruction ſehr eigenthümliche Waſſerſäulenmaſchine auf der Pfingſtwieſe hat nur 60 Fuß Gefälle, 4 Fuß Hub und $1\frac{1}{8}$ Fuß Kolbendurchmeſſer. Sie machte bei Anweſenheit des Verfaſſers (1839) in 65 Secunden nur 1 Spiel.

§. 226. Die Einrichtung der Hammerſteuerung lernt man am beſten an den kleinen zweiſtiefeligen Maſchinen zu Bleiberg in Kärnthen kennen, die übrigens Gerſtner in ſeiner Mechanik ganz ausführlich beſchrieben hat. Einen Auf- und Grundriß von den weſentlichſten Theilen dieſer Maſchine giebt Fig 372 auf folgender Seite. Hammerſteuerung.

Hand Wheel
Yoke
Stuffing Box
Gland
Bonnet
Body
Wedge
Seat Ring
Flange

Hier sind A und A_1 die beiden Treibkolbenstangen, und es ist BDB_1 ein mit diesen durch Ketten und Gegenketten verbundener und um D drehbarer doppelarmiger Hebel oder sogenannter Balancier. Mit dem letzteren ist wieder die den Steuerhammer G und das Steuerrad FF_1 tragende horizontale Welle M durch andere Ketten FK und F_1K_1 verbunden. Man sieht nun bei näherer Betrachtung der Figur leicht ein, wie durch diese Vorrichtungen aus der auf- und niedergehenden Bewegung der Treibkolbenstangen die aufsteigende Bewegung des Hammers abgeleitet wird und der Hammer niederfallen kann, ohne von den Ketten und von dem Balancier gestört zu werden. An den Stirnflächen des Steuerrades sitzen zwei Bolzen a und a_1, welche beim Niederfallen des Hammers an den Bolzen b treffen, der aus der horizontalen und auf Rollen laufenden Steuerstange LL_1 hervorragt. Diese Stange hat noch zwei andere Bolzen c und c_1, und diese sind mit den Hahnköpfen K und K_1 durch die Schlüssel oder Arme d und d_1 so verbunden, daß sie die Hähne H und H_1 um 90^0 drehen, so wie der Hammer bei seinem Niederfallen bis S oder S_1 mittels der Bolzen a, a_1, b, und c, c_1 die Steuerstange nach der einen oder nach der anderen Seite schiebt. Es ist übrigens leicht zu ermessen, daß diese Umsteuerung oder Umdrehung der Hähne durch einen niederfallenden Hammer sehr schnell erfolgen und mit Stößen, zumal aber mit dem hydraulischen Widder verbunden sein muß, und daß sich ihre Anwendung nur bei kleineren Maschinen und Maschinen mit mäßigen Gefällen rechtfertigen läßt. Hammersteuerung

Die Hähne haben eine Axen- und eine Seitenbohrung, durch jene wird das durch die Einfallröhre E zugeführte Kraftwasser mittels Kniestücke O und O_1 in die faßförmigen Fußstücke N und N_1 der Treibcylinder C und C_1 geführt, durch diese hingegen wird das Kraftwasser dem Hahne zu- und aus dem Cylinder abgeführt. Um immer nur so viel Kraftwasser zu verbrauchen, als nöthig ist, den vom Treibkolben durchlaufenen Raum auszufüllen, wird durch Aufstauung des bereits ausgetretenen Wassers in besonderen Ausgußkästen W, W_1 ein Ausfluß unter Wasser hergestellt.

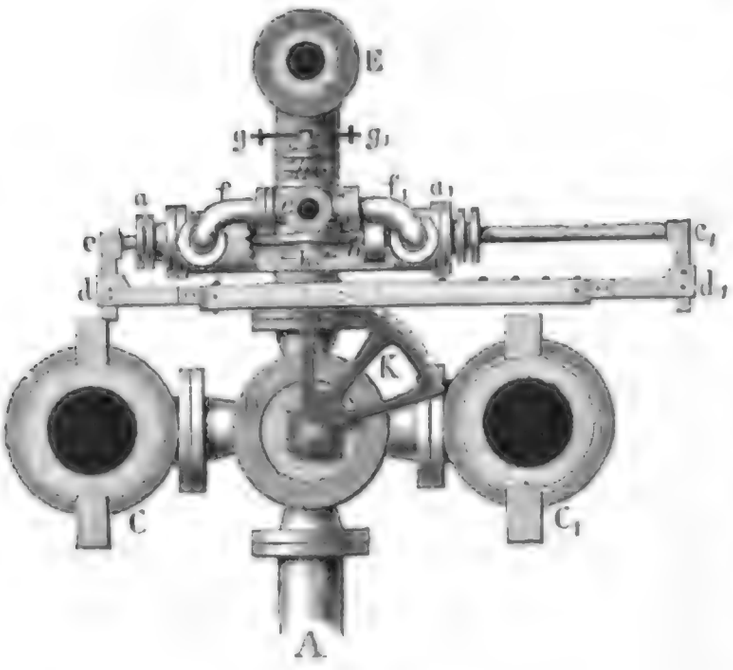
Anmerkung 1. Die hier abgebildete Maschine hat circa 260 Fuß Gefälle, $6\frac{1}{4}$ Fuß Hub, 7 Zoll weite Treibcylinder und macht pr. Min. 8 Hübe. Sie gehört in mehrfacher Beziehung zu den unvollkommneren Maschinen, ihre Anwendung rechtfertigt sich jedoch wegen örtlicher Verhältnisse und wegen ihrer Wohlfeilheit vollkommen. Es ist überhaupt eine Regel, bei der Auswahl und Construction einer Maschine es nicht bloß auf die größte Vollkommenheit abzusehen, sondern auch die Umstände, Verhältnisse, unter welchen die Maschine arbeiten soll, mit zu berücksichtigen, zumal aber keine kostbaren Maschinen zu bauen, wo Umtriebskraft noch im Ueberflusse vorhanden ist.

Anmerkung 2. Wassersäulenmaschinen mit Federsteuerung sind bis jetzt noch nicht angewendet worden.

Hülfswasserſäulenmaſchinen.

§. 227. Die Verhältniſſe der Steuerung durch eine Hülfswaſſerſäulenmaſchine laſſen ſich ſehr gut aus dem Grundriſſe in Fig. 373 von der großen Waſſerſäulenmaſchine im Leopoldſchachte bei Schemnitz erſehen. Dieſe Maſchine iſt ebenfalls zweiſtiefelig, C iſt der eine und C_1 der andere Stiefel, E die Einfallröhre, A das Ausgußrohr, H der Steuerhahn (ſ. Fig. 366) und K ein auf dem Kopfe deſſelben feſt aufſitzender Quadrant. Die Hülfsſteuermaſchine beſteht aus einem horizontalen Treibcylinder $a\,a_1$, dem Treibkolben b und deſſen Kolbenſtange $c\,c_1$. Sie iſt durch Querarme mit der eigentlichen Steuerſtange $d\,d_1$ verbunden, ſo daß ſie mit dieſer einen rectangulären Rahmen bildet; endlich iſt die letzte Stange mit dem quadrantförmigen Hahnſchlüſſel K durch zwei entgegengeſetzt laufende Laſchenketten ſo verbunden, daß die hin- und hergehende Bewegung des Kolbens b eine Drehung des Hahnes um 90^0 hin und zurück hervorbringt. Die Steuerung der Hülfsmaſchine erfolgt durch den horizontal liegenden Hahn $h\,h_1$, mit zwei Bohrungen wie beim Hauptſteuerhahne H. Das von oben durch eine enge mit der Einfallröhre E verbundene Röhrchen e führt das Druckwaſſer nach dem Hahne und von da wird es durch die Communicationsröhrchen f und f_1 bald auf die eine, bald auf die andere Seite des Kolbens b geleitet, ſo daß dieſer in die Bewegung hin und her verſetzt wird, und zugleich das ſeiner Bewegung entgegenſtehende und von der Einfallröhre abgeſperrte Steuerwaſſer durch die andere Hahnbohrung hindurch und von da durch ein nach unten gerichtetes Ausgußrohr zum Austritte nöthigt. Die Drehung des kleinen Hahnes hh_1 hin und zurück erfolgt durch einen doppelarmigen Schlüſſel gg_1, welcher mit ſchwachen Ketten an einen ihm parallelen doppelarmigen Hebel angeſchloſſen iſt, der mit dem Balancier auf einer Welle ſitzt, womit die beiden Treibkolbenſtangen gekuppelt ſind. Das ganze Steuerungsſpiel iſt nun leicht zu überſehen; während des Aufſteigens des einen Treibkolbens und des Nieder-

Fig. 373.



Raumbild. Die Lichtbühne, 1930, Nr. 1, S. 8–9. Ein Raumbild ist ein Bild, das den Eindruck von Räumlichkeit vermittelt. Es kann durch Perspektive, Überschneidung, Licht und Schatten, Farbe oder Bewegung entstehen. Ein Raumbild ist kein Bild, das den Eindruck von Räumlichkeit vermittelt. Es kann durch Perspektive, Überschneidung, Licht und Schatten, Farbe oder Bewegung entstehen. Ein Raumbild ist kein Bild, das den Eindruck von Räumlichkeit vermittelt. Es kann durch Perspektive, Überschneidung, Licht und Schatten, Farbe oder Bewegung entstehen. Ein Raumbild ist kein Bild, das den Eindruck von Räumlichkeit vermittelt. Es kann durch Perspektive, Überschneidung, Licht und Schatten, Farbe oder Bewegung entstehen. Ein Raumbild ist kein Bild, das den Eindruck von Räumlichkeit vermittelt. Es kann durch Perspektive, Überschneidung, Licht und Schatten, Farbe oder Bewegung entstehen. Ein Raumbild ist kein Bild, das den Eindruck von Räumlichkeit vermittelt. Es kann durch Perspektive, Überschneidung, Licht und Schatten, Farbe oder Bewegung entstehen. Ein Raumbild ist kein Bild, das den Eindruck von Räumlichkeit vermittelt. Es kann durch Perspektive, Überschneidung, Licht und Schatten, Farbe oder Bewegung entstehen. Ein Raumbild ist kein Bild, das den Eindruck von Räumlichkeit vermittelt. Es kann durch Perspektive, Überschneidung, Licht und Schatten, Farbe oder Bewegung entstehen.

Abb. 4: Raumbild. Die Lichtbühne, 1930, Nr. 1, S. 8–9.

Fig. 1. Fig. 2.

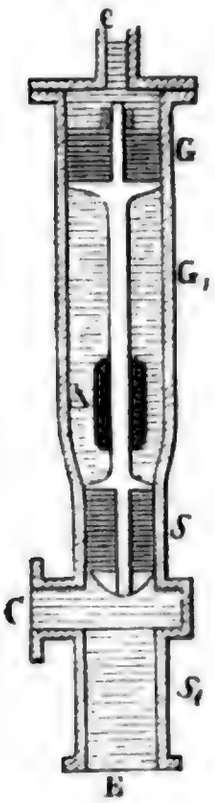
Fig. 1. Fig. 2.

einen Hub von 17 Zoll und eine Cylinderweite von 9½ Zoll; ſie macht pro Minute 6 Spiele und ſetzt zwei doppeltwirkende Druckpumpen in Bewegung. Hülfswaſſerſäulenmaſchine.

Anmerkung 2. Eine einfachwirkende zweiſtiefelige Waſſerſäulenmaſchine mit einem der Hauptmaſchine vollkommen ähnlichen Steuerungsſyſteme hat der Kunſtmeiſter Baldauf ſchon vor vielen Jahren projectirt, ſie iſt jedoch nicht zur Ausführung gekommen. Ein ſchönes Modell von ihr beſitzt die hieſige Bergakademie, und eine Zeichnung und Beſchreibung derſelben iſt in der Schrift: de la Richesse minérale, par Héron de Villefosse, zu finden.

§. 229. Bei den größeren Maſchinen neuerer Conſtruction iſt nach dem Muſter der Reichenbach'ſchen Maſchinen in Bayern der Steuer- und Gegenkolben der Hauptmaſchine mit dem Treibkolben der Hülfsmaſchine in einer und derſelben Röhre, dem ſogenannten Steuercylinder, zugleich eingeſchloſſen, und bei einigen Maſchinen ſogar verrichtet der Gegenkolben zugleich mit die Dienſte des Treibkolbens der Hülfsmaſchine, wodurch allerdings eine große Vereinfachung erlangt wird. Am einfachſten iſt die in Fig. 376 abgebildete und an zwei Maſchinen bei Freiberg angewendete Conſtruction. Es iſt hier *S* der Hauptſteuer-, *G* aber der Gegen- und Hülfstreibkolben, *C* die Communication mit dem Haupttreibcylinder, *E* aber iſt die Communication mit der Einfallröhre und *A* die Austrittsmündung für das Kraftwaſſer; endlich iſt *e* die Communication mit der Steuerung der Hülfsmaſchine, welche hier in einem Hahne beſteht. Der Kolben *G* iſt größer als *S*, und es geht daher die Steuerkolbenverbindung *SG* nieder, ſowie oben bei *e* das Kraftwaſſer zugelaſſen wird, und umgekehrt ſteigt dieſelbe in Folge der Kraft auf *S* empor, ſowie das Kraftwaſſer oben bei *e* abgeſperrt iſt. Hierbei wird bei jedem Spiele ein gewiſſes Steuerwaſſerquantum verbraucht und der Wirkung auf den Treibkolben entzogen, das ſich meſſen läßt durch den Raum, welchen *G* bei ſeinem Auf- oder Niedergange durchläuft, und bei dieſer Conſtruction deshalb nicht ſehr klein iſt, weil der Kolben *G* mindeſtens noch einmal ſo viel Querſchnitt haben muß als der Kolben *S*, deſſen Querſchnitt man doch nicht kleiner nimmt als den der Einfall- oder Communicationsröhren. Bei der in Fig. 377 auf umſtehender Seite abgebildeten Steuerung der Clausthaler Steuercylinder.

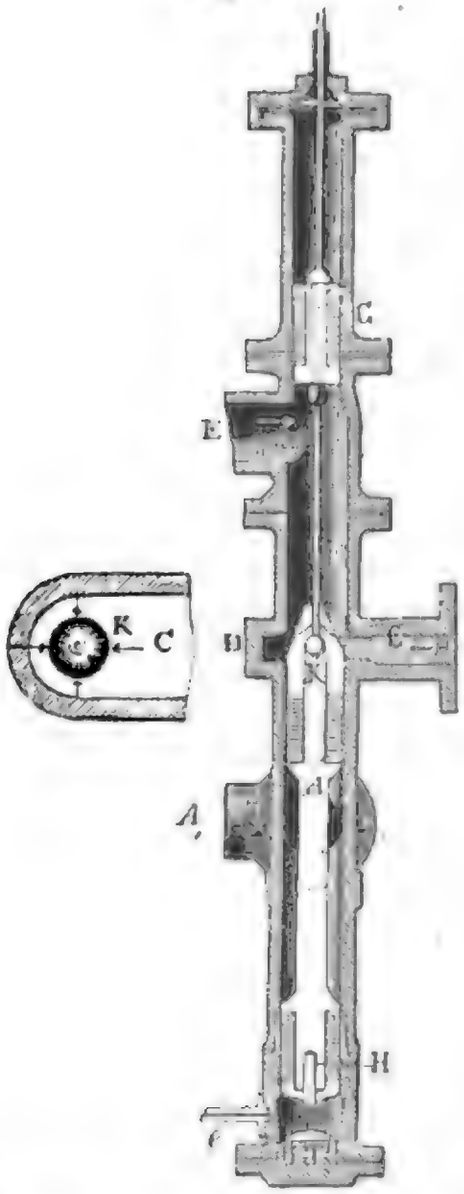
Fig. 376



Steuercylinder.

Maschine ist dieser Aufwand an Steuerwasser kleiner, weil hier drei Kolben, nämlich der Hauptsteuerkolben AK, der Gegenkolben G und der Hülfstreib- oder Wendekolben H vorkommen, und der letzte etwas schwächer ist, als der erste. Das Steuerwasser wird hier von unten durch das Rohr e in den Steuercylinder geführt, und die Umsteuerung des Kolbens erfolgt mittels eines kleinen Hahnes, durch den das Wasser erst hindurchgeht, ehe es nach e gelangt, und durch welchen es auch nach vollbrachter Drehung ausgetragen wird. Die Bewegung dieses Hahnes erfolgt aber durch eine stehende Welle mit zwei kniefömig gebogenen Armen, die ein auf der Treibkolbenstange festsitzender Teller bald nach der einen, bald nach der anderen Seite wendet.

Fig. 377.



Anmerkung. Die Clausthaler Wassersäulenmaschinen haben ein Gefälle von 612 Fuß, einen Kolbendurchmesser von 16½ Zoll und einen Hub von 6 Fuß, und machen pro Minute 4 Spiele.

Wassersäulenmaschine auf Alte Mordgrube.

§. 230. Die Einrichtung und der Gang einer zweistiefeligen Wassersäulenmaschine läßt sich sehr gut durch nähere Betrachtung des in Fig. 378 auf nebenstehender Seite abgebildeten Vertikaldurchschnittes der Maschine auf Alte Mordgrube bei Freiberg vergegenwärtigen. Es sind hier CK und C_1K_1 die beiden Treibcylinder, K der eine und K_1 der andere Treibkolben, ferner S und T die beiden Steuerkolben, W aber ist der Wende- oder Hülfskolben, und S_1, T_1 und W_1 sind diejenigen Stellen im Steuercylinder $AT W_1$, welche diese drei Kolben bei der entgegengesetzten Bewegung der Treibkolben einnehmen. Es ist ferner E die Einmündung der Einfallröhre E_1E in den Steuercylinder, CS das Communicationsrohr für den ersten und CT das Communicationsrohr für den anderen Treibcylinder, sowie A die Austragemündung des ersten und A_1 (fast ganz von der Steuerkolbenstange gedeckt) die Austragemündung des zweiten Cylinders. Die beiden Treibkolbenstangen BK und B_1K_1 sind durch einen gleicharmigen Hebel oder so-

Fig. 471.

Wasserſäulenmaſchine auf Alte Mordgrube.

genannten Balancier (in der Figur nicht abgebildet) ſo mit einander verbunden, daß bei dem Aufgange der einen Kolbenſtange der Niedergang der anderen erfolgt. Hiernach iſt nun leicht zu überſehen, wie bei dem abgebildeten tieferen Steuerkolbenſtande das Kraftwaſſer den Weg ES_1C einſchlägt und den Kolben K emportreibt, dagegen der Kolben K_1 niedergeht und das todte Waſſer den Weg $C_1T_1A_1$ einſchlägt, und bei A_1 austritt.

Die Hülfsſteuerung erfolgt durch einen ſchon oben näher beſchriebenen, doppelt gebohrten Hahn h, der in I. in der zweiten Stellung und in II. äußerlich abgebildet iſt. Dieſer Hahn ſteht durch die Röhre ee_1 mit der Einfallröhre, und durch die Röhre gh mit dem Steuercylinder in Verbindung. Man kann nun auch leicht ermeſſen, wie bei der einen Stellung von h das Kraftwaſſer den Weg Ee_1ehgW nehmen und den Wendekolben W niederdrücken muß, und wie umgekehrt bei der zweiten Stellung von h das Kraftwaſſer von W abgeſperrt wird, daher das Aufſteigen der Kolbenverbindung STW, das Zurücklaufen des Steuerwaſſers durch gh und der Austritt deſſelben durch aa_1 erfolgen kann. Damit die Steuerkolbenverbindung beim Abſperren des Druckwaſſers von W emporſteige, und beim Zulaſſen deſſelben niedergehe, iſt allerdings nöthig, daß der von dem Kraftwaſſer von unten gedrückte Steuerkolben T mehr Querſchnitt habe, als der Steuerkolben S, welcher durch das Kraftwaſſer von oben gedrückt wird, und daß der Wendekolben einen hinreichend großen Querſchnitt habe, damit die Waſſerdrücke auf W und S zuſammen den entgegengeſetzten Waſſerdruck auf T übertreffen.

Was endlich noch die äußere Steuerung dieſer Maſchine anlangt, ſo beſteht dieſe weſentlich aus dem mit vier Zähnen ausgerüſteten Steuerrädchen r, der Klinke rk, der Stange kl, dem Winkelhebel lcf mit ſeinem Frictionsrade f und den zwei gegen einander geſtellten und auf der Treibkolbenſtange BK befeſtigten Keilen m und m_1 (der letztere hier nicht ſichtbar). Die Klinke rk iſt übrigens noch durch Arme mit der Axe des Hahnes verbunden, und wird in ihrem Eingriffe zwiſchen die Zähne des Rädchens r noch durch ein kleines Gegengewicht q unterſtützt. Wenn der Treibekolben K nahe am Ende ſeines Auf- oder Niederganges gekommen iſt, ſo ſchiebt ſich der Keil m (oder m_1) unter das Frictionsrad, dreht dadurch den Hebel lcf um etwas, wodurch nun auch die Stange lk angezogen und das Rad ſammt Hahn h mittels der Klinke um einen Quadranten gedreht wird; wenn ſpäter wieder der Treibekolben ein kleines Stück ſeines umgekehrten Weges zurückgelegt hat, ſo fällt der Hebel wieder nieder und es gleitet nun die Klinke über dem folgenden Zahn herab, den ſie nahe am Ende dieſes Treibkolbens ergreift ꝛc.

Anmerkung. Die Waſſerſäulenmaſchine auf Alte Mordgrube hat ein Ge-

Fig. 39.

fälle von 356 Fuß, einen Hub von 8 Fuß, eine Treibcylinderweite von 1½ Fuß und macht 4 Doppelspiele pro Minute.

Wassersäulenmaschine zu Huelgoat.

§. 231. Eine der schönsten und vollkommensten Wassersäulenmaschinen ist die zu Huelgoat in der Bretagne; sie ist einfachwirkend einstiefelig, jedoch steht neben ihr eine vollkommen gleiche Schwestermaschine. Die wesentliche Einrichtung dieser Maschine führt Fig. 380 auf nebenstehender Seite vor Augen und ihre Bewegungsverhältnisse wird man aus Folgendem kennen lernen. CC_1 ist der Treibcylinder, KK_1 der Treibkolben und BB_1 die bei B durch eine Stopfbüchse gehende Treibkolbenstange. Während bei der Mordgrubener Maschine die Treibkolben durch einen einzigen breiten Stulp abgelidert sind, ist hier, wie sich aus der Figur leicht ersehen läßt, der Treibkolben durch einen eingesetzten Lederkranz und durch einen aufgeschraubten Stulp zugleich gelidert. Der zur Seite stehende Steuercylinder ASG ist mit dem Treibcylinder durch das Communicationsrohr DD_1 verbunden, die Einfallröhre mündet bei E und das Austragerohr bei A in demselben ein. Mit dem im Niedergange begriffenen und auf dem halben Wege befindlichen Steuerkolben S ist durch die Stange ST ein Gegenkolben T von größerem Durchmesser verbunden; es wird daher diese Kolbenverbindung durch das Kraftwasser emporgetrieben, so lange nicht noch eine dritte Kraft hinzutritt. Diese dritte Kraft wird aber dadurch hervorgebracht, daß man das Kraftwasser durch die Röhre e_1ef über den Kolben T leitet; um aber bei dem dadurch erzeugten Niedergange der Steuerkolbenverbindung nur eine kleine Quantität von Steuerwasser nöthig zu haben, ist auf T der hohle Cylinder GH aufgesetzt, der bei H durch eine Stopfbüchse geht und zur Aufnahme des Steuerwassers nur den ringförmigen Raum darbietet.

Das abwechselnde Zulassen und Absperren des Kraftwassers von dem hohlen Raume gg wird aber durch eine Hülfssteuerung bewirkt, die der Hauptsteuerung ganz ähnlich ist, und wie diese, aus dem eigentlichen Steuerkolben s, dem Gegenkolben t und dem durch die Stopfbüchse h gehenden cylindrischen, gleichsam nur eine dicke Kolbenstange bildenden Aufsatze besteht. Bei dem in der Figur ausgedrückten Stande von sth kann das Kraftwasser ungehindert den Weg ef nach g einschlagen, wird aber sth gehoben, so daß s über f zu stehen kommt, so wird diese Communication unterbrochen und zugleich dem den ringförmigen Raum ausfüllenden Steuerwasser ein Weg au_1 eröffnet, durch welchen es beim nunmehr erfolgenden Aufgange von ST abfließen kann. Um endlich die Bewegung der Hülfssteuerkolbenverbindung sth von der Kraftmaschine selbst abzuleiten, ist auf dem Treibkolben KK_1 eine oben in einer Führung laufende runde Stange aufgesetzt und mit dieser eine zweite rectanguläre Stange verbunden, welche mit einer Reihe von Löchern versehen ist,

Fig. 389. Verdampfer Lentz.

Bedeutung durch welche der Name von Glaubensartikel in Luthers Sprachgebrauch bestimmt ist. Wenn Luther in seinen Schriften gegen Zwingli und Oekolampad, gegen Karlstadt und Andere, gegen Münzer und die Wiedertäufer, gegen Agricola und Andere, gegen Osiander und Andere, gegen Schwenkfeld und Andere, gegen Zwingli und Andere, gegen Servet und Andere

Balancier. Maschine zu Huelgoat, sowie auch bei der Clausthaler Maschine, wovon in Fig. 377 der Steuercylinder abgebildet ist, sind hydraulische Balanciers angewendet, es stößt hier an *A* eine Steigröhre an, welche das Wasser nach vollbrachter Wirkung wieder auf einen Theil des ganzen Gefälles emporleitet.

In der mechanischen Leistung kann natürlich weder der eine, noch der andere Balancier eine Steigerung hervorbringen. Das was bei dem Treibkolbenaufgange durch einen Balancier an Effect gewonnen wird, geht namentlich wieder beim Niedergange desselben verloren. Der hydraulische Balancier hat den Vortheil der größeren Einfachheit, und der mechanische Balancier dagegen den Vortheil, daß seine Wirksamkeit durch Zulegen von Gewichten beliebig gesteigert werden kann.

Stellhähne. §. 233. Wesentlich wichtig sind noch die verschiedenen Hähne oder Drosselventile einer Wassersäulenmaschine, weil sich dadurch nicht nur der Gang der Kraftmaschine an sich, sondern auch der Steuerungsgang reguliren läßt. Alle diese Vorrichtungen wirken natürlich nur negativ, d. h. es kann durch diese nur eine Kraftstörung, nicht aber eine Kraftvermehrung hervorgebracht werden, und aus diesem Gesichtspunkte betrachtet, sind diese Apparate keineswegs sehr willkommene Theile einer Wassersäulenmaschine. Die Wirkung dieser Theile besteht nämlich nur darin, der Bewegung des Wassers in einer Röhre ein Hinderniß entgegenzusetzen, so daß dieses langsamer zu gehen genöthigt wird. Um nun sowohl den Auf- als auch den Niedergang des Treibkolbens, und ebenso nicht nur den Auf-, sondern auch den Niedergang des Steuerkolbens zu reguliren oder zu mäßigen, hat man vier Hähne oder Klappen nothwendig, eine in der Einfallröhre und eine im Ausgußrohre, wie z. B. *Z*, Fig. 381, ferner einen Hahn in der Röhre, welche das Steuerwasser über den Hülfskolben führt, und einen solchen in der Röhre, welche das Steuerwasser von der Maschine abführt, wie z. B. *e* und *a* in den Figuren 379 und 380. Wenn nun auch eine bedeutende Ueberwucht bei der Bewegung des Treib- oder Steuerkolbens nach der einen oder anderen Richtung hin vorhanden ist, so läßt sich dieselbe sogleich durch Drehung des einen oder anderen Stellhahnes mäßigen, da in dem Widerstande, welchen man der mit dem Kolben gleichzeitig in Bewegung befindlichen und mit diesem unzertrennlich verbundenen Wassersäule entgegensetzt, diesem Kolben zugleich mit ein Bewegungshinderniß erwächst. Geht umgekehrt der Auf- oder Niedergang des einen oder anderen Kolbens zu langsam vor sich, so kann durch Zurückdrehen des entsprechenden Hahnes eine größere Geschwindigkeit desselben erlangt werden; jedoch hat dies, wie wir schon wissen, bei völliger Oeffnung des Hahnes seine Grenze.

Die Krafttödtung durch diese Stellhähne oder Stellklappen, nament-

lich aber durch die Stellvorrichtung in der Einfallröhre oder Kraftwaſſer- Steuerung.
ſäule, welche man gewöhnlich Tagepipe zu nennen pflegt, erfolgt bei einer Waſſerſäulenmaſchine gerade ſo wie die Krafttödtung durch die Schütze bei einer Reactionsturbine. Beide Maſchinen ſtehen in dieſer Hinſicht den ober- oder mittelſchlägigen Waſſerrädern nach (vergl. II §. 188 und 212).

Eine Waſſerſäulenmaſchine ſollte zur Erlangung des größten Wirkungsgrades immer ſo ſtark belaſtet ſein, daß ſie ohne Stellung der Tagepipe ihren regelmäßigen Gang annimmt. Iſt nun aber das Arbeitsvermögen dieſer Maſchine größer als das geforderte Arbeitsquantum, ſo muß entweder der Ueberſchuß durch die Tagepipe vernichtet werden, oder man muß die Maſchine mit einem kleineren Hube arbeiten laſſen. Wenn das letztere Mittel ausreicht, ſo iſt es allerdings das vorzüglichere, weil daſſelbe durch Verminderung des Aufſchlages die geforderte Verminderung in der Leiſtung giebt, und daher den Wirkungsgrad der Maſchine nur wenig vermindert, allein dieſes Mittel iſt bei gegebener Laſt nicht anwendbar.

Die Veränderung des Hubes einer Waſſerſäulenmaſchine iſt durch Verſtellung der Daumen oder Keile auf der Treibkolbenſtange ſehr leicht zu ermöglichen, und aus dieſem Grunde iſt auch die Stange X_1X_2, Fig. 381, welche mit dem Treibkolben auf- und niedergeht, mit einer Reihe von Löchern verſehen. Je näher man die Daumen X_1 und X_2 einander bringt, je zeitiger erfolgt natürlich auch die Umſteuerung und je kleiner iſt alſo auch der Treibkolbenweg.

§. 234. Wir kommen nun zur Berechnung der Leiſtung einer Waſ- Leiſtung.
ſerſäulenmaſchine. Bedienen wir uns hierbei folgender Bezeichnungen. Der Inhalt der Treibkolbenfläche ſei $= F$, der Inhalt des Querſchnittes der Einfallröhren aber F_1, ferner der Durchmeſſer des Treibkolbens $= d$, der der Einfallröhren $= d_1$ und der der Austrageröhre $= d_2$, ferner ſei das Gefälle vom Waſſerſpiegel im Einfallkaſten bis Waſſerſpiegel des Ausgußkaſtens gemeſſen, $= h$, die mittlere Druckhöhe beim Aufgange des Treibkolbens, alſo die ſenkrechte Tiefe der gedrückten Kolbenfläche unter dem Waſſerſpiegel im Einfallkaſten, bei mittlerem Kolbenſtande, $= h_1$, und die mittlere Druckhöhe beim Niedergange des Kolbens, d. i die ſenkrechte Tiefe der Kolbenfläche unter der Ausgußmündung, bei mittlerem Kolbenſtande, $= h_2$, noch ſei s der Kolbenhub oder Weg des Treibkolbens pr. Spiel (franz. la course du piston; engl. the stroke of piston), l_1 die Länge der Einfall-, l_2 die der Austrageröhrenaxe, v die mittlere Kolbengeſchwindigkeit, v_1 die mittlere Waſſergeſchwindigkeit in der Einfall-, v_2 aber die in der Austrageröhre. Setzen wir zugleich eine einfachwirkende Waſſerſäulenmaſchine voraus, nehmen wir an, daß ſie pr. Min. n voll-

Leiſtung. ſtändige Spiele mache und dabei im Durchſchnitt pr. Sec. Q Cubikfuß Aufſchlagwaſſer verbrauche.

Der mittlere Druck des Waſſers gegen die Treibkolbenfläche F iſt $P_1 = Fh_2\gamma$ (ſ. I. §. 298), folglich die geleiſtete Arbeit deſſelben pr. Spiel, ohne Rückſicht auf Nebenhinderniſſe: $P_1 s = Fsh_1\gamma$, daher pr. Min. $nPs = nFsh_1\gamma$, und endlich die mittlere Leiſtung pr. Sec.

$$L_1 = \frac{n}{60} Ps = \frac{n}{60} Fsh_1\gamma, \text{ oder, da } \frac{nFs}{60} = Q \text{ iſt, } L_1 = Qh_1\gamma.$$

Beim Rückgange des Kolbens wirkt die mittlere Kraft $P_2 = Fh_2\gamma$ entgegen, wird alſo auch die Arbeit $P_2 s = Fh_2 s\gamma$ conſumirt, daher iſt denn auch der entſprechende Arbeitsverluſt pr. Sec. $L_2 = Qh_2\gamma$ und ſonach die übrigbleibende zu Gebote ſtehende Leiſtung:

$$L = L_1 - L_2 = Q(h_1 - h_2)\gamma = Qh\gamma,$$

wie bei jeder anderen hydrauliſchen Kraftmaſchine.

Dieſe Formel ändert ſich nicht, wenn auch der Treibkolben den Treibcylinder nicht vollkommen ausfüllt, wenn, wie z. B. bei dem Mönchskolben, ein Zwiſchenraum zwiſchen dem Kolben- und dem Cylinderumfange übrig bleibt, oder wenn der Kolben in ſeinem tiefſten Stande den Cylinderboden nicht berührt; ebenſo bleibt die Formel dieſelbe, wenn der Ausgußpunkt unter dem mittleren Kolbenſtande befindlich, alſo h_2 negativ und $h = h_1 + h_2$ iſt. Auch kommt auf die Form der Kolbenfläche nichts an (ſ. I. §. 304); es iſt ſtets unter F der Inhalt des Querſchnittes rechtwinkelig gegen die Axe deſſelben zu verſtehen, alſo $F = \frac{\pi d^2}{4}$ zu ſetzen.

Hierbei iſt allerdings vorauszuſetzen, daß beim Kolbenniedergange nur ein dem Kolbenhube s entſprechendes Waſſerquantum Fs austrete, nicht aber alles im Cylinder, und nach Befinden, in der Communications- und in der Ausgußröhre befindliche Waſſer. Bei Anwendung eines hydrauliſchen Balanciers oder eines aufſteigenden Ausgußrohres kann natürlich der letzte Fall gar nicht eintreten; anders iſt es aber, wenn das Ausgußrohr abwärts gerichtet iſt und unter dem tiefſten Kolbenſtande ausmündet. Damit in dieſem Falle das Waſſer bis zum tiefſten Kolbenſtande in dem Cylinder zurückbleibe und nicht durch von unten zutretende Luft verdrängt werde, iſt es nöthig, einen Ausfluß unter Waſſer herzuſtellen.

Anmerkung. Wir ſehen aus dem Obigen, daß die Leiſtung einer Waſſerſäulenmaſchine nur vom Totalgefälle $h = h_1 - h_2$, nicht aber von den einzelnen Druckhöhen h_1 oder h_2 des Auf- oder Niederganges abhängt, nur findet inſofern eine Einſchränkung ſtatt, als bei Anwendung eines niederſteigenden Ausgußrohres die Tiefe des Unterwaſſerſpiegels unter dem Kolbenſtande noch nicht eine Atmoſphärenhöhe (32,8 Fuß) betragen darf, weil die Atmoſphäre durch ihren Druck auf dieſen Spiegel in dem Austragerohre nur einer Waſſerſäule von dieſer Höhe das Gleichgewicht zu halten vermag.

§. 235. Unter den Nebenhinderniſſen iſt die Kolbenreibung eins der vorzüglichſten. Da genaue Verſuche hierüber bis jetzt noch nicht angeſtellt worden ſind, ſo bleibt nichts übrig, als dieſelbe aus dem Waſſerdrucke mit Hülfe eines der bekannten Reibungscoefficienten zu berechnen. Iſt die Liderung eine hydroſtatiſche, ſo erhalten wir die Kraft, mit welcher das Waſſer jedes Element e der Liderungsfläche gegen den abzuſchließenden Cylindermantel drückt, für den Kolbenaufgang $= eh_1\gamma$, und für den Niedergang $= eh_2\gamma$, und daher die entſprechenden Reibungen $= \varphi eh_1\gamma$ und $\varphi eh_2\gamma$, wenn φ den Reibungscoefficienten bezeichnet. Obgleich die Kräfte der einzelnen Flächenelemente ſehr verſchiedene Richtungen haben, ſo ſind doch ſämmtliche Reibungen unter ſich und zwar mit der Kolbenaxe parallel, und es iſt daher ihre Mittelkraft oder die Geſammtreibung des Kolbens gleich der Summe der Reibungen aller Liderungselemente, und demnach ſo zu beſtimmen, daß man in obigen Formeln ſtatt e die Summe aller Elemente, d. i den Inhalt der ganzen Liderungsfläche einſetzt. Bezeichnen wir die Breite dieſer Fläche, oder, wenn es zwei Liderungskränze giebt, die Breite beider zuſammen, durch b, ſo können wir den Inhalt der Liderungsfläche durch $\pi d b$ ausdrücken, und erhalten ſo die beiden Kolbenreibungen $R_1 = \varphi\pi d b h_1\gamma$ und $R_2 = \varphi\pi d b h_2\gamma$. Kolbenreibung.

Der leichteren Ueberſicht wegen drückt man gewöhnlich dieſe Reibung ſo wie auch die übrigen Nebenhinderniſſe durch das Gewicht einer Waſſerſäule aus, welche den Treibkolbenquerſchnitt zur Grundfläche hat, und deren Höhe h_3 oder h_4 den Gefälleverluſt ausdrückt, welcher der Kolbenreibung entſpricht. Hiernach ſetzen wir alſo $R_1 = Fh_3\gamma$ und $R_2 = FH_4\gamma$, alſo auch $Fh_3 = \varphi\pi d b h_1$ und $Fh_4 = \varphi\pi d b h_2$, oder $F = \frac{\pi d^2}{4}$ eingeführt, $\frac{dh_3}{4} = \varphi b h_1$ und $\frac{dh_4}{4} = \varphi b h_2$, hiernach die den Kolbenreibungen entſprechenden Gefälleverluſte: $h_3 = 4\varphi\frac{b}{d}h_1$ und $h_4 = 4\varphi\frac{b}{d}h_2$.

Bringt man dieſe Höhen in Abzug, ſo erhält man für die mittlere Kraft beim Aufgange: $P_1 = F(h_1 - h_3)\gamma = \left(1 - 4\varphi\frac{b}{d}\right)Fh_1\gamma$

und beim Niedergange: $P_2 = F(h_2 + h_4)\gamma = \left(1 + 4\varphi\frac{b}{d}\right)Fh_2\gamma$,

daher die reſultirende mittlere Leiſtung

$$L = \frac{n}{60}(P_1 - P_2)s = \frac{n}{60}\left((h_1 - h_2) - 4\varphi\frac{b}{d}(h_1 + h_2)\right)Fs\gamma$$

$$= \left(h - 4\varphi\frac{b}{d}(h_1 + h_2)\right)Q\gamma.$$

Kolbenreibung. Iſt die Steighöhe h_2 Null oder ſehr klein, ſo läßt ſich einfacher

$$L = \left(1 - 4\varphi\frac{b}{d}\right) Q h \gamma \text{ ſetzen.}$$

Man erſieht übrigens hieraus, daß der Arbeitsverluſt wegen der Kolbenreibung um ſo größer ausfällt, je größer $\frac{h_1}{h}$ und $\frac{h_2}{h}$ iſt, je tiefer alſo die Maſchine ſteht und je höher das Waſſer beim Austragen zurückſteigt.

Um dieſen Arbeitsverluſt möglichſt herabzuziehen, ſoll man den Liderungskranz nicht unnöthig breit machen. Bei den beſtehenden Maſchinen liegt $\frac{b}{d}$ innerhalb der Grenzen 0,1 bis 0,2. Der Reibungscoefficient φ iſt aber, ſo lange beſondere Verſuche hierüber nicht angeſtellt worden ſind, nach Morin im Mittel 0,25 zu ſetzen. Dies vorausgeſetzt, erhalten wir nun $4\varphi\frac{b}{d} = 0{,}1$ bis $0{,}2$; es verzehrt alſo hiernach die Kolbenreibung 10 bis 20 Procent von der ganzen disponiblen Arbeit.

Hydrauliſche Nebenhinderniſſe. §. 236. Ein anderer Arbeitsverluſt der Waſſerſäulenmaſchinen entſpringt ferner aus der Reibung des Waſſers in den Einfall- und Austrageröhren. Nach der in I. §. 364 vorgetragenen Theorie iſt der dieſer Reibung entſprechende Druckhöhenverluſt, wenn ζ den Reibungscoefficienten bezeichnet, $h = \zeta \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$; auf die Einfallröhre angewendet aber $h_5 = \zeta \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g}$ und auf die Austrageröhre bezogen: $h_6 = \zeta \cdot \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g}$. Nun iſt aber das Waſſerquantum $\frac{\pi d_1^2}{4} \cdot v_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} \cdot v_2 = \frac{\pi d^2}{4} v$, alſo $d_1^2 v_1 = d_2^2 v_2 = d^2 v$, oder $v_1 = \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 v$ und $v_2 = \left(\frac{d}{d_2}\right)^2 v$, daher läßt ſich ſetzen: $h_5 = \zeta \cdot \frac{l_1 d^4}{d_1^5} \cdot \frac{v^2}{2g}$ und $h_6 = \zeta \cdot \frac{l_2 d^4}{d_2^5} \cdot \frac{v^2}{2g}$, und es iſt bei Geſchwindigkeiten (v_1 oder v_2) von 5 bis 10 Fuß, $\zeta = 0{,}021$ bis $0{,}020$ zu ſetzen.

Um dieſe Widerſtandshöhe herabzuziehen, hat man weite Einfall- und Austrageröhren anzuwenden und den Treibkolben langſam auf- und niedergehen zu laſſen.

Die Bewegung des Waſſers in den Röhren einer Waſſerſäulenmaſchine iſt inſofern noch verſchieden von der Bewegung des Waſſers in einfachen Röhrenleitungen, als ſich die Geſchwindigkeit von jener unaufhörlich verändert, bald vernullt, bald zu-, bald abnimmt u. ſ. w., während die Geſchwindigkeit in dieſer immer eine und dieſelbe bleibt. Aus dieſem Grunde ſpielt denn auch bei einer Waſſerſäulenmaſchine die Trägheit

des Waſſers eine größere Rolle, als bei der Bewegung des Waſſers in einfachen Leitungen. Um eine Maſſe M in die Geſchwindigkeit v zu verſetzen, iſt bekanntlich die mechaniſche Arbeit $\frac{Mv^2}{2}$ zu verrichten, um alſo auch der Waſſerſäule in der Einfallröhre eine Geſchwindigkeit v_1 zu ertheilen, iſt, da dieſelbe das Gewicht $F_1 l_1 \gamma$ hat, die mechaniſche Arbeit $F_1 l_1 \gamma \cdot \frac{v_1^2}{2g}$ aufzuwenden. Wenn die Waſſerſäule durch den Steuerkolben erſt nach vollbrachtem Spiele des Treibkolbens von dieſem abgeſperrt würde ſo ginge dieſe Arbeit nicht verloren, denn dieſe Säule würde dem Treibkolben während ſeiner Verzögerung und ſeines allmäligen Uebergehens zur Ruhe dieſe Arbeit zurückgeben, allein das Abſperren des Kraftwaſſers von dem Treibkolben erfolgt, wenn auch gegen das Ende, jedoch noch während der Bewegung deſſelben, ſo daß der Treibkolben und die Waſſerſäule gleichzeitig zur Ruhe übergehen; es muß daher der Steuerkolben während der erſten Hälfte ſeines Aufganges der Waſſerſäule alle lebendige Kraft allmälig entziehen, indem er derſelben durch allmälige Verengung des Querſchnittes ein wachſendes Hinderniß in den Weg legt. Deshalb iſt denn auch anzunehmen, daß die Arbeit der Trägheit: $F_1 l_1 \gamma \cdot \frac{v_1^2}{2g}$ bei jedem Spiele verloren gehe. Hydrauliſche Widerſtände.

Führen wir noch $v_1 = \frac{d^2}{d_1^2} v$ und $F_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$ ein, ſo erhalten wir für dieſe Arbeit den Ausdruck $\frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{d^2 l_1}{d_1^2} \gamma \cdot \frac{v^2}{2g}$, daher die entſprechende mittlere Kraft während des ganzen Treibkolbenweges s,

$$= \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{d^2 l_1}{d_1^2 s} \gamma \cdot \frac{v^2}{2g}$$

und der entſprechende Gefäll- oder Druckhöhenverluſt:

$$h_7 = \frac{d^2 l_1}{d_1^2 s} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Ein auf gleiche Weiſe auszudrückender Verluſt findet auch beim Rückgange des Treibkolbens ſtatt, wo das Waſſer genöthigt wird, mit der Geſchwindigkeit v_2 auszutreten, und die am Anfange des Kolbenweges zu überwindende lebendige Kraft beim Ausguſſe verloren geht und daher der Maſchine ebenfalls entzogen wird. Der entſprechende Druckhöhenverluſt iſt daher $h_8 = \frac{d^2 l_2}{d_2^2 s} \cdot \frac{v^2}{2g}$.

Um beide Trägheitsverluſte möglichſt klein zu erhalten, iſt daher nöthig, die Einfall- und Austragerröhre weit und beide möglichſt kurz zu machen, ferner eine kleine Kolbengeſchwindigkeit und einen großen Hub in Anwendung zu bringen.

Hydrauliſche Nebenhinderniſſe.

Anmerkung. Um die nachtheiligen Wirkungen des Stoßes der, zumal bei der Gewichtsſteuerung, zu ſchnell abgeſperrten Waſſerſäule zu mäßigen oder ganz zu beſeitigen, hat man an dem unteren Ende der Einfallröhre, nahe vor der Steuerung einen **Windkeſſel** (franz. réservoir à air; engl air vessel) d. i. ein mit comprimirter Luft angefülltes cylindriſches Gefäß angebracht, wie man es z. B. an Feuerſpritzen, von welchen erſt ſpäter die Rede ſein wird, vorfindet. Es nimmt hier die abgeſperrte Luft die überflüſſige lebendige Kraft des Waſſers auf, indem ſie von dieſer zuſammengedrückt wird, und es wird die Arbeit dieſer Kraft durch das am Anfange des folgenden Spieles eintretende Sichwiederausdehnen der Luft beinahe wieder gewonnen, indem das hierbei wieder aus dem Windkeſſel herausgedrängte Waſſer ziemlich unter dem hydroſtatiſchen Drucke in den Treibcylinder tritt. In der Anwendung bei Maſchinen mit hohem Gefälle hat ſich gezeigt, daß ſich die Luft im Windkeſſel mit dem Waſſer vermengt und ſich dadurch allmälig ganz aus demſelben entfernt. Um aber dies zu verhindern, müßte entweder ein Kolben in dieſen Keſſel eingeſetzt werden, welcher die Luft vom Waſſer abſperrt, oder es müßte eine kleine Luftpumpe angewendet werden, welche ununterbrochen Luft in den Keſſel einführt und ſo den Abgang wieder erſetzt.

§. 237. **Richtungs- und Querſchnittsveränderungen** in den einzelnen Röhren und Kanälen einer Waſſerſäulenmaſchine ſind die weiteren Urſachen von den Arbeitsverluſten dieſer Maſchine. Dieſe Verluſte laſſen ſich theils nach den bekannten und in I. Abſchnitt VI. Kap. I. und II. gefundenen Regeln der Hydraulik, theils mit Hülfe der Reſultate beſonders hierüber angeſtellter Verſuche (Siehe polytechn. Centralblatt, Jahrgang 1851, Lieferung 4.) beſtimmen.

In den Einfall- und Austrageröhren befinden ſich gekrümmte Knieſtücke, worin gewöhnlich die Richtung des bewegten Waſſers um einen Rechtwinkel abgelenkt wird. Iſt r die halbe Weite der Röhre und a der Krümmungshalbmeſſer der Axe ihres Kropfes, ſo entſpricht dem letzteren nach I. §. 376 der Widerſtandscoefficient

$$\xi_1 = 0{,}131 + 1{,}847 \left(\frac{r}{a}\right)^{7/2},$$

und iſt nun bei Geſchwindigkeit v_1 des durchſtrömenden Waſſers der Druckhöhenverluſt $= \xi_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g}$, alſo für einen Krümmling in der Einfallröhre

$$h_9 = \xi_1 \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und für einen ſolchen in der Austrageröhre

$$h_{10} = \xi_1 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \frac{v^2}{2g}.$$

Beim Ein- und Austritt des Waſſers in und aus dem Steuercylinder wird die Richtung des Waſſers durch ein Knie plötzlich um einen Rechtwinkel abgelenkt, es findet daher hier nach I. §. 375 ein Druckhöhenver-

luſt $\zeta_2 \frac{v_1^2}{2g} = 0{,}984 . \frac{v_1^2}{2g}$, alſo nahe $= \frac{v_1^2}{2g}$ ſtatt; der Allgemeinheit wegen möge jedoch für den Eintritt aus der Einfallröhre in den Steuercylinder die Widerſtandshöhe

Hydrauliſche Nebenhinderniſſe.

$$h_{11} = \zeta_2 \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_2 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 . \frac{v^2}{2g}$$

und für den Austritt aus dem Steuercylinder in das Austragerohr

$$h_{12} = \zeta_2 \frac{v_2^2}{2g} = \zeta_2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 . \frac{v^2}{2g}$$

geſetzt werden.

Für den Uebertritt des Waſſers aus dem Steuercylinder in das Communicationsrohr iſt nach den oben angeführten Verſuchen der Widerſtandscoefficient $\zeta_3 = 5$ und für Uebertritt aus dem Communicationsrohre in den Steuercylinder iſt derſelbe $\zeta_4 = 34{,}5$. Iſt nun d_3 der Durchmeſſer des Steuercylinders unmittelbar beim Steuerkolben, ſo hat man für den Uebergang des Waſſers aus dem Steuercylinder in das Communicationsrohr die Widerſtandshöhe

$$h_{13} = \zeta_3 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 . \frac{v^2}{2g} = 5 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 . \frac{v^2}{2g},$$

und umgekehrt für den Uebertritt aus dieſem Rohre in den Steuercylinder

$$h_{14} = \zeta_4 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 . \frac{v^2}{2g} = 34{,}5 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 . \frac{v^2}{2g}.$$

Endlich iſt für den Eintritt in den Treibcylinder nach den beſonders zu dieſem Zwecke angeſtellten Verſuchen $\zeta_5 = 31$, und dagegen für den Austritt aus demſelben $\zeta_6 = 26$; folglich für jenen die verlorene Druckhöhe

$$h_{15} = \zeta_5 . \frac{v^2}{2g} = 31 . \frac{v^2}{2g}, \text{ und für dieſen dieſelbe}$$

$$h_{16} = \zeta_6 . \frac{v^2}{2g} = 26 . \frac{v^2}{2g}.$$

Um überhaupt die Verluſte durch plötzliche Geſchwindigkeitsveränderungen zu vermindern, hat man den Communicationsröhren und dem Theile des Steuercylinders, durch welchen das Betriebswaſſer hin- und zurückgeht, mit der Einfall- und Austragerröhre einerlei Querſchnitt zu geben, oder wenigſtens jene Röhren u. ſ. w. durch ein ſich allmälig erweiterndes Rohr mit dieſen in Verbindung zu ſetzen.

Beſondere Arbeits- oder Druckhöhenverluſte werden noch durch die in Hähnen oder Droſſeln beſtehenden Regulirungsapparate oder Pipen herbeigeführt. Dieſelben ſind durch die Formel $h = \zeta_7 . \frac{v^2}{2g}$ zu beſtimmen, und die Coefficienten ζ_7 (h_8) hängen vom Stellwinkel der Pipe ab und

Hydrauliſche Nebenhinderniſſe.

ſind aus den Tabellen in I. §. 377 zu entnehmen. Hiernach iſt alſo für den Aufgang des Treibkolbens: $h_{17} = \zeta_7 \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}$ und für den Rückgang $h_{18} = \zeta_8 \cdot \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}$.

Durch Stellung der Regulirungspipe kann man dem Widerſtandscoefficienten jeden beliebigen, zwiſchen 0 und ∞ enthaltenden Werth ertheilen, daher auch jeden Ueberſchuß an Kraft tödten und die Geſchwindigkeit des Auf- und Niederganges nach Willkür oder Bedürfniß mäßigen.

Leiſtungsformel.

§. 238. Wenn wir vor der Hand die Steuerung unbeachtet laſſen, ſo können wir nun eine Formel zur Beſtimmung der Nutzleiſtung einer Waſſerſäulenmaſchine zuſammenſetzen. Die mittlere Kraft beim Aufgange des Kolbens iſt

$$P = [h_1 - (h_3 + h_5 + h_7 + h_9 + h_{11} + h_{13} + h_{15} + h_{17})]\, F\gamma,$$

und die Laſt beim Rückgange:

$$P_1 = (h_2 + h_4 + h_6 + h_8 + h_{10} + h_{12} + h_{14} + h_{16} + h_{18})\, F\gamma,$$

folglich die Leiſtung für ein vollſtändiges Kolbenſpiel

$$(P - P_1)\, s = [h_1 - (h_2 + h_3 + h_4 + \ldots + h_{18})]\, Fs\gamma$$

und die Leiſtung pr. Sec.:

$$L = [h_1 - (h_2 + h_3 + h_4 + \ldots + h_{18})] \cdot \frac{n}{60} \cdot Fs\gamma.$$

Setzen wir noch

$$\zeta \frac{l_1 d^4}{d_1^5} + \frac{d^2 l_1}{d_1^2 s} + \zeta_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 + \zeta_2 \left(\frac{d}{d_1}\right)^5 + \zeta_3 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 + \zeta_5 + \zeta_7 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4,$$

oder

$$\left[\zeta \frac{l_1}{d_1} + \frac{d_1^2 l_1}{d^2 s} + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 \left(\frac{d_1}{d_3}\right)^4 + \zeta_5 \left(\frac{d_1}{d}\right)^4 + \zeta_7\right] \left(\frac{d}{d_1}\right)^4,$$

$$= \varkappa_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \text{ und}$$

$$\zeta \frac{l_2 d^4}{d_2^5} + \frac{d^2 l_2}{d_2^2 s} + \zeta_1 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 + \zeta_2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 + \zeta_4 \left(\frac{d}{d_3}\right)^4 + \zeta_6 + \zeta_8 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4,$$

oder

$$\left[\zeta \frac{l_2}{d_2} + \frac{d_2^2 l_2}{d^2 s} + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_4 \left(\frac{d_2}{d_3}\right)^4 + \zeta_6 \left(\frac{d_2}{d}\right)^4 + \zeta_8\right] \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 = \varkappa_2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4$$

ſo können wir ſehr einfach und überſichtlich die Leiſtung ausdrücken:

$$L = \left[h - \left(4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_2) + \left[\varkappa_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 + \varkappa_2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4\right] \cdot \frac{v^2}{2g}\right)\right] \cdot \frac{n}{60}\, Fs\gamma.$$

Wegen der größeren Länge der Einfallröhre fällt $\varkappa_1$ meiſt größer aus, als $\varkappa_2$, und deshalb macht man denn auch gewöhnlich die Aufgangszeit t_1 größer, als die Niedergangszeit t_2.

Läßt man beide in dem Verhältniſſe $\frac{t_1}{t_2} = \nu$, z. B. $^2/_1$ ſtehen, ſo hat man $t_1 = \frac{\nu}{\nu+1} \cdot \frac{60''}{n}$ und $t_2 = \frac{1}{\nu+1} \cdot \frac{60''}{n}$; und behält man für v die mittlere Geſchwindigkeit eines ganzen Spieles $\frac{2s}{t_1+t_2} = \frac{2ns}{60''}$ bei, ſo erhält man die mittlere Geſchwindigkeit beim Aufgange Leiſtungsformel.

$$= \frac{s}{t_1} = \frac{\nu+1}{\nu} \cdot \frac{ns}{60} = \frac{\nu+1}{\nu} \cdot \frac{v}{2},$$

dagegen die beim Niedergange

$$= \frac{s}{t_2} = (\nu+1) \cdot \frac{ns}{60} = (\nu+1) \cdot \frac{v}{2},$$

folglich läßt ſich allgemeiner ausdrücken die Leiſtung:

$$L = \left[h - \left(4\varphi \frac{b}{d}(h_1+h_2) + \left[\varkappa_1 \left(\frac{\nu+1}{2\nu}\right)^2 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 + \varkappa_2 \left(\frac{\nu+1}{2}\right)^2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4\right] \frac{v^2}{2g}\right)\right] \cdot \frac{n}{60} Fs\gamma,$$

oder $\frac{n}{60} \cdot Fs = Q$ eingeſetzt,

$$L = \left[h - \left(4\varphi \frac{b}{d}(h_1+h_2) + \left[\varkappa_1 \left(\frac{1}{\nu}\right)^2 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 + \varkappa_2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4\right] \left(\frac{\nu+1}{2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}\right)\right] Q\gamma,$$

oder $v = \frac{2Q}{F} = \frac{8Q}{\pi d^2}$ eingeſetzt,

$$L = \left(h - \left[4\varphi \frac{b}{d}(h_1+h_2) + \left(\frac{\varkappa_1}{\mu^2 d_1^4} + \frac{\varkappa_2}{d_2^4}\right)\left(\frac{\nu+1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g} \cdot \left(\frac{8Q}{\pi}\right)^2\right]\right) Q\gamma.$$

Bei einer doppeltwirkenden Waſſerſäulenmaſchine iſt natürlich auch die Arbeit doppelt.

Dieſe Formel führt ſehr gut vor Augen, daß die Nutzleiſtung einer Waſſerſäulenmaſchine um ſo größer ausfällt, je größer d, d_1 und d_2 iſt, je weiter alſo ſämmtliche Cylinder und Röhren ſind. Auch läßt ſich durch den höheren Calcül finden, daß die Leiſtung bei gegebener Anzahl von Spielen am größten ausfällt, oder die Nebenhinderniſſe am kleinſten werden, wenn $\frac{\varkappa_1}{\nu^3 d_1^4} = \frac{\varkappa_2}{d_2^4}$, d. i. wenn $\nu = \sqrt[3]{\frac{\varkappa_1 d_2^4}{\varkappa_2 d_1^4}}$ iſt. Wäre z. B. $d_2 = d_1$ und $\varkappa_1 = 8\varkappa_2$, ſo würde $\nu = \sqrt[3]{8} = 2$ betragen, alſo die Aufgangszeit noch einmal ſo groß ſein müſſen, als die Niedergangszeit. Bei Anwendung eines an die Treibkolbenſtange angeſchloſſenen Balanciers läßt ſich dieſes Verhältniß ν zwiſchen der Auf- und Niedergangszeit leicht durch Zu-

Leistungsformel.

legen und Abnehmen von Gewichten u. s. w. bewirken. Das Reguliren der Zeiten durch die Pipen in der Einfallröhre und in der Austragerröhre hingegen erfolgt stets nur auf Unkosten der Nutzleistung, da diese Apparate einen durch ζ_7 gemessenen Kraftverlust hervorbringen, der um so größer ausfällt, je mehr diese Pipen zugedreht werden.

Ist die geforderte Arbeit kleiner, als die Nutzleistung der Wassersäulenmaschine, so muß natürlich der Ueberschuß an Arbeit ebenfalls durch Stellung der Pipen vernichtet werden.

Beispiel. Man soll für ein Gefälle h von 350 Fuß und für ein Wasserquantum $Q = 1$ Cubikfuß pro Secunde die Anordnung und Berechnung einer einfachwirkenden einstiefeligen Wassersäulenmaschine vollziehen. Lassen wir den Treibkolben mit der mittleren Geschwindigkeit $v = 1$ Fuß auf- und niedersteigen, so haben wir für dessen Querschnitt den Inhalt

$$F = \frac{2Q}{v} = \frac{2 \cdot 1}{1} = 2 \text{ Quadratfuß},$$

und lassen wir das Wasser in den Einfall- und Ausgußröhren mit $v_1 = v_2 = 5$ Fuß mittlerer Geschwindigkeit sich bewegen, so haben wir für den Querschnitt dieser Röhren:

$$F_1 = \frac{2Q}{v_1} = \frac{2}{5} = 0{,}4 \text{ Quadratfuß}.$$

Hiernach folgt der Durchmesser des Treibkolbens:

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = \sqrt{\frac{8}{\pi}} = 1{,}5958 \text{ Fuß},$$

und der der Einfall- und Austragerröhren:

$$d_1 = d_2 = \sqrt{\frac{4F_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{1{,}6}{\pi}} = 0{,}71364 \text{ Fuß}.$$

Der Einfachheit und Sicherheit wegen wollen wir aber $d = 20$ Zoll, und $d_1 = 9$ Zoll in Anwendung bringen.

Wenn wir der Ausgleichung des Stangengewichtes wegen u. s. w. das Ausgußrohr 50 Fuß hoch über dem mittleren Kolbenstande aufsteigen lassen, also $h_2 = 50$ Fuß annehmen, so bekommen wir $h_1 = h + h_2 = 400$ Fuß. Nehmen wir ferner an, daß die Armlänge l_1 der Einfallröhre 450, die der Ausgußröhre aber, also l_2, nur 66 Fuß betrage. Bei 20 Zoll Kolbendurchmesser bekommen wir

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{25}{9} = 2{,}182 \text{ Quadratfuß, daher}$$

$$v = \frac{2Q}{F} = \frac{2}{2{,}182} = 0{,}9166 \text{ Fuß}.$$

Rechnen wir nun noch auf 4 Spiele pro Minute, so erhalten wir den Hub

$$s = \frac{60v}{2n} = \frac{60 \cdot 0{,}9166}{8} = 6{,}8745 \text{ Fuß}.$$

Nehmen wir ferner die Breite b des Liderungskranzes am Treibkolben $= \frac{1}{8} d = 2\frac{1}{2}$ Zoll an, so bekommen wir zunächst die durch Treibkolbenreibung aufgezehrte Druckhöhe

$$4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_2) = 4 \cdot 0{,}25 \cdot \tfrac{1}{8}(400+50) = \frac{450}{8} = 56{,}25 \text{ Fuß},$$

und es bleibt nach Abzug der Kolbenreibung nur noch das nutzbare Gefälle oder die Druckhöhe Leiſtungsformel.

$$h - 4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_2) = 350 - 56{,}25 = 293{,}75 \text{ Fuß übrig.}$$

Um nun die hydrauliſchen Widerſtände zu finden, müſſen wir zunächſt die Coefficienten $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ berechnen. Es iſt der eine, für die Einfallröhre,

$$\varkappa_1 = \zeta \frac{l_1}{d_1} + \frac{d_1^2 l_1}{d^2 s} + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 \left(\frac{d_1}{d_3}\right)^4 + \zeta_5 \left(\frac{d_1}{d}\right)^4 + \zeta_7,$$

und der andere, für die Austrageröhre,

$$\varkappa_2 = \zeta \frac{l_2}{d_2} + \frac{d_2^2 l_2}{d^2 s} + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_4 \left(\frac{d_2}{d_3}\right)^4 + \zeta_6 \left(\frac{d_2}{d}\right)^4 + \zeta_8,$$

hierein aber zu ſetzen:

$$\zeta = 0{,}021, \quad \frac{l_1}{d_1} = \frac{450}{3/4} = 600, \quad \frac{l_2}{d_2} = \frac{66}{3/4} = 88,$$

daher $\zeta \frac{l_1}{d_1} = 0{,}021 \cdot 600 = 12{,}6$, und $\zeta \frac{l_2}{d_2} = 0{,}021 \cdot 88 = 1{,}85$,

ferner $\frac{d_1^2 l_1}{d^2 l} = \left(\frac{9}{20}\right)^2 \cdot \frac{450}{6{,}87} = 13{,}26$ und $\frac{d_2^2 l_2}{d^2 l} = \left(\frac{9}{20}\right)^2 \cdot \frac{66}{6{,}87} = 1{,}94.$

Nimmt man ferner an, daß ſowohl in der Einfallröhre als auch in der Austrageröhre eine Krümmung vorkommt, deren Radius $a = 4r$, für welche alſo $\frac{r}{a} = 1/4$ iſt, ſo hat man den entſprechenden Widerſtandscoefficienten

$$\zeta_1 = 0{,}131 + 1{,}847 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{7/2} = 0{,}15.$$

Nehmen wir ferner an, daß die Einfall- und Austrageröhre mit dem Steuercylinder durch ein rechtwinkeliges Knie verbunden ſind, ſo haben wir noch für beide Röhren $\zeta_2 = 0{,}984$ zu ſetzen, und iſt der Querſchnitt des Steuercylinders doppelt ſo groß, als der der Einfall- und Austrageröhre, ſo haben wir $d_3^2 = 2 d_1^2 = 2 d_2^2$ und daher

$$\zeta_3 \left(\frac{d_1}{d_3}\right)^4 = \frac{5}{4} = 1{,}25 \text{ und } \zeta_4 \left(\frac{d_2}{d_3}\right)^4 = \frac{34{,}5}{4} = 8{,}62.$$

Endlich iſt noch

$$\zeta_5 \left(\frac{d_1}{d}\right)^4 = 31 \left(\frac{9}{20}\right)^4 = 1{,}27 \text{ und}$$

$$\zeta_6 \left(\frac{d_2}{d}\right)^4 = 26 \left(\frac{9}{20}\right)^4 = 1{,}07,$$

und ſind daher die Stellhähne in der Einfall- und in der Austrageröhre völlig geöffnet, iſt alſo ζ_7 und $\zeta_8 = 0$, ſo hat man

$$\varkappa_1 = \left\{\begin{matrix} 12{,}60 \\ 13{,}26 \\ 0{,}15 \\ 0{,}98 \\ 1{,}25 \\ 1{,}27 \end{matrix}\right\} = 29{,}51 \quad \text{und} \quad \varkappa_2 = \left\{\begin{matrix} 1{,}85 \\ 1{,}94 \\ 0{,}15 \\ 0{,}98 \\ 8{,}62 \\ 1{,}07 \end{matrix}\right\} = 14{,}61,$$

und hiernach das dem vortheilhafteſten Gange entſprechende Verhältniß der Aufgangszeit zur Niedergangszeit

$$\nu = \sqrt[3]{\frac{\varkappa_1}{\varkappa_2}} = \sqrt[3]{\frac{29{,}51}{14{,}61}} = 1{,}264.$$

Leistungsformel. Durch Einführung dieser Werthe erhält man die Höhe der arbeitenden Kraftsäule:

$$h - \left[4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_2) + \left(\frac{\varkappa_1}{\nu^2 d_1^4} + \frac{\varkappa_2}{d_2^4}\right)\left(\frac{\nu+1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g}\left(\frac{8Q}{\pi}\right)^2\right]$$

$$= h - \left[4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_1) + \left(\frac{\varkappa_1}{\nu^2} + \varkappa_2\right)\left(\frac{\nu+1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g} \cdot \left(\frac{8Q}{\pi d_1^2}\right)^2\right]$$

$$= 293{,}75 - \left(\frac{29{,}51}{1{,}59} + 14{,}61\right)\left(\frac{2{,}264}{2}\right)^2 . 0{,}016 . \left(\frac{8 . 16}{9\pi}\right)^2$$

$$= 293{,}75 - (18{,}55 + 14{,}61) . 1{,}281 . 0{,}016 . \left(\frac{128}{9\pi}\right)^2$$

$$= 293{,}75 - 33{,}16 . 0{,}0205 . \left(\frac{128}{9\pi}\right)^2 = 293{,}75 - 13{,}93 = 279{,}82 \text{ Fuß.}$$

Hiernach folgt der Wirkungsgrad dieser Maschine, ohne Rücksicht auf die Arbeit, welche die Steuerung beansprucht,

$$\eta = \frac{279{,}82}{350} = 0{,}799,$$

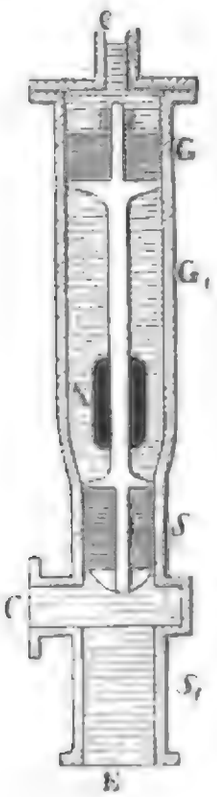
und die Nutzleistung

$$L = Q\left[h - \left(4\varphi \frac{b}{d}(h_1 + h_1) + \text{u. s. w.}\right)\right]\gamma = 279{,}82 . 1 . 66$$

$$= 18468 \text{ Fußpfund} = 86{,}2 \text{ Pferdekräfte.}$$

Berechnung der Steuerung. §. 239. Ein sehr wichtiger Gegenstand ist noch die Anordnung und Berechnung der Steuerung einer Wassersäulenmaschine. Da bei den neueren und besseren Maschinen vorzüglich nur die Kolbensteuerung vorkommt, so wollen wir in Folgendem auch nur auf diese Rücksicht nehmen. Betrachten wir zunächst das Zweikolbensteuersystem, wie es bei einigen hiesigen Maschinen vorkommt, und in Fig. 382 abgebildet ist; nehmen wir hierbei an, daß der Steuerkolben S von unten mit der mittleren Druckhöhe h_1, von oben aber mit der mittleren Druckhöhe h_2 vom Wasser gedrückt werde, und bezeichnen wir die Höhe des Gegenkolbens G über dem Steuerkolben S durch e, daher auch die Höhe des Wasserdruckes unter $G = h_2 - e$ und die über G, je nachdem das Druckwasser zugelassen oder abgesperrt wird, $= h_1 - e$ oder $h_2 - e$. Nehmen wir noch den Durchmesser des Steuerkolbens S, $= d_1$ und den des Gegenkolbens, $= d_2$, und setzen wir voraus, daß die Liderung beider Kolben aus über einander liegenden Lederscheiben bestehe, und ziemlich von einer und derselben Höhe sei.

Fig. 382.



Steht nun die Steuerkolbenverbindung oben, wie auch Fig. 382 anzeigt, so soll das Zulassen des Kraftwassers über G ein Niedergehen der Kolbenverbindung bewirken, es muß also die Differenz der Wasserdrücke auf S und G in Vereinigung mit dem Ge-

wichte R der Kolbenverbindung die Reibungen der beiden Kolben S und G übertreffen. Der Druck über G iſt Berechnung der Steuerung.

$= \frac{\pi d_2^2}{4} (h_1 - e)\, \gamma$ und der Gegendruck unter G, $= \frac{\pi d_2^2}{4} (h_2 - e)\, \gamma$,

ferner der Druck über $S = \frac{\pi d_1^2}{4} h_2 \gamma$ und der Gegendruck unter S

$= \frac{\pi d_1^2}{4} h_1 \gamma$, daher folgt dann zunächſt die niedertreibende Kraft

$$P = \frac{\pi d_2^2}{4} (h_1 - e - h_2 + e)\gamma + \frac{\pi d_1^2}{4} (h_2 - h_1)\, \gamma + R$$

$$= \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2)\, (h_1 - h_2)\, \gamma + R,$$

oder das Gefälle $h_1 - h_2$ durch h bezeichnet, $P = \frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2)\, h\gamma + R$.

Die Kolbenreibung hat man, wenn ſie auch keine hydroſtatiſche iſt, dem Kolbenumfang und der Differenz der Druckhöhen zu beiden Seiten des Kolbens proportional zu ſetzen, alſo durch die Formel $F = \varphi \pi d h \gamma$ auszudrücken und folglich im vorliegenden Falle

$P = \varphi\pi \left(d_1 (h_1 - h_2) + d_2 [h_1 - e - (h_2 - e)]\right) \gamma = \varphi\pi (d_1 + d_2)\, h\gamma$

anzunehmen. Deshalb gilt denn folgende Formel:

$\frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2)\, h\gamma + R = \varphi\pi (d_1 + d_2)\, h\gamma$, oder vereinfacht,

$$1)\ d_2^2 - d_1^2 + \frac{4R}{\pi h \gamma} = 4\varphi (d_1 + d_2).$$

Soll hingegen die Kolbenverbindung nach Abſperren des Druckwaſſers über G von ihrem tiefſten Stande aus emporſteigen, ſo muß der Ueberſchuß der Differenz der Kolbendrücke auf S allein das Gewicht der Kolbenverbindungen und die Reibungen derſelben übertreffen, weil ſich hier die Drücke zu beiden Seiten von G aufheben, es muß alſo ſein

$\frac{\pi}{4} d_1^2 (h_1 - h_2)\, \gamma = R + \varphi\pi (d_1 + d_2)\, h\gamma$, oder einfacher

$$2)\ d_1^2 - \frac{4R}{\pi h \gamma} = 4\varphi (d_1 + d_2).$$

Dieſe Formeln können nun dazu dienen, die beiden Kolbendurchmeſſer d_1 und d_2 zu berechnen. Ohne Rückſicht auf R, was bei großen Druckhöhen auch ſtets nur einen ſehr unbedeutenden Einfluß hat, iſt

$d_2^2 - d_1^2 = 4\varphi (d_1 + d_2)$ und $d_1^2 = 4\varphi (d_1 + d_2)$, daher $d_2^2 - d_1^2 = d_1^2$, oder $d_2^2 = 2 d_1^2$ und ſonach der Durchmeſſer des Gegenkolbens: $d_2 = d_1 \sqrt{2} = 1{,}414\, d_1$, alſo ungefähr $^7/_5$mal Durchmeſſer des Steuerkolbens, der ſich aus der erſten Gleichung $d_2^2 - d_1^2$

Berechnung der Steuerung.

$= 4\varphi\,(d_1 + d_2)$ oder $d_2 - d_1 = 4\varphi$ beſtimmt, wenn man hierin $d_2 = d_1\sqrt{2}$ einſetzt.

Man erhält ſo $d_1 = \dfrac{4\varphi}{\sqrt{2}-1} = (\sqrt{2}+1).4\varphi = 2{,}414\,.\,4\varphi$ und $d_2 = 3{,}414\,.\,4\varphi$.

Mit Berückſichtigung der Kolbengewichte iſt aber annähernd, jedoch genügend genau $d_2 = \sqrt{2\,d_1^2 - \dfrac{8R}{\pi h\gamma}} = d_1\sqrt{2} - \dfrac{4R}{\pi h\gamma d_1\sqrt{2}}$

$= d_1\sqrt{2} - \dfrac{(\sqrt{2}-1)\,R}{\varphi\pi h\gamma\sqrt{2}}$, daher folgt aus der erſten Gleichung

$$d_2 - d_1 = 4\varphi - \frac{4R}{\pi h\gamma\,(d_1+d_2)}, \text{ d. i.}$$

$$(\sqrt{2}-1)\,d_1 = 4\varphi + \frac{(\sqrt{2}-1)}{\varphi\pi h\gamma\sqrt{2}}\,R - \frac{(\sqrt{2}-1)\,R}{\varphi\pi h\gamma\,(1+\sqrt{2})}, \text{ d. i.}$$

$$d_1 = (\sqrt{2}+1)\,4\varphi + \frac{(2-\sqrt{2})\,R}{2\varphi\pi h\gamma} \text{ und}$$

$$d_2 = (\sqrt{2}+2)\,4\varphi + \frac{(3\sqrt{2}-4)\,R}{2\varphi\pi h\gamma}.$$

Der Sicherheit wegen macht man beide Durchmeſſer noch etwas größer, und tödtet die überflüſſige Kraft beim zu ſchnellen Steuerkolbenſpiele durch die ſchon aus dem Früheren bekannten Regulirungshähne. Den beſtehenden beſſeren Maſchinen zufolge kann man übrigens 4φ nur 0,1, alſo $\varphi = 1/40$ annehmen. Um beim Durchgange des Kraftwaſſers durch den Steuercylinder möglichſt kleine hydrauliſche Hinderniſſe zu erhalten, giebt man dieſem Cylinder an dieſer Stelle gern denſelben Querſchnitt wie den Communications- und Einfallröhren, und wenn nun die Formeln einen Durchmeſſer d_1 geben, welcher kleiner iſt als der Durchmeſſer der Einfallröhren, ſo iſt gleich im Voraus darauf zu rechnen, daß eine überflüſſige Kraft entſteht, die durch die Stellhähne weggenommen werden muß.

Beiſpiel. Es ſei für die Steuerung einer Waſſerſäulenmaſchine von 400 Fuß Gefälle das Zweikolbenſyſtem anzuordnen, deſſen Gewicht man im Voraus auf 150 Pfund ſchätzt. Ohne Rückſicht auf dieſes Kolbengewicht hat man die Durchmeſſer

$d_1 = 2{,}414\,.\,4\varphi = 2{,}414\,.\,0{,}1 = 0{,}2414$ Fuß $= 2{,}897$ Zoll

und $d_2 = 3{,}414\,.\,0{,}1 = 0{,}3414$ Fuß $= 4{,}097$ Zoll;

mit Berückſichtigung dieſes Gewichtes aber

$$d_1 = 0{,}2414 + \frac{0{,}586\,.\,150}{0{,}05\,.\,400\,.\,66\,\pi} = 0{,}2414 + \frac{0{,}586}{8{,}8\,.\,\pi} = 0{,}2114 + 0{,}0212$$

$= 0{,}2626$ Fuß $= 3{,}151$ Zoll und

$$d_2 = 0{,}3414 + \frac{0{,}243\,.\,150}{0{,}05\,.\,400\,.\,66\,\pi} = 0{,}3414 + 0{,}0087 = 0{,}3501 \text{ Fuß} = 4{,}202 \text{ Zoll}.$$

Hinreichend ſicher geht man, wenn man nun die Durchmeſſer $d_1 = 3\frac{1}{2}$ Zoll und $d_2 = 5$ Zoll in Anwendung bringt. Bei dieſem kleinen Gegenkolben iſt

allerdings nur ein kleines Steuerwaſſerquantum nöthig, dafür findet aber auch das Waſſer bei ſeinem Durchgange durch den Steuercylinder ein größeres hydrauliſches Hinderniß vor. Nimmt man deshalb $d_1 = 6$ Zoll, ſo muß man allerdings d_2 mindeſtens $= d_1 \sqrt{2} = 1{,}414 \cdot 6 = 8{,}484$ Zoll, alſo etwa $8\frac{3}{4}$ bis 9 Zoll machen, und die überflüſſigen Kräfte beim Auf- und Niedergang durch die Stellhähne vernichten. Berechnung der Steuerung.

§. 240. Bei dem Dreikolbenſyſteme iſt der Gang der Rechnung im Ganzen nicht von dem Vorigen verſchieden, nur hat man hier den Vortheil, daß man den einen Kolbendurchmeſſer beliebig, z. B. den eigentlichen Steuerkolbendurchmeſſer ſo groß annehmen kann, als die Einfallröhre weit iſt. Die Steuerung bei der in Fig. 379 abgebildeten zweiſtiefeligen Waſſerſäulenmaſchine wird hiernach auf folgende Weiſe zu berechnen ſein. Bezeichnen wir den Durchmeſſer des unteren oder erſten Steuerkolbens durch d_1, den des zweiten durch d_2 und den des oben aufſitzenden Gegenkolben durch d_3, ſo können wir wegen des Niederganges ſetzen:

$$1)\quad d_1^2 - d_2^2 + d_3^2 + \frac{4R}{\pi h \gamma} = 4\varphi\,(d_1 + d_2 + d_3),$$

und wegen des Aufganges:

$$2)\quad d_2^2 - d_1^2 - \frac{4R}{\pi h \gamma} = 4\varphi\,(d_1 + d_2 + d_3).$$

Aus d_1 läßt ſich nun mit Hülfe dieſer Formeln d_2 und d_3 berechnen. Der Sicherheit und der hydrauliſchen Hinderniſſe wegen nimmt man aber d_2 noch etwas größer an, als ſich aus dieſen Formeln berechnen läßt. Führt man dieſen Werth in die Formel $2\,(d_1^2 - d_2^2) + d_3^2 + \frac{4R}{\pi h \gamma} = 0$ ein, ſo erhält man den Werth des Durchmeſſers vom dritten Kolben:

$d_3 = \sqrt{2\,(d_2^2 - d_1^2) - \frac{8R}{\pi h \gamma}}$, den man aus den eben angeführten Gründen ebenfalls ſehr reichlich nimmt.

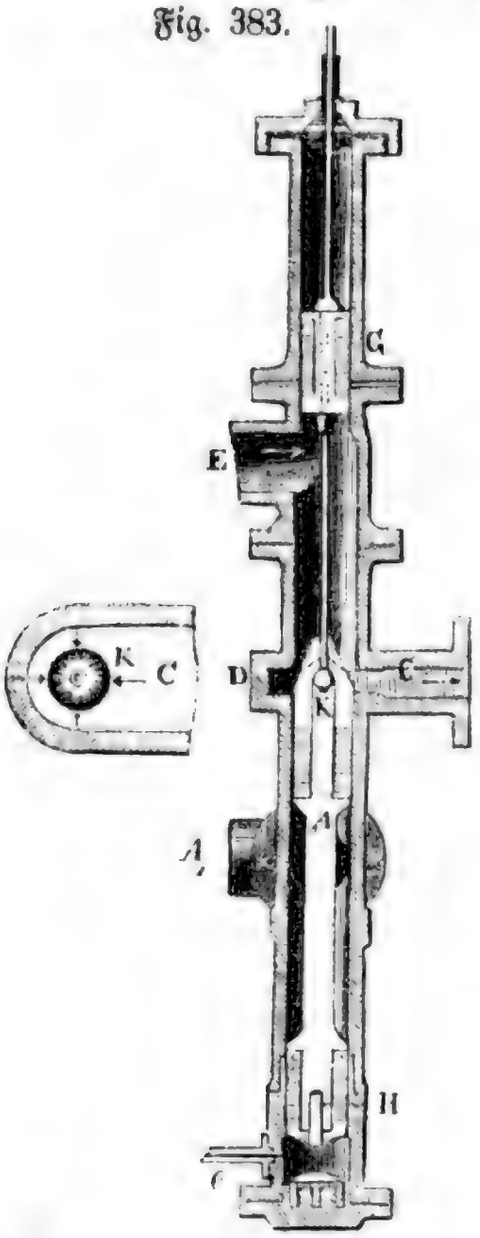
Für die Steuerung der in Fig. 381 abgebildeten Waſſerſäulenmaſchine laſſen ſich folgende Formeln entwickeln. Es bezeichnet h_1 die mittlere Höhe der Kraft- und h_2 die der Laſtwaſſerſäule, d_1 aber den Durchmeſſer des Steuerkolbens, d_2 den des Gegenkolbens und d_3 den Durchmeſſer ſeines gleichſam einen dritten Kolben bildenden Aufſatzes. Es iſt dann die Kraft beim Niedergange: $\frac{\pi}{4}\,[d_1^2(h_1 - h_2) + (d_2^2 - d_3^2)\,h_1 - d_2^2 h_1]\,\gamma + R$, und die des Aufganges: $\frac{\pi}{4}\,[d_2^2 h_1 - (d_2^2 - d_3^2)\,h_2 - d_1^2\,(h_1 - h_2)]\,\gamma - R$; daher

$$1)\quad d_1^2 - \frac{h_1}{h}\,d_3^2 + \frac{4R}{\pi h \gamma} = 4\varphi\,(d_1 + d_2 + d_3) \text{ und}$$

Berechnung der Steuerung.

$$2)\quad d_2^2 - d_1^2 + \frac{h_2}{h}\, d_3^2 - \frac{4R}{\pi h \gamma} = 4\varphi\,(d_1 + d_2 + d_3).$$

Fig. 383.



Hat man d_1 gegeben, ſo kann man hiernach d_2 und d_3 berechnen, muß aber aus bekannten Gründen für d_2 einen etwas größeren, ſowie für d_3 einen etwas kleineren Werth in Anwendung bringen. Uebrigens rechnet man leichter mit den Formeln

$$1)\quad d_2^2 - d_3^2 = 8\varphi\,(d_1 + d_2 + d_3)$$

und

$$2)\quad d_2^2 + \left(\frac{h_1 + h_2}{h}\right) d_3^2 = 2d_1^2 + \frac{8R}{\pi h \gamma}.$$

Für die in Figur 383 abgebildete und bereits oben im Allgemeinen kennen gelernte Steuerung einer Clausthaler Waſſerſäulenmaſchine hat man endlich, wenn d_1 den Durchmeſſer des Steuerkolbens, d_2 den Durchmeſſer des oberen oder Gegenkolbens und d_3 den des unteren oder Wendekolben bezeichnet, die Kraft beim Niedergange:

$$\frac{\pi}{4}\,[d_1^2\,(h_1 - h_2) - d_2^2 h_1)]\,\gamma + R,$$

und hingegen beim Aufgange:

$$\frac{\pi}{4}\,[d_3^2\,(h_1 - h_2) - d_1^2\,(h_1 - h_2) + d_2^2 h_1]\,\gamma - R;\ \text{daher}$$

$$1)\quad d_1^2 - \frac{h_1}{h}\, d_2^2 + \frac{4R}{\pi h \gamma} = 4\varphi\,(d_1 + d_2 + d_3)\ \text{und}$$

$$2)\quad d_3^2 - d_1^2 + \frac{h_1}{h}\, d_2^2 - \frac{4R}{\pi h \gamma} = 4\varphi\,(d_1 + d_2 + d_3).$$

Beiſpiel. Wenn bei der letzten Maſchine die Druckhöhen $h_1 = 688$ Fuß, und $h_2 = 76$ Fuß betragen, das Gewicht R der Kolbenverbindung aber 170 Pfund und der Steuerkolbendurchmeſſer $d_1 = 1/2$ Fuß angenommen wird, ſo ergeben ſich die Durchmeſſer der übrigen Kolben auf folgende Weiſe.

Es iſt $d_3^2 = 8\gamma\,(d_1 + d_2 + d_3)$ und auch $= 2d_1^2 - \frac{2h_1}{h}\, d_2^2 + \frac{8R}{\pi h \gamma}$, oder in Zahlen, $d_3^2 = 0{,}2\,(0{,}5 + d_2 + d_3)$ und $= 0{,}5 - 2{,}248\, d_2^2 + 0{,}0107$. Nimmt man nun $d_2 = 0{,}3$ Fuß an, ſo erhält man ein Mal $d_3^2 = 0{,}5107 - 0{,}2023 = 0{,}3084$, alſo $d_3 = 0{,}555$ und hiernach das zweite Mal $d_3^2 = 0{,}2$. 1,355

$= 0{,}2710$, d. i. $d_3 = 0{,}5205$, nimmt man aber $d_2 = 0{,}33$, ſo erhält man $d_3^2 = 0{,}5107 - 0{,}2448 = 0{,}2659$, alſo $d_3 = 0{,}516$, und auch $d_3^2 = 0{,}2 \,.\, 1{,}346 = 0{,}2692$, alſo $d_3 = 0{,}519$. Hiernach wäre $d_2 = 0{,}33 \,.\, 12 = 3{,}96$, alſo circa 4 Zoll und $d_3 = 0{,}52 \,.\, 12 = 6{,}24$, alſo circa $6\frac{1}{4}$ Zoll zu nehmen. In Wirklichkeit iſt $d_2 = 4$ Zoll 1,6 Linien und $d_3 = 5$ Zoll $9\frac{2}{3}$ Linien; woraus geſchloſſen werden kann, daß hier 4φ noch etwas kleiner als 0,1 iſt. Berechnung der Steuerung.

Anmerkung. Um genauer zu rechnen, müßte man noch den Querſchnitt der Steuerkolbenſtange in Betracht ziehen.

§. 241. Das Steuerwaſſerquantum oder das Waſſer, welches zur Bewegung der Steuerkolbenverbindung verwendet wird, giebt zu einem beſonderen Arbeitsverluſte oder zur Herabziehung des Wirkungsgrades Veranlaſſung, weil es dem eigentlichen Betriebswaſſer entzogen wird. Man ſoll es daher auch ſo viel wie möglich herabziehen und deshalb nicht nur den Gegenkolbendurchmeſſer d_3, ſondern auch den Weg des Steuerkolbens möglichſt klein machen. Dieſer Weg hängt aber von der Höhe des Steurkolbens und von der Höhe der Communicationsröhre, und erſtere wieder von der letzteren ab; aus dieſem Grunde hat man alſo die Communicationsröhre, welche den Steuercylinder mit dem Treibcylinder verbindet, möglichſt niedrig zu machen, und das Fehlende lieber an Breite zuzuſetzen. Deshalb iſt denn auch dieſe Röhre gewöhnlich rectangulär im Querſchnitte und hat mit dem Treibcylinder einerlei Weite d. Soll der Querſchnitt dieſer Röhre dem der Einfallröhre gleich ſein, ſo hat man $ad = \frac{\pi d_1^2}{4}$, folglich die Höhe der Communicationsröhre, $a = \frac{\pi d_1^2}{4d}$ zu nehmen. Damit der Steuerkolben beim halben Hube richtig abſchließe, macht man ihn dreimal ſo hoch, als die Röhre, nimmt alſo deſſen Höhe $a_1 = 3a$, deshalb iſt der Steuerkolbenweg ſelbſt: $s_1 = a_1 + a = 3a + a = 4a$, und das pro Spiel verbrauchte Steuerwaſſerquantum $= \frac{\pi d_3^2}{4} s_1 = \pi a d_3^2$. Steuerwaſſer.

Macht nun die Maſchine pr. Min. n Spiele, ſo iſt das pr. Secunde verbrauchte Steuerwaſſerquantum $Q_1 = \frac{ns_1}{60} \,.\, \frac{\pi d_3^2}{4} = \frac{na}{60} \pi d_3^2$, und daher der entſprechende Verluſt an Leiſtung:

$$L_1 = \frac{ns_1}{60} \,.\, \frac{\pi d_3^2}{4} \,.\, h\gamma = \frac{s_1}{s} \left(\frac{d_3}{d}\right)^2 L.$$

Es wird alſo dieſer Verluſt um ſo kleiner, je weniger Spiele die Maſchine macht, je größer alſo der Treibkolbenhub s iſt.

Was endlich noch die äußere und die Hülfsſteuerung anlangt, ſo iſt die Kraft, welche die Bewegung deſſelben beanſprucht, ſo klein, daß wir dieſelbe recht gut außer Acht laſſen oder uns wenigſtens mit deren Abſchätzung begnügen können. Ueber die hierbei vorkommende Umſetzung der

Steuerwaſſer. Bewegung wird aber ſpäter an einem anderen Orte, wenn von den Zwiſchenmaſchinen die Rede iſt, ausführlich gehandelt.

Beiſpiel. Wenn bei der im Beiſpiele zu §. 238 berechneten Waſſerſäulenmaſchine ein Steuerkolben von 9 Zoll Durchmeſſer und daher ein Gegenkolben von $9\sqrt{2} = 13$ Zoll angewendet wird, wenn ferner die Communicationsröhre die Höhe $a = \frac{\pi d_1^2}{4d} = \frac{9^2\pi}{4.20} = \frac{81\pi}{80} = 3{,}18$ Zoll, und deshalb der Steuerkolben die Höhe $a_1 = 3a = 9{,}54$ Zoll erhält, und ſein Spiel den Hub $s_1 = a_1 + a = 12{,}72$ Zoll $= 1{,}06$ Fuß beträgt, ſo hat man das Steuerwaſſerquantum pro Spiel $= \frac{\pi}{4}(^{13}/_{12})^2 . 106 = 0{,}977$ Cubikfuß, und daher den entſprechenden Arbeitsverluſt pr. Sec. $L_1 = \frac{n}{60} . 0{,}977 \cdot h\gamma = {}^{4}/_{60} . 0{,}977 . 350 . 66 = 1505$ Fußpfund oder circa 3 Pferdekräfte. Sicherlich würde man ökonomiſcher zu Werke gehen, wenn man einen ſchwächeren Steuerkolben und eine niedrigere Communicationsröhre anwendete, denn wenn man auch dadurch die hydrauliſchen Hinderniſſe etwas vermehrte, ſo würde man doch dadurch an Leiſtung nicht ſo verlieren, als durch Erſparniß an Steuerwaſſer gewinnen.

Erfahrungsreſultate. §. 242. Ueber die Leiſtungen der Waſſerſäulenmaſchinen ſind erſchöpfende Verſuche nicht angeſtellt worden. In der Regel werden dieſe Maſchinen nur in Bergwerken zum Heben des Waſſers durch Pumpen verwendet, und es erſtrecken ſich die gemachten Verſuche höchſtens nur auf die Ermittelung der Leiſtung von der ganzen aus der Waſſerſäulenmaſchine und aus Pumpen beſtehenden Maſchine. Da nun aber über die Pumpen ſelbſt hinreichend ſichere Beobachtungen ebenfalls nicht bekannt ſind, ſo läßt ſich allerdings mit aller Sicherheit der Wirkungsgrad der Waſſerſäulenmaſchine nicht berechnen. Dagegen iſt es ſehr leicht, eine angenäherte Beſtimmung dieſes Wirkungsgrades zu finden, wenn man die Vorausſetzung macht, daß die Wirkungsgrade der Waſſerſäulenmaſchinen und Pumpen in einem beſtimmten Verhältniſſe zu einander ſtehen; dieſe Vorausſetzung läßt ſich aber recht gut machen, da beide Maſchinen in ihrer Conſtruction und Bewegungsweiſe einander ſehr ähnlich ſind. Gewiß rechnet man nicht zum Vortheil für die Waſſerſäulenmaſchine und entfernt ſich überhaupt nicht ſehr von der Wahrheit, wenn man den Arbeitsverluſt der ganzen Maſchine zur Hälfte der Waſſerſäulen- und zur Hälfte der Pumpenmaſchine beimißt. Die Rechnung hierbei iſt ſehr einfach. Die disponible Leiſtung iſt: $\frac{n}{60}(Fs + F_1 s_1)\, h\gamma$, wofern F_1 den Querſchnitt und s_1 den Hub des Wendekolbens bezeichnet, die gewonnene Leiſtung aber iſt $\frac{ns}{60} F_2 h_2 \gamma$, wenn F_2 den Querſchnitt der Pumpenkolben und h_2 die Höhe bezeichnet, auf welche das Waſſer durch die Pumpen gefördert wird.

Der Arbeitsverluſt iſt daher $= \frac{n}{60}(Fs + F_1 s_1) h\gamma - \frac{ns}{60} F_2 h_2 \gamma$. die Erfahrungsreſultate Hälfte aber $= \frac{n\gamma}{120}[(Fs + F_1 s_1) h - F_2 s h_2]$ und demnach der Wirkungsgrad der Waſſerſäulenmaſchine:

$$\eta = 1 - \tfrac{1}{2}\frac{(Fs + F_1 s_1) h - F_2 s h_2}{(Fs + F_1 s_1) h} = \tfrac{1}{2} + \frac{F_2 s h_2}{2 (Fs + F_1 s_1) h}$$

$= \frac{1}{2}(1 + \eta_1)$, wenn η_1 den Wirkungsgrad der ganzen Maſchine bezeichnet. Hierbei wird freilich vorausgeſetzt, daß Waſſerverluſte nicht vorkommen; bei gutem Zuſtande der Maſchinen ſind aber dieſe ſo klein, daß man ſie außer Acht laſſen kann. Unter anderem findet Herr Jordan, der Erbauer der Clausthaler Maſchine den mittleren Waſſerverluſt bei der Waſſerſäulenmaſchine $= \frac{1}{4}$ und den der Pumpen $= 2\frac{1}{4}$ Procent. Die Ausführung der Verſuche iſt nun dadurch zu bewirken, daß man die Regulirungsapparate in der Einfall- und Austrageröhre vollſtändig öffnet, und die Steighöhe der Pumpen ſo weit erhöht, bis die Maſchine regelmäßig die verlangte Anzahl von Spielen vollbringt.

Durch Verſuche der Art fand Jordan an der einen der zwei Schweſtermaſchinen in Clausthal: bei 4 Spielen pr. Minute $\eta_1 = 0{,}6568$ und bei 3 Spielen $\eta_1 = 0{,}7055$, und es iſt daher im erſten Falle $\eta = \frac{1{,}6568}{2} = 0{,}8284$ und im zweiten $\eta = \frac{1{,}7055}{2} = 0{,}8527$, folglich im Mittel $\eta = \frac{1{,}6811}{2} = 0{,}84$ anzunehmen.

Wenn es nicht thunlich iſt, die höchſte Wirkung einer Waſſerſäulenmaſchine durch Vergrößerung der Steighöhe des Pumpenwerkes zu erlangen, ſo kann man auch den zur Ermittelung des Wirkungsgrades nöthigen regelmäßigen Gang durch Verminderung der Kraftwaſſerſäule ſich verſchaffen; jedoch iſt dieſes Verfahren nur dann zuläſſig, wenn die Kraftreſerve der Maſchine nicht bedeutend, und alſo auch die abzutragende Waſſerſäule nicht ſehr hoch iſt. Hierorts hat man die Verminderung der Waſſerſäule bloß durch wirkliches Einfallen des Aufſchlagwaſſers in die Einfallröhre bewirkt, und den eigentlichen Waſſerſtand in dieſer durch eine an einen Faden aufgehängte Schwimmkugel gemeſſen. Auf dieſe Weiſe hat ſich bei der Waſſerſäulenmaſchine auf Alte Mordgrube, wenn dieſelbe pr. Minute 3 Spiele machte, $\eta_1 = 0{,}684$, folglich der Wirkungsgrad der bloßen Waſſerſäulenmaſchine $\eta = \frac{1{,}684}{2} = 0{,}84$ herausgeſtellt.

Die meiſten Angaben über die Wirkung anderer Waſſerſäulenmaſchinen ſind zu unſicher, um ihnen einen Werth beilegen zu können, weil ſie ſich auf Beobachtungen bei nicht völlig geöffneter Tagepipe ſtützen und

Erfahrungsresultate.

die Stellung dieser nicht hinreichend genau beobachtet worden ist. Nimmt man den einer gewissen Stellung dieser Pipe entsprechenden Widerstandscoefficienten ζ aus der Tabelle in I. §. 377, so läßt sich daraus das hierbei durch diesen Apparat vernichtete Gefälle y berechnen, indem man setzt:

$$y = \zeta \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \zeta \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und man kann daher auch den Wirkungsgrad durch die Formel

$$\eta = \tfrac{1}{2}\left(1 + \frac{F_2 s h_2}{Fs\left[h - \zeta\left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \frac{v^2}{2g}\right] + F_1 s_1 h}\right)$$ berechnen.

Beispiel. Eine Wassersäulenmaschine consumirt pro Spiel 10 Cubikfuß Kraft- und 0,4 Cubikfuß Steuerwasser, ihr Gefälle ist 300 Fuß, die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in der Einfallröhre aber 6 Fuß und die Stellung der in einem kreisförmigen Drosselventile bestehenden Tagepipe 60°. Wenn nun durch dieselbe pro Spiel ein Wasserquantum von 3,5 Cubikfuß 420 Fuß hoch gehoben wird, wie groß ist der Wirkungsgrad dieser Maschine zu setzen? Nach I. §. 377 ist für 60° Stellung der Klappe: $\zeta = 118$, daher $\zeta \cdot \frac{v_1^2}{2g} = 118 \cdot 0{,}016 \cdot 6^2$ $= 68$ Fuß, folglich läßt sich setzen:

$$\eta = \tfrac{1}{2}\left(1 + \frac{3{,}5 \cdot 420}{10\,(300 - 68) + 0{,}4 \cdot 300}\right) = \tfrac{1}{2}\left(1 + \frac{3{,}5 \cdot 42}{232 + 12}\right)$$
$$= \tfrac{1}{2} \cdot 1{,}6025 = 0{,}81.$$

Wassersäulenmaschinen mit Rädern verglichen.

§. 243. Vergleichen wir die Wassersäulenmaschinen mit den Wasserrädern, so finden wir allerdings manche Vorzüge dieser Maschinen gegen die Räder, wiewohl auf der anderen Seite auch die Wasserräder ihre besonderen Vorzüge besitzen. Die Wasserräder haben jedenfalls den Vorzug der Einfachheit und Wohlfeilheit vor den Wassersäulenmaschinen, und aus diesem wird man da, wo sich Wasserräder mit Vortheil anwenden lassen, also bei Gefällen von noch nicht 60 Fuß, die Anwendung eines oberschlägigen Wasserrades, und sogar bei Gefällen von 100 Fuß zuweilen sogar die Anwendung zweier oberschlägiger Wasserräder den Vorzug geben vor einer Wassersäulenmaschine. Beträgt aber das Gefälle mehr als zwei größte Radhöhen, so ist wohl in den meisten Fällen eine Wassersäulenmaschine vortheilhafter als ein ganzes Rädersystem, dessen Anschaffungs- und Unterhaltungskosten vielleicht die einer Wassersäulenmaschine noch übertreffen. Bei hohen Gefällen kann man aber auch horizontale Wasserräder anwenden; es bleibt daher hier nur zu erörtern übrig, wie sich die Wassersäulenmaschinen gegen diese Räder verhalten. In Hinsicht auf Einfachheit und Wohlfeilheit ist allerdings auch diesen Rädern ein, und zwar beachtungswerther Vorzug zu geben, weil dieselben bei hohen Gefällen sehr klein und daher verhältnißmäßig sehr wohlfeil ausfallen. Ganz anders ist es freilich in Hinsicht auf die Leistung oder den

Wirkungsgrad. Bei hohen Gefällen läßt ſich von den Turbinen oder Reactionsrädern höchſtens ein Wirkungsgrad von 0,70 erlangen, bei Waſſerſäulenmaſchinen aber ein Wirkungsgrad von 0,80. In Hinſicht auf die Leiſtung ſind alſo die Waſſerſäulenmaſchinen den horizontalen Waſſerrädern weit vorzuziehen, den oberſchlägigen Waſſerrädern aber mindeſtens an die Seite zu ſtellen. Hiernach wird alſo bei hohen Gefällen da, wo es nöthig iſt, die Kraft ſehr zu ſparen, den Waſſerſäulenmaſchinen der Vorzug zu geben, und da, wo ein Mangel an Waſſerkraft nicht vorhanden iſt und wo es auf Koſtenerſparung ankommt, werden die horizontalen Waſſerräder vorzuziehen ſein. Waſſerſäulenmaſchinen mit Rädern verglichen.

Hierzu kommt aber noch, daß Waſſerſäulenmaſchinen nur eine auf- und niedergehende, Turbinen hingegen eine ſtetig rotirende Bewegung geben, aus welcher ſich jede andere Bewegung leicht ableiten läßt, was bei der erſten Bewegungsweiſe nicht ſo leicht möglich iſt. Aus dieſem Grunde findet man die Waſſerſäulenmaſchinen nur ſelten, und zwar vorzüglich nur beim Bergbau zum Waſſerheben angewendet.

Den Nachtheil, daß man die überflüſſige oder Reſervekraft durch Stellung der Tagepipe oder eines anderen Regulirungsapparates tödten muß, haben die Waſſerſäulenmaſchinen mit den Turbinen gemeinſchaftlich.

Anmerkung. Wie ſich Waſſerſäulenmaſchinen durch Kuppelung, Vorgelege u. ſ. w. zur Erzeugung einer rotirenden Bewegung verwenden laſſen, kann erſt ſpäter bei den Arbeitsmaſchinen auseinandergeſetzt werden.

§. 244. Noch hat man andere Maſchinen, welche zwar durch die Kraft des Waſſers in Bewegung geſetzt werden, aber weder den Rädern, noch den Waſſerſäulenmaſchinen beizuzählen ſind, ſondern ſich mehr zwiſchen dieſe ſtellen laſſen. Unter dieſen Maſchinen wollen wir aber folgenden einige Aufmerkſamkeit ſchenken. Kettenräder.

Das Kolbenrad (franz. roue à piston; engl. chain of buckets) iſt in neueſter Zeit wieder von Lamolières als Kraftmaſchine angewendet worden. (S. Technologiste, Sept. 1845, oder Polytechn. Centralblatt, Bd. VII., 1846.) Die Haupttheile dieſer Maſchine ſind ein Rad *ACB*, Fig. 384 auf folgender Seite, eine um daſſelbe liegende Kette *ADB* mit Kolben *E*, *F*, *G* u. ſ. w., und eine Röhre *EG*, durch welche die Kette ſo hindurchgeht, daß ihre Kolben den Querſchnitt der Röhre ziemlich genau ausfüllen. Das bei *E* oben zufließende Waſſer ſinkt in der Röhre *EG* nieder und drückt hierbei auf die Kolben *F*, *G*, ſo daß dieſe ebenfalls mit niedergehen und dadurch die ganze Kette mit dem Rade *AB*, an das nun eine Laſt angeſchloſſen werden kann, in Bewegung ſetzen. Lamolières' Kolbenrad beſteht aus zwei Ketten und aus 10 bis 15 mit Leder abgeli-

screw-thread. Fig. 60 is a sectional screw-nut shewing the thread in the nut. Fig. 61 is a side view of the screw-nut. Fig. 62 is a sectional view of the screw-nut. Fig. 63 is a side view of the screw-nut.

Fig. 60.

Fig. 61.

Mr. Charles Bedford of 16 Bow-street, Covent-Garden, London, Patentee of "Improvements in Telegraphs," Sealed 1st March 1838. Specification enrolled in Chancery 1st September 1838. Mr. Bedford's invention consists in the application of a new kind of Telegraph, which he calls the Anti-Telegraph, and which is to be used in the day time. Mr. Bedford fully describes and explains the Patent and the Anti-Telegraph, and the Specification is illustrated by a Plate of Drawings, containing Figures 1 to 10 inclusive. Fig. 1 is a front view of the Anti-Telegraph. Fig. 2 is a side view of the Anti-Telegraph. Fig. 3 is a front view of the Anti-Telegraph. Fig. 4 is a front view of the Anti-Telegraph. Fig. 5 is a front view of the Anti-Telegraph. Fig. 6 is a front view of the Anti-Telegraph. Fig. 7 is a front view of the Anti-Telegraph. Fig. 8 is a front view of the Anti-Telegraph. Fig. 9 is a front view of the Anti-Telegraph. Fig. 10 is a front view of the Anti-Telegraph.

Now, if we look at the disc when it is rotating, we shall see a certain colour, which will depend on the proportions of the two colours which are on the disc. If the proportions are equal, the colour will be a mixture of the two colours, and will be the same as the colour of the ring which is formed by the overlapping of the two sectors. If the proportions are unequal, the colour will be a mixture of the two colours, but will be more like that of the colour which is in excess. Thus, if the disc is made of red and blue, and the red is in excess, the colour will be a purple, more like red than blue; if the blue is in excess, the colour will be a purple, more like blue than red.

If the disc is made of red and green, and the red is in excess, the colour will be a yellow, more like red than green; if the green is in excess, the colour will be a yellow, more like green than red.

If the disc is made of blue and green, and the blue is in excess, the colour will be a blue, more like blue than green; if the green is in excess, the colour will be a blue, more like green than blue.

If the disc is made of red and yellow, and the red is in excess, the colour will be a red, more like red than yellow; if the yellow is in excess, the colour will be a yellow, more like yellow than red.

If the disc is made of blue and yellow, and the blue is in excess, the colour will be a blue, more like blue than yellow; if the yellow is in excess, the colour will be a yellow, more like yellow than blue.

If the disc is made of yellow and green, and the yellow is in excess, the colour will be a yellow, more like yellow than green; if the green is in excess, the colour will be a green, more like green than yellow.

If the disc is made of red and orange, and the red is in excess, the colour will be a red, more like red than orange; if the orange is in excess, the colour will be an orange, more like orange than red.

If the disc is made of orange and yellow, and the orange is in excess, the colour will be an orange, more like orange than yellow; if the yellow is in excess, the colour will be a yellow, more like yellow than orange.

If the disc is made of orange and green, and the orange is in excess, the colour will be an orange, more like orange than green; if the green is in excess, the colour will be a green, more like green than orange.

If the disc is made of red and violet, and the red is in excess, the colour will be a red, more like red than violet; if the violet is in excess, the colour will be a violet, more like violet than red.

If the disc is made of violet and blue, and the violet is in excess, the colour will be a violet, more like violet than blue; if the blue is in excess, the colour will be a blue, more like blue than violet.

If the disc is made of violet and green, and the violet is in excess, the colour will be a violet, more like violet than green; if the green is in excess, the colour will be a green, more like green than violet.

If the disc is made of violet and yellow, and the violet is in excess, the colour will be a violet, more like violet than yellow; if the yellow is in excess, the colour will be a yellow, more like yellow than violet.

If the disc is made of violet and orange, and the violet is in excess, the colour will be a violet, more like violet than orange; if the orange is in excess, the colour will be an orange, more like orange than violet.

If the disc is made of orange and blue, and the orange is in excess, the colour will be an orange, more like orange than blue; if the blue is in excess, the colour will be a blue, more like blue than orange.

If the disc is made of red and indigo, and the red is in excess, the colour will be a red, more like red than indigo; if the indigo is in excess, the colour will be an indigo, more like indigo than red.

If the disc is made of indigo and blue, and the indigo is in excess, the colour will be an indigo, more like indigo than blue; if the blue is in excess, the colour will be a blue, more like blue than indigo.

If the disc is made of indigo and green, and the indigo is in excess, the colour will be an indigo, more like indigo than green; if the green is in excess, the colour will be a green, more like green than indigo.

If the disc is made of indigo and yellow, and the indigo is in excess, the colour will be an indigo, more like indigo than yellow; if the yellow is in excess, the colour will be a yellow, more like yellow than indigo.

If the disc is made of indigo and orange, and the indigo is in excess, the colour will be an indigo, more like indigo than orange; if the orange is in excess, the colour will be an orange, more like orange than indigo.

If the disc is made of indigo and violet, and the indigo is in excess, the colour will be an indigo, more like indigo than violet; if the violet is in excess, the colour will be a violet, more like violet than indigo.

If the disc is made of red and white, and the red is in excess, the colour will be a red, more like red than white; if the white is in excess, the colour will be a white, more like white than red.

If the disc is made of orange and white, and the orange is in excess, the colour will be an orange, more like orange than white; if the white is in excess, the colour will be a white, more like white than orange.

If the disc is made of yellow and white, and the yellow is in excess, the colour will be a yellow, more like yellow than white; if the white is in excess, the colour will be a white, more like white than yellow.

If the disc is made of green and white, and the green is in excess, the colour will be a green, more like green than white; if the white is in excess, the colour will be a white, more like white than green.

If the disc is made of blue and white, and the blue is in excess, the colour will be a blue, more like blue than white; if the white is in excess, the colour will be a white, more like white than blue.

If the disc is made of violet and white, and the violet is in excess, the colour will be a violet, more like violet than white; if the white is in excess, the colour will be a white, more like white than violet.

If the disc is made of indigo and white, and the indigo is in excess, the colour will be an indigo, more like indigo than white; if the white is in excess, the colour will be a white, more like white than indigo.

If the disc is made of red and black, and the red is in excess, the colour will be a red, more like red than black; if the black is in excess, the colour will be a black, more like black than red.

If the disc is made of orange and black, and the orange is in excess, the colour will be an orange, more like orange than black; if the black is in excess, the colour will be a black, more like black than orange.

If the disc is made of yellow and black, and the yellow is in excess, the colour will be a yellow, more like yellow than black; if the black is in excess, the colour will be a black, more like black than yellow.

If the disc is made of green and black, and the green is in excess, the colour will be a green, more like green than black; if the black is in excess, the colour will be a black, more like black than green.

If the disc is made of blue and black, and the blue is in excess, the colour will be a blue, more like blue than black; if the black is in excess, the colour will be a black, more like black than blue.

If the disc is made of violet and black, and the violet is in excess, the colour will be a violet, more like violet than black; if the black is in excess, the colour will be a black, more like black than violet.

If the disc is made of indigo and black, and the indigo is in excess, the colour will be an indigo, more like indigo than black; if the black is in excess, the colour will be a black, more like black than indigo.

If the disc is made of white and black, and the white is in excess, the colour will be a white, more like white than black; if the black is in excess, the colour will be a black, more like black than white.

If the disc is made of red and grey, and the red is in excess, the colour will be a red, more like red than grey; if the grey is in excess, the colour will be a grey, more like grey than red.

If the disc is made of orange and grey, and the orange is in excess, the colour will be an orange, more like orange than grey; if the grey is in excess, the colour will be a grey, more like grey than orange.

If the disc is made of yellow and grey, and the yellow is in excess, the colour will be a yellow, more like yellow than grey; if the grey is in excess, the colour will be a grey, more like grey than yellow.

If the disc is made of green and grey, and the green is in excess, the colour will be a green, more like green than grey; if the grey is in excess, the colour will be a grey, more like grey than green.

If the disc is made of blue and grey, and the blue is in excess, the colour will be a blue, more like blue than grey; if the grey is in excess, the colour will be a grey, more like grey than blue.

If the disc is made of violet and grey, and the violet is in excess, the colour will be a violet, more like violet than grey; if the grey is in excess, the colour will be a grey, more like grey than violet.

If the disc is made of indigo and grey, and the indigo is in excess, the colour will be an indigo, more like indigo than grey; if the grey is in excess, the colour will be a grey, more like grey than indigo.

If the disc is made of white and grey, and the white is in excess, the colour will be a white, more like white than grey; if the grey is in excess, the colour will be a grey, more like grey than white.

If the disc is made of black and grey, and the black is in excess, the colour will be a black, more like black than grey; if the grey is in excess, the colour will be a grey, more like grey than black.

If the disc is made of red and red, and the red is in excess, the colour will be a red, more like red than red; if the red is in excess, the colour will be a red, more like red than red.

If the disc is made of orange and orange, and the orange is in excess, the colour will be an orange, more like orange than orange; if the orange is in excess, the colour will be an orange, more like orange than orange.

If the disc is made of yellow and yellow, and the yellow is in excess, the colour will be a yellow, more like yellow than yellow; if the yellow is in excess, the colour will be a yellow, more like yellow than yellow.

If the disc is made of green and green, and the green is in excess, the colour will be a green, more like green than green; if the green is in excess, the colour will be a green, more like green than green.

If the disc is made of blue and blue, and the blue is in excess, the colour will be a blue, more like blue than blue; if the blue is in excess, the colour will be a blue, more like blue than blue.

If the disc is made of violet and violet, and the violet is in excess, the colour will be a violet, more like violet than violet; if the violet is in excess, the colour will be a violet, more like violet than violet.

If the disc is made of indigo and indigo, and the indigo is in excess, the colour will be an indigo, more like indigo than indigo; if the indigo is in excess, the colour will be an indigo, more like indigo than indigo.

If the disc is made of white and white, and the white is in excess, the colour will be a white, more like white than white; if the white is in excess, the colour will be a white, more like white than white.

If the disc is made of black and black, and the black is in excess, the colour will be a black, more like black than black; if the black is in excess, the colour will be a black, more like black than black.

If the disc is made of grey and grey, and the grey is in excess, the colour will be a grey, more like grey than grey; if the grey is in excess, the colour will be a grey, more like grey than grey.

ſche Maſchine lernt man aus der Anleitung zur Bergbaukunſt von Delius, Wien 1773, und aus der Beſchreibung der bei dem Bergbau zu Schemnitz errichteten Maſchinen von Poda, Prag 1771, kennen. Jetzt im Gange befindliche Waſſerſäulenmaſchinen finden ſich in Bayern, Sachſen, am Harz, in Ungarn, Kärnthen, in der Bretagne u. ſ. w. vor. Von den bayerſchen Maſchinen werden wir ſpäter, wenn vom Waſſerheben die Rede iſt, handeln, übrigens aber ſind bis jetzt ausführliche Beſchreibungen von dieſen Maſchinen gar nicht vorhanden, doch findet man Manches hierüber in Langsdorf's Maſchinenkunde, in Hachette's Traité élémentaire des Machines, und in Flachat's Traité élémentaire de Mécanique. Die Hauptverhältniſſe der von Brendel in Sachſen ausgeführten Waſſerſäulenmaſchinen findet man in Gerſtner's Mechanik angegeben wo auch die Kärnthner oder Bleiberger Maſchinen ganz ausführlich beſchrieben ſind. Die Maſchinen im Schemnitzer Bergrevier behandelt Schitko in ſeinen Beiträgen zur Bergbaukunde, die beiden Clausthaler Maſchinen aber beſchreibt Jordan im X. Bande von Karſten's Archiv für Mineralogie u. ſ. w; jedoch iſt dieſe Beſchreibung auch einzeln, bei Reimer in Berlin erſchienen. Die Waſſerſäulenmaſchine auf der Grube Huelgoat in der Bretagne hat ihr Erbauer Junker ausführlich im VIII. Bande der Annales des mines beſchrieben; unter dem Titel: Mémoire sur les machines à colonne d'eau de la mine d'Huelgoat, Paris 1835, iſt die Beſchreibung dieſer Maſchine auch ſeparat zu erlangen. Nur wenig bekannt iſt die kleine Waſſerſäulenmaſchine von Althans auf der Grube Pfingſtwieſe bei Ems, ebenſo die Henſchel'ſche Waſſerſäulenmaſchine auf der Kohlengrube zu Obernkirchen in Kurheſſen, und die Maſchinen zu Sangershauſen und zu Gerbſtädt im Mannsfeldiſchen. Alle dieſe letzteren Maſchinen ſind übrigens eigenthümlich conſtruirt. Eine engliſche Waſſerſäulenmaſchine (Darlington's water pressure engine) iſt abgebildet und beſchrieben im II. Bande von der engliſchen Ueberſetzung dieſes Werkes.

Siebentes Kapitel.

Von den Windrädern.

Windräder. §. 245. Die atmoſphäriſche Luft kann entweder durch ihre Strömungen oder durch ihre Expanſivkraft mechaniſche Arbeiten verrichten. Am gewöhnlichſten benutzt man aber die natürlichen Luftſtrömungen oder den Wind zur Verrichtung von mechaniſcher Arbeit, und zwar durch Anwendung von Rädern, die einen Theil der lebendigen Kraft des gegen ſie ſich bewegenden Windes zu Gute machen. Dieſe Räder heißen Windräder (franz. roues à vent; engl. wind-wheels), die unterſtützenden Gebäude ſammt Rädern und allen übrigen Theilen aber Windmühlen (franz. moulins à vent; engl. wind-mills). Ein Wind-

rad ist zwar eine Radwelle zur Aufnahme der Windkraft, wie ein Wasserrad eine Radwelle zur Aufnahme der Wasserkraft, doch weichen beide Räder deshalb wesentlich von einander ab, weil das eine einem nach allen Seiten hin unbegrenzten Luftstrome, das andere aber einem ganz oder wenigstens theilweise begrenzten Wasserstrome entgegengerichtet ist. Ein gewöhnliches Schaufelrad dem unbegrenzten Windstrome entgegengerichtet, kann gar keine Umdrehung annehmen, weil der Wind die Schaufeln auf der einen Seite des Rades genau ebenso stark stößt, als die auf der anderen Seite, beide Stoßkräfte also einander aufheben. Um es zur Aufnahme der Windkraft geschickt zu machen, müßte der Windstoß nur einseitig auf das Rad wirken, und daher die andere Seite des Rades gegen den Wind geschützt, etwa von einem feststehenden Mantel umgeben werden. Dieser Mantel kann allerdings erspart werden, wenn man die Schaufeln beweglich macht, nämlich dieselben an Angeln so aufhängt, daß sie sich von selbst auf der einen Seite des Rades mit der breiten Fläche dem Windstrome entgegenstellen, auf der anderen Seite aber durch Entgegenstellen mit der schmalen Seite sich dem Windstoße so viel wie möglich entziehen. Um solche Räder nicht nach der Windrichtung stellen zu müssen, giebt man denselben eine vertikale Umdrehungsaxe, läßt dieselben also in Horizontalebenen umlaufen, weshalb man sie auch horizontale Windräder (franz. roues horizontales à vent; engl. horizontal wind-wheels) genannt hat. Windräder.

Vortheilhafter als die Schaufelräder sind aber die sogenannten Flügelräder (franz. volants; engl. sail-wheels), d. i. Räder, deren Axen dem Wind- oder Wasserstrome entgegengesetzt sind und deren nur in sehr kleiner Anzahl vorhandene Arme breite Flächen oder sogenannte Flügel (franz. ailes; engl. vanes, sails) tragen, welche zur Aufnahme der Windkraft dienen und deshalb dem Windstrome unter einem schiefen Winkel entgegengerichtet sind. Da die Richtung des Windes eine mehr oder weniger horizontale ist, so hat man natürlich auch das Flügelrad mit seiner Axe ungefähr horizontal zu legen, weshalb seine Umdrehungsebene eine mehr vertikale ist, und das Rad auch ein vertikales Windrad genannt wird.

Anmerkung. Man hat auch horizontale Windräder mit hohlen Schaufeln angewendet und diese Panemoren genannt. Da der Windstoß gegen eine hohle Fläche größer ist, als gegen eine erhabene, und diese Schaufeln dem Winde auf der einen Seite des Rades die hohle und auf der anderen die erhabene Seite zuwenden, geht allerdings ein solches Rad ohne alle weiteren Hülfsmittel, wenn auch nur mit geschwächter Kraft, um.

§. 246. Der Hauptvorzug der Flügelräder vor den Schaufelrädern besteht darin, daß dieselben bei gleicher Größe oder gleichem Gewichte und Flügelräder.

Flügelräder. unter übrigens gleichen Verhältniſſen mehr Arbeit verrichten, als die letzteren Räder. Während bei einem Schaufelrade nur eine einſeitige Wirkung ſtatt hat, und dieſe Wirkung im Ganzen nur der Projection der dem Windſtrome ausgeſetzten Schaufeln in der Ebene rechtwinkelig zur Windrichtung entſpricht, findet bei den Flügelrädern eine ununterbrochene Wirkung auf jeden der Flügel ſtatt. Wenn auch eine Flügelfläche des erſten Rades mit einer Schaufelfläche des anderen einerlei Inhalt hat, und vielleicht auch der Wind bei dem ſchiefen Stoße gegen die Flügel des erſten Rades weniger vortheilhaft wirkt, als bei dem Stoße gegen die Schaufeln des zweiten, ſo wird doch bei gleicher Windgeſchwindigkeit das Flügelrad viel mehr mechaniſches Arbeitsvermögen ſammeln können als das Schaufelrad, da es daſſelbe einem viel größeren Windſtrome entnimmt. Vielfache Erfahrungen haben aber auch wirklich darauf geführt, daß die Flügelräder unter übrigens gleichen Umſtänden mindeſtens viermal ſo viel leiſten als die Schaufelräder, die, wenn dies nicht der Fall wäre, wegen ihrer leichteren und ſichereren Aufſtellung und vorzüglich noch wegen ihrer geringen Axenreibung ſich gewiß ſchon längſt einen Platz in der praktiſchen Mechanik verſchafft haben würden. Wir ſprechen daher in der Folge auch nur von den Windmühlen mit Flügelrädern. Die nähere Einrichtung der Flügelräder iſt aber folgende. Zunächſt beſteht ein ſolches Rad aus einer ſtarken Welle, die zwar meiſt aus Holz, viel zweckmäßiger aber aus Gußeiſen beſteht. Man giebt der Flügelwelle (franz. l'arbre du volant; engl. the wind shaft) 5 bis 15 Grad Neigung gegen den Horizont, damit die Flügel in der nöthigen Entfernung vom Gebäude umlaufen, vielleicht aber auch, weil der Wind in einer ebenen Gegend in der Regel unter dieſem Neigungswinkel bläſt. An dieſer Welle iſt zu unterſcheiden der Kopf, der Hals, das Transmiſſionsrad und der Zapfen. Der Kopf iſt diejenige Stelle, wo die Flügel aufſitzen, der Hals (Schlot) aber iſt der unmittelbar hinter ihm liegende abgerundete Theil der Welle, in welchem das ganze Rad vorzüglich unterſtützt wird, das Transmiſſionsrad dient zur Fortpflanzung der Bewegung oder zur Verbindung des Flügelrades mit der Arbeitsmaſchine, und endlich der Zapfen am hinteren Ende der Welle iſt zur vollſtändigen Unterſtützung des Rades nöthig. Der Arbeitsverluſt, welchen die Reibung der Flügelwelle in ihrer Unterſtützung erleidet, iſt wegen des nicht unbedeutenden Gewichtes derſelben und vorzüglich wegen ihrer großen Umdrehungsgeſchwindigkeit beträchtlich, und deshalb iſt es nöthig, alle Mittel zu ergreifen, wodurch dieſelbe herabgezogen wird. Aus dieſem Grunde iſt daher auch eine eiſerne Flügelwelle viel zweckmäßiger als eine hölzerne, weil dieſelbe einen viel ſchwächeren Hals erhalten kann, als eine hölzerne. Während die Stärke des Halſes einer hölzernen Flügelwelle 1½ bis 2 Fuß

beträgt, ist dieselbe bei gußeisernen Flügelwellen nur $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ Fuß. Ueberdies ist aber noch die Reibung an und für sich bei den Holzwellen größer als bei den Eisenwellen, weil man in der Regel den Hals derselben nicht mit einem eisernen Mantel, sondern nur mit einer Reihe von Eisenstäben umgiebt, die immer ein Abschaben im Lager hervorbringen. Flügelräder.

Anmerkung. Ueber die horizontalen Windmühlen von Beatson u. s. w. sind vorzüglich englische Schriften, z. B. von Nicholson, Gregory u. s. w. nachzulesen.

§. 247. Die Windflügel bestehen aus den Windruthen, aus den Windsprossen oder Scheiden und aus der Bedeckung. Die Windruthen (franz. bras; engl. arms, whips) sind radial von dem Wellenkopfe auslaufende Arme von circa 30 Fuß Länge, wovon jeder einen Flügel trägt. Die Anzahl dieser Arme ist, wie die Anzahl der Flügel, gewöhnlich vier, seltener fünf oder sechs. Nahe an der Welle sind diese Ruthen 1 Fuß dick und 9 Zoll breit, am äußersten Ende aber haben sie nur 6 Zoll Dicke und $4\frac{1}{2}$ Zoll Breite. Ihre Befestigungsweise ist sehr verschieden; ist die Welle von Holz, so steckt man zwei Ruthen rechtwinkelig durch den Wellenkopf und bildet dadurch vier Flügelarme. Auch befestigt man wohl die Arme durch Schrauben auf eine den Wellenkopf bildende Rosette, ähnlich wie die Arme eines Wasserrades, zumal wenn die Welle von Gußeisen ist. Die Sprossen oder Scheiden (franz. les lates; engl. the bars) sind hölzerne Querarme, welche durch die Ruthe hindurchgesteckt werden, die zu diesem Zwecke in Abständen von $1\frac{1}{4}$ bis $1\frac{1}{2}$ Fuß durchlocht wird. Je nachdem die Flügel eine mehr rectanguläre oder mehr trapezoidale Form erhalten sollen, sind die sämmtlichen Sprossen von gleicher, oder nach der Welle zu von abnehmender Länge. Die innerste Sprosse steht $\frac{1}{7}$ bis $\frac{1}{6}$ der Armlänge vom Wellenmittel ab, und ihre Länge ist ungefähr diesem Abstande gleich, der äußersten Sprosse giebt man aber $\frac{1}{5}$ oder gar $\frac{1}{4}$ der Armlänge zur eigenen Länge. Bei den meisten Windmühlen gehen die Windruthen nicht mitten durch die Flügel, sondern sie theilen dieselben so, daß der nach dem Winde zu gerichtete Theil ein bis zwei Fünftel der ganzen Flügelbreite ausmacht. Deshalb ragen auch die Sprossen auf der ersten Seite viel weniger aus der Ruthe hervor, als auf der anderen. Den schmäleren Theil des Flügels bedeckt man gewöhnlich durch das sogenannte Windbrett, auf den breiteren Theil hingegen kommen die sogenannten Windthüren oder eine Bedeckung von Segeltuch zu liegen. Windflügel.

Man macht die Windflügel eben, oder windschief oder hohl, jedenfalls geben die wenig ausgehöhlten windschiefen Flügel die größte Leistung,

Windflügel. was noch weiter unten näher aus einander geſetzt werden wird. Bei den ebenen Windflügeln haben ſämmtliche Windſproſſen einen und denſelben Neigungswinkel von 12 bis 18° gegen die Umdrehungsebene, ſind aber die Flügel windſchief, ſo weichen die inneren Sproſſen ungefähr 24° und die äußeren 6° von dieſer Ebene ab, und es bilden die Neigungswinkel der zwiſchenliegenden Sproſſen einen Uebergang zwiſchen den letzten beiden Winkeln. Um den Windflügeln eine hohle Form zu geben, hat man krumme Windruthen und Scheiben anzuwenden. Obwohl dadurch nach den Regeln des Stoßes an Arbeit gewonnen wird, ſo wendet man dieſe Conſtruction wegen der ſchwierigeren Ausführung faſt gar nicht mehr an. Zur vollſtändigen Unterſtützung der Flügeldecke ſind die äußeren Enden der Scheiben noch durch die ſogenannten Saumlatten mit einander verbunden, und zumal wenn die Decke aus Leinwand beſteht, überdies noch Zwiſchenlatten eingeſetzt, ſo daß das ganze Flügelgerippe aus Feldern von ungefähr 2 Quadratfuß Inhalt beſteht. Die Holzbedeckung beſteht in vier Thüren, welche aus dünnen Holzbrettchen zuſammengeſetzt, und durch Riegel auf dem Flügelgerippe feſtgehalten werden, die Segeltuchdecke hingegen wird durch Schlingen und Haken mit dem Flügelgerippe verbunden.

Bockmühlen §. 248. Da die Richtung des Windes eine veränderliche und die Axe des Rades in dieſe zu ſtellen iſt, ſo muß die Unterſtützung des Rades beweglich, und zwar um eine vertikale Axe drehbar ſein. Nach der Art und Weiſe, wie dieſe Drehung verwirklicht wird, hat man folgende zwei Klaſſen von Windmühlen.

1) Die deutſche oder Bockmühle (franz. moulin odinaire; engl. post mill), und 2) die holländiſche oder Thurmmühle (franz. moulin hollandais; engl. tower mill, smockmill).

Bei der Bockmühle iſt das ganze Gebäude ſammt Rad um eine feſtſtehende Säule, den Ständer oder Hausbaum (franz. poteau; engl. post) drehbar, bei der Thurmmühle hingegen iſt nur das Haupt deſſelben, die ſogenannte Haube (franz. le toit, la calotte; engl. the cap, head) mit der darin gelagerten Flügelwelle drehbar.

Eine monodimetriſche Anſicht einer Bockmühle bietet Fig. 387 (a. f. S.) dar. Es iſt hier *AA* der Ständer, *BB* und B_1B_1 ſind die Kreuzſchwellen, welche mit den Streben oder Bändern *C* und *D* vereinigt den Ständer unterſtützen und zuſammen den ſogenannten Bock oder Bockſtuhl bilden. Am Kopfe des Bockes ſitzt der aus vier Hölzern zuſammengeſetzte Sattel *E* feſt. Das Mühlengebäude umgiebt nun den Ständer mittels zwei Fußbalken *F*, *F* und durch zwei der ſechs Unterlags- oder Fußbodenbalken *G*, *G*; außerdem ſtützt es ſich noch mit dem ſtarken Kopfbalken *H* auf den Kopf des Ständers, welcher zur Erleichterung der Drehung

Fig. 1.

noch mit einem Stifte ausgerüstet ist, der in eine entsprechende Pfanne an der Unterfläche des Kopfbalkens eingreift. Die Flügelwelle *KL* ruht mit ihrem Halse *N* in einem Metall- oder Stein- (Basalt-) Lager, das auf dem großen Wellbalken *MM* festsitzt, der von dem Dachrahmen *OO* getragen wird. *KP*, *KP* u. s. w. sind die durch den Wellenkopf gesteckten Windruthen, welche vier ebene Flügel *P*, *P* . . . tragen. Die Figur stellt eine Mahlmühle vor; daher greift hier das Transmissionsrad *R* in ein Getriebe *Q* ein, das auf dem Mühleisen festsitzt, welches den Läufer oder oberen Mühlstein *S* trägt. Die weitere Beschreibung des Mahlzeuges gehört nicht hierher. Um das ganze Gebäude drehen zu können, wird der Stert oder Sterz *T*, d. i. ein langer Hebel, angewendet, der zwischen den Fugbalken liegt, mit diesen durch Querhölzer und Schrauben fest verbunden ist, übrigens aber 20 bis 30 Fuß aus dem Gebäude vorragt, in der Figur aber nur abgebrochen gezeichnet ist. Noch ersieht man aus der Figur in *U* die äußere und in *V* die innere Treppe, so wie in *W* die Eingangsthür. Bockmühlen

§. 249. Thurmmühlen hat man zweierlei; es ist nämlich entweder nur der die Flügelwelle einschließende, oder es ist ein größerer, sich unter die Flügelwelle nach abwärts erstreckender Theil des Mühlengebäudes um eine vertikale Axe drehbar. Die Bewegung des Flügelrades wird hier durch ein Paar Zahnräder zunächst auf den Königsbaum, d. i. auf eine starke stehende Welle, welche durch das ganze Mühlengebäude geht, übergetragen. Damit aber der Eingriff der Zahnräder bei den verschiedenen Stellungen des Flügelrades nicht verändert oder gar aufgehoben werde, ist es nöthig, daß die Axe des Königsbaumes genau mit der Umdrehungsaxe des beweglichen Theiles vom Mühlengebäude zusammenfalle. Thurmmühlen

In Fig. 389 auf folgender Seite ist ein Durchschnitt von einer Thurmmühle der zweiten Art abgebildet, welche zwischen einer Bockmühle und einer Thurmmühle der ersten Art fast mitten inne steht.

Es ist hier *AA* der feststehende Thurm, welcher über dem die Arbeitsmaschine enthaltenden Mühlengebäude *BB* steht und von der Gallerie *CC* umgeben wird, *DD* aber ist das bewegliche Haupt der Mühle, das durch den Holzring *FF* unmittelbar und durch den Holzring *GG* mittels der Säulen *EE* und E_1E_1 unterstützt wird und nur eine Drehung um diese gleichsam den Ständer ersetzenden Säulen zuläßt. Die Drehung selbst läßt sich durch den Kreuzhaspel *K* bewirken, der an der Treppe *KL* sitzt, die mit dem beweglichen Gebäude *DD* und besonders mit dem Sterze *H* fest verbunden ist. Die Flügelwelle *MN* ist von Gußeisen, und ruht bei *M* und *N* in mit Kanonenmetall ausgefütterten gußeisernen Lagern, *O* und *P* sind eiserne Zahnräder, wodurch die Umdrehung der Flügelwelle auf

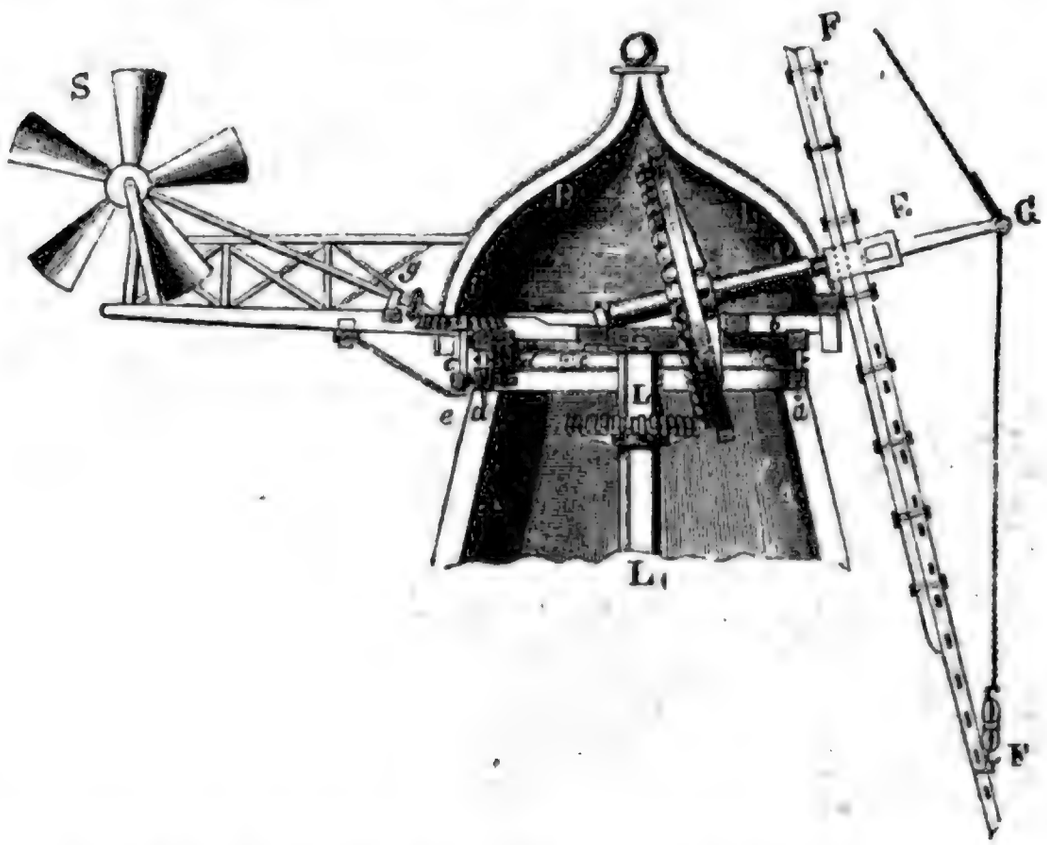
Abb. 1. Schachtgerüst mit Fördermaschine, Seilscheibe und Förderkorb. Links Fördermaschine, rechts Seilscheibe, dazwischen Förderkorb. Vor dem Schacht Wagen und Gleise.

Der Schacht.

Der Schacht ist eine senkrechte Öffnung, die von der Tagesoberfläche aus in die Tiefe geht. Er dient zur Förderung der Erze und des Gesteins, zur Fahrung der Bergleute und zur Wasserhaltung.

hier in der Regel ebenfalls durch den Sterz, oder durch eine Kurbel mit Rad und Getriebe, kann aber auch durch eine große Windfahne, deren Ebene in die der Wellenaxe fällt, noch beſſer endlich durch ein beſonderes Steuerrad *S*, wie in der Figur abgebildet iſt, hervorgebracht werden. Damit ſich die Haube leicht drehen laſſe, wird dieſelbe auf Rollen *c*, *c*, *c*... Thurmmühlen

Fig. 390.



geſtellt, welche mit einander durch zwei Reifen verbunden ſind, und zwiſchen Kränzen oder Ringen *a a* und *b b* laufen, wovon der eine oder Rollring oben auf dem Thurme und der andere oder Laufring unten an der Haube feſtſitzt. Um noch das Abheben der Haube zu verhindern, wird innen an *b* noch ein Kranz *d* (Anſatzring) angeſchraubt, welcher vielleicht zur Erleichterung der Bewegung ebenfalls mit Rollen, die an der Innenfläche von *a a* herumlaufen, ausgerüſtet wird. Bei Anwendung eines Steuerrades iſt die Außenfläche des Rollringes *a a* von einem gezahnten Kranze umgeben, in den ein Getriebe oder kleines Zahnrad *e* eingreift, das mittels der Zahnrädchen *f* und *g* durch das Steuerrad umgedreht wird und dadurch eine Drehung der Haube bewirkt, ſo wie die Windrichtung aus der Umdrehungsebene von *S* gekommen iſt.

§. 250. Der Wind iſt nicht allein in ſeiner Richtung, ſondern auch in ſeiner Geſchwindigkeit oder Intenſität veränderlich; wäre nun aber die angehängte Laſt eines Windrades conſtant, ſo würde ſich ihre Bewegung mit der Stärke des Windes zugleich verändern und daher zu verſchiedenen Kraftregulirung.

dem die Zerstäubung erfolgt, wird von dieser Kammer durch ein Rohr mit Ventil getrennt. Dieses Ventil wird durch einen Hebel von innen nach aussen geöffnet. Es ist also nur dann geöffnet, wenn der Hebel durch den Daumen einer Steuerwelle gedrückt wird. Diese Steuerwelle macht nur halb so viele Umdrehungen wie der Motor selbst. Sie hat also nicht alle Augenblicke Arbeit zu verrichten, sondern nur alle zwei Umdrehungen des Motors. Sie ist mit einer Schraube versehen, die in ein Schneckenrad eingreift, das auf der Welle des Schwungrades sitzt. Diese Welle macht also zwei Umdrehungen, wenn die Steuerwelle eine macht. Auf der Steuerwelle ist ein Daumen

Fig. 54.

angebracht, der bei jeder Umdrehung den Hebel des Ventils niederdrückt und dadurch das Ventil öffnet. Dieses Ventil ist in Fig. 54 dargestellt. Es ist ein Kegelventil, das durch eine Feder geschlossen gehalten wird. Wird der Hebel niedergedrückt, so wird das Ventil geöffnet und die Luft kann in den Zylinder eintreten.

A die hohle Flügelwelle, BC ein durch sie hindurchgehender Metallstab, und CD eine gezahnte Stange, welche in C durch ein Gewerbe so mit BC verbunden ist, daß CD nur an der Bewegung in der Axenrichtung, nicht aber an der Drehung um die Axe von BC Theil nimmt. Die gezahnte Stange greift in das Zahnrad E und dieses sitzt mit der Rolle F, um deren Umfang eine Schnur liegt, die durch das Gewicht G gespannt wird, auf einer Axe. Die Flügelbedeckung besteht aus lauter dünnen Holz- oder Blechklappen $b\,c$, $b_1\,c_1$ u. s. w., welche durch die Arme $a\,c$, $a_1\,c_1$ u. s. w. um die Axen c, c_1 u. s. w. gedreht werden können. Diese Arme sind durch Stangen $a\,e$, $a_1\,e_1$ u. s. w. mit einander und zugleich durch Arme $d\,e$, $d_1\,e_1$ mit Zahnrädchen d, d_1 verbunden, so daß durch Drehung der letzteren das Oeffnen und Verschließen, oder überhaupt jede Klappenstellung zu ermöglichen ist. Endlich sind noch Hebel BL, BL_1 angebracht, welche sich um die Axen K, K_1 drehen lassen, und auf der einen Seite mit der Stange BC, auf der andern aber mit Zahnstangen LM, L_1M_1, deren Zähne zwischen die Zähne der Rädchen d, d_1 greifen, in Verbindung stehen. Aus der Zeichnung ist nun leicht zu ersehen, wie der Wind W die Klappen auf-, das Gewicht G aber dieselben mittels der Stange BC, der Hebel BL, BL_1 u. s. w. zuzustoßen sucht, und wie auf diese Weise dem Windstoße gegen die Klappen von dem Gewichte G das Gleichgewicht gehalten wird. Wenn sich nun auch die Windgeschwindigkeit ändert, so wird deshalb diese Stoßkraft nicht anders, sondern nur die Klappenstellung und dadurch auch nur die Stoßfläche eine andere. Kraftregulirung.

Anmerkung. Bei einer Bedeckung mit Segeltuch läßt sich, nach Bywater, derselbe Zweck erreichen, wenn dasselbe durch zwei Rollen ausgespannt wird, die durch Zahnräder in Umdrehung gesetzt werden, wenn die Windgeschwindigkeit sich ändert. Ausführlich beschrieben sind die Apparate in Barlow's Treatise on the Manufactures and Machinery etc. etc. Eine neue Windradconstruction ist auch in der Zeitschrift »der Ingenieur«, Bd. II., beschrieben.

§. 251. Der Wind, dessen Entstehung jedenfalls einer Ungleichheit in der Expansivkraft oder Dichtigkeit der Luft beigemessen werden muß (s. die Formeln in I. §. 392), ist verschieden in Hinsicht auf Richtung und in Hinsicht auf Stärke oder Geschwindigkeit. In Hinsicht auf die Richtung unterscheidet man die 8 Winde N, NO, O, SO, S, SW, W, NW, d. i. Nord, Nordost, Ost, Südost, Süd, Südwest, West und Nordwest, indem man sie nach denjenigen Weltgegenden benennt, aus denen sie wehen. Zur genaueren Bezeichnung der Windrichtung bedient man sich auch einer Eintheilung des Horizontes in 16 gleiche Theile, oder, nach dem Bergmann, in 24 Stunden, am genauesten aber der Eintheilung in Grade. Im Laufe eines Jahres kommen alle diese Windrichtungen vor, jedoch manche von ihnen auf längere, manche auf kürzere Zeit. Nach den Windrichtung.

Windrichtung. Zusammenstellungen von Kämtz wehen z. B. unter 1000 Tagen die in folgender Tabelle aufgezeichneten Winde:

Länder:	N.	NO.	O.	SO.	S.	SW.	W.	NW.
Deutschland . . .	84	98	119	87	97	185	198	131
England	82	111	99	81	111	225	171	120
Frankreich	126	140	84	76	117	192	155	110

Man sieht hieraus, daß in den hier angeführten drei Ländern die Südwestwinde die vorherrschenden sind. Die Uebergänge dieser Windrichtungen in einander folgen meist nur in der Richtung S, SW, W u. s. w., selten findet die entgegengesetzte Winddrehung S, SO, O u. s. w. statt, wenigstens besteht diese meist nur in einem Zurückspringen um kleinere Winkel.

Die Windrichtung bestimmt man durch die sogenannte Wind- oder Wetterfahne (franz. girouette, flouette; engl. fane, vane). Dieses höchst einfache Instrument besteht in einer um eine vertikale Axe drehbaren Blechfahne, die natürlich durch den Windstoß gedreht wird, wenn die Richtung des Windes von ihrer Ebene abweicht, deshalb also durch ihre Richtung die Richtung des Windes bezeichnet. Um ihre Beweglichkeit zu erhöhen, muß man die Reibung an ihrer Axe möglichst herabzuziehen suchen, weshalb man denn auch durch Hinzufügung eines Gegengewichts auf der entgegengesetzten Seite der Umdrehungsaxe den Schwerpunkt der Fahne in die Umdrehungsaxe bringt, wodurch die sogenannten Wetterhähne (franz. coqs à vent; engl. weather-cocks), entstanden sind.

Windgeschwindigkeit. §. 252. Viel wichtiger als die Windrichtung ist natürlich dem Windmüller die Windgeschwindigkeit, weil von dieser das Arbeitsquantum abhängt, welches er dem Winde durch das Windrad abgewinnen kann. Nach der Größe der Geschwindigkeit hat man folgende Winde:

Kaum wahrnehmbarer Wind mit 1½ Fuß Geschwindigkeit;

Sehr schwacher Wind mit 3 Fuß Geschwindigkeit;

Schwacher Wind (vent faible; engl. feeble wind) mit 6 Fuß;

Lebhafter Wind (franz. vent frais, brise; engl. brisk gale) mit 18 Fuß;

Günstiger Wind für die Windmühlen, mit 22 Fuß Geschwindigkeit; ferner.

Sehr lebhafter Wind (franz. grand frais; engl. very brisk) mit 30 Fuß; Windgeschwindigkeit.
Starker Wind (franz. vent très fort; engl. high wind) mit 45 Fuß;
Sehr starker Wind (franz. vent impétieux; engl. very high wind) mit 60 Fuß Geschwindigkeit.

Unter Sturm (franz. tempête; engl. storm) versteht man den heftigen Wind von 70 bis 90 Fuß Geschwindigkeit, und Orkan (franz. ouragan; engl. hurrican) ist ein Wind von 100 und mehr Fuß Geschwindigkeit. Wind von 10 Fuß Geschwindigkeit ist in der Regel nicht hinreichend, um ein belastetes Windrad in Umgang zu erhalten; steigt hingegen die Windgeschwindigkeit über 35 Fuß, so läßt sich die Windkraft nicht mehr mit Vortheil zu Gute machen, weil dann die Flügel eine zu große Geschwindigkeit annehmen würden. Stürme oder gar Orkane sind aber für die Windmühlen im höchsten Grade gefährlich, weil sie sehr oft das Abheben oder Umstürzen derselben herbeiführen.

Um die Windgeschwindigkeit zu ermitteln, wendet man Instrumente an, die man Anemometer oder Windmesser (franz. anémomètres; engl. anemometers, wind-gages) nennt. Obgleich man im Laufe der Zeit schon sehr viele solcher Instrumente vorgeschlagen und versucht hat, so sind doch nur wenige derselben hinreichend bequem und sicher im Gebrauche. Die meisten dieser Instrumente sind den Hydrometern (s. I. §. 413) u. s. w. sehr ähnlich, ja es lassen sich sogar manche Hydrometer ohne Abänderungen als Anemometer gebrauchen. Unmittelbar läßt sich die Geschwindigkeit des Windes durch leichte Körper angeben, die man vom Winde fortführen läßt, z. B. durch Federn, Seifenblasen, Rauch, kleine Luftbälle u. s. w. Da die Windbewegung in der Regel nicht bloß progressiv, sondern auch drehend oder wirbelnd ist, so sind diese Mittel, wenigstens bei großen Geschwindigkeiten, oft nicht hinreichend. Am besten sind allerdings große Luftbälle, deren mittlere Dichtigkeit nicht sehr verschieden ist von der des Windes.

Die eigentlichen Anemometer lassen sich, wie die Hydrometer, in drei Klassen bringen, entweder giebt man die Windgeschwindigkeit durch ein vom Winde bewegtes Rad an, oder man mißt dieselbe durch die Höhe einer Flüssigkeitssäule, welche dem Windstoße das Gleichgewicht hält, oder man bestimmt dieselbe durch die Kraft, welche der Windstoß gegen eine ebene Fläche ausübt. Von diesen Apparaten möge nun noch das Nothwendigste abgehandelt werden.

Anmerkung. Ausführlich über Anemometer handelt Hülsse in dem ersten Bande der allgemeinen Maschinenencyclopädie. Ueber den Wind ist aber nachzulesen: Kämtz's Meteorologie und Gehler's physik. Wörterbuch, Band X.

§. 253. Der Woltmann'sche Flügel (s. I. §. 415) läßt sich eben- Anemometer.
so gut zur Ausmittelung der Windgeschwindigkeit als zur Bestimmung

Anemometer. der Geschwindigkeit des Wassers gebrauchen. Wird seine Umdrehungsaxe in die Windrichtung gebracht, was durch Hinzufügung einer Windfahne von selbst erfolgt, wenn man beide Instrumente an einer vertikalen Umdrehungsaxe so befestigt, daß sie in eine Ebene fallen, so kann man die Anzahl der Umdrehungen beobachten, welche dieses Rad in Folge des Windstoßes in einer gewissen Zeit macht und es läßt sich nun, wie früher, die Geschwindigkeit setzen: $v = v_0 + \alpha u$, wo v_0 die Geschwindigkeit ist, bei welcher das Rad anfängt still zu stehen, α aber das Erfahrungsverhältniß $\frac{v - v_0}{u}$ bezeichnet. Wäre der Windstoß nicht verschieden vom Wasserstoße, und wüchsen beide genau proportional dem Quadrate der relativen Geschwindigkeit, so würde $\alpha = \frac{v - v_0}{u}$ für Wasser und Wind zugleich gelten, da dies aber nur annähernd richtig ist, so können wir auch erwarten, daß die Coefficienten α für die Wind- und Wassergeschwindigkeit nur ungefähr gleich sind. Was dagegen die Anfangsgeschwindigkeit v_0 anlangt, so ist diese beim Winde ungefähr $\sqrt{800} = 28{,}3$ mal so groß als beim Wasser, weil die Dichtigkeit des Wassers circa 800 mal so groß als die des Windes ist und daher nur eine 800 mal so hohe Luftsäule die einfach hohe Wassersäule, so wie der Stoß des $\sqrt{800} = 28{,}3$ mal so schnellen Windes den Stoß des einfach schnellen Wassers ersetzen kann. Dieser große Werth der Constanten v_0 macht es zur Pflicht, den als Anemometer zu gebrauchenden Flügel möglichst leicht zu machen, ihn z. B. nach Combes vielleicht mit Flittergold zu überziehen, vorzüglich aber mit feinen Stahlaxen in Lagern von Edelsteinen umlaufen zu lassen.

Die Constanten v_0 und α bestimmt man zwar gewöhnlich durch Bewegung oder Umdrehung des Instrumentes in der ruhigen Luft, es ist indessen diese Methode nicht sicher, weil der Stoß einer bewegten Flüssigkeit nicht ganz derselbe ist, wie der Widerstand der ruhigen Flüssigkeit (s. I. §. 430). Besser ist es jedenfalls, man sucht diese Constanten durch Beobachtungen in der bewegten Luft selbst zu bestimmen, indem man deren Geschwindigkeit durch leichte Körper (Luftbälle) ausmittelt. Auch kann man hierzu ein Cylindergebläse oder eine andere Kolbenmaschine gebrauchen, wenn man das Instrument in eine weite Röhre bringt, durch die der Wind mittels des niedergehenden Kolbens ausgeblasen wird. Die Berechnungen der Constanten aus mehreren zusammengehörigen beobachteten Werthen von v und u sind wie in I. §. 416 zu führen.

§. 254. Die Pitot'sche Röhre (s. I. §. 417) läßt sich ebenfalls mit großer Bequemlichkeit als Anemometer gebrauchen, sie ist aber dann gewöhnlich unter dem Namen: das Lind'sche Anemometer, bekannt.

Ein neues Bauelement, das Glas, ist in Form von Glasbausteinen in die Architektur eingedrungen.

Abb. 1. Aus einer Glasbausteinwand ragt ein Fenster mit Stahlrahmen heraus. Architekt Pierre Chareau, Paris.

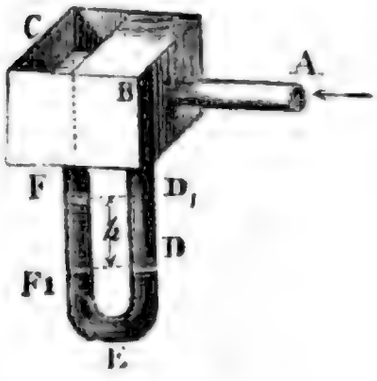
Abb. 2. Glasbausteinwand mit Fenster und Tür. Architekt Pierre Chareau, Paris.

Anemometer. $\frac{\pi d^2}{4} h = \frac{\pi d_1^2}{4} h_1$, und daher $h = \left(\frac{d_1}{d}\right)^2 h_1$, sowie $h_1 = \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 h$.

Es fällt also h_1 stets im Verhältnisse $\left(\frac{d}{d_1}\right)^2$ größer als h aus, und kann daher mit mehr Sicherheit beobachtet werden, als h. Ist z. B. $\frac{d}{d_1} = 5$, so giebt die enge Röhre die Höhe schon 25fach an.

Endlich läßt sich auch durch das in Fig. 394 abgebildete Differenzialanemometer von Wollaston die Geschwindigkeit des Windes mit erhöhter Genauigkeit messen. Dasselbe besteht aus zwei Gefäßen B und C und aus einer gebogenen Röhre DEF, welche beide Gefäße von unten mit einander in Verbindung setzt. Das eine dieser Gefäße ist oben verschlossen und hat eine Seitenmündung A, welche dem Winde entgegengerichtet wird. Die Füllung des Instrumentes besteht aus Wasser und Oel; das erstere füllt jeden der beiden Schenkel ungefähr bis zur Hälfte, das letztere aber nimmt den übrigen Theil der Röhre ein und füllt auch beide Gefäße zum Theil an. Durch den Windstoß ellt sich das Wasser in dem einen Schenkel höher als in dem anderen, und es wird der Kraft dieses Stoßes durch die Differenz der Drücke von der Wassersäule FF_1 und von der Oelsäule DD_1 das Gleichgewicht gehalten. Setzen wir die gemeinschaftliche Höhe dieser Flüssigkeitssäulen $= h$, das specifische Gewicht des Oeles aber $= \varepsilon$, so haben wir in der letzten Formel statt h, $h\,(1-\varepsilon)$ und daher $v = v_0 + \alpha\sqrt{(1-\varepsilon)h}$ zu setzen. Z. B. wenn die obere Füllung aus Leinöl besteht, da für dasselbe $\varepsilon = 0{,}94$ ist.

Fig. 394.



$v = v_0 + \alpha\sqrt{(1-0{,}94)h} = v_0 + \alpha\sqrt{0{,}06\,.\,h} = v_0 + 0{,}245\,\alpha\sqrt{h}$.

Es ist also dann $h = {}^{100}/_{6} = 16{}^{2}/_{3}$ mal so groß, als bei einer einfachen Wasserfüllung. Durch Mischung des Wassers mit Alkohol läßt sich die Dichtigkeit des Wassers der des Oeles noch näher bringen, und daher $1-\varepsilon$ noch mehr herabziehen, oder die abzulesende Niveaudifferenz, und daher auch die Genauigkeit des Ablesens noch mehr vergrößern.

§. 255. Auch hat man mehrere Anemometer vorgeschlagen und zu gebrauchen gesucht, welche dem Stromquadranten (s. I. §. 418) ähnlich sind, und mit demselben einerlei Princip haben, die Kugeln aber hier durch dünne Scheiben ersetzt. Jedenfalls ist aber eine hohle Blechkugel

noch besser, als eine ebene Scheibe, weil der Windstoß gegen die Kugel bei allen Neigungen der Stange, woran dieselbe aufgehangen ist, derselbe bleibt, wogegen er sich bei der Scheibe mit der Neigung derselben ändert; während bei Anwendung einer Kugel die Formel $v = \psi \sqrt{tang.\ \beta}$, (wo β die Abweichung der Stange von der Vertikalen bezeichnet) genügt, ist bei Anwendung einer Scheibe ein complicirterer Ausdruck zur Berechnung der Geschwindigkeit zu gebrauchen. Anemometer.

Endlich hat man auch die Windgeschwindigkeit durch den Stoß, welchen der Wind unmittelbar gegen eine ebene, ihm normal entgegengerichtete Fläche ausübt, zu messen gesucht, und dazu Anemometer angewendet, welche dem in I. §. 419 abgebildeten und beschriebenen Hydrometer mehr oder weniger ähnlich sind. Wäre das Gesetz des Windstoßes vollständig bekannt und sicher begründet, so würde sich mit Hülfe eines solchen Anemometers die Geschwindigkeit des Windes ohne weitere Untersuchung bestimmen lassen; allein dem ist nicht so, es führen vielmehr die in I. §. 429 aufgestellten Formeln und der in §. 431 angegebene Coefficient nur auf Näherungswerthe. Behalten wir diese indessen hier bei, setzen wir also den Windstoß $P = \zeta . \frac{v^2}{2g} F\gamma, = 1{,}86 . \frac{v^2}{2g} F\gamma$, oder, für das preußische Maaß, wo $\frac{1}{2g} = 0{,}016$ ist, $P = 0{,}02976\ v^2 F\gamma$, oder, wenn wir noch die Winddichtigkeit $\gamma = \frac{66}{800} = \frac{33}{400} = 0{,}0825$ Pfd. einsetzen, $P = 0{,}002455\ v^2 F$, also, wenn der Inhalt der gestoßenen Fläche einen Quadratfuß beträgt, den Windstoß $P = 0{,}002455\ v^2$ Pfund, sowie umgekehrt die Windgeschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{P}{0{,}002455}} = 20{,}18 \sqrt{P}$ Fuß.

Für die Geschwindigkeiten $v =$	10	15	20	25	30	35	40	45	50 Fuß.
sind hiernach die Windstöße auf 1 Quadratfuß =	0,2455	0,5524	0,982	1,534	2,209	3,007	3,928	4,971	6,1375 Pfd.

Durch Multiplication mit dem Inhalte der gestoßenen Fläche läßt sich hiernach der Normalstoß des Windes gegen jede ebene Fläche leicht berechnen.

§. 256. Wir haben nun die Größe und Leistung des Windstoßes bei den Flügelrädern der Windmühlen näher zu studiren. Denken wir uns Windstoß.

Formel Ag_2SO_4 ist leicht löslich in Wasser und Ammoniak und gelöst durch Schwefelwasserstoff in Schwefelsilber und Schwefelsäure zerlegbar.

Darstellung: 1. Durch Auflösen von Silber in Schwefelsäure. 2. Durch Fällen einer Silbersalzlösung mit Schwefelsäure oder einem löslichen Sulfat.

Eigenschaften: Farblose, in Wasser schwer lösliche Kristalle, die durch Licht nicht verändert werden.

Nachweis: Wie 1 und 2. Silber wird durch Salzsäure, Chlorwasserstoff und Chloride als Chlorsilber gefällt, das sich in Ammoniak leicht löst und durch Licht violett gefärbt wird.

Silbernitrat $AgNO_3$.

Auf der Haut gesetzte Silbersalze färben sie, wie das Licht, violett bis schwarz. Sie sind daher ein gutes Mittel, um Flecken auf der Haut, Wäsche, Papier usw. zu erzeugen.

Darstellung: Durch Auflösen von Silber in Salpetersäure und Eindampfen der Lösung.

Eigenschaften: Farblose Kristalle, die sich in 0,5 T. Wasser lösen.

Nachweis: Wie 1 und 2 bei Silbersulfat. Silbernitrat wird durch Salzsäure und Chloride als Chlorsilber gefällt (s. oben) und ist 1:1 in 4 T. Ammoniak löslich.

Silberchlorid $AgCl$.

Darstellung: Durch Fällen einer Silbersalzlösung mit Salzsäure oder einem löslichen Chlorid.

Eigenschaften: Weißer, käsiger Niederschlag, der sich in Ammoniak leicht löst und durch Licht violett gefärbt wird.

Nachweis: Wie 1 und 2 bei Silbersulfat. Chlorsilber ist 1:1 in 4 T. Ammoniak löslich.

Silberbromid $AgBr$.

Darstellung: Durch Fällen einer Silbersalzlösung mit Bromwasserstoff oder einem löslichen Bromid.

Eigenschaften: Gelblicher, käsiger Niederschlag, der sich in Ammoniak schwer löst und durch Licht violett gefärbt wird.

Nachweis: Wie 1 und 2 bei Silbersulfat. Bromsilber ist 1:1 in 30 T. Ammoniak löslich.

Silberjodid AgJ.

Darstellung: Durch Fällen einer Silbersalzlösung mit Jodwasserstoff oder einem löslichen Jodid.

Eigenschaften: Gelber, käsiger Niederschlag, der sich in Ammoniak nicht löst und durch Licht violett gefärbt wird.

Nachweis: Wie 1 und 2 bei Silbersulfat. Jodsilber ist in Ammoniak unlöslich.

Silberacetat $AgC_2H_3O_2$.

Darstellung: Durch Auflösen von Silberoxyd in Essigsäure und Eindampfen der Lösung.

Eigenschaften: Farblose Kristalle, die sich in 100 T. Wasser lösen.

Nachweis: Wie 1 und 2 bei Silbersulfat. Silberacetat wird durch Salzsäure und Chloride als Chlorsilber gefällt (s. oben) und ist 1:1 in 4 T. Ammoniak löslich.

Silberoxyd Ag_2O.

Darstellung: Durch Fällen einer Silbersalzlösung mit Ätzkali oder Ätznatron.

Eigenschaften: Braunschwarzes Pulver, das sich in Ammoniak leicht löst und durch Licht violett gefärbt wird.

Nachweis: Wie 1 und 2 bei Silbersulfat. Silberoxyd ist 1:1 in 4 T. Ammoniak löslich.

Silberoxydammoniak $Ag_2O \cdot 2NH_3$.

Darstellung: Durch Auflösen von Silberoxyd in Ammoniak und Eindampfen der Lösung.

Eigenschaften: Farblose Kristalle, die sich in 2 T. Wasser lösen.

Nachweis: Wie 1 und 2 bei Silbersulfat. Silberoxydammoniak wird durch Salzsäure und Chloride als Chlorsilber gefällt (s. oben) und ist 1:1 in 4 T. Ammoniak löslich.

Silbercyanid $AgCN$.

Darstellung: Durch Fällen einer Silbersalzlösung mit Blausäure oder einem löslichen Cyanid.

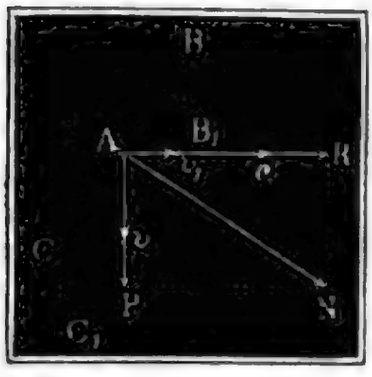
Eigenschaften: Weißer, käsiger Niederschlag, der sich in Ammoniak leicht löst und durch Licht violett gefärbt wird.

$$N = \frac{(c-v)^2}{g} \sin.\alpha^2 F\gamma + \frac{(c-v)^2}{2g} \sin.\alpha^2 F\gamma = 3 . \frac{(c-v)^2}{2g} \sin.\alpha^2 F\gamma.$$

§. 257. Bei Anwendung dieser Formel auf die Windräder haben wir zu berücksichtigen, daß der Windflügel BC, Fig. 396, nicht in der Richtung AR des Windes, sondern in einer Richtung AP rechtwinklig darauf umläuft, es ist daher auch in der Formel $N = 3 . \frac{(c-v)^2}{2g} \sin.\alpha^2 . F\gamma$ für den Normalstoß statt v die Geschwindigkeit $Av_1 = v_1$ einzusetzen, mit welcher der Flügel in Hinsicht auf die Windrichtung ausweicht. Bezeichnet hier v die wirkliche Umdrehungsgeschwindigkeit Av, so haben wir für $Av_1 = v_1 = v . \operatorname{cotg.} \overline{Av_1 v} = v \operatorname{cotg.}\alpha$ und daher für den vorliegenden Fall

Vortheilhafteste Stoßwinkel.

Fig. 396.



$$N = 3 . \frac{(c - v \operatorname{cotg.}\alpha)^2}{2g} . \sin.\alpha^2 F\gamma \text{ oder } = 3 \frac{(c \sin.\alpha - v \cos.\alpha)^2}{2g} F\gamma.$$

Diesen Normalstoß zerlegt man in zwei Seitenkräfte P und R, eine in der Umdrehungs- und die andere in der Axenrichtung des Flügelelementes wirkend, und es ist $P = N \cos.\alpha = 3 \frac{(c \sin.\alpha - v \cos.\alpha)^2}{2g} \cos.\alpha . F\gamma$, dagegen $R = N \sin.\alpha = 3 \frac{(c \sin.\alpha - v \cos.\alpha)^2}{2g} \sin.\alpha . F\gamma$.

Durch Multiplication mit der Umdrehungsgeschwindigkeit v folgt aus der Formel für P die mechanische Leistung des Windrades:

$$L = Pv = 3 \frac{(c \sin.\alpha - v \cos.\alpha)^2}{2g} v \cos.\alpha . F\gamma;$$

was dagegen die Axen- oder sogenannte Parallelkraft R anlangt, so verrichtet dieselbe keine Arbeit, sondern sie sucht das Rad fortzuschieben, drückt deshalb die Grundfläche seines hinteren Zapfens gegen das Widerlager und giebt durch die hieraus entspringende Reibung zu einem besonderen Arbeitsverluste Veranlassung.

Die letzte Formel zeigt uns allerdings an, wie es sich jedoch auch von selbst versteht, daß die Leistung mit der Windgeschwindigkeit c und mit dem Inhalte F des Flächenstücks wächst, dagegen ist aus ihr nicht sogleich zu ersehen, welchen Einfluß der Stoßwinkel α auf den Werth der Leistung hat. Damit L nicht Null ausfalle, muß aber $c \sin.\alpha > v \cos.\alpha$, d. i. $\operatorname{tang.}\alpha > \frac{v}{c}$ und $\cos.\alpha > 0$, also $\alpha < 90^0$ sein. Es muß also zwischen den Grenzen $\operatorname{tang.}\alpha > \frac{v}{c}$ und $\alpha < 90^0$ ein Werth von α einem

Vortheilhafteſte Stoßwinkel.

Maximo von L entſprechen. Um dieſen Werth zu finden, ſetzen wir ſtatt α, $\alpha \pm x$, wo x eine ſehr kleine Größe bedeutet. Hiernach erhalten wir $sin.(\alpha \pm x) = sin.\alpha\ cos.x \pm cos.\alpha\ sin.x$, oder $cos.x = 1$ und $sin.x = x$ eingeſetzt, $sin.(\alpha \pm x) = sin.\alpha \pm x\ cos.\alpha$, ferner $cos.(\alpha \pm x) = cos.\alpha\ cos.x \mp sin.\alpha\ sin.x = cos.\alpha \mp x\ sin.\alpha$, und dieſe Werthe geben uns für die Leiſtung

$$L = \frac{3c^2v}{2g} F\gamma \left(sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha\right)^2 cos.\alpha,$$ den Ausdruck

$$L_1 = \frac{3c^2v}{2g} F\gamma \left([sin.\alpha \pm x cos.\alpha - \frac{v}{c}(cos.\alpha \mp x sin.\alpha)]^2 (cos.\alpha \mp x sin.\alpha)\right)$$

$$= \frac{3c^2v}{2g} F\gamma [sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha \pm (cos.\alpha + \frac{v}{c} sin.\alpha)\, x]^2 (cos.\alpha \mp x\, sin.\alpha)$$

$$= \frac{3c^2v}{2g} F\gamma \left(sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha)^2\ cos.\alpha\right.$$

$$\left. \pm [2(sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha)(cos.\alpha + \frac{v}{c} sin.\alpha) cos.\alpha - (sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha)^2 sin.\alpha]x + \text{ꝛc.}\right)$$

$$= L \pm \frac{3c^2v}{2g} F\gamma \left([2sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha)(cos.\alpha + \frac{v}{c}\ sin.\alpha)\ cos.\alpha\right.$$

$$\left. - (sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha)^2 sin.\alpha]\, x + \text{ꝛc.}\right).$$

Damit α den Maximalwerth gebe, muß L_1 kleiner als L ausfallen, man mag α um x größer oder kleiner, d. i. x poſitiv oder negativ nehmen. Nun giebt aber die letzte Formel in einem Falle $L_1 > L$ und im andern $< L$, ſo lange das zweite Glied $\pm \frac{3c^2v}{2g} F\gamma\,[....]\,x$ reell iſt; es iſt daher zur Erlangung des Maximalwerthes nöthig, daß dieſes zweite Glied Null, alſo

$$2(sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha)(cos.\alpha + \frac{v}{c} sin.\alpha) cos.\alpha - (sin.\alpha - \frac{v}{c} cos.\alpha)^2 sin.\alpha = 0,$$

oder $2(cos.\alpha + \frac{v}{c}\ sin.\alpha)\ cos.\alpha = (sin.\alpha - \frac{v}{c}\ cos.\alpha)\ sin.\alpha$,

oder $sin.\alpha^2 - \frac{3v}{c} sin.\alpha\ cos.\alpha = 2\ cos.\alpha^2$ ſei. Durch $cos.\alpha^2$ dividirt und $\frac{sin.\alpha}{cos.\alpha} = tang.\alpha$ eingeſetzt, ergiebt ſich $tang.\alpha^2 - \frac{3v}{c}\ tang.\alpha = 2$, woraus nun für den die Maximalleiſtung verſprechenden Winkel folgt:

$$tang.\ \alpha = \frac{3v}{2c} + \sqrt{\left(\frac{3v}{2c}\right)^2 + 2}.$$

Da bei einem und demſelben Flügel die entfernteren Elemente eine größere Geſchwindigkeit beſitzen, als die der Umdrehungsaxe näherſtehenden, ſo folgt hieraus, daß den entfernteren Flügeltheilen ein größerer Stoßwinkel zu ertheilen iſt, als den näheren, um eine möglichſt große Leiſtung zu er-

Satz. Die Lösung der Differentialgleichung $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ für $t > 0$, $0 < x < \pi$, welche den Randbedingungen $u(0, t) = 0$, $u(\pi, t) = 0$ für $t > 0$ und der Anfangsbedingung $u(x, 0) = f(x)$ für $0 < x < \pi$ genügt, ist

$$u(x, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(\xi) \sin \xi \, d\xi \cdot e^{-t} \sin x + \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(\xi) \sin 2\xi \, d\xi \cdot e^{-4t} \sin 2x + \cdots$$

$$+ \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(\xi) \sin n\xi \, d\xi \cdot e^{-n^2 t} \sin nx + \cdots$$

Fig. 1.

Beweis. Wir betrachten zunächst die Lösungen der Differentialgleichung, welche die Form $u(x, t) = \varphi(t) \cdot \psi(x)$ haben. Durch Einsetzen in die Differentialgleichung erhalten wir

$$\varphi'(t) \cdot \psi(x) = \varphi(t) \cdot \psi''(x)$$

oder

$$\frac{\varphi'(t)}{\varphi(t)} = \frac{\psi''(x)}{\psi(x)}.$$

Da die linke Seite nur von t, die rechte nur von x abhängt, müssen beide Seiten gleich einer Konstanten λ sein. Wir erhalten also

$$\varphi'(t) = \lambda \varphi(t), \quad \psi''(x) = \lambda \psi(x).$$

Die Randbedingungen $u(0, t) = 0$, $u(\pi, t) = 0$ für $t > 0$ ergeben $\psi(0) = 0$, $\psi(\pi) = 0$. Wir müssen also diejenigen Lösungen der Differentialgleichung $\psi''(x) = \lambda \psi(x)$ bestimmen, welche diese Randbedingungen erfüllen. Wir unterscheiden drei Fälle.

1. $\lambda > 0$. Dann ist $\psi(x) = Ae^{\sqrt{\lambda} x} + Be^{-\sqrt{\lambda} x}$. Aus $\psi(0) = 0$ folgt $A + B = 0$, also $B = -A$. Aus $\psi(\pi) = 0$ folgt $A(e^{\sqrt{\lambda}\pi} - e^{-\sqrt{\lambda}\pi}) = 0$, also $A = 0$, $B = 0$, $\psi(x) \equiv 0$.

2. $\lambda = 0$. Dann ist $\psi(x) = Ax + B$. Aus $\psi(0) = 0$ folgt $B = 0$. Aus $\psi(\pi) = 0$ folgt $A = 0$, $\psi(x) \equiv 0$.

3. $\lambda < 0$. Dann ist $\psi(x) = A \cos \sqrt{-\lambda} x + B \sin \sqrt{-\lambda} x$. Aus $\psi(0) = 0$ folgt $A = 0$. Aus $\psi(\pi) = 0$ folgt $B \sin \sqrt{-\lambda}\pi = 0$, also $\sqrt{-\lambda} = n$, $\lambda = -n^2$, $n = 1, 2, 3, \ldots$. Wir erhalten also die Lösungen $\psi(x) = B \sin nx$.

Die Lösungen der Differentialgleichung $\varphi'(t) = \lambda \varphi(t)$ sind $\varphi(t) = Ce^{\lambda t}$. Wir erhalten also die Lösungen $u(x, t) = \varphi(t) \cdot \psi(x) = Ce^{-n^2 t} \sin nx$, $n = 1, 2, 3, \ldots$. Wir bilden die Reihe

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-n^2 t} \sin nx.$$

Diese Reihe ist eine Lösung der Differentialgleichung, welche den Randbedingungen genügt. Wir müssen die Konstanten C_n so bestimmen, daß auch die Anfangsbedingung $u(x, 0) = f(x)$ für $0 < x < \pi$ erfüllt ist. Wir müssen also die Gleichung

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin nx$$

nach den Konstanten C_n auflösen. Wir multiplizieren beide Seiten mit $\sin mx$ und integrieren von 0 bis π. Dann erhalten wir

$$\int_0^\pi f(x) \sin mx \, dx = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \int_0^\pi \sin nx \sin mx \, dx.$$

Nun ist

$$\int_0^\pi \sin nx \sin mx \, dx = \begin{cases} 0 & \text{für } n \neq m, \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } n = m. \end{cases}$$

Also ist

$$\int_0^\pi f(x) \sin mx \, dx = C_m \frac{\pi}{2}$$

oder

$$C_m = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(x) \sin mx \, dx.$$

Wir erhalten also die Lösung

$$u(x, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(\xi) \sin \xi \, d\xi \cdot e^{-t} \sin x + \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(\xi) \sin 2\xi \, d\xi \cdot e^{-4t} \sin 2x + \cdots$$

$$+ \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(\xi) \sin n\xi \, d\xi \cdot e^{-n^2 t} \sin nx + \cdots$$

Leiſtung. Die theoretiſche Leiſtung eines Windrades läßt ſich hiernach für jede gegebene Wind- und Umdrehungsgeſchwindigkeit berechnen. Aus der gegebenen Umdrehungszahl u pr. Min. folgt zunächſt die Winkelgeſchwindigkeit $\omega = \frac{\pi u}{30} = 0{,}1047 \,.\, u$. Theilt man nun die ganze Windruthenlänge in 7 gleiche Theile, und läßt man, wie gewöhnlich, den Flügel im erſten Theilpunkte anfangen, ſo daß ſeine eigentliche Länge $^6/_7 l$ ausfällt, ſo können wir nun ſehr leicht mit Hülfe der Formel

$$tang.\alpha = \frac{3v}{2c} + \sqrt{\left(\frac{3v}{2c}\right)^2 + 2}$$

die jedem der 7 Theilpunkte des Flügels entſprechenden vortheilhafteſten Stoßwinkel α_0, α_1, α_2... berechnen, indem man nach und nach

$v_0 = \omega \,.\, \frac{l}{7}$, $v_1 = \omega \,.\, \frac{2l}{7}$, $v_2 = \omega \,.\, \frac{3l}{7}$ .... bis $v_6 = \omega \,.\, \frac{7l}{7}$

oder ωl einführt.

Sind nun noch b_0, b_1, b_2...b_6 die durch dieſe Theilpunkte zu legenden Flügelbreiten, ſo können wir mit Hülfe der Simpſon'ſchen Regel aus

$\left(\frac{3\,sin.\,\alpha_0^2 - 2}{sin.\,\alpha_0^3}\right) b_0$, $\left(\frac{3\,sin.\,\alpha_1^2 - 2}{sin.\,\alpha_1^3}\right) b_1$, $\left(\frac{3\,sin.\,\alpha_2^2 - 2}{sin.\,\alpha_2^3}\right) b_2$ u. ſ. w.

einen Mittelwerth k berechnen und bekommen daher mit Hülfe deſſelben die ganze Flügelleiſtung $L = {}^4/_9 k\gamma \,.\, {}^6/_7 l \,.\, \frac{c^3}{2g}$, oder allgemeiner, wenn l_1 die eigentliche Flügellänge bezeichnet, $L = {}^4/_9 \gamma k l_1 \frac{c^3}{2g}$.

Wäre der Flügel eben, hätte er alſo an allen Stellen einen und denſelben Stoßwinkel α, ſo würde man mittels $v_0 = \frac{\omega l}{7}$, $v_1 = \omega \,.\, \frac{2l}{7}$ u. ſ. w. zunächſt die entſprechenden Werthe $\left(sin.\,\alpha - \frac{v_0}{c} cos.\,\alpha\right)^2 \frac{v_0}{c} cos.\,\alpha \,.\, b_0$, $\left(sin.\,\alpha - \frac{v_1}{c} cos.\,\alpha\right)^2 \frac{v_1}{c} cos.\,\alpha \,.\, b_1$ u. ſ. w. zu berechnen, aus dieſen aber durch Anwendung der Simpſon'ſchen Regel den Mittelwerth k_1 zu ermitteln und dieſen zuletzt in die Formel $L = 3\gamma k_1 \,.\, l_1 \,.\, \frac{c^3}{2g}$ einzuſetzen haben.

Iſt n die Anzahl der Flügel, ſo hat man allerdings den letzten Werth noch hiermit zu multipliciren, um die ganze theoretiſche Radleiſtung zu erhalten, alſo $L = 3n\gamma k_1 l_1 \frac{c^3}{2g}$ zu ſetzen.

Beiſpiel 1. Welche Stoßwinkel erfordert ein Flügelrad bei 20 Fuß Windgeſchwindigkeit, wenn daſſelbe aus 4 Flügeln von 24 Fuß Länge und 6 bis 9 Fuß

Breite besteht, und wenn es in der Minute 16 Umdrehungen macht. Wie groß ist ferner die theoretische Leistung dieses Rades? Leistung.

Zunächst ist die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 0{,}1047 \,.\, 16 = 1{,}6755$ Fuß, und ist die Entfernung der innersten Flügelsprosse von der Wellenare $= 4$ Fuß, also die ganze Ruthenlänge $= 24 + 4 = 28$ Fuß, so hat man für die

Entfernungen:	4	8	12	16	20	24	28 Fuß,
die Geschwindigkeiten:	6,702	13,404	20,106	26,808	33,510	40,212	46,914 Fß.,
die Tangenten der Stoßwinkel:	2,004	2,740	3,575	4,469	5,397	6,347	7,311,
Stoßwinkel:	63°,29′	69°,57′	74°,22′	77°,23′	79°,30′	81°,3′	82°,13′
Werthe $\frac{3\sin.\alpha^2 - 2}{\sin.\alpha^3}$:	0,5612	0,7810	0,8759	0,9220	0,9472	0,9622	0,9716
Flügelbreiten:	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0 Fuß,
Producte aus den letzten beiden:	3,367	5,076	6,131	6,915	7,578	8,179	8,744

Aus den letzten Producten folgt nun der Mittelwerth

$$k = \frac{3{,}367 + 8{,}744 + 4 \,.\, (5{,}076 + 6{,}915 + 8{,}179) + 2 \,.\, (6{,}131 + 7{,}578)}{18}$$

$$= \frac{12{,}111 + 80{,}680 + 27{,}418}{18} = \frac{120{,}209}{18} = 6{,}679,$$

und führen wir nun noch

$$\gamma = \frac{66}{800} = 0{,}0825 \text{ Pfund}, \quad \%_7\, l = 24 \text{ und } \frac{c^3}{2g} = 0{,}016 \,.\, 20^3 = 128 \text{ ein},$$

so bekommen wir die Leistung dieses Windrades:

$$L = 4 \,.\, \%_0 \,.\, 6{,}679 \,.\, 0{,}0825 \,.\, 24 \,.\, 128 = 11{,}874 \,.\, 1{,}98 \,.\, 128 = 3009 \text{ Fußpfund}$$
$$= 5{,}9 \text{ Pferdekräfte}.$$

Beispiel 2. Welche Leistung ist von einem Windrade zu erwarten, welches aus 4 ebenen Flügeln besteht, und bei dem Stoßwinkel von 75° die übrigen Dimensionen und Verhältnisse mit dem Rade im vorigen Beispiele gemeinschaftlich hat?

Man hat hier:

die Geschwindigkeitsverhältnisse $\frac{v}{c}$:	0,3351	0,6702	1,0053	1,3404	1,6755	2,0106	2,3457,
die Differenzen $\sin.\alpha - \frac{v}{c}\cos.\alpha$:	0,8792	0,7925	0,7057	0,6190	0,5323	0,4456	0,3588.
die Breiten b:	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0 Fuß,
die Producte $(\sin.\alpha - \frac{v}{c}\cos.\alpha)^2 \,.\, \frac{v}{c}\cos.\alpha \,.\, b$:	0,4023	0,7081	0,9071	0,9967	0,9830	0,8783	0,7034.

Leistung. Aus den letzten Producten ergiebt sich mittels der Simpson'schen Regel der Mittelwerth

$$k_1 = {}^1/_{18}[0{,}4023+0{,}7034+4(0{,}7081+0{,}9969+0{,}8783)+2(0{,}9071+0{,}9830)]$$
$$= {}^1/_{18}(1{,}1057+10{,}3324+3{,}7802) = \frac{15{,}2183}{18} = 0{,}8455,$$

und hieraus folgt die gesuchte Leistung

$L = 4 . 3 . 0{,}8455 . 0{,}0825 . 24 . 128 = 2571$ Fußpfund $= 5$ Pferdekräfte,

wogegen das Rad mit windschiefen Flügeln $L = 5{,}9$ Pferdekräfte verspricht.

Reibungsverlust. §. 259. Einen bedeutenden Theil des Arbeitsvermögens, welches ein Flügelrad dem Winde abgewinnt, geht durch die Reibung am Halse des Rades verloren, zumal, wenn, wie gewöhnlich, dieser sehr stark ist. Wir können annehmen, daß das ganze Gewicht des Flügelrades im Halse unterstützt sei und den Druck am hinteren Zapfen ganz unberücksichtigt lassen; wenn nun auch dadurch eine etwas zu große Reibung gefunden wird, so wird sie durch Außerachtlassung der Reibung an der Basis des hinteren Zapfens, welche aus dem Windstoße in axieller Richtung entspringt, ungefähr wieder ausgeglichen. Da der hintere Zapfen viel schwächer ist, als der Hals oder vordere Zapfen, so wird diese Vereinfachung um so eher erlaubt sein. Dies vorausgesetzt, erhalten wir nun aus dem Gewichte G des ganzen Flügelrades die entsprechende Reibung $F = \varphi G$, und ist nun noch r der Halbmesser des Halses, also ωr die Geschwindigkeit der Reibung, so folgt die Arbeit dieser Reibung:

$$F\omega r = \varphi G\omega r = 0{,}1047 . u\varphi Gr = \varphi G\frac{r}{l}v,$$

wenn v die Umfangsgeschwindigkeit des Rades bezeichnet.

Dies vorausgesetzt, können wir nun die effective Leistung eines Windrades mit ebenen Flügeln setzen:

$$L = 3n\gamma k_1 l_1 . \frac{c^3}{2g} - \varphi G\frac{r}{l}v,$$

und die eines solchen Rades mit windschiefen Flügeln:

$$L = {}^4/_9 n\gamma k l_1 . \frac{c^3}{2g} - \varphi G\frac{r}{l}v.$$

Aus der Formel $L = \frac{3(c\sin.\alpha - v\cos.\alpha)^2}{2g} v\cos.\alpha \cdot F\gamma$ für die theoretische Leistung eines Flügelelementes läßt sich der Einfluß der Flügelgeschwindigkeit auf die theoretische Radleistung erkennen, namentlich auch finden, daß für $v\cos.\alpha = \frac{c\sin.\alpha}{3}$ (vergl. II. §. 150), d. i. für $v = \frac{c\,tang.\alpha}{3}$ dieselbe ein Maximum wird. Führt man nun aber diesen Werth in der angeführten Formel ein, so erhält man $L = 3 . {}^4/_{27} . \frac{c^3\sin.\alpha^3}{2g} F\gamma$, und es ist nun hieraus zu entnehmen, daß die Leistung am größten ausfällt,

wenn der Stoßwinkel $\alpha = 90^0$, also $v = \infty$ wird. Dieser Forderung kann aber aus dem Grunde nicht Genüge geleistet werden, weil schon bei einer nicht übermäßig großen Umdrehungsgeschwindigkeit die Nebenhindernisse, namentlich aber die Halsreibung, so viel Arbeit consumiren, daß für die effective oder Nutzleistung nichts mehr übrig bleibt. Es ist also bei einer großen Umdrehungszahl eine große Nutzleistung zu erwarten, jedoch in gegebenen Fällen stets besonders zu untersuchen, bei welcher Umdrehungszahl die Nutzleistung, welche die theoretische Leistung nach Abzug der Arbeit der Reibung noch übrig läßt, ein Maximum wird, und dies kann nur dadurch geschehen, daß man für eine Reihe von Umdrehungszahlen diese Leistungen wirklich berechnet, und aus diesen die größte herausnimmt, oder durch Interpolation ermittelt. Reibungsverlust.

Beispiel. Wenn die armirte Flügelwelle des in den Beispielen des vorigen Paragraphen betrachteten Rades 7500 Pfund wiegt, und der Halbmesser ihres Halses $r = \frac{1}{3}$ Fuß mißt, der Reibungscoefficient φ aber $= 0{,}1$ angenommen wird, so hat man die durch die Halsreibung verloren gehende mechanische Leistung

$= 0{,}1 \,.\, 7500 \,.\, \omega r = 750 \,.\, \frac{1}{3} \,.\, 1{,}6755 = 250 \,.\, 1{,}6755 = 419$ Fußpfund;

es bleibt also beim Rade mit windschiefen Flügeln die Nutzleistung $3009 - 419 = 2590$ Fußpfund, d. i. circa 86 Procent übrig. Bei den hölzernen Wellen sind aber die Hälse noch einmal so stark, und es ist daher hier der Arbeitsverlust durch die Reibung doppelt, die Nutzleistung also nur 70 Procent der theoretischen.

§. 260. Sichere, namentlich zur Prüfung der Theorie vollkommen genügende Beobachtungen sind an Windmühlen bis jetzt noch gar nicht gemacht worden; es fehlt zwar nicht an Angaben über die Leistungen verschiedener Windmühlen, allein dieselben sind meist zur Beurtheilung des Wirkungsgrades dieser Maschinen nicht hinreichend, da sie die Windgeschwindigkeit entweder ganz unbestimmt lassen oder dieselbe nicht mit hinreichender Genauigkeit ausdrücken. Am vollständigsten sind noch die Angaben von Coulomb und Smeaton, neuere Beobachtungen ähnlicher Art fehlen aber ganz. Coulomb stellte seine Beobachtungen an einer der vielen Windmühlen in der Umgebung von Lille an; es lassen sich aber aus denselben ziemlich sichere Folgerungen ziehen, weil diese Mühle ein zum Auspressen des Rübsaamenöles dienendes Pochwerk in Bewegung setzte, dessen Nutzleistung sich sehr leicht berechnen läßt. Die vier Radflügel dieser Mühle waren nach holländischer Art, windschief, mit den Stoßwinkeln von $63\frac{3}{4}^0$ bis $81\frac{1}{4}^0$, und jeder von ihnen hatte ungefähr $2 \,.\, 10 = 20$ Quadratmeter Inhalt. Die Versuche wurden bei Windgeschwindigkeiten von 2,27 Meter bis 9,1 Meter und bei Umfangsgeschwindigkeiten von 7 bis 22 Meter angestellt, und stimmten nach den Berechnungen von Coriolis (s. dessen Calcul de l'effet des machines) im Mittel ziemlich mit der oben entwickelten Theorie, nach welcher der Windstoß normal gegen ein Flügelelement F: Erfahrungen.

Erfahrungen.

$$N = 3 \cdot \frac{(c \sin. \alpha - v \cos. \alpha)^2}{2g} F\gamma$$

ist, überein. Es ist übrigens leicht zu ermessen, daß bei den besseren Constructionen mit schiefen Flügeln der Mittelwerth von $\frac{3 \sin. \alpha^2 - 2}{\sin. \alpha^3}$ nicht bedeutend abweichen kann von demjenigen, welcher sich aus dem ersten Beispiele in §. 258 = 0,880 berechnet; führen wir aber diesen in die allgemeine Formel ein, so erhalten wir folgenden höchst einfachen Ausdruck für die Leistung eines Windrades:

$$L = 4/9 \cdot 0{,}88 \cdot 0{,}0825 \cdot nF \frac{c^3}{2g} = 0{,}000516\, nF c^3 \text{ Fußpfund.}$$

Das Mittel aus den Coulomb'schen Beobachtungen giebt

$L = 0{,}026\, nF c^3$ Kilogrammmeter, oder in preuß. Maaße

$= 0{,}000549\, nF c^3$ Fußpfund, also eine gute Uebereinstimmung mit der theoretischen Bestimmung. Der Sicherheit wegen nimmt man vielleicht am besten $L = 0{,}0005\, nF c^3$ Fußpfund.

Diese Formel giebt jedoch nur dann genügend richtige Resultate, wenn die Umfangsgeschwindigkeit ungefähr die vortheilhafteste, nämlich circa $2\frac{1}{2}$ mal so groß als die Windgeschwindigkeit ist.

Beispiel. Wenn ein Windrad bei einer Windgeschwindigkeit von 16 Fuß eine Leistung von 4 Pferdekräften geben soll, welche Flügelflächen hat man demselben zu geben? Nach der letzten Formel ist

$$nF = \frac{4 \cdot 510}{0{,}0005 \cdot 16^3} = \frac{4080000}{4096} = 1000 \text{ Quadratfuß;}$$

also bei fünf Flügeln, der Inhalt des einen = 200 Quadratfuß. Macht man die Länge l_1 eines Flügels 5mal so groß, als seine mittlere Breite b, so hat man hiernach $5b^2 = 200$, folglich die Breite $b = \sqrt[3]{40} = 6\frac{1}{3}$ Fuß, und die Länge $l_1 = 5 \cdot 6\frac{1}{3} = 31\frac{2}{3}$ Fuß.

Smeaton's Regeln.

§. 261. Smeaton hat sehr ausführliche Versuche über Windräder im Kleinen angestellt. Sein Versuchsrad hatte Arme von 21 Zoll Länge mit Flügeln von 18 Zoll Länge und 5,6 Zoll Breite (engl. Maaß). Er ließ dieses Rad nicht durch den Wind in Umdrehung setzen, sondern er bewegte dasselbe in der ruhigen Luft im Kreise herum, weshalb er denn nicht den Windstoß, sondern den Widerstand der Luft gegen das Rad beobachtet hat, wodurch allerdings die Resultate seiner Beobachtungen bedeutend an Werth verlieren. Die Bewegung des Rades gegen den Wind erfolgte durch eine stehende Welle mit einem $5\frac{1}{2}$ Fuß langen Querarme, an dessen Ende die Lager des Rades befestigt waren; diese Welle aber erhielt ihre Bewegung durch den Beobachter selbst, und zwar mit Hülfe einer Schnur, welche, wie bei einem Kreisel, vor jedem Versuche auf den stärkeren Theil dieser Welle aufgewickelt wurde. Um den Windstoß, oder viel-

mehr den Widerstand der Luft zu messen, wurde unmittelbar über der stehenden Welle eine Waagschale mit Gewichten an einer sehr feinen Schnur aufgehangen, und das andere Ende dieser Schnur um die Flügelwelle gelegt, so daß sich bei Umdrehung dieser die Schnur auf sie aufwickelte und das Gewicht am ersten Ende dieser Schnur emporhob. Was nun die Ergebnisse dieser Versuche anlangt, so stimmen sie in qualitativer Hinsicht sehr gut mit der Theorie überein, namentlich weisen sie sehr bestimmt nach, daß die windschiefen Flügel mehr Wirkung haben, als die ebenen, und daß die durch die Theorie gefundenen Stoßwinkel wirklich die vortheilhaftesten sind. Während wir im obigen Beispiel zu §. 258, von innen nach außen gegangen und, gleichen Abständen entsprechend, die 7 Stoßwinkel $63^0, 29'$; $69^0, 57'$; $74^0, 22'$; $77^0, 23'$; $79^0, 30'$; $81^0, 3'$ und $82^0, 13'$ gefunden haben, ergaben sich bei den Versuchen von Smeaton folgende 6 Stoßwinkel als sehr vortheilhaft: 72^0; 71^0; 72^0; 74^0; $77\frac{1}{2}^0$, 83^0; im Mittel also wenig verschieden von den ersteren. Uebrigens bemerkt Smeaton selbst, daß eine Abweichung von 2 Grad im Stoßwinkel keinen bedeutenden Einfluß auf die Leistung des Rades habe. Smeaton's Regeln.

Zuletzt macht Smeaton aus seinen, bei $4\frac{1}{3}$ bis $8\frac{3}{4}$ Fuß Wind- oder vielmehr Radarengeschwindigkeit, angestellten Versuchen folgende, mit der Theorie in sehr guter Uebereinstimmung stehende Folgerungen.

Bei einem vortheilhaft besegelten Flügelrade steht die größte Umfangsgeschwindigkeit mit der vortheilhaftesten Umfangsgeschwindigkeit im Verhältnisse wie 3 : 2, und dagegen die größte Last zur vortheilhaftesten Last im Verhältnisse wie 6 : 5. Uebrigens aber ist die größte Umfangsgeschwindigkeit, d. i. die beim leeren Gange, circa 4mal, und daher die beim vortheilhaftesten Gange $\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{8}{3}$mal so groß, als die Windgeschwindigkeit. Ferner wächst beim vortheilhaftesten, d. h die größte Nutzleistung gebenden Gange die Belastung beinahe wie das Quadrat, und die Leistung beinahe wie der Cubus der Windgeschwindigkeit. Wenigstens gab die doppelte Windgeschwindigkeit die 3,75fache Belastung und die 7,02fache Nutzleistung. Manche andere Regeln, welche Smeaton noch aus seinen Versuchen zieht, sind mit der Theorie im Einklange, und lassen sich ebenso gut aus dieser ableiten, weswegen es nicht nöthig ist, hier weiter darauf einzugehen.

Nach diesen Versuchen ist übrigens die Wirkung des Windes bei den Flügelrädern noch größer, als sie die Theorie giebt und als die Coulomb'schen Versuche geben.

Von anderen Angaben über die Leistungen der Windräder kann erst im Abschnitte von den Arbeitsmaschinen die Rede sein.

Schlußanmerkung. Die vollständigste Theorie der Windräder findet man in des Verfassers Handbuch der Bergmaschinenmechanik, und in Coriolis' Traité

du calcul de l'effect des machines. In den meiſten Lehrbüchern über Mechanik werden die Windräder ganz kurz abgehandelt, oder wohl gar unbeachtet gelaſſen. Die Verſuche Smeaton's ſind in den Philosophical Transactions, Jahrgänge 1759 bis 1776 beſchrieben, geſammelt und in's Franzöſiſche überſetzt aber von Girard, und zwar unter dem Titel: »Recherches expérimentales sur l'eau et le vent. Paris, 1827. Auszüge davon findet man faſt in allen engliſchen Werken, namentlich auch in Barlow's Treatise on the Manufactures and Machinery of Great-Britain. Coulomb's Verſuche ſind in dem bekannten Werke Théorie des machines simples, par Coulomb, beſchrieben. Eine Bockwindmühle genau gezeichnet und ausführlich beſchrieben, findet man in Hoffmann's Sammlung der gebräuchlichſten Maſchinen, Heft I., Berlin 1833.

Ueber den Windſtoß handelt ſchon Mariotte in ſeinen Grundlehren der Hydroſtatik und Hydraulik; nach ihm iſt der Windſtoß

$$P = 1{,}73 \frac{c^2}{2g} F\gamma.$$

Nächſtdem auch Borda, in den Mémoires de l'Académie de Paris, 1763; ferner Rouſe (ſ. das oben citirte Werk von Smeaton), dann noch Hutton und Woltmann: Die letzteren Autoren finden P viel kleiner, als Mariotte u. ſ. w., weil ſie nicht den Windſtoß, ſondern den Widerſtand der Luft gemeſſen haben. Sicherlich iſt daher auch der von Woltmann gefundene Coefficient $\zeta = \frac{1}{3}$, alſo die Kraft

$$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{c^2}{2g} F\gamma$$

zu klein, weil er die Conſtante ſeines Flügels nicht direct beſtimmt hat (ſ. deſſen Theorie und Gebrauch des hydrometriſchen Flügels. Hamburg, 1790). Hutton findet aus ſeinen Verſuchen, daß man mit mehr Genauigkeit den Stoß und Widerſtand der Luft $F^{1,1}$ proportional wachſend annehmen müſſe (ſ. deſſen Philosophical and mathematical Dictionary, T. II). Nehmen wir nun an, daß der Coefficient $\zeta = 1{,}86$ für eine kleine Fläche von 1 Quadratfuß Inhalt richtig ſei, ſo müſſen wir hiernach für einen Windflügel von 200 Quadratfuß Flächeninhalt $\zeta = 200^{0,1} \cdot 1{,}86 = 1{,}7 \cdot 1{,}86 = 3{,}162$ ſetzen, was mit der theoretiſchen Beſtimmung und mit dem obigen Vortrag, wo $\zeta = 3$ und

$$P = 3 \cdot \frac{c^2}{2g} F\gamma$$

angenommen wurde, gut übereinſtimmt. Eine ſehr gute Zuſammenſtellung und Vergleichung der Verſuche über den Stoß und Widerſtand der Luft theilt Poncelet in ſeiner Introduction à la mécanique industrielle mit. Eigenthümliche Anſichten über den Windſtoß verfolgt Euler in einer Abhandlung der Berliner Memoiren, 1756; ebenſo Crelle in der Abhandlung »Theorie des Windſtoßes«, Berlin, 1802.

Zweiter Abſchnitt.

Von der Wärme, von den Dämpfen und von den Dampfmaſchinen.

Erſtes Kapitel.

Von den Eigenſchaften der Wärme.

Wärme.

§. 262. Wir können die Erſcheinungen der Wärme und Kälte einem unendlich feinen und höchſt elaſtiſchen Stoffe, dem Wärmeſtoffe (franz. calorique; engl. caloric), der alle Körper in der Natur durchdringt, beimeſſen und annehmen, daß derſelbe die Atome (franz. molécules; engl. molecules) der feſten und flüſſigen Körper aus einander zu treiben ſuche und daher der Anziehungskraft oder ſogenannter Moleculararattraction entgegen wirke. Hierzu berechtigt uns die Ausdehnung oder Volumenzunahme der Körper, welche aus der Aufnahme von Wärme hervorgeht. Je mehr Wärme in einem Körper angehäuft iſt, deſto größer iſt auch das Volumen und daher deſto kleiner die Dichtigkeit dieſes Körpers. Deshalb läßt ſich denn auch die Ausdehnung oder Volumenveränderung, welche ein Körper durch Aufnahme von Wärme erleidet, zur Ausmeſſung der Wärme eines Körpers gebrauchen. Inſtrumente, welche die Wärme oder das Wärmequantum eines Körpers anzeigen, heißen Thermometer (franz thermomètres; engl. thermometers) und Pyrometer (franz. pyromètres; engl. pyrometers). Erſtere werden zum Meſſen kleiner oder mäßiger, letztere aber zur Ausmittelung hoher Wärmegrade verwendet; bei jenen iſt es in der Regel ein flüſſiger, bei dieſen aber meiſt ein feſter Körper, welcher durch ſeine Ausdehnung die Stärke der Wärme anzeigt. Den durch eines dieſer Inſtrumente angezeigten Wärmezuſtand eines Körpers nennt man die Temperatur (franz. température; engl. temperature) deſſelben.

Wärme. Bei Aufnahme einer großen Wärmemenge gehen endlich feste Körper in tropfbarflüssige und letztere wieder in elastischflüssige Körper über; umgekehrt durch Entziehung von Wärme kehren flüssige Körper in den festen Zustand zurück. Es ist also die Wärme Ursache der drei Aggregatzustände der Körper (s. I., §. 59).

Kommen Körper von verschiedener Temperatur mit einander in Berührung, so wird das Gleichgewicht der Wärme in beiden gestört; es strömt die Wärme aus dem wärmeren Körper in den weniger warmen oder kälteren Körper, und es tritt nach einer gewissen Zeit wieder Gleichgewicht ein und zwar dann, wenn beide Körper einerlei Temperatur angenommen haben.

Quecksilber-Thermometer. §. 263. Das wichtigste und gewöhnlich gebrauchte Thermometer ist das Quecksilberthermometer (franz. thermomètre à mercure: engl. mercurial-thermometer). Dasselbe besteht in einer engen, sich in eine größere Hohlkugel endigenden, mit Quecksilber angefüllten Glasröhre AB, Fig. 398, und ist verbunden mit einer längs der Röhrenaxe hinlaufenden Scala. Bringt man die Kugel dieses Instrumentes mit dem Körper, dessen Temperatur man ermitteln will, in Berührung, so nimmt das Quecksilber in derselben nach einiger Zeit die Temperatur dieses Körpers an und es wird die dadurch hervorgebrachte Volumenveränderung des Quecksilbers durch den Stand des Quecksilbers in der Röhre angezeigt. Damit nun aber alle Thermometer unter sich übereinstimmen, d. i. bei einem und demselben Wärmezustande auch einerlei Temperatur anzeigen, ist es nöthig, ihren Scalen eine solche Ausdehnung und Eintheilung zu geben, daß je zwei gleichbenannte Punkte derselben zwei bestimmten Temperaturen entsprechen. Gewöhnlich bedient man sich bei Graduirung der Scala der Temperaturen des gefrierenden und siedenden Wassers, und bezeichnet die entsprechenden festen Punkte, bis zu welchen die Quecksilbersäule in der Glasröhre bei dem einen oder anderen Wärmezustande reicht, durch Frostpunkt (franz. point de froid; engl. freezing point) und Siedepunkt (franz. point d'ébullition; engl. boiling point). Bei Ausmittelung dieser Punkte bringt man das Thermometer erst in schmelzendes Eis und dann in sich ununterbrochen aus kochendem Wasser bildenden, und nach oben abströmenden Wasserdampf, weil man dadurch mehr Sicherheit erhält. Der Siedepunkt hängt übrigens auch noch von der Stärke des Luftdruckes oder vom Barometerstande ab, weshalb denn auch bei seiner Bestimmung noch auf diesen mit Rücksicht zu nehmen ist. Man ist übereingekommen, den Siedepunkt bei dem Barometerstande von 28 pariser Zoll = 336 Linien, oder nach den Fran-

Fig. 398.

zosen, bei dem von 0,76 Meter = 336,9 Linien zu bestimmen, oder, nach einer weiter unten zu gebenden Regel, dahin zu reduciren. Quecksilber-Thermometer.

Den Abstand (Fundamentalabstand) zwischen dem Frost- und Siedepunkte theilt man in eine gewisse Anzahl gleicher Theile, und durch Antragen dieser Theile unterhalb des Frost- und oberhalb des Siedepunktes verlängert man noch die Scala so viel wie möglich.

Die Centesimaleintheilung (franz. division centigrade; engl. centigrade scale), wo der Fundamentalabstand in hundert Theile oder Grade (franz. degrés; engl. degrees) getheilt wird, ist jedenfalls die einfachste, doch bedient man sich sehr oft noch der Réaumur'schen Eintheilung in achtzig Grade, und in England der Fahrenheit'schen Eintheilung in 180° oder vielmehr in 212°, weil hierbei der Nullpunkt noch 32° unterhalb des Gefrierpunktes angenommen wird.

Anmerkung 1. Specielle Anleitung zur Anfertigung von Thermometern geben die größeren Werke über Physik.

Anmerkung 2. Tabellen zur Verwandlung der Centesimal-, Réaumur'schen und Fahrenheit'schen Grade unter einander enthält der »Ingenieur«. Hier folgen nur die dazu nöthigen Formeln. t Centesimalgrade entsprechen $\frac{4}{5}\,t$ Réaumur'schen oder $\frac{9}{5}\,t + 32°$ Fahrenheit'schen Graden. Dagegen t_1 Réaumur'sche Grade geben $\frac{5}{4}\,t_1$ Centesimal- oder $\frac{9}{4}\,t_1 + 32°$ Fahrenheit'sche Grade. Endlich t_2 Fahrenheit'sche Grade sind gleich $\frac{5}{9}\,(t_2 - 32°)$ Centesimal- $= \frac{4}{9}\,(t_2 - 32°)$ Réaumur'schen Graden.

§. 264. Das Quecksilber gefriert oder geht in den festen Zustand über, wenn es einer Temperatur von $-40°$ ausgesetzt ist, und siedet, d. i. nimmt die Dampfform oder einen elastischflüssigen Zustand an, wenn seine Temperatur bis $+400°$ gestiegen ist. Aus diesem Grunde, und da überdies die Wärmeausdehnungen nahe bei den Wechseln der Aggregatzustände sehr unregelmäßig sind, kann man denn auch durch Quecksilberthermometer nur Temperaturen von $-36°$ bis $360°$ mit hinreichender Sicherheit beobachten. Um aber Temperaturen über diese Grenzen hinaus angeben zu können, wendet man in dem einen Falle Weingeistthermometer, in dem anderen aber sogenannte Pyrometer an. Letzterer bedient man sich zumal zur Ausmittelung der Temperatur in Feuerheerden, Schmelzöfen u. s. w. Von ihnen sei noch in Folgendem die Rede. Pyrometer.

Das einfachste Mittel, hohe Temperaturen zu messen, besteht in der Vergleichung der Längen, welche ein und derselbe Metallstab bei verschiedenen Temperaturen annimmt. Da die Wärmeausdehnungen fester Körper nicht sehr groß sind, so wendet man hierbei besondere Mittel, namentlich aber ungleicharmige Hebel an, welche die Ausdehnung vergrößert angeben, um den erwünschten Grad von Genauigkeit zu erhalten. Uebrigens bietet die Construction eines brauchbaren Metallpyrometers

Pyrometer. noch besondere Schwierigkeiten dar, weil es in den meisten Fällen nicht möglich ist, durch diese Instrumente die Wirkungen der Wärme unmittelbar, nämlich im Feuerraume selbst, zu beobachten, und weil sich diese Wirkungen auf alle Theile des Instruments, also nicht allein auf den Metallstab, sondern auch auf dessen Lager und auf den Maaßstab erstrecken. Alle bis jetzt in Vorschlag und zur Anwendung gekommenen Metallpyrometer sind daher auch mit größeren oder kleineren Unvollkommenheiten behaftet. Eins der vorzüglichsten, wiewohl auch eins der kostbarsten Instrumente dieser Art ist aber das Pyrometer von Daniell (s. Gehler's phys. Wörterbuch, Artikel »Pyrometer«). Die Idee, welche einem solchen Instrumente zu Grunde liegt, ist folgende. *AB*, Fig. 399, ist eine hohle Graphitröhre, *C* ein darin eingesetzter Platin- oder anderer Metallstab, *D* aber ein diesen bedeckender kurzer Porzellancylinder, welcher ziemlich scharf an die Röhrenwand anschließt. Wenn man nun diesen Apparat in den Feuerraum bringt, so wird das Porzellanstück *D* in Folge der Ausdehnung der Platinstange ein Stück auswärts geschoben, und wenn man später den Apparat wieder aus dem Feuer genommen und ihn hat abkühlen lassen, so wird die Verschiebung des von der Graphitröhre zurückgehaltenen Porzellancylinders die Ausdehnung der Platinstange und dadurch mittelbar den Hitzgrad anzeigen. Zur genauen Ausmessung dieser Verschiebung dient aber ein Fühlhebelapparat, den man vor und nach dem Einlegen in das Feuer an *AD* anlegt.

Fig. 399.

Anmerkung 1. Die Pyrometer von Guyton de Morveau, von Brogniart, Petersen, Neumann u. s. w. haben mehr oder weniger Aehnlichkeit mit dem Daniell'schen Pyrometer. (S. Gehler's physik. Wörterbuch, Band VII.)

Anmerkung 2. Ein bekanntes Hülfsmittel zur Bestimmung hoher Hitzgrade ist auch das Pyrometer von Wedgwood. Man wendet dasselbe wegen seiner Einfachheit noch oft an, wiewohl es ein sehr unvollkommenes Instrument ist. Es werden hierzu kleine Kegel oder Cylinder aus Porzellan- oder Töpferthon verwendet, und diese vor dem Gebrauche bis zur angehenden Rothglühhitze getrocknet und dann ausgemessen. Um nun den Hitzgrad in einem Feuerheerde zu messen, bringt man einen oder mehrere solcher Thonkörper in denselben und läßt sie darin einige Zeit liegen, um die Temperatur des Raumes, in welchem sie sich befinden, vollkommen annehmen zu können. Hierbei schwindet dieser Körper bedeutend zusammen und bleibt auch dann noch zusammengezogen, wenn er sich wieder abgekühlt hat, und zwar um so mehr, je größer die Hitze ist, welcher er ausgesetzt war. Wenn man den Durchmesser dieses Körpers vor und nach der Erhitzung mißt, so kann man dessen Zusammenziehung berechnen und diese als das Maaß der Hitze ansehen. Um aber diese Messung bequem und genau auszuführen, wird ein das eigentliche Pyrometer ausmachender Maaßstab angewendet, der im Wesentlichen aus zwei convergent laufenden und auf eine

Rhein. Antiquarius, Abt. III. Bandes 1. Abteilung. Mainz, Verlag des Römisch-Germanischen Zentralmuseums. Kommissionsverlag Dr. Rudolf Habelt, Bonn. 1964. 1. Lieferung. Preis 20 DM. Das Werk, das in 3 Lieferungen erscheinen soll, ist eine Fortsetzung des Bonner Jahrbuches, das bis 1963 in 168 Bänden erschienen ist. Es wird also die Nummerierung fortgesetzt. Die Abteilung III ist für Bodenaltertümer bestimmt. Die Abteilung I enthält Aufsätze, die Abteilung II Berichte. Die Abteilung III soll Bodenaltertümer enthalten, die nicht in Museen sind, sondern noch im Boden liegen. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung IV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Museen sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung V soll Bodenaltertümer enthalten, die in Privatbesitz sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung VI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Kirchen sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung VII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Klöstern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung VIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Schlössern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung IX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Rathäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung X soll Bodenaltertümer enthalten, die in Gefängnissen sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Irrenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXXI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXXII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXXIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXXIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXXV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXXVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXXVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXXVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XXXIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XL soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XLI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XLII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XLIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XLIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XLV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XLVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XLVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XLVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XLIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung L soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXXI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXXII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXXIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXXIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXXV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXXVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXXVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXXVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung LXXXIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XC soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XCI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XCII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XCIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XCIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XCV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XCVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XCVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XCVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung XCIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung C soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXXI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXXII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXXIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXXIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXXV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXXVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXXVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXXVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXXXIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXL soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXLI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXLII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXLIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXLIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXLV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXLVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXLVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXLVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXLIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CL soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXXI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXXII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXXIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXXIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXXV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXXVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXXVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXXVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CLXXXIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXC soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXCI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXCII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXCIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXCIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXCV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXCVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXCVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXCVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CXCIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CC soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXXI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXXII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXXIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXXIV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXXV soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXXVI soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXXVII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXXVIII soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetzung der Bonner Jahrbücher. Die Abteilung CCXXIX soll Bodenaltertümer enthalten, die in Leichenhäusern sind. Es ist also eine Art Fortsetz

Kapitel. 3. Klima und Bodenkultur von Lateinamerika. Es dehnt sich über 32 Breiten- und über 70° Längengrade (Ost-West) aus, so daß die Extreme der Temperatur, der Niederschläge, der Vegetation und der Kulturen sehr weit auseinander liegen.

Fig. 1. Der Vulkan Cotopaxi in Ecuador.

Trotzdem das ganze Land zwischen den Wendekreisen liegt, ist es doch nicht ausschließlich ein Land der Tropen. Die Tropen sind nur ein Teil davon. Ein großer Teil liegt außerhalb der Tropen, und ein noch größerer Teil ist durch seine Höhe über dem Meeresspiegel gemäßigt oder kalt. Die Tropen sind nur ein Teil davon. Ein großer Teil liegt außerhalb der Tropen, und ein noch größerer Teil ist durch seine Höhe über dem Meeresspiegel gemäßigt oder kalt.

Klima. — 4. Die Tropenzone von Amerika. Schon aus der Lage der Tropenzone von Amerika ergibt sich, daß sie nicht ausschließlich heiß ist. Die Tropen sind nur ein Teil davon. Ein großer Teil liegt außerhalb der Tropen, und ein noch größerer Teil ist durch seine Höhe über dem Meeresspiegel gemäßigt oder kalt. Die Tropen sind nur ein Teil davon. Ein großer Teil liegt außerhalb der Tropen, und ein noch größerer Teil ist durch seine Höhe über dem Meeresspiegel gemäßigt oder kalt.

bei Stäben, Stangen, Balken u. s. w. in Betracht. Lavoisier und Laplace haben die Längenausdehnungen verschiedener Körper unmittelbar beobachtet, Dulong und Petit aber haben erst die Volumenausdehnungen gemessen und hieraus die Längenausdehnungen berechnet. Die Abweichungen in den Resultaten beider Untersuchungen sind unbedeutend. In folgender Tabelle sind die Längenausdehnungen der in der Technik am häufigsten vorkommenden Körper angegeben. Längenausdehnung.

Es ist die Längenzunahme für

die Gegenstände:	Wärmezunahme.	in gewöhnl. Brüchen.	in Decimalbrüchen.	Beobachter.
Platin	0 bis 100°	1/1167	0,00085655	Borda.
»	0 bis 100°	1/1131	0,00088420	Dulong u. Petit.
»	0 bis 300°	1/363	0,00275482	dieselben.
Glas	0 bis 100°	1/1161	0,00086133	dieselben.
»	0 bis 200°	1/454	0,00184502	dieselben.
»	0 bis 300°	1/329	0,00303252	dieselben.
Stahl, ungehärtet . .	0 bis 100°	1/927	0,00107880	Lavoisier u. Laplace.
» gehärtet . .	0 bis 100°	1/807	0,00123956	dieselben.
Gußeisen	0 bis 100°	1/901	0,00111900	Roy.
Stabeisen	0 bis 100°	1/846	0,00118210	Dulong u. Petit.
»	0 bis 300°	1/227	0,00440528	dieselben
Gold	0 bis 100°	1/692	0,00146606	Lavoisier u. Laplace.
Kupfer	0 bis 100°	1/582	0,00171820	Dulong u. Petit.
»	0 bis 300°	1/177	0,00564972	dieselben.
Messing	0 bis 100°	1/535	0,00186760	Lavoisier u. Laplace.
Silber	0 bis 100°	1/524	0,00190974	dieselben.
Blei	0 bis 100°	1/351	0,00284836	dieselben.
Zink	0 bis 100°	1/340	0,00294167	Smeaton.

Von den hier aufgeführten Körpern hat, wie man sieht, Platin und nächstdem Glas die kleinste, Blei und Zink aber die größte Längenausdehnung; es ist die letztere mehr als 3mal so groß, als die erstere. Auch ersieht man, nach den Angaben von Dulong und Petit, daß die Ausdehnung der Metalle und des Glases bei hohen Wärmegraden verhältnißmäßig stärker zunimmt, als die Wärme. Ein Glasstab wird hiernach bei 0 bis 100° Wärmezunahme um 0,00086133, bei 100 bis 200° aber um 0,00098369 und bei 200 bis 300° um 0,00118750 länger.

§. 267. Die Ausdehnungsverhältnisse gestatten einige sehr wichtige Anwendungen auf die Technik. Nehmen wir an, daß die Ausdehnung Ausdehnungscoefficient.

Ergebnis von der Wahl gewählter Koordinaten unabhängig ist, und daß wir somit eine ausgezeichnete Richtung im Raumelement $dx\,dy\,dz$ vor uns haben, die wir mit der Richtung der Resultierenden $\mathfrak{R}$ identifizieren können.

Wir wollen nun die Größe $\mathfrak{R}$ berechnen. Wir setzen $\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_x + \mathfrak{R}_y + \mathfrak{R}_z$, wo $\mathfrak{R}_x$ die Resultierende der Kräfte $\mathfrak{K}_x$ ist, $\mathfrak{R}_y$ die Resultierende der Kräfte $\mathfrak{K}_y$ und $\mathfrak{R}_z$ die Resultierende der Kräfte $\mathfrak{K}_z$. Es ist dann $\mathfrak{R}_x = \frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial x}\,dx\,dy\,dz$, wo $\mathfrak{P}_x$ die Komponente des Vektors $\mathfrak{P}$ in der x-Richtung ist. Ebenso ist $\mathfrak{R}_y = \frac{\partial \mathfrak{P}_y}{\partial y}\,dx\,dy\,dz$ und $\mathfrak{R}_z = \frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial z}\,dx\,dy\,dz$. Somit ist

$$\mathfrak{R} = \left(\frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{P}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial z}\right) dx\,dy\,dz,$$

wofür man auch $\mathfrak{R} = \operatorname{div} \mathfrak{P}\, dx\,dy\,dz$ schreiben kann.

Fig. 39.

Wir können nun die Resultierende $\mathfrak{R}$ auch noch anders berechnen. Wir betrachten (Fig. 39) die Komponente $\mathfrak{R}_x$ der Resultierenden $\mathfrak{R}$ in der x-Richtung. Diese Komponente ist gleich der Differenz der Kräfte $\mathfrak{K}_x$ und $\mathfrak{K}_x'$, die auf die Flächen $dy\,dz$ und $dy'\,dz'$ wirken. Es ist also $\mathfrak{R}_x = \mathfrak{K}_x - \mathfrak{K}_x'$. Nun ist $\mathfrak{K}_x = \mathfrak{P}_x\, dy\,dz$ und $\mathfrak{K}_x' = \mathfrak{P}_x'\, dy'\,dz'$. Somit ist

$$\mathfrak{R}_x = \mathfrak{P}_x\, dy\,dz - \mathfrak{P}_x'\, dy'\,dz'.$$

Nun ist $dy\,dz = dy'\,dz'$, und $\mathfrak{P}_x'$ ist gleich $\mathfrak{P}_x$ plus dem Zuwachs, den $\mathfrak{P}_x$ erfährt, wenn x um dx wächst, also $\mathfrak{P}_x' = \mathfrak{P}_x + \frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial x}\,dx$. Somit ist

$$\mathfrak{R}_x = -\frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial x}\,dx\,dy\,dz.$$

Ebenso ist $\mathfrak{R}_y = -\frac{\partial \mathfrak{P}_y}{\partial y}\,dx\,dy\,dz$ und $\mathfrak{R}_z = -\frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial z}\,dx\,dy\,dz$. Somit ist

$$\mathfrak{R} = -\left(\frac{\partial \mathfrak{P}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{P}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial z}\right) dx\,dy\,dz,$$

oder

$$\mathfrak{R} = -\operatorname{div} \mathfrak{P}\, dx\,dy\,dz.$$

Wir haben also für die Resultierende $\mathfrak{R}$ zwei Ausdrücke gefunden, die sich nur durch das Vorzeichen unterscheiden. Dies kann nur dann der Fall sein, wenn $\mathfrak{R} = 0$ ist. Somit ist

$$\operatorname{div} \mathfrak{P} = 0.$$

Wir haben also gefunden, daß die Divergenz des Vektors $\mathfrak{P}$ gleich Null ist. Dies ist die Bedingung dafür, daß der Vektor $\mathfrak{P}$ ein Wirbelvektor ist. Wir können also sagen: Ein Vektor ist dann und nur dann ein Wirbelvektor, wenn seine Divergenz gleich Null ist.

Unruhe abhängt, so sind die Compensationsstreifen AB, A_1B_1 auf das Schwungrad AA_1 befestigt. Ausdehnungscoefficient.

Fig. 403.

Am häufigsten findet man die sogenannten Rostpendel angewendet. Dieselben bestehen aus einer Reihe parallel gestellter Stäbe von verschiedenen Metallen, z. B. von Eisen und Zink, oder Eisen und Messing, so durch Querarme verbunden, daß die Ausdehnung des einen Stabes durch die Ausdehnung des anderen aufgehoben wird.

Fig. 404.

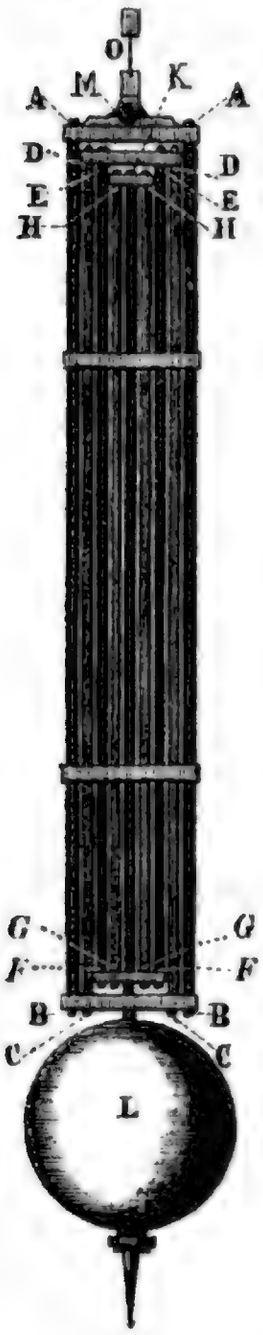


Fig. 404 stellt ein solches Rostpendel vor, welches aus fünf Eisenstäben AB, AB, EF, EF, KL und aus vier Messingstäben CD, CD, GH, GH besteht. Damit das Pendel seinen Zweck erfülle, muß die sich nach unten erstreckende Ausdehnung der Eisenstäbe so groß sein wie die nach oben gehende Ausdehnung der Messingstäbe. Setzen wir die Summe der Längen der Eisenstäbe:

$$OM + AB + EF + KL = l_1,$$

und die Summe der Längen der Messingstäbe:

$$CD + GH = l_2,$$

so haben wir für die ganze Pendellänge $LO = l_0 = l_1 - l_2$, und ist nun der Ausdehnungscoefficient des Eisens $= \delta_1$, und der des Messings $= \delta_2$, t aber die Temperaturveränderung, so haben wir die entsprechende Pendellänge $l = l_1(1 + \delta_1 t) - l_2(1 + \delta_2 t)$; also die Längenzunahme desselben: $l - l_0 = (\delta_1 l_1 - \delta_2 l_2)\, t$. Damit diese Null ausfalle, muß sein:

$$\delta_2 l_2 = \delta_1 l_1, \text{ oder } \frac{l_2}{l_1} = \frac{\delta_1}{\delta_2},$$

d. i. es muß sich die Messinglänge zur Eisenlänge wie der Ausdehnungscoefficient des Eisens zum Ausdehnungscoefficienten des Messings verhalten. Ist die ganze Länge $l = l_1 - l_2$ gegeben, so hat man hiernach die Eisenlänge:

$$l_1 = \frac{\delta_2}{\delta_2 - \delta_1}\, l$$

und die Messinglänge:

$$l_2 = \frac{\delta_1}{\delta_2 - \delta_1}\, l.$$

Ausdehnungscoefficient.

Anmerkung. Ueber die Compensationspendel, namentlich auch über Graham's Pendel mit Quecksilbergefäßen, wird gehandelt in Barlow's Treatise on Manufactures and Machinery; ferner in Lamé's Cours de physique u. s. w.

Beispiele. 1) Wie lang muß ein eisernes Muttermaaß (franz. étalon; engl. standard) bei 16° Wärme sein, damit es bei Null Grad genau 5 Fuß lang ist? Es ist hier in $l_2 = [1 + \delta\,(t_2 - t_1)]\,l_1$, $l_1 = 5$, $t_2 - t_1 = 16$ und $\delta = 0{,}000011821$ zu setzen, weshalb folgt: $l_2 = (1 + 0{,}000011821 \,.\, 16) \,.\, 5 = 5{,}0009457$ Fuß $= 5$ Fuß 0,136 Linie. 2) Wie lang müssen die Eisen- und Messingstäbe eines 40 Zoll langen Rostpendels sein? Führen wir $\delta_1 = 0{,}000011821$ und $\delta_2 = 0{,}000018676$ ein, so erhalten wir für die Eisenstablänge:

$$l_1 = \frac{18676 \,.\, 40}{18676 - 11821} = \frac{747040}{6855} = 109 \text{ Zoll},$$

und für die Messingstablänge:

$$l_2 = \frac{11821 \,.\, 40}{6855} = \frac{472840}{6855} = 69 \text{ Zoll}.$$

Hiernach kann man jeden der kleineren Messingstäbe 33½ Zoll, jeden der folgenden Eisenstäbe 34½ Zoll, jeden der längeren Messingstäbe 35½ Zoll, die äußeren Eisenstäbe aber 36½ Zoll lang machen, und es bleiben noch $109 - 71 = 38$ Zoll für die mittlere Aufhängestange u. s. w. übrig.

Ausdehnungskraft.

§. 268. Mit Hülfe der Elasticitätsmodul E und der Ausdehnungscoefficienten δ läßt sich auch die Kraft bestimmen, mit welcher sich Körper in der Hitze ausdehnen und in der Kälte zusammenziehen. Die Kraft, welche eine prismatische Stange von der Länge l und dem Querschnitte F um λ ausdehnt, ist nach I., §. 185 bestimmt durch die Formel $P = \frac{\lambda}{l} FE$. Nun ist aber $\frac{\lambda}{l} = \delta t$ zu setzen, daher haben wir denn die Ausdehnungs- oder Zusammenziehungskraft $P = \delta t \,.\, FE$.

Da die Elasticitätsmodul der Metalle sehr groß sind, so kann man hiernach durch Erhitzung derselben sehr große Kräfte hervorbringen, und von dieser Eigenschaft in der Architektur und Technik sehr wichtige Anwendungen machen. So hat z. B. Molard durch eiserne Anker im Conservatoir des arts et métiers zu Paris zwei sich neigende und den Einsturz drohende Mauern senkrecht aufgerichtet, indem er dieselben vor dem Einziehen der Riegel durch Weingeistflammen erhitzen ließ. Beim Beschlagen von hölzernen Geräthschaften und Werkzeugen mit Eisen, zumal beim Auflegen von eisernen Ringen u. s. w. thut die Wärmekraft ihre nützlichen Dienste, da das im erhitzten Zustande aufgelegte Eisen beim Erkalten eine feste Verbindung hervorbringt.

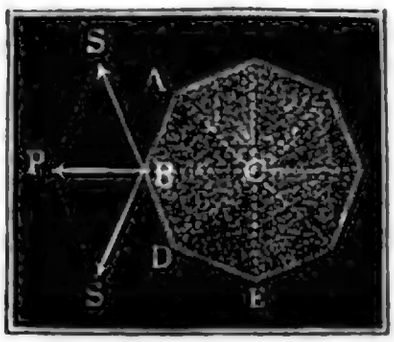
Es ist nun auch leicht zu ermessen, daß Körper bei starker Veränderung in der Temperatur in ihrer Festigkeit verlieren. Wird z. B. eine prismatische Stange vom Querschnitte F und der Länge l von einer Zerrkraft P ergriffen, und zugleich um t^0 in der Temperatur erhöht, so

nimmt sie an Länge zu: $\lambda = \left(\frac{P}{FE} + \delta t\right) l$; nun ist aber im Augen- Ausdehnungs- kraft.
blicke des Zerreißens $\lambda = \frac{K}{E} l$, wenn K den Festigkeits-, so wie E den Elasticitätsmodul bezeichnet, daher folgt

$$K = \left(\frac{P}{FE} + \delta t\right) E = \frac{P}{F} + \delta t E,$$

sowie umgekehrt, $P = (K - \delta t E)\, F$.

Fig. 405.



Ebenso ist für eine Röhre oder einen Kessel leicht zu berechnen, wie viel derselbe durch den Temperaturwechsel an Festigkeit verliert. Denken wir uns den Kesselquerschnitt als ein Polygon $ABDE$, Fig. 405, und nehmen wir an, daß in jeder seiner Ecken die Kraft P wirke. Zerlegen wir nun dieselbe nach den Richtungen der benachbarten Seiten BA und BD, und setzen wir den Centriwinkel $ACB = BCD$, $= \alpha$, so erhalten wir die Spannung in der Kesselwand: $S = \frac{P}{2\, sin.\frac{\alpha}{2}}$, oder wenn die Anzahl der Seiten sehr groß, und $sin.\frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2}$ ist, $S = \frac{P}{\alpha}$. Ist p der Ueberschuß des inneren Luft-, Dampf- oder Wasserdruckes auf jeden Quadratzoll, über den äußeren Luftdruck, und l die Länge des Kessels, so hat man den Druck auf jede Seitenfläche oder auf jede Längenkante des Kessels, $P = l . AB . p$, oder $AB = BD =$ Bogen $r\alpha$ eingeführt, $P = \alpha r l p$ und $S = \frac{\alpha r l p}{\alpha} = r l p$. Diese Kraft dehnt den Kesselumfang $2\pi r$ in dem Verhältnisse $\frac{S}{FE} = \frac{r l p}{l e E} = \frac{r p}{e E}$ aus, da der Querschnitt desselben $= l e$ ist, während die Temperaturzunahme die Ausdehnung δt hervorbringt, und es ist diesemnach

$$\frac{K}{E} = \frac{\lambda}{2\pi r} = \frac{r p}{e E} + \delta t, \text{ oder } K = \frac{r p}{e} + \delta t E;$$

umgekehrt aber die nöthige Kesseldicke:

$$e = \frac{r p}{K - \delta t E}.$$ Vergl. I., §. 306.

Beispiele. 1) Mit welcher Kraft zieht sich eine bis auf 80° erhitzte Eisenstange von 6 Quadratzoll Querschnitt zusammen, wenn sie bis 20° erkaltet? Es ist $\delta = 0{,}000011821$, $t = 80 - 20 = 60$, $F = 6$ und E (nach I, §. 189) $= 29000000$, daher die Zusammenziehungskraft:

$P = \delta t . FE = 0{,}00070926 . 174000000 = 123411$ Pfund.

Ausdehnungskraft. 2) Wie ſtark ſind die Wände eines eiſernen Blechkeſſels von 50 Zoll Weite zu machen, der bei einer Temperatur von 135° einen Druck von 3 Atmoſphären auszuhalten hat? Nach I, §. 306 iſt die geſuchte Stärke

$$e = 0{,}00086\, n\, d + 0{,}12 \text{ Zoll},$$

da aber $d = 50$ und der Ueberſchuß des Innendruckes über den Außendruck $n = 3 - 1 = 2$ Atmoſphären beträgt,

$$e = 0{,}00086 \,.\, 2 \,.\, 50 + 0{,}12 = 0{,}086 + 0{,}12 = 0{,}206 \text{ Zoll}.$$

Wegen der Ausdehnung durch die Wärme muß aber die Rechnung auf folgende Weiſe geführt werden. Nach I., §. 189 iſt für Eiſenblech der Feſtigkeitsmodul $K = 55000$ und der Elaſticitätsmodul $= 26000000$; nehmen wir aber an, daß beide Werthe für 15° Wärme gültig ſind, ſo haben wir eine der Temperatur von $135 - 15 = 120°$ entſprechende Ausdehnung in Rechnung zu ziehen, und daher ſtatt K,

$$K - \delta t E = 55000 - 0{,}000011821 \,.\, 120 \,.\, 26000000 = 55000 - 36882 = 18118 \text{ Pfund}$$

zu ſetzen, welhalb denn die theoretiſche Keſſeldicke

$$e = \frac{rp}{K - \delta t E} = \frac{25 \,.\, 2 \,.\, 15{,}05}{18118} = \frac{752{,}5}{18118} = 0{,}04153 \text{ Zoll folgt;}$$

nimmt man aber ſechsfache Sicherheit, und die Anfangsſtärke $e_1 = 0{,}12$ Zoll, ſo erhält man $e = 6 \,.\, 0{,}04153 + 0{,}12 = 0{,}369$ Zoll.

Anmerkung. Da ſich die Ausdehnungscoefficienten bei hohen Temperaturen ändern, ſo verlieren natürlich bei dieſen die letzten Formeln ihre Richtigkeit. Setzen wir z. B. $K = \delta t E$, oder $t = \frac{K}{\delta E}$, ſo würde dadurch die Temperatur beſtimmt, bei welcher die Körper durch die Hitze allein zerreißen. Z. B. bei der Eiſenſtange wäre $t = \frac{58000}{0{,}000011821 \,.\, 29000000} = 169°$ jedenfalls unrichtig. Näheres hierüber findet man in Bourne's Treatise on the Steam Engine, art. strength of boilers.

§. 269. Ueber die Veränderung der Elaſticität und Feſtigkeit der Metalle bei der Erhöhung ihrer Temperatur ſind in der neueren Zeit mehrfache Verſuche angeſtellt worden. Aus den Ausdehnungsverſuchen von Wertheim (S. Poggendorf's Annalen der Phyſik, Ergänzungsband II, 1845) geht hervor, daß die Elaſticitätsmodul der Metalle, mit Ausnahme des Eiſens, ſtetig abnehmen, wenn die Temperatur von 15° C. bis +200° C. wächſt; daß dagegen der Elaſticitätsmodul bei dem Schmiedeeiſen und Stahl mit der Temperatur von — 15° bis 100° zugleich wächſt und erſt bei höheren Temperaturen abnimmt, ſo daß er bei 200° kleiner als bei 100° oder 0° Temperatur ausfällt. Nach den Verſuchen von Baudrimont (S. Annales de chimie et de physique. Tom XXX) verhält es ſich's ebenſo mit dem Feſtigkeitsmodul der Metalle und insbeſondere des Eiſens. Auch haben die Verſuche Wertheim's gezeigt, daß durch das Anlaſſen die Feſtigkeitsmodul der Metalle bedeutend geſchwächt werden, während ſich die Elaſticitätsmodul nicht ſehr verändert, und daß dagegen die Cohäſion vor-

her angelaſſener Metalle bei der Temperaturerhöhung bis 200 Grad nicht bedeutend abnimmt. Ausdehnungskraft.

Nach Wertheim's Verſuchen ſind die Elaſticitätsmodul (E) von einigen Metallen nachfolgende.

Metalle:	Temperatur		
	10 bis 15° C.	100° C.	200° C.
Schmiedeeiſen . .	30'410000	32'070000	25'890000
Gußſtahl	28'620000	27'810000	26'220000
Kupfer	15'380000	14'370000	11'500000
Silber	10'440000	10'646000	9'320000
Blei	2'526000	2'384000	

Verſuche über die Veränderung der Feſtigkeit des Eiſens (Schmiedeeiſens) und Kupfers ſind ſchon früher in Nordamerika angeſtellt worden. Die Ergebniſſe derſelben werden mitgetheilt im XIX. und XX. Bande des vom Franklin-Inſtitut herausgegebenen Journales, und ſind auch zu finden im I. Bande von Combes's Traité de l'exploitation des mines.

Nach dieſen Verſuchen iſt, wenn man den Feſtigkeitsmodul des Kupfers bei 0° zur Einheit annimmt, der Feſtigkeitsmodul deſſelben bei

16¾°	50°	100°	150°	200°	250°	294°	451°	555½° C.
0,9927	0,9825	0,9460	0,9055	0,8487	0,7954	0,7442	0,5056	0,3259

Es hat alſo das Kupfer bei 280° von ſeiner Feſtigkeit ¼ und bei 555° von derſelben ⅔ verloren.

Ebenſo iſt hiernach, wenn man den Feſtigkeitsmodul des Schmiedeeiſens bei 15 bis 20° = Eins ſetzt, derſelbe bei den Temperaturen:

100°	200°	300°	350°	390°	500°	550°	624°	714° C.
1,197	1,081	1,040	0,981	0,974	0,760	0,431	0,411	0,346

§ 28. Die Lösung der Aufgabe durch Einführung von Hilfsvariablen (Lagrange'sche Multiplikatoren) und Elimination.

Wir wollen nun die Aufgabe, die wir in § 27 durch Einführung der Variablen φ und ψ gelöst haben, durch Einführung einer einzigen Hilfsvariablen λ und Elimination der Variablen x, y, z lösen. Dadurch kommen wir zu der Methode, welche Lagrange zuerst gefunden hat, und welche sich in vielen Fällen als die bequemste erweist. Wir setzen

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial z} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0,$$

wobei λ eine noch zu bestimmende Größe ist. Aus diesen drei Gleichungen und der Gleichung $\varphi(x, y, z) = 0$ folgen die vier Gleichungen

$$\varphi(x, y, z) = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial z} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0$$

zur Bestimmung der vier Größen x, y, z, λ. Wir wollen annehmen, daß diese Gleichungen eine Lösung $x = a$, $y = b$, $z = c$, $\lambda = \mu$ besitzen, daß ferner $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$, $\frac{\partial \varphi}{\partial y}$, $\frac{\partial \varphi}{\partial z}$ nicht sämtlich für $x = a$, $y = b$, $z = c$ verschwinden, und daß $f(x, y, z)$ für $x = a$, $y = b$, $z = c$ ein Maximum oder Minimum hat. Dann ist

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{x=a,\, y=b,\, z=c} = 0, \quad \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x=a,\, y=b,\, z=c} = 0, \quad \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{x=a,\, y=b,\, z=c} = 0.$$

Aus $\varphi(x, y, z) = 0$ folgt

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right) dy + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right) dz = 0,$$

wobei $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)$, $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)$, $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)$ die Werte bedeuten, welche $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$, $\frac{\partial \varphi}{\partial y}$, $\frac{\partial \varphi}{\partial z}$ für $x = a$, $y = b$, $z = c$ annehmen. Ferner ist

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) dy + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right) dz = 0.$$

Multiplizieren wir die letzte Gleichung mit λ und addieren sie zu der vorletzten, so folgt

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial y}\right) dy + \left(\frac{\partial f}{\partial z} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial z}\right) dz = 0,$$

wobei $\lambda = \mu$, $x = a$, $y = b$, $z = c$ zu setzen ist. Da nun $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$, $\frac{\partial \varphi}{\partial y}$, $\frac{\partial \varphi}{\partial z}$ nicht sämtlich für $x = a$, $y = b$, $z = c$ verschwinden, so können wir λ stets so bestimmen, daß

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)_{x=a,\, y=b,\, z=c} = 0$$

wird. Dann ist auch

$$\left(\frac{\partial f}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)_{x=a,\, y=b,\, z=c} = 0.$$

Ferner ist

$$\left(\frac{\partial f}{\partial z} + \lambda \frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)_{x=a,\, y=b,\, z=c} = 0.$$

Wenn also $f(x, y, z)$ für $x = a$, $y = b$, $z = c$ ein Maximum oder Minimum hat, so ist

zweimal, und der Coefficient 3δ der Volumenausdehnung dreimal so groß ist, als der Coefficient δ der Längenausdehnung. Flächen- und Raumausdehnung.

Die letztere Formel findet vorzüglich noch ihre Anwendung bei der Bestimmung der Dichtigkeit eines Körpers. Ist γ_1 die Dichtigkeit bei der Temperatur t_1 und γ_2 die bei der Temperatur t_2, so hat man $V_1\gamma_1 = V_2\gamma_2$, daher $\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{V_1}{V_2} = 1 + 3\delta(t_1 - t_2) = 1 - 3\delta(t_2 - t_1)$.

Beispiel. In welchem Verhältnisse verändert sich das Volumen und die Dichtigkeit einer hohlen oder massiven Eisenkugel bei Veränderung ihrer Temperatur von 10° bis 70°? Für Gußeisen ist $3\delta = 3 . 0{,}00001119 = 0{,}00003357$, daher $3\delta(t_2 - t_1) = 0{,}00003357\ (70 - 10) = 0{,}0020142$; es nimmt also das Volumen um 0,2 Procent zu, und die Dichtigkeit ebenso viel ab; war letztere anfangs 7,1 . 66 = 468,6 Pfund, so fällt sie bei dieser Temperaturerhöhung nur 468,6 (1 — 0,002014) = 467,66 Pfund aus.

§. 271. Die tropfbarflüssigen Körper werden in der Regel durch die Wärme noch stärker ausgedehnt, als die festen Körper. Da diese Körper von Gefäßen umschlossen und diese durch Zunahme an Wärme ausgedehnt und weiter werden, so müssen wir bei den Flüssigkeiten die scheinbare Ausdehnung von der wahren oder absoluten Ausdehnung durch Wärme unterscheiden, und es ist jedenfalls die erstere gleich der Differenz zwischen der wahren Ausdehnung der Flüssigkeit und der Ausdehnung des Gefäßes. Ist der Inhalt eines ganz oder bis zu einer Marke zu füllenden Gefäßes bei der Temperatur $t_1 = V_1$ und die Volumenausdehnung des Gefäßes $= \delta_1$, die der flüssigen Füllung aber $= \delta$, so hat man für eine Temperatur t_2 das Volumen des Gefäßes: Ausdehnung der Flüssigkeiten.

$$V_2 = \left(\frac{1 + \delta_1 t_2}{1 + \delta_1 t_1}\right) V_1;$$

dagegen das Volumen der Flüssigkeit:

$$V = \left(\frac{1 + \delta t_2}{1 + \delta t_1}\right) V_1, \text{ daher die wahre oder absolute}$$

Ausdehnung derselben:

$$V - V_1 = \left(\frac{1 + \delta t_2}{1 + \delta t_1} - 1\right) V_1 = \frac{\delta(t_2 - t_1)}{1 + \delta t_1} V_1,$$

und dagegen die scheinbare Ausdehnung:

$$V - V_2 = \left(\frac{1 + \delta t_2}{1 + \delta t_1} - \frac{1 + \delta_1 t_2}{1 + \delta_1 t_1}\right) V_1 = \frac{(\delta - \delta_1)(t_2 - t_1)}{(1 + \delta t_1)(1 + \delta_1 t_1)} V_1$$

$$= \frac{(\delta - \delta_1)(t_2 - t_1)}{(1 + \delta t_1)(1 + \delta_1 t_2)} V_2.$$

Sind die Ausdehnungen klein, so kann man annähernd

$V - V_1 = \delta(t_2 - t_1) V_1$

und $V - V_2 = (\delta - \delta_1)(t_2 - t_1) V_1$ setzen, also die scheinbare

Ausdehnung der Flüſſigkeiten.

Ausdehnung finden, wenn man die Differenz $(\delta - \delta_1)$ der Ausdehnungscoefficienten der Flüſſigkeit und des Gefäßes als Ausdehnungscoefficient in die Formeln einſetzt. Die abſolute Ausdehnung des Queckſilbers iſt von Dulong und Petit durch Vergleichung der Höhen zweier communicirenden Queckſilberſäulen von verſchiedenen Temperaturen beſtimmt worden, die ſcheinbare Ausdehnung in Glasröhren dagegen durch ſogenannte Gewichtsthermometer, wo die Temperatur nach der durch Erwärmung ausgetriebenen Quantität Queckſilber beſtimmt wird. Hiernach hat man die abſolute Ausdehnung des Queckſilbers

bei Erwärmung von 0 bis 100°, $= \frac{100}{5550} = 0{,}018018$, dagegen

" " " 100 " 200°, $= \frac{100}{5425} = 0{,}018433$, und

" " " 200 " 300°, $= \frac{100}{5300} = 0{,}018868$.

Die ſcheinbare Ausdehnung des Queckſilbers aber wurde bei Zunahme der Wärme von 0 bis 100°, $= \frac{100}{6480} = 0{,}015432$ gefunden, weshalb hiernach die entſprechende Volumenausdehnung der Glasröhre

$$= 0{,}018018 - 0{,}015432 = 0{,}002586$$

wäre, was mit der Angabe in §. 266 gut übereinſtimmt, da ſich hiernach die Längenausdehnung des Glaſes $= \frac{1}{3} . 0{,}002586 = 0{,}000862$ berechnet, während dort dieſelbe 0,00086133 angegeben wird. Uebrigens iſt aber nach Regnault und nach Iſidor Pierre (ſ. Recherches sur la dilatation des liquides, Annales de chimie et de physique, tome XV., 1825) die Ausdehnung verſchiedener Glasarten ſehr verſchieden. Namentlich findet der Letztere für Glas $\delta = 0{,}000019026$ bis $0{,}000026025$. Mit Hülfe des oben angegebenen Ausdehnungscoefficienten $\delta = 0{,}00018018$ für Queckſilber läßt ſich nun das ſpecifiſche Gewicht des Queckſilbers für jede Temperatur berechnen, es iſt nämlich daſſelbe:

$$\varepsilon = \frac{13{,}598}{1 + 0{,}00018018 \, . \, t}.$$

Anmerkung. Nach Regnault iſt das Volumen des Queckſilbers bei $t°$ Wärme: $V = (1 + 0{,}000179007\, t + 0{,}0000000252316\, t^2) \, . \, V_0$, wenn V_0 daſſelbe bei 0 Grad Wärme bezeichnet.

Beiſpiel. Wenn die in einer Glasröhre eingeſchloſſene Queckſilberſäule ihre Temperatur t in t_1 umändert, ſo geht ihre Höhe h

$$\text{in } h_1 = [1 + (\delta - 2\,\delta_1)\,(t_1 - t)]\, h \text{ über,}$$

denn das neue Volumen iſt $V_1 = [1 + \delta\,(t_1 - t)]\, V = [1 + \delta\,(t_1 - t)]\, \pi r^2 h$ und auch $= (1 + 2\,\delta_1)\,(t_1 - t)\, \pi r^2 \, . \, h_1$, da der Querſchnitt πr^2 wegen der Flächenausdehnung in $(1 + 2\,\delta_1)\,(t_1 - t)\, \pi r^2$ übergeht. Nun iſt aber

$\delta = 0{,}00018018$ und $2\,\delta_1 = 2 \, . \, 0{,}0000086133 = 0{,}0000172266$.

daher folgt $h_1 = [1 + (\delta - 2\delta_1)(t_1 - t)]\, h = [1 + 0{,}00016295\,(t_1 - t)]\, h$.
Wäre $t = 10^0$, $t_1 = 50^0$ und $h = 30$ Zoll, so hätte man hiernach

$$h_1 = (1 + 0{,}00016295 \,.\, 40) \,.\, 30 = 30{,}1955 \text{ Zoll.}$$

§. 272. Die übrigen Flüssigkeiten, zumal aber das Wasser, dehnen sich nicht proportional der Wärmezunahme aus, auch sind die Ausdehnungen bei den übrigen Flüssigkeiten größer, als beim Quecksilber, zumal aber größer als bei den festen Körpern. Folgende Zusammenstellung führt die Ausdehnungsverhältnisse der in der Technik am häufigsten vorkommenden Flüssigkeiten vor Augen. Ausdehnung des Wassers.

Die Ausdehnung ist bei 0 bis 100° Wärmezunahme
für Alkohol von 0,817 spec. Gewicht, $= 1/9 = 0{,}1112$, nach Dalton,
für Olivenöl und Leinöl, $= 10/125 = 0{,}080$, desgl.
für Schwefelsäure von 1,85 spec. Gewicht, $= 100/1667 = 0{,}060$, desgl.,
für gesättigte Kochsalzauflösung, $= 1/20 = 0{,}050$, nach Hallström,
für Wasser, $= 100/2092 = 0{,}04775$, desgl.,
für Quecksilber, $= 10/555 = 0{,}018018$, nach Dulong und Petit.

Am ungleichförmigsten dehnt sich aber das Wasser aus, dessen Dichtigkeit sogar von 0 bis beinahe 4° Wärme nicht ab-, sondern zunimmt, so daß diese bei der letzten Temperatur ihren Maximalwerth erreicht. Man hat auf verschiedene Weisen das Ausdehnungsgesetz des Wassers zu ermitteln gesucht, vorzüglich hat man dazu große Wasserthermometer angewendet. Auch hat man den Versuchsresultaten empirische Formeln anzupassen gesucht, und mit Hülfe derselben die hierzu nöthigen Constanten bestimmt. Es ist zu erwarten, daß sich von allen diesen Formeln folgende zwei von Hallström am meisten an die Versuche anschließen.

Ist V_0 das Volumen des Wassers bei 0° und V das bei t Grad, so hat man für Temperaturen von 0° und 30°:

$$V = (1 - 0{,}000057577\, t + 0{,}0000075601 \,.\, t^2 - 0{,}00000003509\, t^3)\, V_0,$$

und für eine solche zwischen 30° und 100°:

$$V = (1 - 0{,}0000094178\, t + 0{,}00000533661\, t^2 - 0{,}0000000104086\, t^3)\, V_0;$$

und es ist hieruach für $t = 3^0{,}92$ das Volumen am kleinsten, und zwar $= 0{,}9998887$. Den Beobachtungen zu Folge kommt aber das Minimalvolumen oder die Maximaldichtigkeit des Wassers bei 3°,9 Wärme vor. Nach den neuesten Untersuchungen von Kopp ist für Temperaturen zwischen 0° und 25° C.

$$V = (1 - 0{,}000061045\, t + 0{,}0000077183\, t^2 - 0{,}00000003734\, t^3)\, V_0$$

und hiernach die größte Dichtigkeit des Wassers bei 4°,08. S. Poggendorff's Annalen, Band LXXII.

Gewöhnlich nimmt man an, daß dieser größte Dichtigkeitszustand bei 4° eintrete. Wenn man das Volumen des Wassers

Ausdehnung des Wassers.

bei $4^0 = 1{,}00000$ setzt, so hat man nach Despretz

»	$5^0 = 1{,}00001$,		
»	$6^0 = 1{,}00003$,	bei	$40^0 = 1{,}00773$,
»	$8^0 = 1{,}00012$,	»	$50^0 = 1{,}01205$,
»	$10^0 = 1{,}00027$,	»	$60^0 = 1{,}01698$,
»	$12^0 = 1{,}00047$,	»	$70^0 = 1{,}02255$,
»	$15^0 = 1{,}00087$,	»	$80^0 = 1{,}02885$,
»	$20^0 = 1{,}00179$,	»	$90^0 = 1{,}03566$,
»	$25^0 = 1{,}00293$,	»	$100^0 = 1{,}04315$.
»	$30^0 = 1{,}00433$,		

Anmerkung 1. Nach dem neuen französischen Maaß- und Gewichtssysteme ist das Gewicht eines Cubikcentimeters Wassers bei 4° Temperatur und 0,76 Meter Barometerstand = 1 Gramme und nach dem neuen preußischen Maaß- und Gewichtssysteme ist das Gewicht eines Cubikfußes Wassers bei 15° R. Wärme und 28 paris. Zoll Barometerstand = 66 Pfund. Dies vorausgesetzt, läßt sich das Gewicht des letzteren bei 4° C., da 15° R. = $\frac{5}{4} . 15 = 18\frac{3}{4}$° C. ist, setzen, = 1,00153 . 66 = 66,101 Pfund. Nun ist aber ein preußischer Fuß = 31,38535 Centimeter, und hiernach ein Cubikfuß = 3091,584 Cubikcentimeter, daher folgt denn auch der Werth eines preußischen Pfundes

$$= \frac{30915{,}84}{66{,}101} = 467{,}71 \text{ Gramme},$$

sowie umgekehrt der eines Grammes = 1 : 467,71 = 0,0021381 Pfund, also ein Kilogramm = 2,1381 Pfund.

Anmerkung 2. Versuche über die Ausdehnung des Wassers und zum Theil auch anderer Flüssigkeiten sind angestellt worden von Munke, Stampfer, Hallström, Despretz und in der neuesten Zeit von J. Pierre, und es ist hierüber nachzusehen in Gehler's phys. Wörterbuche, Bd. I. u. IV., im Jahrb. des k. k. polytechn. Institut, Bd XVI., ferner in Poggendorff's Annalen, Bd. I., IX., XXXIV. und LXXII. und in den Annales de chimie et de physique, T. LXX. und XV.

Ausdehnung der Luft.

§. 273. Die Ausdehnung der Luft und der Gase überhaupt durch die Wärme ist viel bedeutender und erfolgt in Hinsicht auf die Angaben der Quecksilberthermometer viel regelmäßiger, als die der tropfbaren Flüssigkeiten Gay-Lussac fand dieselbe mit Hülfe eines durch eine kurze Quecksilbersäule abgesperrten Luftthermometers bei Zunahme der Temperatur von 0 bis 100° für die atmosphärische Luft, sowie für verschiedene andere Gase $= \frac{3}{8} = 0{,}375$. Rudberg fand aber dieses Ausdehnungsverhältniß kleiner, als er bei seiner Untersuchung durch Chlorcalcium vollkommen getrocknete Luft in einer Thermometerröhre durch Wasserdämpfe bis 100° erhitzte und die Ausdehnung durch die bei erfolgter Abkühlung eingedrungene Quecksilbermenge maß; es ergab sich dasselbe nur 0,365. In der neuesten Zeit haben aber Magnus und Regnault die Ausdehnungscoefficienten der Luft u. s. w. durch besondere Methoden mit noch größerer Genauigkeit be-

stimmt. Beide fanden, unabhängig von einander, dieses Ausdehnungsverhältniß bei völlig trockner atmosphärischer Luft $= {}^{11}/_{30} = 0{,}3665$. Ausdehnung der Luft.

Was die übrigen Gase anlangt, so geben nur die, welche sich durch hohen Druck in tropfbare Flüssigkeiten verwandeln lassen, etwas größere Ausdehnungsverhältnisse, namentlich zeichnet sich das schwefligsaure Gas durch das große Verhältniß 0,390 aus. Auch hat sich aus den Versuchen von Regnault ergeben, daß das Ausdehnungsverhältniß der Luft bei hohen Temperaturen etwas größer ist, als bei tiefen und mittleren; während sich aus den Beobachtungen beim Drucke von 109,72 Millimeter das Ausdehnungsverhältniß 0,365 berechnet, stellt sich dasselbe bei 3655,6 Millimeter 0,371 heraus.

Die Anwendung dieser Verhältnisse auf die Reductionen der Gasmengen von einer Temperatur zur andern u. s. w., ist bereits in I., §. 332 und 333 gezeigt worden.

Durch Vergleichung der Angaben der Luft- und Quecksilberthermometer unter einander hat sich ergeben, daß beide einander nicht ganz correspondiren; so fand z. B. Magnus, daß 100°, 200°, 300° nach dem Quecksilberthermometer, entsprachen 100°, 197°,5, 294°,5 des Luftthermometers.

Anmerkung. Die neueren Untersuchungen über die Ausdehnung der Gase sind abgehandelt in Poggendorff's Annalen, Bd. L. und LII.

§. 274. Die Wärme eines Körpers theilt sich anderen Körpern entweder durch Ausstrahlung (franz. und engl. radiation) oder durch Berührung (franz. und engl. contact) mit, und man nennt die auf die erste Art mitgetheilte Wärme die strahlende Wärme (franz. chaleur rayonnante; engl. radiating heat). Der wesentliche Unterschied zwischen beiden Arten der Wärmeausbreitung besteht aber darin, daß die strahlende Wärme durch den leeren Raum, durch Luft, Wasser und andere Körper hindurch und in einen dritten Körper übergeht, ohne eine Spur in jenen zurückzulassen, während bei der Mittheilung durch Berührung erst der Zwischenkörper erwärmt und von diesem die Wärme auf einen dritten Körper übergetragen wird. Strahlende Wärme.

Die Ausstrahlung der Wärme erfolgt nach demselben Gesetze wie die Ausstrahlung des Lichtes. Namentlich pflanzt sich die Wärme, wie das Licht, in geraden Linien, die man Wärmestrahlen (franz. rayons de chaleur; engl. rays of heat) nennt, fort. Auch steht die strahlende Wärme im umgekehrten Verhältnisse vom Quadrate der Entfernung, dergestalt, daß von einer und derselben Wärmequelle der doppelt, dreifach entfernte Körper u. s. w. nur ein Viertel, ein Neuntel der Wärme u. s. w. bekommt, als der Körper in der einfachen Entfernung.

Kienzl, Hans, Hörbiger und Ernst Lothar in Hermann Bahrs Lustspiel „Der Star“ (1. 2. 26. 1.). — Kienzl, Hans, Hörbiger und Ernst Lothar in Hermann Bahrs Lustspiel „Der Star“ (1. 2. 26. 1.). Hans Kienzl, der Sohn des Komponisten Wilhelm Kienzl, wurde 1886 in Graz geboren. Er studierte Jus und Philosophie und wurde 1909 Dr. phil. Seine Bühnenlaufbahn begann er 1907 in Graz, wo er bis 1909 blieb. Dann kam er nach Berlin, wo er bis 1911 am Lessing-Theater spielte. Hierauf ging er nach Wien, wo er bis 1914 am Deutschen Volkstheater engagiert war. Nach dem Krieg spielte er wieder in Berlin, dann in Wien, Graz, Hamburg, Leipzig, Dresden, Frankfurt a. M. und Mannheim. Seit 1924 ist er wieder in Wien, wo er am Deutschen Volkstheater, Theater in der Josefstadt und Raimund-Theater auftrat. Er ist ein Charakterdarsteller, der sich durch Natürlichkeit und Wahrheit auszeichnet.

Hörbiger, Paul, Hans Kienzl, Hans Hörbiger und Ernst Lothar in Hermann Bahrs Lustspiel „Der Star“ (1. 2. 26. 1.).

Hörbiger, Hans, Bruder des Paul Hörbiger, wurde 1894 in Wien geboren. Er studierte Jus und Philosophie und wurde 1919 Dr. phil. Seine Bühnenlaufbahn begann er 1914 in Wien, wo er bis 1916 blieb. Dann kam er nach Berlin, wo er bis 1918 am Lessing-Theater spielte. Hierauf ging er nach Wien, wo er bis 1920 am Deutschen Volkstheater engagiert war. Nach dem Krieg spielte er wieder in Berlin, dann in Wien, Graz, Hamburg, Leipzig, Dresden, Frankfurt a. M. und Mannheim. Seit 1924 ist er wieder in Wien, wo er am Deutschen Volkstheater, Theater in der Josefstadt und Raimund-Theater auftrat. Er ist ein Charakterdarsteller, der sich durch Natürlichkeit und Wahrheit auszeichnet.

Hörbiger, Hans, Hans Kienzl und Ernst Lothar in Hermann Bahrs Lustspiel „Der Star“ (1. 2. 26. 1.).

Lothar, Ernst, Bruder des Hans Lothar, wurde 1890 in Brünn geboren. Er studierte Jus und wurde 1913 Dr. jur. Seine Bühnenlaufbahn begann er 1911 in Wien, wo er bis 1913 blieb. Dann kam er nach Berlin, wo er bis 1914 am Lessing-Theater spielte. Hierauf ging er nach Wien, wo er bis 1916 am Deutschen Volkstheater engagiert war. Nach dem Krieg spielte er wieder in Berlin, dann in Wien, Graz, Hamburg, Leipzig, Dresden, Frankfurt a. M. und Mannheim. Seit 1924 ist er wieder in Wien, wo er am Deutschen Volkstheater, Theater in der Josefstadt und Raimund-Theater auftrat. Er ist ein Charakterdarsteller, der sich durch Natürlichkeit und Wahrheit auszeichnet.

Lothar, Ernst, Hans Hörbiger, Hans Kienzl und Paul Hörbiger in Hermann Bahrs Lustspiel „Der Star“ (1. 2. 26. 1.).

das einer mit schwarzer Tusche überstrichenen Oberfläche aber = 85, das einer Gummilackoberfläche = 72, und das einer Metallfläche gar nur 12; übrigens hängt aber auch dieses Vermögen noch etwas von der Dicke der Schicht ab, welche die Oberfläche des Körpers bildet. Strahlende Wärme.

Das Wärmeabsorptionsvermögen der Körper oder das Vermögen der Körper, strahlende Wärme in sich aufzunehmen, ist bei verschiedenen Körpern verschieden und verhält sich genau so wie das Ausstrahlungsvermögen; geschwärzte und rauhe Körper nehmen daher auch die Wärme leichter in sich auf, als Körper mit glatten oder polirten Oberflächen. Das Vermögen der Körper, die Wärmestrahlen zurückzuwerfen, oder das sogenante Reflexionsvermögen ist das Complement des Ausstrahlungs- oder Absorptionsvermögen; je mehr ein Körper Wärmestrahlen in sich aufnimmt, desto weniger wird er natürlich zurückwerfen; aus diesem Grunde werfen denn mit Ruß überzogene Flächen fast gar keine Wärme zurück, während polirte Metallflächen fast alle Wärme reflectiren. Uebrigens werden nicht alle Wärmestrahlen regelmäßig nach dem oben angeführten Gesetze, sondern es wird auch ein Theil unregelmäßig nach allen Seiten hin zurückgeworfen, oder wie man sagt, es findet in der Nähe der Oberfläche der meisten Körper, auch eine Diffusion der Wärmestrahlen statt. Setzt man, nach Leslie, das Reflexionsvermögen des polirten Messings = 100, so ist dasselbe für Silber = 90, für Stahl = 70, für Glas = 10, für eine mit Ruß überzogene Fläche aber = 0.

Sehr verschieden ist endlich noch das Dimissions- oder Durchstrahlungsvermögen verschiedener Körper. Manche Körper halten die Wärmestrahlen auf und lassen gar keine durch, andere hingegen lassen die Wärmestrahlen durch wie die durchsichtigen Körper die Lichtstrahlen; jene nennt man athermane, diese diathermane Körper. Die Luft ist ein diathermaner Körper, nächstdem ist das Steinsalz ein sehr diathermaner Körper, übrigens sind nicht nur die durchsichtigen, sondern auch manche undurchsichtige Körper, wie z. B. schwarzes Glas, Glimmer u. s. w. diatherman. Auch hängt die Stärke der Durchstrahlung noch von der Art der Wärmequelle ab, und es scheint nur das Steinsalz eine Ausnahme hiervon zu machen. Endlich lassen natürlich dünnere Mittel (Platten) mehr Wärmestrahlen durch, als dicke, die um so mehr Wärme verschlucken, je dicker sie sind.

Anmerkung. Um sich genauer über die letzteren Wärmeverhältnisse, namentlich aber über die Untersuchungen Melloni's zu unterrichten, muß man in den Werken über Physik, z. B. in dem Lehrbuche von Pouillet und Müller, in dem Lehrbuche von August u. s. w. nachlesen. Ueber die neueren Forschungen von Provostaye u. Desains ist Ann. de ch. et de phys. T. XXX, 1850, nachzusehen.

§. 276. Die Ausbreitung der Wärme in einem und demselben Körper, sowie die Mittheilung der Wärme durch Berührung, bezeichnet man mit dem Namen der Wärmeleitung (franz. conductibilité de la chaleur; Wärmeleitung.

Wärmeleitung. engl. conduction of the heat). Die Leichtigkeit oder Schnelligkeit dieser Mittheilungsart der Wärme ist bei verschiedenen Körpern sehr verschieden; manche Körper haben ein großes Wärmeleitungsvermögen (franz. pouvoir conducteur; engl. conducting pover) und andere ein kleines; in jenen verbreitet sich die Wärme sehr schnell, in diesen aber sehr langsam; man nennt daher auch jene gute Wärmeleiter (franz. bons conducteurs de la chaleur; engl. good conductors of the heat), diese aber schlechte Wärmeleiter (franz. mauvais conducteurs de la chaleur; engl. worse conductors of the heat). Gute Wärmeleiter sind die Metalle, jedoch manche mehr, manche weniger, schlechte Wärmeleiter hingegen sind das Holz, Stroh, Bettfedern, Seide, Wolle, Haare, Kohle, Asche u. s. w., überhaupt aber die lockeren Körper. Durch Zertheilung, Pulverisiren u. s. w. werden gute Wärmeleiter in schlechte, und letztere in noch schlechtere umgeändert. Nach Despretz's Beobachtungen an Stäben, welche an einem Ende erhitzt wurden, ist, wenn die durch die Differenz der Temperaturen an den beiden Enden der Stäbe gemessene Leitungsfähigkeit des Goldes = 1000 angenommen wird, die von Platin = 981, von Silber = 973, von Kupfer = 898, von Eisen = 374, von Zink = 363, von Zinn = 303 und von Blei = 180. Die Leitungsfähigkeit von Marmor setzt man gewöhnlich = 23 und die von gebrannten Steinen gar nur 12, wiewohl mit weniger Sicherheit.

Die Flüssigkeiten sind zwar schlechte Wärmeleiter, sie nehmen aber die Wärme schnell auf, weil sie durch die hierbei eintretende ungleichmäßige Ausdehnung in Bewegung gerathen und dabei die weniger warmen Theile der Erwärmungsquelle näher geführt werden. Um sich von dem schlechten Wärmeleitungsvermögen der Flüssigkeiten zu überzeugen, entzündet man eine auf die Flüssigkeit gegossene dünne Schicht Schwefeläther und beobachtet den Stand eines wenig unter dieser Schicht in die Flüssigkeit eingehaltenen Thermometers. Nach Despretz, der eine Wassersäule durch wiederholtes Zutreten von heißem Wasser gleichmäßig zu erwärmen suchte, ist das Leitungsvermögen des Wassers nur 9 bis 10.

Die Luft und die Gase überhaupt sind jedenfalls schlechte Wärmeleiter, doch läßt sich das Leitungsvermögen derselben durch Thermometer wegen ihrer Strömungen und wegen ihrer größeren Wärmestrahlung nicht mit Sicherheit beobachten. Das schlechte Wärmeleitungsvermögen derselben macht sich aber dadurch bemerklich, daß Körper, welche von allen Seiten mit Luftschichten umgeben sind, sehr langsam erwärmt oder erkältet werden.

Abkühlungsvermögen. §. 277. Sehr verschieden ist endlich die Geschwindigkeit, mit welcher heiße Körper ihre Wärme absetzen oder abkühlen. Ist ein heißer Kör-

per von einem festen Körper umgeben, so erfolgt die Abkühlung (franz. refroidissement; engl. cooling) desselben vorzüglich nur durch das Leitungsvermögen des letzteren, ist aber die Umgebung des heißen Körpers eine tropfbare Flüssigkeit, so erfolgt das Abkühlen theils durch Wärmeleitung, theils und vorzüglich durch die innere Bewegung der Flüssigkeit; ist ferner der heiße Körper von einer elastischen Flüssigkeit umgeben, so hängt die Schnelligkeit zugleich auch noch von der Wärmestrahlung ab, und befindet er sich endlich im luftleeren Raume, so ist es nur die Ausstrahlung, welche demselben die Wärme entzieht. Im Allgemeinen läßt sich behaupten, daß die Abkühlung von der Temperaturdifferenz und von der Art und Größe der Oberfläche des wärmegebenden Körpers abhängt; es läßt sich annehmen, daß der Wärmeverlust der Oberfläche und, bei mäßigem Temperaturüberschusse, auch diesem proportional sei. Durch die späteren Untersuchungen von Dulong und Petit ist jedoch gezeigt worden, daß das erstere zuerst von Newton aufgestellte Gesetz allgemein und zumal bei größeren Temperaturdifferenzen nicht gültig ist. Die Gesetze der Abkühlung sind sehr verwickelt; Dulong und Petit haben dieselben für heiße Körper im luftleeren und lufterfüllten Raume zu ermitteln gesucht, indem sie vorher erhitzte große Quecksilberthermometer in einen Kupferballon einhingen, der von außen mit Wasser von einer bestimmten Temperatur umgeben war, und nun das Sinken dieser Thermometer beobachteten. Folgende Tabelle enthält die Hauptergebnisse dieser Beobachtungen.

Abkühlungsvermögen.

Temperaturüberschuß.	Bloße Thermometerkugel.		
	Vollständige Abkühlung.	Abkühlung durch Strahlung.	Abkühlung durch Berührung.
260°	24°,42	16°,32	8°,10
240	21, 12	13, 71	7, 41
220	17, 92	11, 31	6, 61
200	15, 30	9, 38	5, 92
180	13, 04	7, 85	5, 19
160	10, 70	6, 20	4, 50
140	8, 75	5, 02	3, 73
120	6, 82	3, 71	3, 11
100	5, 56	3, 03	2, 53
80	4, 15	2, 22	1, 93
60	2, 86	1, 53	1, 33
40	1, 74	0, 95	0, 79
20	0, 77	0, 43	0, 34
10	0, 37	0, 22	0, 15

Abkühlungsvermögen.

Temperaturüberschuß.	Ueberſilberte Thermometerkugel.		Mit Ruß überzogene Thermometerkugel.	
	Vollſtändige Abkühlung.	Abkühlung durch Strahlung.	Vollſtändige Abkühlung.	Abkühlung durch Strahlung.
260°	10°,96	2°,86	32°,02	23°,92
240	9,82	2,41	27,48	20,07
220	8,59	1,98	23,10	16,49
200	7,57	1,65	19,66	13,74
180	6,57	1,38	16,28	11,09
160	5,59	1,09	13,57	9,07
140	4,61	0,88	11,06	7,33
120	3,80	0,69	8,85	5,74
100	3,06	0,53	6,94	4,41
80	2,32	0,39	5,17	3,24
60	1,60	0,27	3,67	2,24
40	0,96	0,17	2,20	1,41
20	0,42	0,08	1,00	0,66
10	0,19	0,04	0,48	0,33

Man erſieht aus dieſer Tabelle, welche die in Thermometergraden ausgedrückten Abkühlungen pr. Min. angiebt, daß die Beobachtungen dem oben ausgeſprochenen Geſetze von Newton nicht entſprechen, denn die zweite Columne (vorige Seite) giebt uns für die Differenzen 40°, 80°, 120°, 160°, 200°, 240° zwiſchen der Temperatur des der Abkühlung ausgeſetzten Thermometers und der der äußeren Waſſerhülle die Abkühlung pr. Min. 1°,74, 4°,15, 6°,82, 10°,70, 15°,30, 21°,12, müßte aber nach Newton geben: 1°,74, 2 . 1°,74 = 3,48, 3 . 1°,74 = 5°,22, 4 . 1°,74 = 6°,96, 5 . 1°,74 = 8°,70, 6 . 1°,74 = 10°,44. Nur bei kleinen Temperaturüberſchüſſen von höchſtens 40° läßt ſich annähernd ſetzen, daß die Abkühlungsgeſchwindigkeit dem Temperaturüberſchuſſe proportional ſei.

Die Vergleichung der Zahlenwerthe in den verſchiedenen Verticalcolumnen unter einander führt deutlich vor Augen, daß bei einer glänzenden Metallfläche die Abkühlung durch Strahlung klein iſt gegen die Abkühlung durch Berührung, daß dagegen bei der mit Ruß überzogenen Fläche die Abkühlung durch Strahlung den größten Theil von der ganzen Abkühlung ausmacht. Die in der vierten Columne (vor. Seite) aufgeführten Werthe der Abkühlung durch Berührung ſind durch Subtraction der in der zweiten und dritten Columne entweder bei lufterfülltem oder bei luftleerem Ballon beobachteten Werthe gefunden worden, und gelten natürlich für alle Arten von Oberflächen. Uebrigens hängt natürlich die Abkühlungsgeſchwindig-

keit noch von der Größe der Oberfläche des der Abkühlung ausgesetzten Körpers ab. Die Abkühlung eines Körpers ist sehr gut mit dem Ausflusse des Wassers aus einem Gefäße zu vergleichen; was hier die Druckhöhe ist, ist dort die Temperaturdifferenz, und was hier die Ausflußöffnung ist, ist dort die Abkühlungsfläche. So wie man Ausfluß unter constantem und Ausfluß unter abnehmendem Drucke unterscheidet, ebenso hat man Abkühlung bei constanter und Abkühlung bei abnehmender Temperatur zu unterscheiden. So wie beim Leeren eines prismatischen Ausflußgefäßes die Ausflußzeit dem Volumen direct und der Ausmündung umgekehrt proportional wächst, ebenso verhält sich die Abkühlungszeit direct wie die sich abkühlende Masse und umgekehrt wie ihre Oberfläche. Hiermit stimmen auch die Beobachtungen von Dulong und Petit überein, welchen zufolge die Abkühlungszeiten den Durchmessern der Thermometerkugeln proportional sind. Abkühlungsvermögen.

Anmerkung 1. Nach den Untersuchungen von Dulong und Petit ist die Geschwindigkeit der Abkühlung durch Ausstrahlung oder im luftleeren Raume, d. i. der Wärmeverlust während einer Zeiteinheit, bestimmbar durch die Formel

$$v_1 = m\,a^{\Theta}\,(a^t - 1),$$

in welcher m und a constante Erfahrungszahlen, Θ die Temperatur der Umgebung und t den Temperaturüberschuß ausdrücken. Die Constante a hängt nur von der Eintheilung des Thermometers ab, und ist für die Centesimaleintheilung $= 1{,}0077$, für die Réaumur'sche Eintheilung aber $(1{,}0077)^{5/4} = 10096$, m aber hängt von dem Ausstrahlungsvermögen und von der Größe der Abkühlungsfläche ab. Das von $m\,a^{\Theta}.a^t = m\,a^{\Theta+t}$ abzuziehende Glied $m\,a^{\Theta}$ mißt die rückstrahlende Wärme, herrührend von der Oberfläche des allerdings geschwärzten Kupferballons, und würde natürlich ganz wegfallen, wenn die Abkühlung in einem unbegränzten Raume stattfände. Für die der Berührung mit Luft entsprechende Abkühlungsgeschwindigkeit ist hingegen $v_2 = n\,p^c\,t^{1{,}233}$ zu setzen, und es bezeichnet n eine von der Größe der Abkühlungsfläche und von der Natur des Abkühlungsmittels, c eine nur von letzterem abhängige Constante, p aber die Elasticität dieses Mittels und t wie vorher den Temperaturüberschuß. Hiernach ist also für die vollständige Abkühlungsgeschwindigkeit zu setzen:

$$v = v_1 + v_2 = m\,a^{\Theta}\,(a^t - 1) + n\,p^c\,t^{1{,}233}.$$

Anmerkung 2. Um sich vollständiger über diesen Gegenstand zu unterrichten, kann man nachlesen: von Dulong und Petit: Recherches sur la mesure de températures etc. im Journal de l'école polytechnique, J. XI.; ferner von Péclet: Traité de la chaleur; ferner Gehler's phys. Wörterbuch, Bd. X. ꝛc.

§. 278. Zum praktischen Gebrauche bequemere Näherungsformeln für die Abkühlungsgeschwindigkeit giebt Péclet im zweiten Bande seines eben citirten Werkes. Er setzt die Abkühlungsgeschwindigkeit $v = At\,(1 + \alpha t)$, und nimmt bei Temperaturen von 10° bis 260°, für die Glasfläche $\alpha = 0{,}0065$, für die Silberfläche $\alpha = 0{,}0051$ und

Abkühlungsvermögen.

für die Rußfläche $\alpha = 0{,}0066$, bei Temperaturen von 0 bis 20° aber im ersten Falle $\alpha = 0{,}0039$, im zweiten $= 0{,}011$ und im dritten $= 0{,}0043$. Was aber den Coefficienten A anlangt, so bezieht er denselben gleich auf den Wärmeverlust pro Stunde und pro Quadratmeter, und setzt denselben für Wasser umschlossen

von einer polirten Metallfläche: $A = 4{,}38$,
von einer Glas- oder Firnißwand: $A = 6{,}40$,
von einer Blech- oder Gußeisenwand; $A = 7{,}70$,
von einer mit Ruß überzogenen Wand: $A = 8{,}48$.

Péclet zieht auch noch den Fall in Betracht, wenn ein Gefäß mit warmem Wasser mit mehreren Mänteln in gewissen Abständen von einander umgeben und die Zwischenräume mit abgesperrter Luft ausgefüllt sind. Sind F und F_1 die Oberflächeninhalte des Gefäßes und der Hülle, und t und t_1 die Temperaturüberschüsse in Hinsicht auf die äußere Luft, so können wir annähernd $F(t-t_1) = F_1 t_1$ setzen, da jedenfalls die Geschwindigkeit der Abkühlung der einen Fläche so groß ist, wie die der anderen. Hiernach ist $t_1 = \frac{Ft}{F+F_1}$ und daher die Geschwindigkeit der Abkühlung für

1 Quadratmeter: $v = At_1(1+\alpha t_1) = \frac{F}{F+F_1} At\left(1+\frac{\alpha F}{F+F_1}t\right)$,

und für die Fläche F_1: $F_1 v = \frac{FF_1}{F+F_1} At\left(1+\frac{\alpha Ft}{F+F_1}\right)$.

Wäre der Zwischenraum zwischen dem Kessel und dem Mantel klein, oder wäre derselbe luftleer, so würde die Wärme nur durch Ausstrahlung von dem Kessel auf den Mantel übergetragen werden, und man hätte dann für diese Abkühlung einen anderen Coefficienten als für die Abkühlung an der Mantelfläche F_1 einzuführen. Bezeichnen wir jenen mit A und diesen mit A_1, so erhalten wir $AF(t-t_1) = A_1 F_1 t_1$, daher $t_1 = \frac{AF}{AF+A_1F_1}t$ und sonach die Abkühlungsgeschwindigkeit für ein Quadratmeter

$$v = A_1 t_1(1+\alpha t_1) = \frac{AA_1Ft}{AF+A_1F_1}\left(1+\alpha.\frac{AF}{AF+A_1F_1}t\right);$$

und für die ganze Fläche F_1:

$$F_1 v = \frac{AA_1FF_1}{AF+A_1F_1}t\left(1+\alpha.\frac{AF}{AF+A_1F_1}t\right).$$

Beispiel. Ein schmiedeeiserner Kessel enthält Wasser von 100° Wärme und ist an seiner Oberfläche von 15 Quadratmeter Inhalt, von außen mit Luft von 20° Wärme umgeben; welche Abkühlung erleidet das Wasser? Es ist hier

$\alpha = 0{,}0066$, $A = 7{,}70$ und $t = 100° - 20° = 80°$,

daher die Abkühlungsgeschwindigkeit

$v = At(1+\alpha t) = 7{,}7 \cdot 80(1+0{,}0066 \cdot 80) = 616 \cdot 1{,}528 = 941°$.

und folglich für die ganze Oberfläche von 15 Quadratmetern Inhalt: = 15 . 941 = 14115°; d. h. dem Kessel werden stündlich 14115° Wärme durch Abkühlung entzogen, und müssen durch Erwärmung von einer anderen Seite her wieder ersetzt werden, wenn die Temperatur von 100° unverändert bleiben soll. Wäre der Kessel mit einem Mantel von 25 Quadratmeter Inhalt umgeben, welcher eine Luftmasse dazwischen abschließt, so hätte man diesen Wärmeverlust nur Abkühlungsvermögen.

$$F_1 v = \frac{F F_1}{F + F_1} A t \left(1 + \frac{a F t}{F + F_1}\right) = \frac{15 . 25}{40} 616 \left(1 + 0{,}0066 . \frac{15 . 80}{40}\right)$$
$$= 5775 . 1{,}198 = 6918°.$$

Wäre endlich der Zwischenraum zwischen Kessel und Mantel luftleer, könnte also die Wärme desselben nur durch Ausstrahlung fortgehen, so würde $A = 0{,}2 . A_1 = 0{,}2 . 7{,}7 = 1{,}54$ und daher

$$F_1 v = \frac{1{,}54 . 7{,}7 . 15 . 25 . 80}{1{,}54 . 15 + 77 . 25} \left(1 + 0{,}0066 . \frac{1{,}54 . 15 . 80}{1{,}54 . 15 + 7{,}7 . 25}\right)$$
$$= \frac{355740}{215{,}6} . 1{,}0563 = 1743° \text{ sein.}$$

Es fände also in diesem Falle ungefähr nur $\frac{1}{8}$ so viel Wärmeverlust statt, als beim uneingehüllten Kessel.

§. 279. Péclet giebt auch noch eine Formel und die nöthigen Constanten für die Bestimmmung der Abkühlung durch schlechte Wärmeleiter. Bezeichnet man durch C die Wärmemenge, welche stündlich durch einen plattenförmigen Körper von 1 Quadratmeter Seitenfläche und 1 Meter Dicke geht, wenn die Temperaturdifferenz auf beiden Oberflächen 1° beträgt, durch v aber die Wärme, welche stündlich durch eine Platte geht, deren Seitenflächen jede den Inhalt F hat, deren Abstand ferner e ist, und deren Temperaturen t und t_1 sind, so läßt sich setzen

$$v = \left(\frac{t - t_1}{e}\right) FC, \text{ und es ist anzunehmen}$$

für Liaskalk	$C. = 0{,}80,$
» Ziegelsteine	$= 0{,}68,$
» Gyps	$= 0{,}73,$
» Tannenholz	$= 0{,}17,$
» Eichenholz	$= 0{,}32,$
» Kork	$= 0{,}093,$
» gehacktes Stroh	$= 0{,}070,$
» Holzkohlenstaub	$= 0{,}35,$
» Koksstaub	$= 0{,}44,$
» ganz trockne Erde	$= 0{,}27,$
» Baumwolle, fein zertheilt, ...	$= 0{,}035,$
» » stark zusammengedrückt .	$= 0{,}170,$
» Wolle, fein zertheilt	$= 0{,}063,$
» » stark zusammengedrückt . .	$= 0{,}136.$

Wenn nun eine der Seitenflächen auf einer constanten Temperatur erhal-

Abkühlungsvermögen.

ten, die andere aber der Luft ausgesetzt wird, und hier stündlich durch jedes Quadratmeter und bei jedem Grade Temperaturdifferenz die Wärme K fortgeht, so können wir annähernd, und zumal bei mäßigen Temperaturüberschüssen genau genug, den der Temperaturdifferenz t_1 und der Fläche F entsprechenden Wärmeverlust $= FAt_1$ und daher auch $FAt_1 = \left(\frac{t-t_1}{e}\right)FC$, also $t_1 = \frac{Ct}{Ae+C}$, und die Abkühlungsgeschwindigkeit der ganzen Fläche $Fv = \frac{FACt}{Ae+C}$ setzen, und es ist hierbei

für Liaskalk und Ziegelsteine $A = 9$,
für Gyps und Holz aber $A = 8$ anzunehmen. Für Metallbehälter, welche eine kleine Dicke e und ein großes Leitungsvermögen besitzen, verschwindet Ae gegen C, und folgt daher $Fv = FAt_1$, jedoch nur annähernd.

Bei größeren Temperaturdifferenzen rechnet man allerdings genauer nach der Formel $Fv = \frac{(1+\alpha t_1)ACF}{(1+\alpha t_1)Ae+C}.t$, wo t den Temperaturüberschuß der inneren und t_1 den der äußeren Fläche über die Luft bezeichnet, α aber entweder 0,0051 oder 0,0066 zu setzen ist, je nachdem die äußere Fläche eine Politur besitzt oder nicht.

Beispiel. Wenn der im Beispiele des vorigen Paragraphen behandelte mit 100° warmem Wasser angefüllte Kessel mit einer Ziegelmauer von ¼ Meter Dicke umgeben wird, so ist seine Abkühlung stündlich:

$$Fv = \frac{FACt}{Ae+C} = \frac{15 \,.\, 9 \,.\, 0{,}68 \,.\, 80}{9 \,.\, \frac{1}{4} + 0{,}68} = \frac{7344}{2{,}93} = 2506°.$$

Schmelzen.

§. 280. Die Ausdehnung, welche Körper durch die Wärme erleiden, hat eine gewisse Gränze, denn bei einem gewissen Grade der letzteren ändern die ersteren ihren Aggregatzustand, feste Körper gehen in einen tropfbarflüssigen Zustand über, und tropfbare Flüssigkeiten nehmen die Gasform an. So geht durch Aufnahme von Wärme Eis in Wasser, und dieses bei höherer Temperatur (100°) in Dampf über. Der Uebergang eines Körpers aus seiner festen Form in eine tropfbarflüssige heißt Schmelzung (franz. fusion; engl. fusion, melting), und der Uebergang aus dem ersteren oder letzteren Zustand in den luftförmigen heißt Verdampfung, Verdunstung (franz. vaporation; engl. evaporation). Die Temperatur, bei welcher ein fester Körper schmilzt oder flüssig wird, heißt sein Schmelzpunkt (franz. point de fusion; engl. melting point). Die Verdampfung oder Verdunstung hat fast bei allen Temperaturen statt, ist jedoch bei niedrigen Temperaturen sehr schwach; deshalb giebt es denn auch keinen Verdampfungspunkt. Umgekehrt lassen sich auch durch Entziehung von Wärme luftförmige Körper, zumal, wenn man sie zugleich

einem Drucke aussetzt, in wasserförmige, und letztere in feste Körper verwandeln. Schmelzen.

Im Folgenden sind die Schmelzpunkte (oder Gefrierpunkte) der vorzüglichsten Körper angegeben.

Platin	bei + 2500° C.		Blei	bei + 330° C.	
Schmiedeeisen	» + 1500	bis 1600° C.	Wismuth	» + 260	
Stahl	» + 1300	» 1400	Zinn	» + 230	
Gußeisen	» + 1050	» 1200	Schwefel	» + 109	
Gold	» + 1100	» 1200	Gelbes Wachs	» + 61	
Kupfer	» + 1100	» 1200	Phosphor	» + 43	
Silber	» + 1000		Seife	» + 33	
Bronze	» + 900		Eis	» + 0	
Antimon	» + 500		Terpentinöl	» — 10	
Zink	» + 400		Quecksilber	» — 39	

Anmerkung 1. Beim Glühen des Eisens ergeben sich, nach Pouillet, folgende Temperaturen:

Anfangendes Rothglühen	525° C.	Dunkles Orangeglühen	1100° C.
Dunkles Rothglühen	700	Helles Orangeglühen	1200
Anfangendes Kirschrothglühen	800	Weißglühen	1300
Kirschrothglühen	900	Helles Weißglühen	1400
Helles Kirschrothglühen	1000	Blendendes Weißglühen	1500

Anmerkung 2. Durch Legirungen (franz. alliages; engl. allays) von Metallen kann man sich eine Stufenleiter der Schmelzbarkeit verfertigen und diese zu pyrometrischen Untersuchungen gebrauchen. Niedrige Temperaturen lassen sich durch die Schmelzpunkte der Compositionen von Blei, Zinn und Wismuth bestimmen, zur Ausmittelung hoher Temperaturen bedient man sich aber, nach Prinsep, Sauſſure und Plattner, der Legirungen von Platin und Gold.

Die Legirung von	1	Th.	Blei,	1	Th.	Zinn	u.	4	Th.	Wismuth schmilzt bei 94°
Rose's Metall od.	» 5	»	» 3	»	»	» 8	»	»	»	» 100
ebenso auch	» 2	»	» 3	»	»	» 5	»	»	»	» 100
ferner	» 1	»	» 4	»	»	» 5	»	»	»	» 118,9
	» 1	»	» —	»	»	» 1	»	»	»	» 141,2
	» 1	»	» 1	»	»	» —	»	»	»	» 241
	» —	»	» 2	»	»	» 1	»	»	»	» 167,7
	» 1	»	» 3	»	»	» —	»	»	»	» 167,7
	» —	»	» 3	»	»	» 1	»	»	»	» 200.

Man sieht, daß diese Compositionen leichter schmelzbar sind, als die einfachen Metalle. Bei den Legirungen aus Platin und Gold ist jedoch das Verhältniß anders; eine solche Legirung ist um so strengflüssiger als Gold, je mehr sie Platin in sich enthält, weshalb man aus dem Mischungsverhältnisse der die Composition bildenden Metalle im Voraus die Schmelzpunkte derselben bestimmen kann. Siehe »Merbach, die Anwendung der erwärmten Gebläseluft im Gebiete der Metallurgie, Leipzig 1840.«

Anmerkung 3. Beim Schmelzen fester Körper, sowie beim Gefrieren oder Festwerden flüssiger Körper treten auch in der Regel Dichtigkeitsveränderungen ein. Z. B. das Wasser dehnt sich beim Gefrieren um $^1/_{14}$ seines Volumens aus,

Schmelzen. und bildet nun Eis vom ſpecifiſchen Gewichte 0,92. Die Kraft, mit welcher dieſe Ausdehnung erfolgt, iſt ſo groß, daß ſich durch dieſelbe Geſchützkugeln zerſprengen laſſen. Die meiſten Metalle, wie Queckſilber, Blei, Zink, Silber u. ſ. w., ziehen ſich beim Feſtwerden zuſammen, manche, wie z. B. Wismuth und Gußeiſen, dehnen ſich hierbei aus. Für die Technik iſt aber das Schwinden der Metalle, oder Zuſammenziehung derſelben nach dem Guſſe von Wichtigkeit. (S. Karmarſch's Abhandlung hierüber im XIX. Bande (1837) der Jahrbücher des polytechn. Inſtituts in Wien.) Dieſe Volumenveränderung hängt jedenfalls von dem Zuſammenziehen oder Ausdehnen beim Erſtarren und vom Zuſammenziehen beim Erkalten zugleich ab; je nachdem Veränderungen gleichſeitig oder entgegengeſetzt wirken, fällt das Schwinden kleiner oder größer aus.

Für die Längeneinheit iſt das Schwinden:

beim Gußeiſen = $\frac{1}{95}$ bis $\frac{1}{98}$,
beim Meſſing = $\frac{1}{60}$ bis $\frac{1}{65}$,
beim Glockenmetall (100 Kpfr. + 18 Zinn) = $\frac{1}{63}$,
beim Kanonenmetall (100 Kpfr. + 12½ Zinn) = $\frac{1}{130}$ bis $\frac{1}{139}$,
beim Zink = $\frac{1}{62}$,
beim Blei = $\frac{1}{92}$,
beim Zink = $\frac{1}{147}$ und
beim Wismuth = $\frac{1}{265}$.

Verdampfen. §. 281. Flüſſige Körper und ſogar auch manche feſte Körper gehen durch Einwirkung von Wärme in luftförmige über. Dieſe Verwandlung geht zwar bei allen Temperaturen und Preſſungen vor ſich, jedoch erfolgt dieſelbe in der Hitze und bei ſchwachem Drucke lebhafter, als in der Kälte und bei hohem Drucke. Man unterſcheidet hiernach die Verdunſtung von dem Kochen oder Sieden. Während unter jener die Dampfbildung an der Oberfläche verſtanden wird, verſtehen wir unter dem Kochen oder Sieden (franz. ébullition; engl. ebullition, boiling) die in der ganzen Flüſſigkeitsmaſſe vor ſich gehende Dampfbildung. Der Siedepunkt (franz. le point d'ébullition; engl. the boiling point) oder die Temperatur, bei welcher das Sieden eintritt, iſt nicht allein bei verſchiedenen Körpern verſchieden, ſondern hängt auch noch von dem Drucke der die Flüſſigkeit umgebenden Luft ab. Nach den gemachten Beobachtungen ſind bei dem Drucke von 0,76 Meter die Siedepunkte von einigen Körpern folgende:

bei Queckſilber = 360° C.,
bei Leinöl = 316°,
bei Schwefelſäure = 310°,
bei Schwefel = 299°,
bei Terpentinöl = 273°,
bei Waſſer = 100°,
bei Alkohol (vom ſpec. Gewicht = 0,813) = 78,6°,
bei ſalpetriger Säure = 28°,
bei ſchwefliger Säure = — 10°.

Die Ausdehnungen der Körper bei dem Uebergange in die Dampfform sind sehr beträchtlich. Ein Cubikfuß Wasser giebt z. B. bei 100° Wärme und 0,76 Meter Barometerstand 1700 Cubikfuß Dampf, und dessen Dichtigkeit ist nur $^5/_8$ von derjenigen der Luft. Uebrigens aber hat man, wenn man das specifische Gewicht der letzteren = 1 setzt, das specifische Gewicht Verdampfen.

des Queckſilberdampfes = 6,976,
des Dampfes von Terpentinöl = 5,013,
des » von Schwefeläther = 2,586,
des Alkoholdampfes = 1,613,
des Waſſerdampfes = 0,623.

Dämpfe können durch Entziehung von Wärme oder durch Vergrößerung des Druckes wieder in die Waſſerform zurückgeführt werden, und darin beſteht auch ihr einziger Unterſchied von den Gaſen oder beſtändigen Luftarten, die man bis jetzt weder bei der ſtrengſten Kälte, noch bei dem größten Drucke in den tropfbarflüſſigen Zuſtand hat zurückführen können. Kohlenſaures Gas läßt ſich z. B. erſt bei 0° Wärme und 36 Atmoſphären Druck in den liquiden Zuſtand zurückführen.

§. 282. Die Wärmemenge in einem Körper iſt jedenfalls der Temperatur und der Maſſe des Körpers proportional und läßt ſich daher durch das Product aus beiden meſſen. Sie iſt aber auch noch bei Körpern von verſchiedenen Materien ſehr verſchieden. Manche Körper erfordern zur Annahme einer gewiſſen Temperatur mehr Wärme, als andere, es beſitzen daher auch jene eine größere Capacität für die Wärme (franz. capacité pour la chaleur; engl. capacity for heat), als dieſe. Dieſes Vermögen der Körper wird aber durch die ſpecifiſche Wärme (franz calorique spécifique; engl. specific heat) gemeſſen, wenn man hierunter diejenige Wärmemenge verſteht, welche nöthig iſt, um die Temperatur eines Körpers von ein Pfund Gewicht um einen Grad zu erhöhen. Es iſt übrigens nicht möglich, die Wärmemenge ſelbſt anzugeben, ſondern es kann nur eine Vergleichung der ſpecifiſchen Wärmen verſchiedener Körper unter einander angeſtellt werden. Zu dieſem Zwecke nimmt man diejenige Wärmemenge, welche ein Pfund Waſſer erfordert, um ſeine Temperatur um einen Grad zu ſteigern, als die Wärmeeinheit an, und nennt dieſelbe eine Calorie (franz. und engl. calorie). Die Wärmemenge, welche hiernach nöthig iſt, um ein Waſſerquantum von Q Pfund um t Grad wärmer zu machen, iſt $W = Qt$, und dagegen für einen anderen Körper, deſſen ſpecifiſche Wärme = ω iſt, $W_1 = \omega Qt$. In der unten mitgetheilten Tabelle wird die ſpecifiſche Wärme des Queckſilbers = 0,033 angegeben, und es läßt ſich daher Wärmecapacität.

Wärme-capacität.

hieraus ſchließen, daß bei gleichem Gewichte und gleicher Temperaturerhöhung das Waſſer $^1/_{0,033} = {}^{1000}/_{33} = 30$mal ſo viel Wärmeſtoff oder Brennmaterial erfordert, als Queckſilber.

Um die ſpecifiſchen Wärmen verſchiedener Stoffe auszumitteln, hat man mehrerlei Methoden angewendet, namentlich hat man die Miſchungs-, die Schmelzungs- und die Abkühlungsmethode in Anwendung gebracht. Bei der Miſchungsmethode bringt man den vorher erwärmten Körper, deſſen ſpecifiſche Wärme man ermitteln will, in ein Waſſerbad, und ſieht zu, wieviel dadurch die Wärme des Waſſers zugenommen hat. Iſt Q das Gewicht des abgekühlten Körpers, Q_1 aber das des Kühlwaſſers, ferner t die Temperaturabnahme von jenem und t_1 die Temperaturzunahme von dieſem, ſo hat man den Wärmeverluſt von jenem $= \omega Qt =$ dem Wärmegewinn $Q_1 t_1$ von dieſem, und daher die geſuchte ſpecifiſche Wärme: $\omega = \frac{Q_1 t_1}{Qt}$.

Die Schmelzmethode beſteht darin, daß man den zu unterſuchenden Körper in Eis einhüllt, und nun die Menge von Waſſer, welche durch Abkühlung dieſes Körpers ſich gebildet hat, ermittelt. Hat man dafür geſorgt, daß das Eis und das Waſſer die Temperatur Null Grad behalten, ſo kann man $\omega Qt = 79\,Q_1$, und daher $\omega = \frac{79\,Q_1}{Qt}$ ſetzen, weil man aus Erfahrung weiß, daß bei Verwandlung des Eiſes in Waſſer von 0^0 Wärme 79 Wärmeeinheiten gebunden werden (ſ. §. 285).

Was endlich die Abkühlungsmethode anlangt, ſo umgiebt man hier den erwärmten Körper mit einer Metallhülle, hängt ihn ſo in ein luftleeres Gefäß, welches mit Waſſer von conſtanter Temperatur umgeben iſt, und beobachtet die Zeit, innerhalb welcher der Körper um eine gewiſſe, durch ein eingeſetztes Thermometer angezeigte Temperatur ſinkt. Sind für zwei Körper von den Gewichten Q und Q_1 bei gleichen Abkühlungsflächen die Abkühlungszeiten z und z_1, und die ſpecifiſchen Wärmen $= \omega$ und ω_1, ſo hat man $\frac{z}{z_1} = \frac{\omega Q}{\omega_1 Q_1}$, und daher das Verhältniß

$$\frac{\omega_1}{\omega} = \frac{Q z_1}{Q_1 z}.$$

Beiſpiel. Welche Wärmemenge iſt nöthig, um einen eiſernen Keſſel von 2500 Pfund Gewicht, welcher mit 15000 Pfund Waſſer angefüllt iſt, von 10° bis 100° zu erwärmen? Das Waſſerquantum erfordert die Wärmemenge

$W = Qt = 15000\,.\,(100 - 10) = 15000\,.\,90 = 1350000$ Cal.;

die Eiſenmaſſe aber nimmt, da die ſpecifiſche Wärme des Eiſens nur 0,11 iſt, die Wärmemenge $W_1 = \omega\, Q_1\, t = 0{,}11\,.\,2500\,.\,90 = 24750$ Cal. in Anſpruch, beide beanſpruchen alſo zuſammen $1350000 + 24750 = 1374750$ Cal.

Anmerkung. Mit Hülfe der ſpecifiſchen Wärme läßt ſich auch umgekehrt

durch Abkühlung im Wasser die Temperatur eines heißen Körpers ermitteln, indem man die obige Formel in Anwendung bringt, und $t = \frac{Q_1 t_1}{Q\omega}$ setzt. Wenn z. B. ein heißer Messingkörper von 15 Pfund Gewicht in 80 Pfund Wasser von 10° Wärme gebracht, dieses nun auf 16° Temperatur bringt, also um 6° in der Temperatur erhöht, so hat man die anfängliche Temperatur des Messings, da dessen specifische Wärme = 0,0939 ist, Wärmecapacität

$$= 16° + \frac{Q_1 t_1}{Q\omega} = 16° + \frac{80 \,.\, 6°}{0{,}0939 \,.\, 15} = 16° + \frac{480°}{1{,}4085} = 357°.$$

Pouillet fand auf diese Weise die Temperatur des schmelzenden Eisens = 1500 bis 1600°.

§. 283. Laplace und Lavoisier haben sich bei der Ausmittelung der specifischen Wärme verschiedener Körper der Schmelzmethode, Dulong und Petit aber der Abkühlungsmethode, Pouillet und in der neuesten Zeit auch Regnault haben sich der, wie es scheint, sicheren Mischungsmethode bedient. In Folgendem sind die auf diese Weise erhaltenen specifischen Wärmen von einigen der für die Technik am wichtigsten Körper aufgeführt. Specifische Wärme.

Eisen	0,11379	nach	Regnault,	0,1100	nach	Dulong u. Petit.	
Zink	0,09555	»	»	0,0927	»	»	»
Kupfer	0,09515	»	»	0,0949	»	»	»
Messing	0,09391	»	»				
Silber	0,05701	»	»	0,0557	»	»	»
Blei	0,03140	»	»	0,0293	»	»	»
Wismuth	0,03084	»	»	0,0288	»	»	»
Antimon	0,05077	»	»	0,0507	»	»	»
Zinn	0,05623	»	»	0,0514	»	»	»
Platin	0,03243	»	»	0,0314	»	»	»
Gold	0,03244	»	»	0,0298	»	»	»
Schwefel	0,20259	»	»	0,1880	»	»	»
Kohle	0,24111	»	»				
Koaks	0,20307	»	»				
Graphit	0,20187	»	»				
Marmor	0,20989	»	»				

Ungelöschter Kalk 0,2169 nach Lavoisier u. Laplace,
Alkohol (von 0,81 spec. Gewicht) 0,700 nach Dalton,
Eichenholz 0,570 nach Mayer,
Glas 0,19768 nach Regnault,
Queckſilber 0,03332 » »
Terpentinöl 0,42593 » »

Uebrigens ist die specifische Wärme einer und derselben Materie nicht ganz constant, sondern sie wächst, wenn die Dichtigkeit des Körpers ab-

Specifiſche Wärme.

nimmt, und nimmt etwas zu, wenn die Temperatur der Körper ſehr groß iſt, und ſich dem Siedepunkte ſehr nähert. So iſt die mittlere ſpecifiſche Wärme nach Dulong und Petit für

Eiſen,	zwiſchen 0 u. 100°,	=0,1098,	zwiſchen 0 u. 300° aber,	=0,1218,
Queckſilber	»	»	=0,0330,	»	»	=0,0350,
Zink	»	»	=0,0927,	»	»	=0,1015,
Kupfer	»	»	=0,0947,	»	»	=0,1013,
Platin	»	»	=0,0335,	»	»	=0,0355,
Glas	»	»	=0,1770,	»	»	=0,190.

Anmerkung. Sehr merkwürdig iſt die zuerſt von Dulong und Petit aufgefundene und neuerlich durch Regnault mehr begründete Beziehung zwiſchen der ſpecifiſchen Wärme und dem Atomgewichte eines und deſſelben Stoffes. Es iſt nämlich das Product aus den Zahlen, womit man die ſpecifiſche Wärme und das Atomgewicht ausdrückt, bei allen Körpern faſt eins und daſſelbe, und zwar 38 bis 42.

So iſt z. B.	die ſpec. Wärme:	und das Atomgew.:	daher das Product beider:
beim Eiſen	= 0,11379,	= 339,21,	= 38,597,
» Silber	= 0,05701,	= 675,80,	= 38,527,
» Platin	= 0,03243,	= 1233,5,	= 39,993,
» Schwefel	= 0,20259,	= 201,17,	= 40,754.

§. 284. Die ſpecifiſche Wärme der Gaſe wird mit einem Waſſercalorimeter beſtimmt, durch welches man die in Hinſicht auf Temperatur und Expanſivkraft genau unterſuchten Gasarten hindurchſtrömen läßt. Hierbei beobachtet man entweder die in Folge der Abkühlung der Gasart entſtandene Temperaturzunahme des übrigens genau gewogenen Kühlwaſſers, oder man ſetzt den Verſuch ſo lange fort, bis das Kühlwaſſer eine conſtante Temperatur angenommen hat, ſo daß ebenſo viel Wärme nach außen fortgeht, als dem Waſſer durch die Gasart zugeführt wird, und beobachtet den Temperaturüberſchuß des Waſſers über die äußere Umgebung. Strömen nun in gleichen Zeiten gleiche Gasvolumen durch das Calorimeter, ſo laſſen ſich die ſpecifiſchen Wärmen der verſchiedenen Gasarten den beobachteten Temperaturdifferenzen proportional ſetzen.

Man hat übrigens bei den Gaſen und Dämpfen die ſpecifiſche Wärme bei conſtantem Drucke und die bei conſtantem Volumen von einander zu unterſcheiden. Der Grund hiervon liegt in der Erwärmung und Abkühlung der Körper, welche dieſelben beim Zuſammendrücken und Ausdehnen erleiden. Dieſe Temperaturveränderung tritt bei den Gaſen beſonders hervor, weil dieſelben in ſehr verſchiedenen Zuſtänden der Dichtigkeit vorkommen. Hat ein Luftquantum bei unveränderlichem Drucke durch eine Temperaturerhöhung von t^0 ein größeres Volumen angenommen und wird nun daſſelbe durch Zuſammendrücken auf das erſte

Volumen zurückgeführt, so erleidet es einen zweiten Temperaturzuwachs von $t_1{}^0$, ohne daß mehr Wärme hinzugetreten ist, es hat also nun bei demselben Volumen die Luftmasse die Temperatur $t + t_1$, während sie bei constantem Drucke nur die Temperatur t zeigt. Hiernach ist nun auch die specifische Wärme ω bei constantem Drucke größer, als die specifische Wärme ω_1 bei constantem Volumen, und zwar ist das Verhältniß $\frac{\omega}{\omega_1} = \frac{t+t_1}{t}$. Specifische Wärme.

Die Temperatur t_1 läßt sich zwar nicht unmittelbar bestimmen, doch haben Clement und Desormes dieselben auf indirecte Weise zu ermitteln gesucht. Sie ließen nämlich die in einem Ballon eingeschlossene verdünnte Luft durch die äußere Luft comprimiren, indem sie den Hahn öffneten, welcher eine weite Mündung des Ballons verschloß, und beobachteten an einem von oben mit dem Ballon in Verbindung gesetzten Wassermanometer die nach erfolgter Abkühlung entstandene Verminderung h_1 der Expansivkraft der eingeschlossenen Luft. Nun verhält sich aber die Temperaturerhöhung t_1, welche durch die Compression hervorgebracht wird, zur Temperaturerhöhung $t + t_1$, welche nöthig wäre, um die Luft im Ballon beim unveränderten Drucke durch Erwärmen so viel zu verdünnen, als es durch die Luftpumpe geschehen war, nahe wie die beobachtete Verminderung h_1 der Expansivkraft zum Unterschiede h zwischen der Expansivkraft der Luft im Ballon nach und vor dem Zutritt der äußeren Luft, oder es ist also $\frac{t_1}{t+t_1} = \frac{h_1}{h}$;

daher folgt $\frac{t+t_1}{t_1} = \frac{h}{h_1}$, oder $\frac{t}{t_1} = \frac{h-h_1}{h_1}$ und $\frac{t_1}{t} = \frac{h_1}{h-h_1}$,

$$\text{endlich } \frac{\omega}{\omega_1} = \frac{t+t_1}{t} = 1 + \frac{h_1}{h-h_1} = \frac{h}{h-h_1},$$

nach den Versuchen aber im Mittel $\frac{\omega}{\omega_1} = 1{,}35$. Es ist also die specifische Wärme bei gleichem Drucke mehr als um ein Drittel größer, als die bei gleichem Volumen. Nach den Versuchen von De la Roche und Berard hat man folgende Werthe für die specifische Wärme einiger Gase.

Specifische Wärme.

Namen der Gase:	Spec. Wärme bei gleichem Volumen:	Spec. Wärme bei gleichem Gewichte:	
		für Luft = 1	für Wasser = 1
Atmosphärische Luft	1,000	1,000	0,267
Sauerstoff	0,976	0,885	0,236
Wasserstoff	0,903	12,340	3,294
Stickstoff	1,000	1,032	0,275
Kohlensäure	1,258	0,828	0,221
Wasserdampf	1,960	3,136	0,847

Latente Wärme.

§. 285. Bei dem Uebergange eines festen Körpers in den tropfbarflüssigen Zustand, sowie beim Uebergange einer tropfbaren Flüssigkeit in Dampf, wird eine gewisse Menge Wärme gebunden, und ebenso umgekehrt beim Festwerden eines flüssigen Körpers, sowie beim Flüssigwerden oder Niederschlagen des Dampfes wird eine gewisse Menge Wärme frei. Es ist also in Flüssigkeiten mehr Wärme enthalten, als das Gefühl oder die Thermometer anzeigen, und diese Wärme, welche man deshalb auch die gebundene oder latente Wärme (franz. chaleur latente; engl. latent heat) nennt, als die Ursache des flüssigen Zustandes eines Körpers anzusehen.

Verschiedene Körper binden auf diese Weise verschiedene Wärmemengen, und ein und derselbe Körper enthält in der Dampf- oder Luftform mehr latente Wärme, als im tropfbarflüssigen Zustande, und im letzten mehr, als wenn er fest ist. Wenn man ein Pfund Wasser von 79° Wärme mit einem Pfund Eis von 0° zusammenbringt, so entstehen zwei Pfund Wasser von 0° Wärme; es ist also anzunehmen, daß das Pfund Eis von 0° Wärme bei seiner Verwandlung in Wasser von 0° Wärme 79 Wärmeeinheiten verbraucht oder gebunden habe. Wenn man ferner ein Pfund Wasserdampf von 100° Wärme durch $5\frac{1}{2}$ Pfund Wasser von 0° condensirt, so bilden sich $6\frac{1}{2}$ Pfund Wasser von 100° Wärme oder 6,5 . 100 = 650 Wärmeeinheiten; da nun hiervon nur 100° sensibel sind, so ist folglich die latente Wärme des Wasserdampfes von 100° Temperatur = 550 Cal. zu setzen.

Die neuesten Versuche von Provostaye u. Desains, sowie auch die von Regnault (s. Annales de chimie et de physique, Sect. III, T. VIII) geben die latente Wärme des Wassers = 79,0; die Angaben über die latente Wärme der Metalle sind sehr unsicher. Hassenfratz giebt sie für Quecksilber = $86\frac{2}{3}$, Irvine für Blei = 90, Rudberg dagegen 5,858 u. s. w.

Latente Wärme.

Sehr genaue Versuche über die latente Wärme von Dämpfen hat Brix (s. Poggendorff's Annalen, Bd. LV., 1842) angestellt. Nach diesen ist die latente Wärme für Wasserdampf 540,

für Alkoholdampf 219,

für Terpentinöldampf 74; Despretz fand früher hiervon nur wenig abweichende Werthe.

Vergleicht man die latenten Wärmen verschiedener Dämpfe mit ihren Dichtigkeiten, so findet man, daß sie fast den letzteren umgekehrt proportional sind. Während z. B. die Dichtigkeit des Alkoholdampfes 2,58 mal so groß als die des Wasserdampfes ist, hat man die latente Wärme des ersteren auch nur $\frac{219}{540} = \frac{1}{2{,}47}$ der des Wasserdampfes. Hiernach läßt sich annehmen, daß gleiche Volumina von allen Dämpfen bei der Temperatur des Siedens dieselbe Menge latente Wärme enthalten.

Nach den neuesten Versuchen von Regnault ist die Gesammtwärme des Wasserdampfes bei t Grad Temperatur

$$W = 606{,}5 + 0{,}305\,t.$$

Auch ist hiernach die specifische Wärme des Wassers nicht ganz constant, sondern durch die Formel

$$\omega = 1 + 0{,}00002\,t + 0{,}0000003\,t^2$$

auszudrücken. Man hat folglich die latente Wärme des Wasserdampfes bei der Temperatur t:

$$W_1 = W - \omega t = 606{,}5 + 0{,}305\,t - (1 + 0{,}00002\,t + 0{,}0000003\,t^2)\,t$$
$$= 606{,}5 - 0{,}695\,t - 0{,}00002\,t^2 - 0{,}0000003\,t^3,$$

und daher

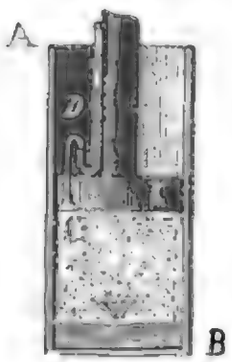
bei der Temperatur t	die Gesammtwärme	die latente Wärme
0°	606,5°	606,5°
25	614,1	589,0
50	621,7	571,7
75	629,4	554,7
100	637,0	536,5
125	644,6	518,6
150	652,2	500,8
175	659,9	482,7
200	667,5	464,3
225	675,1	445,5

Zweites Kapitel.

Von den Wasserdämpfen.

Dampf. §. 286. Stellt man über einer Flüssigkeit, z. B. über einer Wassermasse W, Fig. 410, einen luftleeren Raum her, indem man z. B. einen, die Oberfläche von W anfangs genau berührenden und an das Gefäß AB genau anschließenden Kolben K emporzieht, so verwandelt sich ein Theil der Flüssigkeit in Dampf, und zwar um so mehr, je mehr leerer Raum der Ausfüllung dargeboten, oder je weiter der Kolben K zurückgezogen wird. Ist diese Wassermenge nicht sehr groß, so kann man durch Vergrößerung des Raumes KW oder durch weiteres Zurückziehen des Kolbens K dieselbe ganz in Dampf verwandeln. Aendert sich während dieses Geschäftes die Temperatur nicht, so ändert sich die, etwa durch den Stand h eines Manometers CD angegebene Expansivkraft dieses Dampfes auch nicht, man mag dem Dampfe zu seiner Entwickelung einen größeren oder kleineren Raum darbieten. Zieht man aber nach vollständiger Verwandlung des Wassers in Dampf den Kolben K noch weiter auf, so sinkt der Manometerstand, es wird also die Expansivkraft eine kleinere. Diese Abnahme der Expansivkraft folgt nun ganz dem Mariotte'schen Gesetze (s. I., §. 329), d. h. es ist von dem Zustande an, bei welchem alles Wasser in Dampf verwandelt ist, die Expansivkraft der Dichtigkeit des Dampfes direct, und folglich dem Volumen umgekehrt proportional. Wenn man z. B. von da an das Dampfvolumen durch weitere Zurückziehung des Kolbens verdoppelt, so fällt nun die vom Dampf getragene Quecksilbersäule h nur halb so groß aus als anfangs. Verkleinert man durch Niederschieben des Kolbens den Dampfraum allmälig, so tritt wieder ein Steigen des Manometers ein bis zu dem Stande, wo beim Aufziehen alles Wasser in Dampf verwandelt war. Von da an bleibt beim weiteren Niederschieben des Kolbens das Manometer auf einerlei Höhe, und es verwandelt sich wieder ein Theil des Dampfes in Wasser, und zwar um so mehr, je weniger Raum zur Aufnahme desselben übrig bleibt, bis zuletzt, wenn der Kolben seinen ersten Stand wieder eingenommen hat, aller Dampf wieder in Wasser übergegangen ist.

Fig. 410.



§. 287. Nimmt man die im letzten Paragraphen beschriebenen Operationen bei einer höheren oder tieferen Temperatur der Flüssigkeit (des Wassers) und ihrer Umgebung vor, so bleiben zwar die Erscheinungen dieselben, nur fällt dann der Manometerstand, und also auch die Expansivkraft des Dampfes, größer oder kleiner, und dagegen der Kolbenweg, nach dessen Zurücklegung das Wasser vollkommen in Dampf übergegangen ist, kleiner oder größer aus als im ersten Falle. Wenn man ferner bei einem unveränderlichen Kolbenstande, wo noch Wasser zur Verdampfung übrig ist, das Wasser und seine Umgebung erhitzt, so verwandelt sich noch mehr Wasser in Dampf, es bildet sich also dichterer Dampf, und es bekommt derselbe auch eine größere Expansivkraft, als durch das Manometer angezeigt wird. Durch weitere Temperaturerhöhung läßt sich so das ganze Wasserquantum in Dampf verwandeln, und fährt man, nachdem dies geschehen ist, mit dem Zusetzen von Wärme weiter fort, so nimmt zwar die Expansivkraft des Dampfes noch ferner zu, es ist jedoch damit keine Dichtigkeitszunahme verbunden, und auch das Gesetz der Zunahme ein anderes, nämlich das Gay-Lussac'sche (s. I., §. 332). Wenn man nun die Temperatur wieder allmälig vermindert, so treten auch die umgekehrten Verhältnisse ein; es nimmt zuerst die Expansivkraft des Dampfes nach dem Gay-Lussac'schen Gesetze ab, es tritt ferner bei Erreichung einer gewissen Temperatur ein Niederschlagen des Dampfes als Wasser ein, es verwandelt sich so immer mehr und mehr Dampf in Wasser, je mehr man die Temperatur herabdrückt, und es fallen auch Dichtigkeit und Expansivkraft des Dampfes kleiner aus. Diese Verminderung der Temperatur kann selbst bis unter Null herabgehen, ohne daß der Dampf ganz verschwindet, denn selbst bei — 20 Grad zeigt das Manometer noch eine meßbare Expansivkraft an.

Maximalspannung des Dampfes.

Wir sehen hieraus, daß der Zustand des Dampfes, so lange dieser noch mit Wasser in Berührung sich befindet, ein anderer ist, als wenn er einen begrenzten Raum allein ausfüllt. Im ersten Falle ist nämlich seine Dichtigkeit und Expansivkraft nur von der Temperatur abhängig, im letzten Falle hingegen stehen Dichtigkeit, Expansivkraft und Temperatur des Dampfes in einer durch das Mariotte'sche und Gay-Lussac'sche Gesetz ausgedrückten Abhängigkeit zu einander. Wenn es nicht an Wasser fehlt zur Bildung des Dampfes, so erzeugt sich bei jeder Temperatur Dampf von einer bestimmten Dichtigkeit oder Expansivkraft, und da es nicht möglich ist, diesen durch Volumenverminderung mehr zu verdichten oder mehr zu spannen, so können wir sagen, daß er in diesem Falle das Maximum seiner Dichtigkeit und Spannung (Expansivkraft) besitze. Gewöhnlich nennt man solchen Dampf auch gesättigten Dampf (franz. vapeur saturée; engl. saturated vapor, saturated steam).

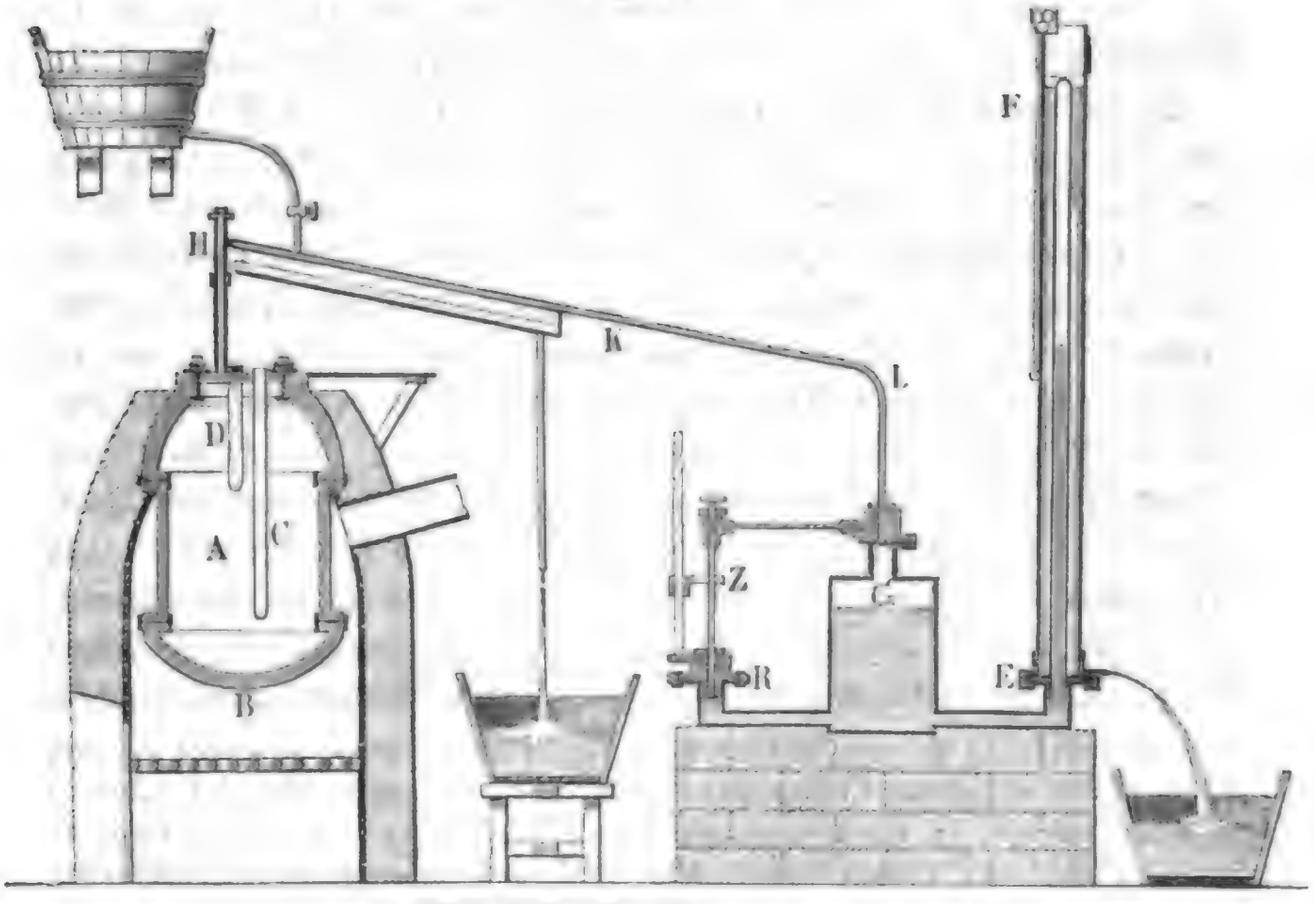
Versuche über die Expansivkraft der Dämpfe.

§. 288. Es ist nun die wichtige Frage zu beantworten: in welcher Beziehung stehen Expansivkraft und Temperatur des in der Maximalspannung befindlichen Wasserdampfes zu einander? Versuche, welche den Zweck hatten, diese Abhängigkeit zu finden, sind bereits in großer Anzahl, namentlich von den Deutschen: Schmidt, Arzberger, Kämtz u. s. w., von den Engländern: Watt, Robison, Dalton, Ure u. s. w., von den Franzosen: Arago und Dulong, Regnault u. s. w., angestellt worden, jedoch sind Ausdehnung und Genauigkeit aller dieser Versuche sehr verschieden, und es findet auch unter den Resultaten derselben die gewünschte Uebereinstimmung nicht überall statt. Es ist hier nicht der Ort, die verschiedenen Apparate zu beschreiben, welche man bei Versuchen über die Expansivkraft des Wasserdampfes angewendet hat, und uns vielmehr nur möglich, folgende allgemeine Bemerkungen hierüber zu machen. Im Wesentlichsten kommt es natürlich hier nur darauf an, den Dampf allmälig mehr und mehr zu erwärmen und dessen Temperatur und Expansivkraft bei den verschiedenen Wärmezuständen zu messen. Zur Ausmittelung der Temperatur dienen Thermometer, die man aber nicht unmittelbar mit dem Dampfe in Berührung bringen darf, sondern in eiserne Röhren einhüllt, damit die Thermometerröhre nicht durch den Dampf zusammengedrückt werden könne. Um aber die Expansivkraft zu finden, hat man in der Regel eine, gleichsam ein sehr langes Barometer bildende Queckſilbersäule, oder auch ein Luftmanometer, oder auch Ventile (s. I., §. 328) in Anwendung gebracht. Der letzteren hat sich Arzberger und auch Southern bedient; diese Versuche geben jedoch, wie die Vergleichung mit den Ergebnissen anderer Versuche vor Augen führt, und wie auch leicht zu erklären ist, etwas zu kleine Expansivkräfte. Sehr ausführliche Versuche sind vom Franklin-Institut zu Philadelphia und von der Akademie der Wissenschaften zu Paris angestellt worden. Die letzteren sind die ausgedehntesten und werden in der Genauigkeit vielleicht nur durch die neuesten Versuche von Magnus und von Regnault übertroffen. Die Versuche, welche das erstgenannte Institut angestellt hat, gehen, wie die von Arzberger, bis auf 10 Atmosphären, die der letztgenannten Akademie aber bis auf 24 Atmosphären, übrigens geben bei Spannungen von 2 bis 10 Atmosphären die ersten Versuche größere Expansivkraft, als die letzteren, und es beträgt bei 10 Atmosphären die Abweichung schon $^7/_9$ Atmosphäre.

Anmerkung. Eine gedrängte Zusammenstellung der Versuche über die Expansivkraft des Wasserdampfes findet man in the Mechanics Pocket Dictonary by W. Grier, art. Steam; auch ist hierüber nachzulesen im zweiten Bande von Robison's System of Mechanical Philosophy, ferner P. Barlow's Treatise on the Manufactures and Machinery of Great-Britain und Tredgold's Dampfmaschinenlehre.

§. 289. Der Wichtigkeit des Gegenstandes wegen theilen wir in Folgendem eine Abbildung (Fig. 411) und eine kurze Beschreibung des Apparates mit, welchen die französischen Akademiker Arago, Dulong u. s. w. zur Ausmittelung der Expansivkraft der Wasserdämpfe angewendet haben. Die Dampferzeugung erfolgte in einem Kessel *A* aus starkem Eisenblech von 80 Liter Inhalt, welcher zu diesem Zwecke in den Ofen *B* Versuche der Pariser Akademie.

Fig. 411.



eingesetzt war. In diesen Kessel gingen zwei Flintenläufe *C* und *D* hinein, wovon der eine bis unter das Wasser, der andere aber nur bis in den Dampfraum reichte. In beide kamen Quecksilberthermometer zu stehen, die oben gekrümmt und horizontal fortgeführt, und an dieser Stelle durch einen Wasserstrom auf einer constanten Temperatur erhalten wurden. Zum Messen der Expansivkraft des Dampfes diente das Luftmanometer *EF*, welches von einer Wassersäule mit ununterbrochenem Zu- und Abfluß umgeben wurde, um eine constante Temperatur zu erzeugen. Das eiserne Gefäß *G* dieses Manometers war zum großen Theil mit Quecksilber angefüllt, der obere Raum desselben, so wie die Communicationsröhre *KL*, wurde mit Wasser angefüllt, und letztere ließ man zur Erzielung einer unveränderlichen Temperatur mit fließendem Wasser äußerlich bespülen. Um den Stand des Queckſilbers im Gefäße *G* zu finden, diente die Glasröhre *R*

Verſuche der Pariſer Akademie

mit dem Zeiger Z. Die Verſuche wurden auf folgende Weiſe geleitet. Zuerſt ließ man bei geöffneter Röhre H und geöffnetem Sicherheitsventile das Waſſer 15 bis 20 Minuten lang kochen, um alle Luft aus A zu treiben, dann ſchloß man beide und erzeugte durch Zulegen von Brennmaterial eine höhere Temperatur. Nun gab man Acht, wann die Thermometer- und Manometerſtände ihr Maximum erreichten, und es las nun der eine Beobachter die erſteren, und der andere Beobachter die letzteren ab. Auf dieſe Weiſe wurden 30 Beobachtungen von 123° bis 224°,15 Temperatur, oder von 2,14 bis 23,994 Atmoſphären Spannung angeſtellt.

Da ſich die Anwendung des Luftmanometers EF auf das Mariotte'ſche Geſetz gründet, ſo hielten es die franzöſiſchen Akademiker für nöthig, den eben beſchriebenen Verſuchen noch beſondere, die Richtigkeit des Mariotte'ſchen Geſetzes bei ſehr hohen Spannungen prüfende Unterſuchungen vorauszuſchicken. Hierzu bedienten ſie ſich deſſelben Apparates, nur brachten ſie auf der Seite bei R eine vertikale und oben offene, aus 13 Stücken zuſammengeſetzte Glas- oder Barometerröhre von 26 Meter Länge und 5 Millimeter Weite an und ſetzten bei L eine Druckpumpe auf. Durch dieſe wurde ein Druck erzeugt, der durch das Waſſer auf das Queckſilber in G überging und dieſes in das Manometer EF, ſo wie in das Barometer bei R trieb. Durch Vergleichung der Höhe der übrigbleibenden Luftſäule mit der Höhe der Queckſilberſäule in der langen Röhre konnte nun die Richtigkeit des Mariotte'ſchen Geſetzes geprüft werden.

Anmerkung 1. Ausführlich über dieſe Verſuche wird gehandelt in dem Exposé des recherches faites par Ordre de l'Académie royal des sciences pour déterminer les forces élastiques de la vapeur d'eau à hautes températures. Paris chez Firmin Didot, 1830. S. auch Poggendorff's Annalen, Bd. XVIII.

Anmerkung 2. Regnault hat bei ſeinen, nur bis 4 Atmoſphären ſich erſtreckenden Verſuchen einen ähnlichen Apparat angewendet (ſ. Annales de chimie et de physique, T. XI., 1844). Nur bediente er ſich zur Ausmittelung der Temperatur des Dampfes gerader Thermometer und füllte den Zwiſchenraum, den dieſelben in den Eiſenröhren übrig ließen, mit Queckſilber aus. Auch wendete er ſtatt des Queckſilbergefäßes einen Ballon mit Luft an, der von außen durch ein Waſſerbad abgekühlt und von innen durch eine Luftpumpe mit comprimirter Luft angefüllt wurde. Dieſe Luft hielt nun einerſeits der Expanſivkraft des Dampfes, und andererſeits der Queckſilberſäule in einem offenen Manometer das Gleichgewicht. Die Temperaturen und die Manometerſtände wurden übrigens durch ein ſogenanntes Kathetometer, d. i. durch ein an einer vertikalen Scala auf und nieder ſtellbares Fernrohr, beobachtet.

§. 290. Die Ergebniſſe der Verſuche von Arago, Dulong u. ſ. w. über die Expanſivkraft der Waſſerdämpfe enthält folgende Tabelle.

Versuche der Pariser Akademie.

Nummer der Beobachtungen.	Temperatur nach dem		Elasticität des Dampfes,	
	längeren Thermometer.	kürzeren Thermometer.	gemessen durch die Höhe einer Quecksilbersäule.	ausgedrückt in Atmosphären.
	Grad	Grad	Meter	Atmosphären
1	122,97	123,70	1,6292	2,14
2	132,58	132,82	2,1767	2,87
3	132,64	133,30	2,1816	2,88
4	137,70	138,30	2,5386	3,35
5	149,54	149,70	3,4759	4,58
6	151,87	151,90	3,6868	4,86
7	153,64	153,75	3,8810	5,12
8	163,00	163,40	4,9384	6,51
9	168,40	168,50	5,6054	7,39
10	169,57	169,40	5,7737	7,61
11	171,88	172,34	6,1510	8,11
12	180,71	180,70	7,5001	9,89
13	183,70	183,70	8,0352	10,60
14	186,80	187,10	8,6995	11,48
15	188,30	188,50	8,8400	11,66
16	193,70	193,70	9,9989	13,19
17	198,55	198,50	11,0190	14,53
18	202,00	201,75	11,8620	15,67
19	203,40	204,17	12,2903	16,21
20	206,17	206,10	12,9872	17,13
21	206,40	206,80	13,0610	17,23
22	207,00	207,40	13,1276	17,30
23	208,45	208,90	13,6843	18,05
24	209,10	209,13	13,7690	18,16
25	210,47	210,50	14,0634	18,55
26	215,07	215,30	15,4995	20,44
27	217,23	217,50	16,1528	21,31
28	218,30	218,40	16,3816	21,60
29	220,40	220,80	17,1826	21,66
30	223,88	224,15	18,1894	23,99

Von den Ergebnissen der Versuche Regnault's theilen wir nur diejenigen mit, welche bei Spannungen von 1 bis 4 Atmosphären angestellt worden sind.

Regnault's Verſuche.

Nummer der Beobachtungen.	Temperatur		Expanſivkraft	
	des Waſſers	des Dampfes	in Metern.	in Atmoſphären.
	in Cent.-Grade.			
1	99,83	99,82	0,75161	0,99
2	100,00	100,00	0,76000	1,00
3	100,71	100,71	0,77603	1,02
4	105,10	105,06	0,90460	1,19
5	111,78	111,70	1,13147	1,49
6	116,04	116,04	1,30237	1,71
7	121,16	121,13	1,53027	2,01
8	122,70	122,53	1,60125	2,11
9	123,94	123,91	1,67041	2,20
10	128,40	128,47	1,91512	2,52
11	128,54	128,47	1,92520	2,53
12	128,66	128,57	1,93114	2,54
13	130,12	130,18	2,01251	2,65
14	131,38	131,30	2,09469	2,75
15	131,51	131,63	2,09828	2,76
16	133,20	133,28	2,20908	2,91
17	135,70	135,65	2,37303	3,04
18	135,83	136,00	2,38681	3,14
19	137,75	137,52	2,51479	3,31
20	138,36	138,24	2,56173	3,37
21	140,90	141,01	2,75617	3,63
22	141,57	141,54	2,79968	3,68
23	143,85	143,83	2,99279	3,94
24	144,12	144,17	3,01008	3,96
25	145,70	145,64	3,14941	4,14
26	147,50	147,50	3,30695	4,35
27	148,20	148,30	3,36135	4,42

Vergleicht man die einander ziemlich entſprechenden Werthe aus beiden Tabellen mit einander, ſo wird man allerdings eine ſehr zufriedenſtellende Uebereinſtimmung finden. Z. B. giebt die erſte Tabelle für die mittlere Temperatur von 138° die Dampfſpannung 3,35 Atmoſphären, die zweite aber für die mittlere Temperatur von 138,3° dieſelbe = 3,37 Atmoſphären. Man erſieht auch aus dieſen Tabellen, daß die Angaben der beiden Thermometer, wovon das eine in dem Waſſer und das andere in dem Dampfe ſtand, nur wenig von einander abweichen.

Anmerkung. Regnault hat auch noch eine große Verſuchsreihe über die Elaſticität des Dampfes von — 32° bis 100° Temperatur angeſtellt.

§. 291. Es ist bis jetzt noch nicht gelungen, die Relation zwischen Temperatur und Expansivkraft des Wasserdampfes aus einem allgemeinen Gesetze zu entwickeln, und deshalb hat man sich denn auch seither nur mit empirischen Formeln begnügen müssen, welche sich an die Erfahrungsresultate mehr oder weniger anschließen. Die Methode, welche bei Auffindung solcher Formeln angewendet wird, besteht darin, daß man die beobachteten Temperaturen und die entsprechenden Spannkräfte als Coordinaten zu Papier bringt, die entsprechenden Punkte bestimmt und nun zusieht, welche von den bekannten krummen Linien oder von den, bekannten Functionen entsprechenden, Curven sich möglichst genau an dieses Punktesystem anschließt. Hat man sich nun einmal für eine bestimmte Linie entschieden, so kommt es noch darauf an, die in ihr vorkommenden Constanten aus den Versuchsresultaten abzuleiten, und hier läßt sich denn vorzüglich die im Ingenieur (Seite 130 ꝛc.) abgehandelte Methode der kleinsten Quadrate anwenden. Bis jetzt hat man schon über 45 solcher Formeln aufgestellt. (S. die Fortschritte der Physik im Jahre 1845, Jahrgang I. Berlin 1847.) Elasticitätsformeln.

Für den praktischen Gebrauch am bequemsten ist die zuerst von Young eingeführte Formel $p = (a + bt)^n$, in welcher t die Temperatur und p die entsprechende Expansivkraft, a, b und n aber Erfahrungszahlen ausdrücken. Sie giebt jedoch nicht für alle Temperaturen die erwünschte Uebereinstimmung mit den Erfahrungsresultaten, weshalb man sich bei ihrer Anwendung genöthigt gesehen hat, die Werthe der Constanten a, b und n für niedere, mittlere und hohe Temperaturen besonders zu bestimmen.

Für hohe Temperaturen, namentlich aber für Spannkräfte über 4 Atmosphären, hat man nach Dulong und Arago

$p = (0{,}2847 + 0{,}007153t)^5$ Atmosphären, und umgekehrt,

$t = 139{,}8\sqrt[5]{p} - 39{,}80°$.

Drückt man die Expansivkraft durch den Druck auf den Quadratzoll aus, und legt man das preußische Pfund- und Fußmaaß zu Grunde, so hat man, da nach I. §. 327 der Druck einer Atmosphäre $= 15{,}05$ zu setzen ist,

$p = (0{,}2847 + 0{,}007153t)^5 . 15{,}05 = (0{,}4897 + 0{,}012303t)^5$ Pfund, und umgekehrt

$$t = 81{,}28\sqrt[5]{p} - 39{,}80°.$$

Für Dampfspannungen von 1 bis 4 Atmosphären giebt Mellet, der Uebersetzer der Tredgold'schen Dampfmaschinenlehre in das Französische,

$p = \left(\frac{75+t}{174}\right)^6$ Kilogr. auf das Quadratcentimeter, und hiernach folgt, da der Druck einer Atmosphäre auf ein Quadratcentimeter $= 1{,}0336$ Kilogramm ist,

Elaſticitäts-formeln.

$$p = \left(\frac{75+t}{174}\right)^6 \cdot \frac{1}{1{,}0336} = \left(\frac{75+t}{175}\right)^6 \text{ Atmoſphären}$$

$$= \left(\frac{75+t}{174}\right)^6 \cdot \frac{15{,}05}{1{,}0336} = \left(\frac{75+t}{174}\right)^6 \cdot 14{,}56 = \left(\frac{75+t}{111{,}35}\right)^6 \text{ Pfund}$$

auf den Quadratzoll. Umgekehrt folgt, wenn p in Atmoſphären gegeben iſt, $t = 175\sqrt[6]{p} - 75^0$, und wenn p in Pfunden gegeben iſt, $t = 111{,}35\sqrt[6]{p} - 75^0$.

Pambour (ſ. deſſen Théorie des machines à vapeur) nimmt für Spannungen von 1 bis 4 Atmoſphären $p = \left(\frac{72{,}67+t}{171{,}72}\right)^6$ Kilogr., folglich umgekehrt $t = 171{,}72\sqrt[6]{t} - 72{,}67^0$. Hiernach folgt, wenn p in Atmoſphären ausgedrückt wird, $p = \left(\frac{72{,}67+t}{172{,}67}\right)^6$ Atmoſphären, und $t = 172{,}67\sqrt[6]{p} - 72{,}67^0$; ferner für das preußiſche Maaß und Gewicht $p = \left(\frac{72{,}67+t}{109{,}9}\right)^6$ Pfund, und $t = 109{,}9\sqrt[6]{p} - 72{,}67^0$.

Der Artizan-Clubb in England theilt in der von ihm beſorgten Dampfmaſchinenlehre folgende Formeln mit.

Für Temperaturen über 100 Grad:

$p = \left(\frac{85+t}{185}\right)^{6{,}42}$ Atmoſph., alſo

$t = 185\sqrt[6{,}42]{p} - 85^0 = 185\,p^{0{,}15576} - 85^0$;

für Temperaturen unter 100 Grad:

$p = \left(\frac{115+t}{215}\right)^{7{,}71507}$ Atmoſph., und $t = 215\,p^{0{,}12962} - 115^0$,

und es iſt hiernach für das preußiſche Maaß und Gewicht bei hohen Temperaturen:

$p = \left(\frac{85+t}{121{,}27}\right)^{6{,}42}$ Pfund, und $t = 121{,}27\,p^{0{,}15576} - 85^0$,

und für niedrige Temperaturen:

$p = \left(\frac{115+t}{151{,}29}\right)^{7{,}71507}$ Pfund, und $t = 151{,}29\,p^{0{,}12962} - 115^0$.

Beiſpiele. 1) Welche Spannung hat geſättigter Waſſerdampf bei 145° Wärme? Es giebt die Mellet'ſche Formel

$$p = \left(\frac{75+145}{175}\right)^6 = \left(\frac{44}{35}\right)^6 = 3{,}947 \text{ Atmoſphären},$$

ferner die Pambour'ſche Formel

$$p = \left(\frac{72{,}67+145}{172{,}67}\right)^6 = \left(\frac{217{,}67}{172{,}67}\right)^6 = 4{,}013 \text{ Atmoſphären},$$

die Formel der Akademiker

$$p = (0{,}2847 + 145 \,.\, 0{,}007153)^5 = 1{,}3219^5 = 4{,}036 \text{ Atmoſphären},$$

und endlich die des Artizan-Clubbs

Elasticitäts-formeln.

$$p = \left(\frac{85+145}{185}\right)^{6,42} = \left(\frac{46}{37}\right)^{6,42} = 4{,}046 \text{ Atmosphären.}$$

Das Mittel aus allen diesen vier Werthen ist 4,01 Atmosphären.

2) Wie stark ist der Dampfdruck bei 145° Temperatur gegen einen Kolben von 3 Fuß Durchmesser? Es ist der Inhalt der Kolbenfläche

$$F = \frac{9\pi}{4} \text{ Quadratfuß} = 9 \,.\, 36\pi = 1017{,}9 \text{ Quadratzoll,}$$

ferner der Druck auf jeden Quadratzoll bei 4 Atmosphären,

$$p = 4 \,.\, 15{,}05 = 60{,}2 \text{ Pfund,}$$

daher der Druck auf die ganze Fläche

$$P = Fp = 1017{,}9 \,.\, 60{,}2 = 61277 \text{ Pfund.}$$

3) Welche Temperatur entspricht einer Spannung von ¼ Atmosphäre? Es ist nach der zweiten Formel des Artizan-Clubbs

$$t = 215 \,.\, (1/4)^{0,12962} - 115 = 179{,}64 - 115 = 64{,}64°.$$

§. 292. Eine andere, ziemlich einfache Formel für die Expansivkraft der Wasserdämpfe gab zuerst Roche (s. Poggendorff's Annalen Bd. 18 und 27), und sie hat die Form $p = ab^{\frac{t}{m+nt}}$. Wenn auch, wie Regnault nachweist, diese Formel nicht das allgemeine Gesetz von der Expansivkraft der Dämpfe ausdrücken kann, so gewährt sie doch, den Rechnungen von August, Magnus u. s. w. zufolge, innerhalb der Beobachtungsgrenzen und bei den gewöhnlich vorkommenden Temperaturen eine recht gute Uebereinstimmung.

Nach den neuesten Berechnungen von Magnus ist

$$p = 4{,}525 \cdot 10^{\frac{7{,}4475\,t}{234{,}69+t}},$$

und nach Holtzmann

$$p = 4{,}529 \,.\, 10^{\frac{7{,}2804\,t}{236{,}22+t}} \text{ Millimeter}$$

zu setzen; halten wir aber nur die erste Formel fest, so bekommen wir, da einer Atmosphäre 760 Millimeter Quecksilbersäulenhöhe entspricht,

$$p = \frac{4{,}525}{760} \,.\, 10^{\frac{7{,}4475\,t}{234{,}69+t}} = 0{,}005954 \,.\, 10^{\frac{7{,}4475\,t}{234{,}69+t}} \text{ Atmosphäre, oder}$$

$$Log.\, p = 0{,}77481 - 3 + \frac{7{,}4475\,t}{234{,}69+t} = \frac{5{,}2223\,(t-100)}{234{,}69+t}. \text{ Umgekehrt}$$

ist $t = \frac{234{,}69\, Log.\, p + 522{,}23}{5{,}2223 - Log.\, p}$. Folgende Formel von August gewährt vielleicht noch eine größere Schärfe:

$$p = \left(\frac{6415\,(1028{,}4 + t)}{1000000000}\right)^{\frac{100-t}{100 + \frac{3}{5}t}} \text{ Atmosphären.}$$

Elaſticitäts-formeln.

Die Umkehrung dieſer Gleichung geſtattet aber keine directe Auflöſung. Nach dieſer Formel hat **Auguſt** folgende, zum praktiſchen Gebrauch ſehr brauchbare Tabelle berechnet.

Tafel für die Expanſivkräfte der Dämpfe im Maximo der Spannung, ausgedrückt in Atmoſphären.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,007	0,007	0,008	0,008	0,009	0,009	0,010	0,011	0,011	0,012
1	0,013	0,014	0,015	0,016	0,017	0,018	0,019	0,020	0,021	0,023
2	0,024	0,026	0,027	0,029	0,031	0,033	0,034	0,036	0,039	0,041
3	0,043	0,046	0,048	0,051	0,054	0,057	0,060	0,063	0,067	0,071
4	0,074	0,078	0,084	0,087	0,091	0,096	0,101	0,106	0,112	0,117
5	0,123	0,129	0,136	0,142	0,149	0,157	0,164	0,172	0,180	0,189
6	0,198	0,207	0,216	0,226	0,237	0,248	0,259	0,270	0,282	0,295
7	0,308	0,321	0,333	0,350	0,365	0,381	0,397	0,413	0,431	0,449
8	0,467	0,486	0,506	0,527	0,548	0,570	0,593	0,616	0,640	0,665
9	0,691	0,718	0,746	0,774	0,803	0,834	0,865	0,897	0,930	0,964
10	1,000	1,035	1,071	1,108	1,145	1,187	1,230	1,273	1,315	1,359
11	1,406	1,453	1,501	1,551	1,601	1,655	1,708	1,763	1,820	1,878
12	1,938	1,998	2,062	2,127	2,193	2,261	2,330	2,401	2,475	2,550
13	2,627	2,705	2,786	2,868	2,943	3,040	3,128	3,219	3,312	3,407
14	3,507	3,609	3,704	3,811	3,921	4,037	4,134	4,252	4,373	4,481
15	4,607	4,735	4,854	4,988	5,121	5,262	5,405	5,534	5,677	5,818
16	5,972	6,128	6,274	6,438	6,605	6,776	6,932	7,110	7,272	7,457
17	7,635	7,838	8,013	8,212	8,415	8,601	8,812	9,027	9,224	9,446
18	9,673	9,879	10,115	10,33	10,57	10,83	11,08	11,31	11,57	11,81
19	12,08	12,35	12,60	12,89	13,18	13,44	13,75	14,05	14,31	14,63
20	14,96	15,25	15,58	15,89	16,23	16,57	16,89	17,25	17,61	17,95
21	18,32	18,66	19,05	19,44	19,80	20,20	20,58	20,99	21,32	21,80

Die erste Vertikalcolumne dieser Tabelle giebt die Zehner, und die erste Horizontalcolumne die Einer der Temperatur; die entsprechende Expansivkraft befindet sich mit der Zehnerzahl in einerlei Horizontal-, und mit der Einerzahl in einerlei Vertikalreihe. Hiernach ist z. B. für $t = 145^0$ oder $14 \,.\, 10^0 + 5^0$, $p = 4{,}037$ Atmosphären, ferner für $t = 65^0 = 6 \,.\, 10^0 + 5^0$, $p = 0{,}248$ Atmosphären. Elasticitäts-formeln.

Anmerkung 1. Eine sehr gute Uebereinstimmung mit den älteren Versuchen gewährt auch die Egen'sche Formel:

$$t = 100^0 + 64{,}29512\ Log.\ p + 13{,}89479\ (Log.\ p)^2 + 2{,}909769\ (Log.\ p)^3 + 0{,}1742634\ (Log.\ p)^4.$$

(Siehe Poggendorff's Annalen, Bd. 27, 1833.)

Biot hat ebenfalls eine für Temperaturen von -20^0 bis $+220^0$ sehr genau stimmende Formel gefunden. Sie hat die Form

$$Log.\ p = a - a_1 b_1^{20+t} - a_2 b_2^{20+t},$$

und es ist bei Anwendung des Luftthermometers, welches bei 200° Quecksilber nur 197,5°, und bei 300° nur 294,5° zeigt,

$a = 5{,}9613133$, $Log.\ a_1 = 0{,}823407 - 1$, $Log.\ a_2 = 0{,}7411095$,
$Log.\ b_1 = -0{,}0130973$ und $Log.\ b_2 = -0{,}0021251$,

p aber wird in Millimetern ausgedrückt. Dieselbe Form hatte übrigens schon Prony angewendet und sie ist auch in der neuesten Zeit wieder von Regnault gebraucht worden. Für Temperaturen über 100° findet Letzterer auch schon sehr genau $Log.\ p = a - a_1 b_1^{t-100}$, wo

$a = 5{,}826789$, $Log.\ a_1 = 0{,}9977641 - 1$, und $Log.\ b_1 = 0{,}4692291$

ist; man hat aber hier t durch das Quecksilberthermometer anzugeben, und es wird p wieder in Millimetern ausgedrückt. Mehreres über andere, namentlich über ältere Formeln findet man in der eben citirten Abhandlung von Egen.

Anmerkung 2. Nach Dalton sind die Expansivkräfte aller Dämpfe bei einer gleichen Anzahl von Graden über oder unter dem Siedepunkte gleich groß. Hiernach lassen sich nun auch mittels der Siedepunkte die Spannkräfte verschiedener Dämpfe aus denjenigen des Wasserdampfes berechnen. Z. B. da der Alkohol bei 78° siedet, so ist für Alkoholdampf von 113°, also von $113 - 78 = 35^0$ über dem Siedepunkte die Spannkraft dieselbe, wie beim Wasserdampfe, bei 35° über dem Siedepunkte aber bei 135° Temperatur, nämlich 3 Atmosphären. Aus den neueren Versuchen geht jedoch hervor, daß dieses Gesetz nur annähernd richtig ist.

§. 293. Die Dichtigkeit des Dampfes hängt, wie die einer jeden Gasart, von der Temperatur und Expansivkraft zugleich ab (s. I. §. 332 und §. 333). Da aber beim gesättigten Dampfe die Expansivkraft durch die Temperatur bestimmt ist, so folgt, daß bei diesem, im Maximo der Spannung befindlichen Dampfe die Dichtigkeit von der Temperatur oder von der Expansivkraft allein abhängt. Um nun die Dichtigkeit des Dampfes bei jeder Temperatur und Expansivkraft angeben zu können, war es nöthig, dieselbe wenigstens bei einer bestimmten Temperatur und Expansivkraft durch Versuche auszumitteln, und Gay-Lussac wendete in dieser Absicht folgendes Verfahren an. Er füllte ein dünnes Glaskügelchen Dichtigkeit des Dampfes.

Watson, Esq., Edinburgh.

Sir, — Having observed in the Edinburgh Philosophical Journal for October last, a letter from Mr. Ivory, on the Refraction of Light, in which he has attempted to point out an error in my demonstration of the 21st Proposition of the 1st Book of Sir Isaac Newton's Principia, I beg leave to request the favour of your inserting the following observations in the next number of your Journal.

Mr. Ivory's objection is, that I have assumed the velocity of the ray of light after refraction, to be the same as before refraction, which he says is not true, unless the refracting surface be a plane. But I am astonished that Mr. Ivory can make such an objection, when I have expressly stated in the demonstration, that the velocity of the ray after refraction is to its velocity before refraction, as the sine of incidence to the sine of refraction, which is the very proposition he has demonstrated in the 2nd Proposition of his paper. Now, Sir, if we are to consider the velocities of the ray to be different, before and after refraction, it is plain that the 21st Proposition of the 1st Book of the Principia will be true, if we suppose the velocity after refraction to be to the velocity before refraction, as

$$\frac{\text{sine of incidence}}{\text{sine of refraction}} \text{ to } \frac{\text{sine of refraction}}{\text{sine of incidence}}$$

which is the case, Mr. Ivory has demonstrated in the 3rd Proposition of his paper. But, Sir, if we consider the velocities of the ray to be the same, before and after refraction, then we must suppose the velocity after refraction to be to the velocity before refraction, as

$$\frac{\text{sine of incidence}}{\text{sine of refraction}} \text{ to } 1$$

which is the case, Mr. Ivory has demonstrated in the 4th Proposition of his paper. Now, Sir, I have demonstrated in the 21st Proposition of the 1st Book of the Principia, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 5th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 6th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 7th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 8th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 9th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 10th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 11th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 12th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 13th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 14th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 15th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 16th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 17th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 18th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 19th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 20th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 21st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 22nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 23rd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 24th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 25th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 26th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 27th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 28th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 29th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 30th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 31st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 32nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 33rd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 34th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 35th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 36th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 37th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 38th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 39th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 40th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 41st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 42nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 43rd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 44th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 45th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 46th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 47th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 48th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 49th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 50th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 51st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 52nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 53rd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 54th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 55th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 56th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 57th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 58th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 59th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 60th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 61st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 62nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 63rd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 64th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 65th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 66th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 67th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 68th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 69th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 70th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 71st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 72nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 73rd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 74th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 75th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 76th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 77th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 78th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 79th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 80th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 81st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 82nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 83rd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 84th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 85th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 86th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 87th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 88th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 89th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 90th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 91st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 92nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 93rd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 94th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 95th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 96th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 97th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 98th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 99th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 100th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 101st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 102nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 103rd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 104th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 105th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 106th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 107th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 108th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 109th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 110th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 111th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 112th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 113th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 114th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 115th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 116th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 117th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 118th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 119th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 120th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 121st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 122nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 123rd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 124th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 125th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 126th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 127th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 128th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 129th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 130th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 131st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 132nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 133rd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 134th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 135th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 136th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 137th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 138th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 139th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 140th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 141st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 142nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 143rd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 144th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 145th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 146th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 147th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 148th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 149th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 150th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 151st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 152nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 153rd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 154th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 155th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 156th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 157th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 158th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 159th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 160th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 161st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 162nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 163rd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 164th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 165th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 166th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 167th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 168th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 169th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 170th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 171st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 172nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 173rd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 174th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 175th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 176th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 177th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 178th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 179th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 180th Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 181st Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 182nd Proposition of his paper, that, in the first of these cases, the ray will be refracted towards the perpendicular, and in the second, from the perpendicular, which is the very thing I have stated in the demonstration. Mr. Ivory has demonstrated in the 183rd Proposition of his paper, that, in the

ausdrücken, und daher γ aus t oder p unmittelbar bestimmen. Bedienen wir uns z. B. der Mellet-Tredgold'schen Formel, so können wir Specifische Dampfvolumina.

$$\gamma = \frac{0{,}003557}{1 + 0{,}00367\,t}\left(\frac{75 + t}{111{,}35}\right)^6 \text{ oder auch}$$

$$= \frac{0{,}003557\,p}{1 + 0{,}00367\,(111{,}35\sqrt[6]{p} - 75)} \text{ Pfund setzen.}$$

Die Dichtigkeit γ_1 des Wassers ist 66 Pfund, daher das Verhältniß der Dichtigkeiten des Wasserdampfes und des Wassers zu einander

$$\frac{\gamma^1}{\gamma} = \frac{\gamma}{66} = \frac{0{,}000053894\,p}{1 + 0{,}00367\,(111{,}35\sqrt[6]{p} - 75)},$$

und umgekehrt, das Verhältniß zwischen dem Volumen des Dampfes und dem des Wassers bei gleichem Gewichte, oder das sogenannte specifische Volumen des Wasserdampfes im Maximo der Spannung:

$$\mu = \frac{V}{V_1} = \frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{1 + 0{,}00367\,(111{,}35\sqrt[6]{p} - 75)}{0{,}000053894\,p}.$$

Diese Verhältnißzahl läßt sich, nach Navier, annähernd sehr einfach auch so ausdrücken: $\mu = \frac{\alpha}{\beta + p}$, und in Zahlen, wenn p den Dampfdruck auf ein Quadratmeter ausdrückt,

$$\mu = \frac{1000}{0{,}09 + 0{,}0000484\,p} = \frac{20'660000}{1859{,}5 + p}.$$

Nach Pambour ist aber diese Formel nur bei hohen Temperaturen hinreichend genau, giebt bei Spannungen unter einer Atmosphäre zu große Abweichungen, weshalb er für Dampf mit niedrigem Drucke

$\mu = \frac{20'000000}{1200 + p}$ und für Dampf von hoher Spannung $\mu = \frac{21'232000}{3020 + p}$

nimmt und bei seiner Theorie der Dampfmaschinen zum Grunde legt.

Führen wir das preußische Maaß ein, drücken wir also durch p den Dampfdruck in Pfunden auf einen Quadratzoll aus, so erhalten wir

für Dampf von niedrigem Drucke: $\mu = \frac{29251}{1{,}755 + p}$ und

für Dampf von hohem Drucke: $\mu = \frac{31053}{4{,}417 + p}$.

§. 295. Drücken wir die Expansivkraft in Atmosphären zu 10336 Kilogramme pro Quadratmeter aus, so haben wir zu setzen, Volumentabelle.

für Dampf von schwacher Spannung: $\mu = \frac{1935}{0{,}1161 + p}$

für solchen von hoher Spannung: $\mu = \frac{2054}{0{,}2922 + p}$.

Volumentabelle.

Nach dieſen Formeln ſind die Werthe in folgender Tabelle berechnet worden.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	16666	8954	6121	4650	3749	3141	2702	2371	2112	1904
1	1734	1591	1470	1366	1276	1197	1127	1065	1010	960
2	914	873	835	801	769	740	713	689	664	642
3	621	602	584	566	550	535	528	515	503	490
4	479	467	457	447	438	429	420	412	403	396
5	388	381	374	367	361	355	349	343	337	332
6	326	321	316	312	307	302	298	294	290	286
7	282	278	274	271	267	264	260	257	254	251
8	248	245	242	239	236	234	231	228	226	223
9	221	219	216	214	212	210	208	206	204	202
10	200	198	196	194	192	190	188	187	185	184
11	182	180	178	177	175	174	172	171	169	168
12	167	166	164	163	162	161	159	158	157	156
13	154	153	152	151	150	149	148	147	146	145
14	144	143	142	141	140	139	138	137	136	135
15	134	133	133	132	131	130	129	128	128	127

Die Einrichtung dieſer Tabelle ſtimmt ganz mit der Tabelle auf S. 540 über die Expanſivkraft der Waſſerdämpfe überein. Es iſt hiernach z. B. das ſpecifiſche Dampfvolumen bei 1,3 Atmoſphären = 1366, weil die letztere Zahl in der mit 1 anfangenden Horizontale und in der unter 3 ſtehenden Vertikalcolumne zugleich ſteht. Ferner giebt hiernach ein Cubikfuß Waſſer bei 4,2 Atmoſphärendruck 457 Cubikfuß Dampf, denn die letzte Zahl ſteht an der Stelle, wo die mit 4 anfangende Horizontal- und die mit 2 beginnende Vertikalcolumne ſich ſchneiden. Bei der Dampfſpannung von $3\frac{1}{2}$ Atmoſphären fällt der genaue Werth von μ in die Mitte von denjenigen Werthen, welche die letzten Formeln angeben; es iſt nämlich der erſtere = 538, wogegen die erſtere Formel denſelben = 535 und die letztere 542 giebt, und deshalb ſind denn auch für Spannungen unter $3\frac{1}{2}$ Atmoſphären die Volumina nach der erſteren, und für Spannungen über $3\frac{1}{2}$ Atmoſphären dieſelben nach der zweiten Formel berechnet worden. Bei Dampfſpannungen unter 0,4 Atmoſphären weichen die nach der erſten Formel berechneten und in der letzten Tabelle aufgeführten Werthe viel von den nach der genauen Formel beſtimmten Werthen ab,

und die Zahl 16666 für Dampf von 0 Spannung iſt natürlich eine ganz unzuläſſige. Die genauere Beſtimmung giebt Volumentafel.

für 0,1 Atmoſphäre $\mu = 14505$,
» 0,2 » $\mu = 7563$,
» 0,3 » $\mu = 5175$,
» 0,4 » $\mu = 3957$.

Anmerkung 1. Man erſieht aus dem Vorſtehenden, daß die Dichtigkeit des geſättigten Waſſerdampfes mit der Temperatur oder Expanſivkraft wächſt und der des Waſſers ſelbſt immer näher und näher kommt. Nach der genauen Formel würde bei der Schmelzhitze des Zinkes die Dichtigkeit des Dampfes $\frac{1}{4}$ von der des Waſſers und bei der Rothglühhitze des Eiſens dieſelbe gleich der des Waſſers ſein.

Anmerkung 2. Man hat auch die Dichtigkeiten anderer Dämpfe beſtimmt. S. Pouillet's Phyſik, Band II. Während die Dichtigkeit des Waſſerdampfes 0,623 von der der Luft gefunden wurde, hat ſich die des Alkoholdampfes 1,613, die des Terpentinöldampfes 5,013, die des Queckſilberdampfes 6,976 u. ſ. w. ergeben.

Beiſpiele. 1) Welches Waſſerquantum iſt zur Erzeugung einer Dampfmenge Q von 500 Cubikfuß bei 3 Atmoſphären Druck nöthig? Nach der Formel

$$\mu = \frac{1935}{0{,}1161 + p}$$ iſt,

wenn man hierin $p = 3$ ſetzt, das ſpecifiſche Dampfvolumen

$$\mu = \frac{1935}{3{,}1161} = 621,$$

daher das geſuchte Waſſerquantum

$$Q_1 = \frac{Q}{\mu} = \frac{500}{621} = 0{,}805 \text{ Cubikfuß} = 0{,}805 \,.\, 66 = 53{,}1 \text{ Pfund}.$$

2) Welches Waſſerquantum entſpricht einer Dampfmenge von 500 Cubikfuß bei 3 Atmoſphären Druck und bei 150 Grad Wärme? Da der letzten Temperatur eine Spannung von 4,607 Atmoſphären entſpricht, ſo iſt dieſer Dampf ungeſättigt, und daher ſeine Dichtigkeit nach der Formel $\gamma = \frac{0{,}003557\, p}{1 + 0{,}00357\, t}$, worin $p = 3 \,.\, 15{,}05 = 45{,}15$ und $t = 150$ zu ſetzen iſt, zu berechnen. Hiernach folgt $\gamma = \frac{0{,}003557 \cdot 45{,}15}{1{,}5505} = 0{,}1035$ Pfund, daher das Gewicht von 500 Cubikfuß, $= 0{,}1035 \,.\, 500 = 51{,}75$ Pfund, und das entſprechende Waſſerquantum

$$Q_1 = \frac{51{,}75}{66} = 0{,}784 \text{ Cubikfuß}.$$

§. 296. Die Wärme, welche zur Verwandlung des Waſſers in Dampf nöthig iſt, wird in der Regel durch Verbrennung von Körpern gewonnen. Die Verbrennung (franz. und engl. combustion) beſteht in einer raſchen Verbindung eines Körpers, des Brennſtoffes (franz. combustible; engl. fuel), mit Sauerſtoff (franz. oxygène; engl. oxygen). Als Brennſtoff werden vorzüglich kohlenſtoffhaltige Körper benutzt, den Sauerſtoff aber liefert die atmoſphäriſche Luft, die im gewöhnlichen Zu- Erwärmungskraft.

Erwärmungskraft.

stande 23 Procent dieses Stoffes enthält. Die **Erwärmungskraft** (franz. puissance calorifique; engl. warming power) oder die Wärmemenge, welche bei der Verbrennung entwickelt wird, ist bei verschiedenen Brennstoffen sehr verschieden, z. B. bei Wasserstoffgas größer als bei Kohlenstoff, und bei diesem größer als bei Holz u. s. w. Es haben **Rumford**, **Lavoisier** und **Laplace**, ferner **Despretz** und vorzüglich noch **Dulong** Versuche über die Erwärmungskraft verschiedener Körper angestellt, und hierbei vorzüglich aus der Stärke der Erwärmung einer bestimmten Wassermenge, welche durch Verbrennung einer bestimmten Quantität des Brennstoffes erlangt wurde, auf die Erwärmungskraft des letzteren geschlossen. Auf diesem Wege hat z. B. **Dulong** gefunden, daß 1 Gramm Wasserstoffgas bei seiner Verbrennung 34600 Gramm Wasser um einen Grad erwärmt und dazu 4,32 Gramm Sauerstoff verbraucht; daß dagegen 1 Gramm Kohlenstoff hierbei nur 7290 und 1 Gramm Kohlenoxydgas gar nur 2490 Gramm Wasser um einen Grad in der Temperatur erhöht, jenes aber 2,73 Gramm und dieses 4,36 Gramm Sauerstoff erfordert. Nach §. 282 ist folglich die Erwärmungskraft des Wasserstoffgases = 34600, die des Kohlenstoffes = 7290 und die des Kohlenoxydgases = 2490 Wärmeeinheiten (calories).

Was die zur Verbrennung nöthige Sauerstoffmenge anlangt, so läßt sich diese auch direct aus dem Producte der Verbrennung berechnen. Bei der Verbrennung von Kohle ist dieses Product **Kohlensäure** (franz. acide carbonique; engl. carbonic acid), und diese besteht aus 27,36 Theilen Kohlenstoff und 72,64 Theilen Sauerstoff; daher erfordert denn ein Gramm Kohlenstoff zu seiner Verbrennung $\frac{72,64}{27,36} = 2,65$ Gramm Sauerstoff, oder $\frac{2,65}{0,23} = 11,52$ Gramm atmosphärische Luft.

Brennstoffe.

§. 297. Folgende Tabelle giebt die Wärmemengen der vorzüglichsten Brennstoffe und zugleich die zur Verbrennung nöthigen Luftmengen an. Was die ersteren betrifft, so weist die Erfahrung nach, daß selbst bei den besten Feuerheerden nur 55 bis 65 Procent der angegebenen Zahlenwerthe wirklich benutzt werden. Die in der Tabelle aufgeführten Luftmengen sind aber um $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}$ größer, als die theoretisch bestimmten Werthe angenommen worden, weil sich immer ein Theil der zutretenden Luft der Verbrennung entzieht. Endlich werden in den letzten Columnen noch diejenigen Gasmengen angegeben, welche aus der Verbrennung hervorgehen und durch den Schornstein fortgeführt werden müssen.

Brennstoffe.

Brennstoffe.	Wärmemengen.	Kalte Luft zum Verbrennen, von 1 Pfund Brennstoff.	Aus der Verbrennung hervorgehende Gasmenge, reducirt auf 0°.	auf 300°.
Stark gedörrtes Holz . . .	3600 Cal.	102 Cbff.	111 Cbff.	233 Cbff.
Lufttrockenes Holz mit 20 Proc. Wasser	2800 »	82 »	93 »	194 »
Holzkohle	7000 »	248 »	248 »	519 »
Stark gedörrter Torf . . .	4800 »	171 »	178 »	371 »
Torf mit 20 Proc. Wasser .	3600 »	137 »	146 »	305 »
Torfkohle	5800 »	200 »	200 »	418 »
Mittlere Steinkohle . . .	7500 »	274 »	279 »	584 »
Koks mit 15 Proc. Asche . .	6000 »	227 »	227 »	475 »
Reine Koks	7050 »	250 »	250 »	520 »

Die gewöhnliche Temperatur in den Schornsteinen ist ungefähr 300°, weshalb die Zahlenwerthe in der letzten Columne eine besondere Wichtigkeit erhalten. Ist aber die Temperatur t, so hat man die in der vorletzten Columne aufgeführten Werthe mit $1 + 0{,}00367\,t$ zu multipliciren, um die durch den Schornstein abzuführende Gasmenge zu finden.

Beispiel. Wie viel lufttrockenes Holz ist nöthig, um 30 Cubikfuß Wasser von 10° Temperatur auf 70° zu erhitzen? Die nöthige Wärmemenge ist, wenn man den Cubikfuß Wasser 66 Pfund schwer annimmt,

$$66 \cdot 30 \,.\, (70 - 10) = 1980 \,.\, 60 = 118800 \text{ Cal.}$$

Nun liefert aber ein Pfund lufttrockenes Holz bei seiner Verbrennung 2800 Cal.; daher ist denn zu der geforderten Erwärmung $\frac{118800}{2800} = \frac{297}{7} = 42{,}43$ Pfund oder circa ein Cubikfuß Holz nöthig. Uebrigens ist die hierbei zur Verbrennung nöthige Luftmenge $= 82 \cdot 42{,}43 = 3479$ Cubikfuß, und die daraus hervorgehende Gasmenge bei 250° Temperatur

$= (1 + 0{,}00367 \,.\, 250) \,.\, 93 \,.\, 42{,}43 = 1{,}9175 \,.\, 93 \,.\, 42{,}43 = 7566$ Cubikfuß.

Brennstoffmenge.

§. 298. Es läßt sich nun auch leicht der Brennstoffaufwand berechnen, der zur Erzeugung einer gewissen Dampfmenge nöthig ist. Wir haben oben (§. 285) angegeben, daß die Gesammtwärme des Dampfes von t^0 Temperatur (nach Regnault) $W = 606{,}5 + 0{,}305\,t$ ist, und können daher die Wärmemenge, welche nöthig ist, um 1 Pfund Wasser von t_1 Temperatur in Dampf von der Temperatur t zu verwandeln, setzen: $W = 606{,}5 + 0{,}305\,t - t_1$ Calor., oder genauer, da der Temperatur t_1 des Wassers die Wärmemenge

$$W_1 = t_1 + 0{,}00002\,t_1^2 + 0{,}0000003\,t_1^3 \text{ entspricht,}$$

$$W = 606{,}5 + 0{,}305\,t - (1 + 0{,}00002\,t_1 + 0{,}0000003\,t_1^2)\,t_1 \text{ Cal.}$$

Brennstoffmenge.

Bis jetzt, oder bevor die Versuche von Regnault bekannt waren, berechnete man die Wärmemenge des Dampfes entweder mittels einer hypothetischen Formel von Watt oder mittels einer anderen von Southern. Nach Watt, Sharp, Clément-Déformes, und zumal nach den neueren Beobachtungen von Pambour wäre die Gesammtwärme des Dampfes bei allen Temperaturen eine und dieselbe, nähme also die latente Wärme ab, wenn die sensible Wärme eine größere wird. Nimmt man an, daß bei der Bildung des Dampfes von 100° Temperatur eine Wärmemenge von 540 Cal. gebunden wird, so hat man hiernach die Wärmemenge, welche bei der Verwandlung des Wassers von $t_1{}^0$ Temperatur in Dampf von jeder Temperatur nöthig ist, einfach

$$W = 540 + 100 - t_1 = 640 - t_1.$$

Nach Southern, Poncelet u. s. w. wäre hingegen die latente Wärme des Dampfes constant (540 Cal.), nähme also die Gesammtwärme mit der Temperatur zu, und daher die Wärmemenge

$$W = 540 + t - t_1.$$

Nimmt man die Temperatur t_1 des Wassers = Null, und setzt man die des Dampfes $t = 100, 125, 150$ u. s. w., so läßt sich folgende Vergleichung machen.

Temperatur des Dampfes.		50°	75°	100°	125°	150°	175°	200°
Wärmemenge nach	Watt	640	640	640	640	640	640	640
	Southern	615	590	640	665	690	715	740
	Regnault	611,7	629,4	637	644,6	652,2	659,9	667,5

Man ersieht hieraus, daß bei Temperaturen von 100 bis 150 Grad, wie sie bei Dampfmaschinen meist vorkommen, das Watt'sche Gesetz nicht bedeutend von der Regnault'schen Formel abweicht, daß dagegen bei Temperaturen über 120 Grad die Southern'sche Regel auf ansehnlichere Abweichungen führt.

Wenn man, nach Regnault, $W = 606{,}5 + 0{,}305\,t - t_1$ setzt, so erhält man das Wärmequantum, welches zur Verwandlung der Wassermenge $Q\gamma$ Pfund in Dampf nöthig, d. i.

$$W = (606{,}5 + 0{,}305\,t - t_1)\,Q\gamma \text{ Calorien.}$$

Nehmen wir für t und t_1 Mittelwerthe, setzen wir $t = 125$ und $t_1 = 15$ Grad, so erhalten wir $W = 630$ Cal.

Wenden wir reinen Kohlenstoff zur Verbrennung an, und setzen wir voraus, daß $^2/_3$ der dadurch entwickelten Wärme zur Wirkung gelange, so können wir die durch ein Pfund Kohle gewonnene Wärmemenge

$= 2/3 \cdot 7050 = 4700$ Cal. setzen, und da nach der letzten Regel die Wärmemenge, welche ein Pfund Wasser von 10° Temperatur zur Verwandlung in Dampf erfordert, 630 Cal. ist, so läßt sich hiernach annähernd als richtig annehmen, daß jedes Pfund Kohlenstoff bei seiner Verbrennung $\frac{4700}{630} = 7\frac{1}{2}$ Pfund Dampf liefere oder ein Pfund Dampf zu seiner Erzeugung $2/15 = 0{,}133$ Pfund Kohlenstoff erfordere. Erfahrungsmäßig giebt ein Pfund Steinkohle 5 bis 7 Pfund, ein Pfund Koks $4\frac{2}{3}$ bis 5,8, ein Pfund Holzkohle 6 und ein Pfund Holz 2,5 bis 2,7 Pfund Dampf. (S. Guide du chauffeur par Grouvelle et Jaunez.) Brennstoffmenge.

Beispiel. Welchen Steinkohlenaufwand erfordert eine Dampfmaschine stündlich, welche in jeder Minute 500 Cubikfuß Dampf von 3 Atmosphären Spannung consumirt, wenn das Speisewasser eine Temperatur von 30° hat? Nach der Tabelle in §. 292 entspricht 3 Atmosphären Spannung die Temperatur $t = 135$ Grad, und nach der Tabelle in §. 295 erfordern 500 Cubikfuß Dampf bei 3 Atmosphären Spannung $\frac{500}{621}$ Cubikfuß $= \frac{500}{621} \cdot 66 = 53{,}14$ Pfund Wasser, und dieses erfordert nach der Formel

$$W = (606{,}5 + 0{,}305\, t - t_1)\, Q\gamma_1 = (606{,}5 + 0{,}305 \cdot 135 - 30) \cdot 53{,}14$$
$$= (606{,}5 + 41{,}2 - 30) \cdot 53{,}14 = 617{,}5 \cdot 53{,}14 = 32814 \text{ Cal.}$$

Nehmen wir an, daß ein Pfund Steinkohle effectiv 4000 Cal. Wärme liefere, so erhalten wir die nöthige Steinkohlenmenge pro Minute:

$$K = \frac{W}{4000} = \frac{32814}{4000} = 8{,}203 \text{ Pfund},$$

also stündlich $= 60\, K = 492{,}18$ Pfund, oder, wenn man den Scheffel Steinkohle 96 Pfund schwer annimmt, $\frac{492{,}18}{96} = 5{,}13$ Scheffel.

Drittes Kapitel.

Von den Dampferzeugungsapparaten.

§. 299. Der Dampfkessel (franz. la chaudière à vapeur; engl. the steam boiler) ist das metallene Gefäß, in welchem das Wasser erhitzt und in Dampf verwandelt wird. Ein zweckmäßiger Dampfkessel soll in einer gegebenen Zeit eine bestimmte Dampfmenge von einer bestimmten Spannung bei möglich kleinstem Brennmaterialaufwand und der größten Sicherheit vor dem Zersprengen liefern. Um diesen Erfordernissen zu genügen, hat man zu demselben ein geeignetes Material auszuwählen, ihm bestimmte Formen und Dimensionen zu geben, ihn mit den nöthigen Dampfkessel.

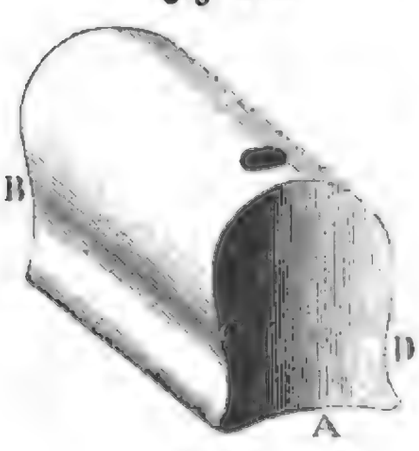
Dampfkessel. Hülfsvorrichtungen auszurüsten u. s. w. Als Material zu Dampfkesseln wird in der Regel starkes Eisenblech verwendet, sehr selten verbraucht man hierzu Kupferblech, und nur zu engen oder röhrenförmigen Kesseln verwendet man Gußeisen oder Messing. Die Verbindung der Bleche unter einander erfolgt durch starke, dicht neben einander stehende Nietnägel (franz. cloues rivés; engl. rivets). Dem Kupfer würde wegen seines größeren Leitungsvermögens (s. II., §. 276) der Vorzug vor dem Eisen zu geben sein, allein wegen der großen Kostspieligkeit wendet man dasselbe zu Dampfkesseln selten an.

Was die Form der Dampfkessel anlangt, so hat man zu berücksichtigen, daß von derselben die Haltbarkeit und das Verdampfungsvermögen zugleich abhängen. Die Haltbarkeit oder die Widerstandsfähigkeit eines Kessels fällt jedenfalls um so größer aus, je regelmäßiger und abgerundeter seine Form ist, das Verdampfungsvermögen hingegen nimmt um so mehr zu, je größer die Oberfläche des Kessels ist, je mehr also dieselbe von einer regelmäßigen und abgerundeten Form abweicht. Da diese Forderungen einer zweckmäßigen Kesselform einander widerstreiten, so hat man immer einen Mittelweg einzuschlagen, und die Form von der Dampfspannung abhängig zu machen, namentlich zur Erzeugung von stark gespannten Dämpfen mehr runde und zur Erzeugung von schwachen Dämpfen mehr eckige Kesselformen auszuwählen. Ein aus Röhren oder einzelnen Kesseln bestehender Dampferzeugungsapparat ist in beiderlei Beziehung zweckmäßig; er bietet dem Feuer eine größere Erwärmungsfläche dar und gewährt auch eine größere Sicherheit.

Dampfkesselformen. §. 300. Nach den Formen lassen sich die Kessel in folgende Klassen bringen.

1. Die Wagen- oder Kofferkessel nach Watt, Fig. 413. Dieselben lassen sich nur bei Dampf mit kleiner Spannung (4 bis 6 Pfund Ueberdruck auf den Quadratzoll) anwenden, weil sie bei höheren Spannungen keine hinreichende Haltbarkeit besitzen. Das Feuer geht hier an der Unterfläche *A* hin und dann noch einmal an den Seiten *BC*, *CD* . . . um den ganzen Kessel herum, ehe es in den Schornstein tritt.

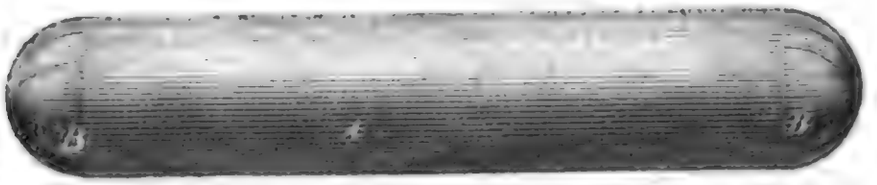
Fig. 413.



2. Die Walzenkessel mit äußerer Feuerung, Fig. 414 auf folgd. Seite. Dieselben werden vorzüglich zur Erzeugung von Dämpfen

mit hoher Spannung gebraucht. Die Endflächen dieser Kessel sind nicht eben, sondern in der Regel von Kugelsegmenten oder Halbkugeln *B*, *B* Dampfkesselformen.

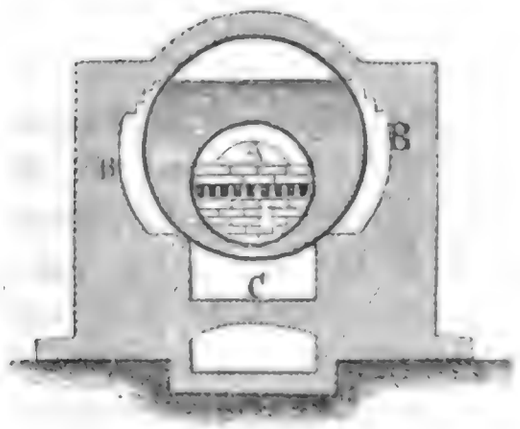
Fig. 414.



gebildet. Die Züge sind hier dieselben wie bei den Wagenkesseln, zuweilen, namentlich wenn die Kessel groß sind, legt man noch eine Feuer- oder Rauchröhre durch den Kessel, durch welche die Feuerluft zurückströmt, ehe sie in die Seitenzüge tritt.

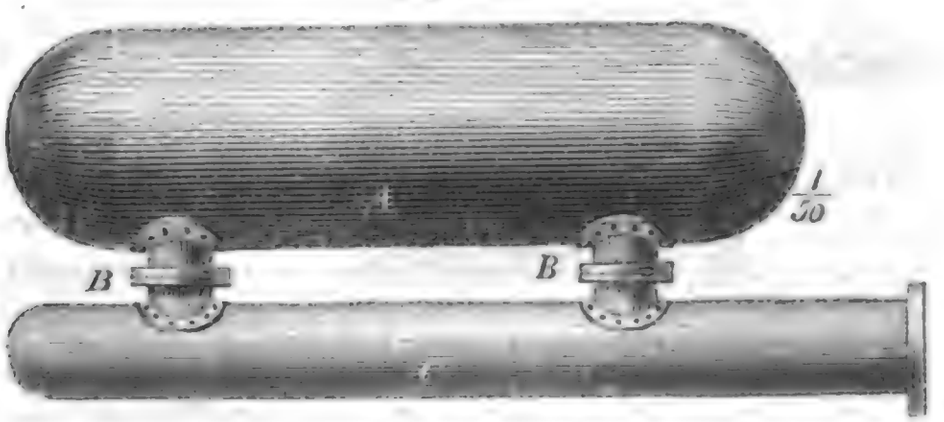
3. Die Walzenkessel mit innerer Feuerung, Fig. 415. Hier befindet sich der Feuerraum und Rost in einer Röhre *A*, die durch den ganzen Kessel hindurchgeht. Diese Kessel werden vorzüglich bei Dampfschiffen angewendet, wo es darauf ankommt, an Raum und Gewicht zu ersparen und den ganzen Ofen aus Metall zu bauen. Die Feuerluft geht hier, nachdem sie das Innere des Kessels durchlaufen hat, in Seitenzügen *B*, *B* noch einmal um den ganzen Kessel herum, und wohl auch in einem Zuge *C* unter dem Kessel hin.

Fig. 415.



4. Kessel mit Siederöhren oder Siedern (à bouilleurs), Figur 416. Die Siederöhre *C* liegt unter dem eigentlichen Kessel *A* (Hauptkessel)

Fig. 416.



und ist mit diesem durch vertikale Röhren *B*, *B* verbunden. Der Vortheil dieser Kessel ist einleuchtend; der Hauptkessel kommt hier gar nicht in das eigentliche Feuer und wird daher sehr geschont; die Siederöhren aber können, da sie enger sind, auch schwächere Wände bekommen.

Figur 4. Verstellbare Zeichenfeder. Fig. 4/5. Die beiden Backen ergreifen, durch die Schraube gegen einander gedrückt, die Reißfeder.

eigen, damit diese nur so weit von einander sich entfernen, als nöthig ist, um die Reißfeder zu ergreifen. Fig. 4/5. Die Backen sind mit Elfenbein, in dem sie sich berühren, versehen, damit sie die Reißfeder nicht beschädigen, wenn sie durch die Schraube gegen dieselbe gedrückt werden. Fig. 6. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen, ist mit der in Fig. 1 abgebildeten Reißfeder in Hinsicht der Einrichtung ganz gleich, nur ist die Spitze der Reißfeder nicht so lang, und die Backen sind nicht so weit von einander entfernt, wie dieß bei der Reißfeder in Fig. 1 der Fall ist. Fig. 7. Eine Reißfeder, welche man zum Ziehen von Kreislinien, z. B. Kreis- und Ellipsenlinien, gebraucht. Fig. 8. Eine Reißfeder, welche man zum Ziehen von Kreislinien, z. B. Kreis- und Ellipsenlinien, gebraucht. Fig. 9. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 6. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 7. Reißfeder zu Kreislinien.

Fig. 8. Reißfeder zu Kreislinien.

Fig. 9. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 10. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 11. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 12. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 10. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 11. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 12. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 13. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 14. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 15. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 13. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 14. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 15. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 16. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 17. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 18. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 16. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 17. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 18. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 19. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 20. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 21. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 19. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 20. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 21. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 22. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 23. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 24. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 22. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 23. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 24. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 25. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 26. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 27. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 25. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 26. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 27. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 28. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 29. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 30. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 28. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 29. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 30. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 31. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 32. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 33. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 31. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 32. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 33. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 34. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 35. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 36. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 34. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 35. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 36. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 37. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 38. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 39. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 37. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 38. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 39. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 40. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 41. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 42. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 40. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 41. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 42. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 43. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 44. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 45. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 43. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 44. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 45. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 46. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 47. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 48. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 46. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 47. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 48. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 49. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 50. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 51. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 49. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 50. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 51. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 52. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 53. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 54. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 52. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 53. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 54. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 55. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 56. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 57. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 55. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 56. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 57. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 58. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 59. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 60. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 58. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 59. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 60. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 61. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 62. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 63. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 61. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 62. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 63. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 64. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 65. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 66. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 64. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 65. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 66. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 67. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 68. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 69. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 67. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 68. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 69. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 70. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 71. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 72. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 70. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 71. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 72. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 73. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 74. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 75. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 73. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 74. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 75. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 76. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 77. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 78. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 76. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 77. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 78. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 79. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 80. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 81. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 79. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 80. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 81. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 82. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 83. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 84. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 82. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 83. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 84. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 85. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 86. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 87. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 85. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 86. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 87. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 88. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 89. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 90. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 88. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 89. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 90. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 91. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 92. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 93. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 91. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 92. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 93. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 94. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 95. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 96. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 94. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 95. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 96. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 97. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 98. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 99. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 97. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 98. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 99. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 100. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 101. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 102. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 100. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 101. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 102. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 103. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 104. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 105. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 103. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 104. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 105. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 106. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 107. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 108. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 106. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 107. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 108. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 109. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 110. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 111. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 109. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 110. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 111. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 112. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 113. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 114. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 112. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 113. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 114. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 115. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 116. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 117. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 115. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 116. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 117. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 118. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 119. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 120. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 118. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 119. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 120. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 121. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 122. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 123. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 121. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 122. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 123. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 124. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 125. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 126. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 124. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 125. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 126. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 127. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 128. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 129. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 127. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 128. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 129. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 130. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 131. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 132. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 130. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 131. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 132. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 133. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 134. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 135. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 133. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 134. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 135. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 136. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 137. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 138. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 136. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 137. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 138. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 139. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 140. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 141. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 139. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 140. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 141. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 142. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 143. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 144. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 142. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 143. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 144. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 145. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 146. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 147. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 145. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 146. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 147. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 148. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 149. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 150. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 148. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 149. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 150. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 151. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 152. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 153. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 151. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 152. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 153. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 154. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 155. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 156. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht.

Fig. 154. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 155. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 156. Reißfeder zu Linien mit Pinselstrichen.

Fig. 157. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 158. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselstrichen gebraucht. Fig. 159. Eine andere Reißfeder, welche man zu Linien mit Pinselst

Schrift »die Hochdruckdampfmaschine«. Henschel's Kessel hat eine oder mehrere schiefliegende Siederöhren und eine darüber horizontal liegende Dampfröhre. Von ihm ist noch einmal weiter unten (§. 311, Anmerk.) die Rede.

§. 301. Das Dampferzeugungsvermögen eines Kessels hängt vorzüglich von der Größe der Feuer-, Heiz- oder Erwärmungsfläche (franz. surface de chauffe; engl. heating surface), d. i. von demjenigen Theil der Oberfläche des Dampfkessels ab, welcher von dem Feuer und von der erwärmten oder Feuerluft bespielt wird, bevor sie in den Schornstein tritt. Die Angaben über die Größe der Heizfläche, welche einer gegebenen Dampfmenge entspricht, sind sehr verschieden; nach den neuesten Versuchen, welche Cavé hierüber angestellt hat (s. Bataille et Jullien, Traité des machines à vapeur), ist für eiserne Dampfkessel auf jedes Quadratmeter Heizfläche stündlich 19 Kilogramme Dampfquantum zu rechnen. Nach dem preuß. Maaß kommen hiernach auf 1 Quadratfuß Heizfläche 4 Pfund Dampf oder 104¾ Cubikzoll Wasser. Sehr oft bezieht man auch die Productionskraft der Dampfkessel auf Pferdekräfte, oder auf das Arbeitsvermögen des erzeugten Dampfes. Nach Grouvelle kann man auf jede Pferdekraft rechnen: für Hochdruckdampfmaschinen mit Condensation 1 Quadratmeter = 10 Quadratfuß Erwärmungsfläche, für solche ohne Condensation aber 1,3 Quadratmeter = 13 Quadratfuß, für Tiefdruckmaschinen aber 1,4 Quadratmeter = 14 Quadratfuß. Die letzteren Angaben lassen aber noch eine große Unsicherheit zurück, da eine Maschine um so weniger Dampf erfordert, je vollkommener sie ist. Maschinen, welche auch noch den Theil der Arbeit benutzen, welchen der Dampf durch Expansion verrichten kann, erfordern deshalb eine kleinere Heizfläche als Maschinen ohne Expansion. Uebrigens bezieht sich die obige Angabe auch nur auf feststehende Dampfmaschinen, denn bei Dampfschiffkesseln ist das Dampfquantum pro Quadratmeter 30 bis 35 Kilogramme und bei Dampfwagenkesseln gar 100 bis 130 Kilogramme; also im ersten Falle 6½ bis 7½ Pfund, und im letzteren 21 bis 26 Pfund Dampf auf jeden Quadratfuß Heizfläche zu rechnen. Die Heizfläche ist natürlich nur ein Theil der ganzen Kesseloberfläche. Bei den Wagen- und Walzenkesseln ist sie ungefähr nur die Hälfte, bei denjenigen mit Siedern kann sie aber auf ⅔ des Inhaltes sämmtlicher Oberflächen steigen. Heizfläche.

Es ist endlich leicht zu ermessen, daß das Productionsvermögen eines Dampfkessels auch noch von der Dicke und von der Beschaffenheit der Kesselwände, sowie von der Lage derselben gegen den Feuerstrom abhängt, und daß dasselbe durch die Temperaturdifferenz zwischen dem Kessel und Feuerheerde bedingt ist. Rasche Verbrennung erzeugt ein intensiveres Feuer und giebt daher auch ein großes Verdampfungsvermögen, wie z. B. bei den Dampfwagenkesseln, wo ein künstlicher Luftzug angewendet wird.

Wasser- und Dampfraum.

§. 302. Die Größe eines Dampfkessels wird vorzüglich durch die von dem zu erzeugenden Dampfquantum abhängige Größe der Erwärmungsfläche bedingt, nächstdem hat aber auch das Verhältniß zwischen dem Dampf- und dem Wasserraume desselben einen Einfluß auf die Kesselgröße. Was den Wasserraum eines Dampfkessels anlangt, so muß dieser mindestens denjenigen Theil der Kesselfläche von innen bedecken, der von außen von der erhitzten Luft in den Zügen bespielt wird, weil außerdem das Glühen oder gar das Zerspringen des Kessels eintreten könnte. Der Sicherheit wegen läßt man in der Regel die Oberfläche des Wassers im Kessel 4 Zoll hoch über den Heizkanälen stehen. Es darf aber auch der Wasserraum in dem Kessel deshalb nicht sehr klein sein, damit kleine Unregelmäßigkeiten in der Zuführung des Speisewassers (franz. eau d'alimentation; engl. feed water) keine großen Veränderungen in der Temperatur und in dem Stande des Kesselwassers hervorbringen.

Auf der anderen Seite ist es aber auch nöthig, daß der Dampfraum keinen zu kleinen Theil des Kessels einnehme, damit kein Wasser vom Dampfe mechanisch mit fortgerissen werde und keine große Schwankungen in der Dampfspannung eintreten. In der Regel macht man den Dampfraum mindestens 12mal so groß, als das pro Spiel aus demselben abgeführte Dampfvolumen. Nach Zusammenstellungen des Artizan-Club (s. dessen Treatise on the Steam Engine) ist auf jede nominelle Pferdekraft einer Dampfmaschine zu setzen im Mittel: der Wasserraum = 5 engl. (= 4,85 preuß.), und der Dampfraum = 3,2 engl. (= 2,93 preuß.) Cubikfuß; also das Verhältniß des letzteren zum ganzen Fassungsraume des Kessels $= \frac{3,2}{8,2}$, oder ungefähr 0,4.

Nach Tredgold hat man den Dampfraum so groß zu machen, daß die Veränderlichkeit in der Dampfspannung, welche aus dem ungleichmäßigen Verbrauche des Dampfes entspringt, nicht größer als $\frac{1}{30}$ ausfällt. Halten wir dieses Verhältniß fest, so können wir folgende Beziehung ableiten. Es sei V der Dampfraum, C aber der mit gesättigtem Dampf auszufüllende Cylinderraum, und μ das Verhältniß der Abflußzeit zur Zeit eines ganzen Spieles, also $1 - \mu$ das Verhältniß der Sperrzeit zur Spielzeit. Dann läßt sich die während der Absperrung angesammelte Dampfmenge setzen: $V_1 = (1 - \mu) C$, und legt man $V_1 = \frac{1}{30} V$ zu Grunde, so erhält man endlich die Bedingung $V = 30 (1 - \mu) C$. Man hat also hiernach den Dampfraum um so größer zu machen, je größer das pro Spiel verbrauchte Dampfquantum ist und je länger die Unterbrechung des Dampfabflusses dauert. Diese Formel ist übrigens auf einfachwirkende und Expansionsmaschinen, wo $\mu = \frac{1}{2}$ oder weniger beträgt,

anwendbar, nicht aber auf doppeltwirkende Maſchinen ohne Expanſion, wo μ eine ſehr kleine Zahl iſt.

§. 303. Mit Zugrundelegung des Vorhergehenden laſſen ſich nun leicht die Dimenſionen der Dampfkeſſel berechnen, namentlich wenn man ſich mit Näherungswerthen begnügt und noch die Dimenſionsverhältniſſe giebt. Größe der Dampfkeſſel.

1. Für einen Wagen- oder Kofferkeſſel führt ſich die Rechnung auf folgende Weiſe. Es ſei die Länge eines ſolchen Keſſels $= l$, die mittlere Breite deſſelben aber $= b$ und die mittlere Höhe $= h$. Behandeln wir ihn als Parallelepiped, ſo haben wir für ſeinen Faſſungsraum $= bhl$, und nehmen wir den Dampfraum $= 0{,}4$ des Faſſungsraumes, ſo bekommen wir den Waſſerraum $= 0{,}6\ bhl$, und deſſen mittlere Höhe $= 0{,}6h$. Setzen wir nun voraus, daß die Heizfläche F den ganzen unteren Theil der Keſſelfläche bis zur Höhe $0{,}6h$ einnehme, ſo können wir ſetzen:

$F =$ Grundfläche $bl +$ vier Seitenflächen $2b \,.\, 0{,}6h + 2l \,.\, 0{,}6h$

$= bl + 1{,}2\,(b + l)\,h$. Nun iſt aber gewöhnlich $b = {}^3/_4 h$ und $l = {}^5/_2 h$ bis $3h$; behalten wir daher das erſtere Verhältniß bei, ſo folgt

$$F = {}^{15}/_8 h^2 + 1{,}2 \,.\, {}^{13}/_4 h^2 = 5{,}775\, h^2,$$

daher die mittlere Keſſelhöhe $h = \sqrt{\dfrac{F}{5{,}775}} = 0{,}416\sqrt{F}$,

die mittlere Keſſelbreite $= 0{,}312\sqrt{F}$

und die Keſſellänge $= 1{,}040\sqrt{F}$.

Da der Waſſerſpiegel im Keſſel noch einige Zoll über den Feuerkanälen ſtehen muß und durch die Auflagerung des Keſſels noch ein Theil der Heizfläche verloren geht, ſo hat man allen dieſen Dimenſionen noch etwas zuzuſetzen, oder nach Befinden den Dampfraum kleiner als 0,4 des Faſſungsraumes zu nehmen.

2. Bei dem Walzenkeſſel ohne Siederöhren und mit äußerer Feuerung führt ſich die Rechnung auf folgende Weiſe. Setzen wir wieder den Dampfraum $= 0{,}4$ des ganzen Faſſungsraumes, ſo können wir nach der Kreisſegmententafel (ſ. Ingenieur, S. 218) den Centriwinkel, welcher dem Dampfraume entſpricht, $= 133{}^1/_2{}^0$, und daher den Centriwinkel, welcher dem Waſſerraume oder der Feuerfläche entſpricht, $= 360^0 - 133{}^1/_2{}^0 = 226{}^1/_2{}^0$ ſetzen. Nun iſt aber der hierzu gehörige Bogen für den Halbmeſſer 1, $= 3{,}953$; daher folgt der cylindriſche Theil der Erwärmungsfläche, wenn r den Halbmeſſer und l die Länge deſſelben bezeichnet, $= 3{,}953\, rl$. Was noch den die Kugelſegmente des Keſſels einnehmenden Theil der Erwärmungsfläche anlangt, ſo können wir denſelben

$= 2 \,.\, 0{,}6 \,.\, \pi r^2 \left[1 + \left(\dfrac{h}{r}\right)^2\right]$ ſetzen, wenn h die Höhe von jedem dieſer Segmente bezeichnet, und es iſt dieſemnach die Erwärmungsfläche

Größe der Dampfkessel.

$F = 3{,}953\, r\, l + 1{,}2\, \pi r^2 \left[1 + \left(\frac{h}{r}\right)^2\right]$. Gewöhnlich hat man aber $l = 8r$ bis $12r$; nehmen wir aber $l = 10r$, so bekommen wir

$$F = 39{,}53\, r^2 + 3{,}80\, r^2 \left[1 + \left(\frac{h}{r}\right)^2\right] = 43{,}33\, r^2 \left[1 + 0{,}1 \left(\frac{h}{r}\right)^2\right].$$

daher den Kesselhalbmesser $r = \sqrt{\dfrac{F}{43{,}33 \left[1 + 0{,}1 \left(\frac{h}{r}\right)^2\right]}}$,

oder einfacher $r = 0{,}152 \left[1 - 0{,}05 \left(\frac{h}{r}\right)^2\right] \sqrt{F}$. Für Kessel mit ebenen Endflächen ist $\frac{h}{r} = 0$ und für die Kessel mit halbkugelförmigen Endflächen $\frac{h}{r} = 1$. Aus oben angegebenen Gründen hat man aber den so berechneten Dimensionen r und l etwas zuzusetzen, oder einen kleineren Dampfraum anzuwenden.

3. Für einen Walzenkessel mit Siederöhren hat man, da hier in der Regel die letzteren ganz und die ersteren halb mit Feuerluft bespielt werden: $F = \pi r l + 2 n \pi r_1 l_1$, wo r und l den Halbmesser und die Länge des eigentlichen Kessels, r_1 und l_1 aber den Halbmesser und die Länge der Siederöhren, und n die Anzahl der letzteren ausdrückt. Gewöhnlich ist

$n = 2$, $r_1 = 0{,}4r$ und $l = l_1 = 10r$; daher $F = 26\, \pi r^2$,

also $r = \sqrt{\dfrac{F}{26\pi}} = 0{,}1106 \sqrt{F}$ und $r_1 = 0{,}04424 \sqrt{F}$.

In diesem Falle ist aber der Dampfraum $= 0{,}38$ des ganzen Fassungsraumes.

4. Bei Kesseln mit innerer Heizung ist die ganze innere Fläche als Heizfläche anzusehen.

Beispiel. Man soll die Dimensionen für einen Dampfkessel berechnen, welcher stündlich 520 Pfund Wasser in Dampf verwandelt. Rechnen wir auf jeden Quadratfuß Heizfläche stündlich 4 Pfund Dampf, so erhalten wir hiernach die nöthige Heizfläche $F = \frac{520}{4} = 130$ Quadratfuß. Für einen Kofferkessel hat man nun die mittlere Höhe desselben $0{,}416 \sqrt{130} = 4{,}74$ Fuß, die mittlere Breite: $\frac{3}{4} \cdot 4{,}74 = 3{,}56$ Fuß, und die Länge $= \frac{5}{2} \cdot 4{,}74 = 11{,}85$ Fuß. Für einen Walzenkessel aber, wenn man den Segmenten die Höhe $h = \frac{1}{2} r$ giebt, den Halbmesser $r = 0{,}152\ (1 - 0{,}0125) \sqrt{130} = 0{,}150 \cdot 11{,}4 = 1{,}71$ Fuß, also die Kesselweite $= 3{,}42$ Fuß und die Länge des Mittelstückes $= 17{,}1$ Fuß, die ganze Kessellänge aber $= 17{,}1 + 1{,}71 = 18{,}81$ Fuß. Für einen Walzenkessel mit 2 Siederöhren ist dagegen der Halbmesser $r = 0{,}1106 \sqrt{130} = 1{,}26$ Fuß, also die Weite $= 2{,}52$ Fuß und dagegen die Weite einer Siederöhre $= 0{,}4 \cdot 2{,}52 = 1{,}008$ Fuß, folglich die Länge der Hauptröhre und die der Siederöhren $= 12{,}6$

Fuß. Wegen der Auflagerung und wegen des Spielraumes des Wasserspiegels ist diesen Dimensionen noch etwas zuzusetzen.

§. 304. Ein sehr wichtiges Verhältniß bei Dampfkesseln ist die Stärke oder Dicke der Kesselwand. Wir haben schon in I. §. 306 und in II. §. 268 die Beziehung zwischen Röhrenstärke e, Röhrenweite $2r$, und Druck p kennen gelernt, und können nun die dort gefundene Formel Kesselwandstärke

$$e = \frac{rp}{K} \text{ oder } e = \frac{rp}{K - \delta t E}$$

auch hier auf Dampfkessel oder Dampfröhren anwenden. Hierbei führt man gewöhnlich statt r den Durchmesser $d = 2r$, statt p aber den Ueberdruck von innen nach außen in Atmosphären und für K oder $K - \delta t E$ eine Mittelzahl K ein, und fügt auch noch ein Glied e_1 hinzu, welches die Stärke ausdrückt, die die Kesselwand haben muß, damit der Kessel der Wirkung seines eigenen Gewichtes und des Wassers in demselben widerstehe. In Frankreich ist die gesetzlich bestimmte Kesselwanddicke $e = 1{,}8\,p\,d + 3$ Millimeter, wo d in Metern gegeben sein muß. Das preußische Dampfkesselgesetz hingegen schreibt vor:

$$e = \left(2{,}71828^{0{,}003p} - 1\right) r + 0{,}1 \text{ Zoll},$$

oder annähernd und für die gewöhnlich vorkommenden Fälle hinreichend genau, $e = 0{,}0015\,p\,d + 0{,}1$ Zoll, wo d in Zollen auszudrücken ist. Denjenigen Theilen des Kessels, welche unmittelbar mit dem Feuer in Berührung kommen, muß man eine größere Dicke geben. Siederöhren, welche ganz vom Feuer umspielt werden, erhalten 1,6 mal so viel Dicke, als die Formel angiebt; das Kesselblech unmittelbar über dem Feuer oder Rost erhält die 1,5- und Kesselblech, welches 5 bis 15 Fuß hiervon absteht, erhält die 1,2fache Dicke. Für kupferne Kessel gelten dieselben Regeln wie für schmiedeeiserne Kessel.

Gußeiserne Siederöhren sollen nach französischen Vorschriften 5mal so dick sein, als schmiedeiserne oder kupferne, nach preußischen Vorschriften ist aber die Dicke dieser Röhren nach der Formel

$$e = \left(2{,}71828^{0{,}01p} - 1\right) r + \tfrac{1}{3} \text{ Zoll},$$

oder annähernd nach dem Ausdrucke $e = 0{,}005\,p\,d + \frac{1}{3}$ Zoll zu bestimmen.

Um die Mittheilung der Wärme durch die Kesselwand zu erleichtern und um eine sehr große Ungleichheit in der Spannung des Kesselbleches zu vermeiden, steigt man mit der Kesselstärke nicht gern auf $\frac{1}{2}$ Zoll, und wendet deshalb lieber engere und längere oder zwei oder mehrere Kessel statt einen an.

Keſſelwand-ſtärke.

Anmerkung. Die Formel $e = \frac{pr}{K}$ für die Stärke einer cylindriſchen Röhren- oder Keſſelwand, iſt nun ein beſonderer Fall der nach I., §. 321 leicht zu entwickelnden Formel $e_1 = \frac{p}{K\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1}\right)}$ für die Stärke einer nach den Halbmeſſern r und r_1 doppelt gekrümmten Keſſelwand. Wenden wir dieſe Formel auf die Endflächen eines cylindriſchen Keſſels an, und nehmen wir hierbei an, daß dieſelben durch Sphäroide von der Höhe h gebildet werden, ſo haben wir für die Stärke einer ſolchen Endfläche, da hier jeder der Krümmungshalbmeſſer (nach »Ingenieur«, S. 238), $= \frac{r^2}{h}$ iſt,

$$e_1 = \frac{p}{K\left(\frac{h}{r^2} + \frac{h}{r^2}\right)} = \frac{p\,r^2}{2\,K\,h}, \text{ und daher } \frac{e_1}{e} = \frac{r}{2\,h}.$$

Für halbkugelförmige Endflächen, iſt $h = r$, daher $e_1 = \frac{1}{2}e$ (Vergl. I., §. 306); wäre hingegen die Blechſtärke für die Endſegmente dieſelbe wie für den cylindriſchen Mittelkörper, hätte man alſo $e_1 = e$, ſo würde die Höhe $h = \frac{r}{2}$, d. i. der Hälfte von dem Halbmeſſer des Keſſels genommen werden können. Es iſt hiermit eine Abhandlung von Lamé in den Comptes rendus de l'Académie des Sciences, T. 30, oder das polytechn. Centralblatt, Jahrgang 1850, Nro. 19 zu vergleichen.

Beiſpiele. 1) Man will zur Erzeugung von Dämpfen von 4 Atmoſphären Spannung einen halbkugelförmig auslaufenden Walzenkeſſel von 4 Fuß Weite und 22 Fuß Länge conſtruiren, und fragt nun nach deſſen Stärke. Die Formel $e = 0{,}0015\,p\,d + 0{,}1$ Zoll giebt, wenn man $p = 4 - 1 = 3$ und $d = 4 \cdot 12 = 48$ Zoll einſetzt, die geſuchte Keſſelſtärke

$$e = 0{,}0015 \cdot 3 \cdot 48 + 0{,}1 = 0{,}316 \text{ Zoll}.$$

Nach preußiſchen Vorſchriften iſt den Keſſelblechen über dem Roſte noch die Hälfte an Stärke zuzuſetzen, alſo die Stärke $1{,}5 \cdot 0{,}316 = 0{,}474$ Zoll und den übrigen Blechen am Keſſelboden die Stärke $1{,}2 \cdot 0{,}316 = 0{,}379$ Zoll zu geben. Nach dem Obigen könnten die hemiſphäriſchen Enden nur halb ſo dick ſein, als der cylindriſche Theil der Keſſelwand, allein wegen der leichteren Herſtellung und wegen der Schwächung durch das ſtärkere Biegen ändert man an dieſen Stellen die Blechſtärken nicht.

2) Welche Wandſtärke ſoll man einem Kofferkeſſel von 6 Fuß Höhe, $4\frac{1}{2}$ Fuß Weite und 18 Fuß Länge ertheilen? Hier hat man ſtatt d die größte Weite einzuführen, welche 7 Fuß oder 84 Zoll betragen kann. Nimmt man nun den Ueberſchuß des inneren Druckes über den äußeren $\frac{1}{2}$ Atmoſphäre an, ſo erhält man die geſuchte Keſſelſtärke $e = 0{,}0015 \cdot \frac{1}{2} \cdot 84 + 0{,}1 = 0{,}163$ Zoll.

Feuerröhren.

§. 305. Es iſt nun noch die Frage zu beantworten: welche Stärken erfordern die durch den Keſſel gehenden und durch den Dampf von außen nach innen gedrückten Feuer- oder Rauchröhren? Um dieſe Frage zu beantworten, denken wir uns vorerſt einen Keſſel mit polygonalem

Durchschnitte ABG, Fig. 419, und nehmen nun an, daß in jedem der beiden Arbeitsräume A und B ... eine Kraft $= P$ ... nach innen wirke. Zerlegen wir nun jede dieser beiden Kräfte in eine normale und eine tangentiale Seitenkraft, wie in §. 288, so haben wir

$$\frac{P}{2\sin.\frac{\alpha}{2}}$$

Fig. 419.

pressflosskraft in jeder Seite: $Sinn. P$

$$\frac{P}{2\sin.\frac{\alpha}{2}},$$

oder, wenn wir den Centriwinkel $\alpha = ACB = BCD \ldots$ kein anderes, $= \omega$, ...

Nun ist aber der Druck P in jeder Orte, oder wiederum in jeder Momentenform, $= a\,r\,\mu\,p$ ipse, bedeutet folgt denn $S = r\,\mu\,p$. Je zwei der Kräfte $S.S \ldots$ bedeuten das paarlose tangentiale Kräftepaar zusammen, es ist daher $S = a\,r\,\mu$, oder $r\,\mu = a\,S$, und wir gelangen zu Kräften $= P$.

Da der Zeitschlitzmantel K für das Zeitschlitzen gelöst ist, ist der beschriebene, so folgt hiermit, daß bei gleichem Druck und gleicher Größe ein von außen gebrachter Kräfte schneller sein kann, als ein von innen gebrachter Kräfte. Diese Kräfte, die sogar in den Kräfte vollkommen sind, aber vielfachen Beobachtungen gefolgt (I. Traité des machines à vapeur, par Rateille a. I.) werden von außen gebrachte Kräfte schneller gebracht, wenn sie einmal sind, sogegen von innen gebrachten Kräften in diesen Falle fast noch ebenso stark fortwirken, als wenn sie ursprünglich wären; es kann also letzteren Kräfte nicht dieselben Kräfte haben, wie ersteren Kräfte. Um nun diese Erscheinung zu ergründen, denken wir uns gleich einen Kräfte mit Zeitschlitzmantel $ABDEC$,

Fig. 420.

Fig. 420, und bestimmen die Kräfte momente eines Momentenes AB zum benützten. Die Elementen $ABDEC$, welche rund herum auf dieß Elipse wirken, sind sich symmetrisch und zwei Richtungen gelegen. Ist die große Halbaxe $CA = a$ und die kleine Halbaxe $CB = b$, die Länge der Kräfte aber $= l$ und der Druck auf die Flächeneinheit $= p$, so

man auf bekannten hydrostatischen Gesetzen (I. §. 303) die Kräfte auf AB, in der Richtung von $B\,C$, $= a\,l\,p$ und die in der Richtung von AC, $= b\,l\,p$. Gleiche gesetzt sind die Kräfte auf die übrigen Seiten der Ellipse bestimmt; denken wir uns daher $A\,B$ als Schlussmit, so haben wir auf AB

Feuerröhren. folgende Hebelkräfte als wirkſam zu betrachten. Erſtens die Kraft $S=blp$ am Hebelarme $CB = b$ vom Drucke auf BD herrührend, zweitens die Summe alp der Kräfte $Q\ldots$, welche in der Richtung BC, und drittens die Summe blp der Kräfte $R\ldots$, welche in der Richtung AC auf AB wirken. Die erſte Kräfteſumme beſteht aus den Componenten

$$\frac{al}{n}p,\ \frac{al}{n}p\ \ldots\ \frac{al}{n}p \text{ mit den Hebelarmen } \frac{a}{n},\ \frac{2a}{n}\ \ldots\ \frac{na}{n},$$

und hat daher das Moment

$$\frac{al}{n}p\left(\frac{a}{n}+\frac{2a}{n}+\ldots+\frac{na}{n}\right)=\frac{a^2lp}{n^2}\,(1+2+3+\ldots+n),$$

oder da die Anzahl der Componenten unendlich groß zu nehmen iſt, das Moment $\frac{a^2lp}{n^2}\cdot\frac{n^2}{2}={}^1{}_2a^2lp$, und aus ähnlichen Gründen hat die zweite Kräfteſumme das Moment $\frac{1}{2}b^2lp$. Nun wirkt aber das Moment b^2lp von S den letzten beiden Momenten entgegen, es iſt daher das Brechungsmoment von AB, $=\frac{a^2lp}{2}+\frac{b^2lp}{2}-b^2lp=\frac{(a^2-b^2)\,lp}{2}$.

Iſt nun noch e die Dicke der Keſſelwand, ſo hat man für Zerdrücken des Keſſels in A zu ſetzen

$$le^2K=\tfrac{1}{2}\,(a^2-b^2)\,lp, \text{ und daher } e=\sqrt{\left(\frac{a^2-b^2}{2K}\right)p}.$$

Wird derſelbe Keſſel von innen nach außen gedrückt, ſo ſtellt ſich zwar das Biegungs- oder Brechungsmoment und alſo auch die nöthige Keſſelſtärke ebenſo groß heraus, allein es findet doch inſofern ein weſentlicher Unterſchied zwiſchen beiden Fällen ſtatt, als ein Druck von außen den Keſſel noch mehr deformirt, ein Druck von innen aber denſelben mehr der richtigen Cylinderform nahe bringt. Iſt nun durch das Zuſammenſetzen der Röhre ſchon eine gewiſſe Spannung in das Blech gekommen, ſo wird dieſe durch den Außendruck noch erhöht und dagegen durch den Innendruck vermindert, im erſten Falle alſo dem Zerſpringen näher und im zweiten Falle von demſelben entfernter geführt.

In Frankreich macht man deshalb auch die dem äußeren Drucke ausgeſetzten Röhren noch einmal ſo dick, als die inneren Druck auszuhaltenden Röhren, unter übrigens gleichen Verhältniſſen. Nach den Vorſchriften in Preußen hingegen iſt den Rauchröhren von Eiſenblech die Dicke

$$e=0{,}0067\ d\sqrt[3]{p}+0{,}05 \text{ Zoll},$$

und denen von Meſſingblech, die aber nie über 4 Zoll weit ſein dürfen, die Dicke $e=0{,}01\ d\sqrt[3]{p}+0{,}07$ Zoll zu geben.

Beiſpiel. Welche Wandſtärke muß man den 2 Zoll weiten Feuerröhren eines Dampfwagens geben, damit ſie den Außendruck von 5 Atmoſphären aushalten? Setzen wir $d=2$ und $p=5-1=4$, ſo bekommen wir nach

preußischen Vorschriften bei Anwendung von Eisen- oder Kupferblech die gesuchte Stärke Feuerröhren.

$$e = 0{,}0067 \,.\, 2\sqrt[3]{4} + 0{,}05 = 0{,}021 + 0{,}05 = 0{,}071 \text{ Zoll} = 0{,}85 \text{ Linien};$$

und bei Anwendung von Messingblech

$$e = 0{,}01 \,.\, 2\sqrt[3]{4} + 0{,}07 = 0{,}102 \text{ Zoll} = 1{,}22 \text{ Linien}.$$

Setzen wir in der Formel $e = \sqrt{\frac{(a^2 - b^2)\,p}{2K}}$, $a = 1$ und $b = 0{,}9$ Zoll, ferner $p = 4 \,.\, 15{,}05 = 60{,}2$ und $K = 6000$, so bekommen wir hingegen

$$e = \sqrt{\frac{0{,}19 \,.\, 60{,}2}{12000}} = \sqrt{0{,}000953} = 0{,}03 \text{ Zoll} = 0{,}36 \text{ Linien}.$$

Anmerkung 1. Bei Kesseln zur Erzeugung von Dämpfen mit niedrigem Drucke kommen auch ebene Seitenwände vor, und es ist nun noch zu untersuchen, welche Stärken hierbei in Anwendung zu bringen sind. Denken wir uns ein rectanguläres Blech $ABCD$, Fig. 421, von der Länge $AD = l$, Breite $AB = b$ und Dicke e, welches den Druck blp auszuhalten hat und ringsum an seinem Umfange festgehalten wird. Setzen wir den Druck, welchen die Seiten AB und CD aufzunehmen haben, $= Q$ und denjenigen, welchen die Seiten AD und BC aushalten müssen, $= R$, so haben wir nach I., §. 193 die Bogenhöhe

Fig. 421.

$$a = \tfrac{5}{8} \cdot \frac{Ql^3}{48\,WE} = \tfrac{5}{8}\,\frac{Rb^3}{48\,WE}, \text{ daher } Ql^3 = Rb^3, \text{ und } Q = \left(\frac{b}{l}\right)^3 R.$$

Nun ist aber auch $Q + R = blp$, also $\left[1 + \left(\frac{b}{l}\right)^3\right] R = blp$,

daher folgt denn $R = \frac{bl^4 p}{b^3 + l^3}$ und $Q = \frac{lb^4 p}{b^3 + l^3}$.

Damit $ABCD$ in einem Risse EF mitten durchbreche, ist nothwendig, daß $\frac{Rb}{16} = \frac{1}{6}\,l\,e^2\,K$, sei (s. I., §. 204). Es ist also $\frac{b^2 l^4 p}{b^3 + l^3} = \frac{8}{3}\,l\,e^2 K$,

d. i. $e = \sqrt{\frac{3b^2 l^3 p}{8\,(b^3 + l^3)\,K}}$ zu nehmen.

Setzen wir $\frac{8}{3}\,K = 6000$, so bekommen wir $e = 0{,}0129\,b\,\sqrt{\frac{l^3 p}{b^3 + l^3}}$,

z. B. für $l = 2b$, $e = 0{,}0129\,b\,p\,\sqrt{\frac{8}{9}} = 0{,}0122 \,.\, b\,p$ Zoll, und ist $b = 5$ Fuß $= 60$ Zoll, und $p = 1$ Atmosphären, so folgt $e = 0{,}732$ Zoll.

Anmerkung 2. Ebene Kesselflächen kommen vorzüglich bei den viereckigen Feuerkästen mancher Dampfwagen und Dampfschiffe vor. Es sind hier je zwei parallele Blechwände zur Verstärkung durch sogenannte Stehbolzen mit einander verbunden. Nach den Untersuchungen des Herrn Brix (s. die Verhandlungen des Vereines zur Beförderung des Gewerbfleißes in Preußen, Jahrgang 1849) ist 1) die Stärke d kupferner oder eiserner Stehbolzen bei p Atmosphären Ueberdruck, wenn dieselben a Zoll von einander abstehen, nach der Formel

$$d = 0{,}06\mathfrak{f}\,a\,\sqrt{p} + 0{,}125 \text{ Zoll}, \text{ dagegen}$$

2) die Stärke e des Kupfer- oder Eisenbleches für die äußeren Wände nach der Formel $e = 0{,}0387\,a\,\sqrt{p}$ Zoll

zu berechnen, und die Stärke e_1 des Bleches für die inneren, dem Feuer zugekehrten Wände um 25 Procent größer zu nehmen als e.

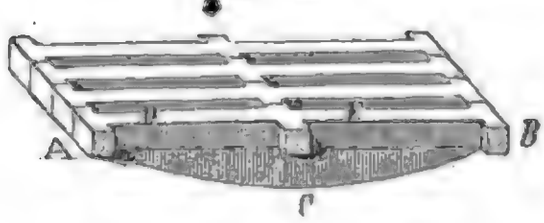
Feuerraum. §. 306. Zu jedem Dampfkeſſel gehört noch ein Ofen (franz. fourneau; engl. furnace), und dieſer beſteht

1) aus dem Feuerraume (franz. foyer; engl. hearth, furnace),
2) aus den Feuerkanälen oder Zügen (franz. carneaux; engl. flues) und
3) aus der Eſſe oder dem Schornſteine (fr. cheminée; engl. chimney).

In dem erſten Raume findet die Verbrennung des Brennſtoffes ſtatt, im zweiten wird das Product der Verbrennung, die Feuerluft, der Rauch u. ſ. w. an der Heizfläche des Keſſels hingeführt, um ſeine Wärme dieſem mitzutheilen, und im dritten werden dieſelben in die freie Luft abgeführt.

Was zunächſt den Feuerraum betrifft, ſo wird dieſer durch den ſogenannten Roſt (franz. la grille; engl. the grate) in zwei Abtheilungen zertheilt, und es bildet nur die oberſte Abtheilung den eigentlichen Brennheerd, die unterſte aber dient zur Aufnahme der Aſche und anderer feſten Rückſtände der Verbrennung und heißt deshalb der Aſchenraum (franz. le cendrier; engl. the ashpit). Der Roſt wird durch eiſerne Stäbe gebildet, welche ſchmale und nach unten zu ſich erweiternde Spalten zum Durchziehen der Luft und zum Durchfallen der Rückſtände zwiſchen ſich laſſen. Dieſe Zwiſchenräume erhalten bei Steinkohlenfeuerung ungefähr $\frac{1}{2}$ Zoll, bei Holz- und Torffeuerung aber nur bis $\frac{1}{3}$ Zoll Breite, und im erſten Falle nehmen ſie $\frac{1}{4}$, im zweiten aber $\frac{1}{6}$ der ganzen Roſtfläche ein.

Fig. 422.



In Fig. 422 ſind einige an einander ſtoßende Roſtſtäbe abgebildet, *ABC* iſt der vorderſte Roſtſtab, *D* und *E* ſind aber die Zwiſchenräume zwiſchen ihm und dem nächſtfolgenden Stabe. Bei kleineren Keſſelanlagen wendet man mit Vortheil ſogenannte Schüttelroſte an, wo die Roſtſtäbe cylindriſch auslaufen und ſo gelagert ſind, daß ſie durch einen einfachen Mechanismus in eine ſchwingende Bewegung geſetzt und dadurch leicht von den Rückſtänden gereinigt werden können. Sehr wichtig für die Verbrennung iſt die Größe der Roſtfläche. Nach den neueſten Beobachtungen von Cavé ſoll dieſelbe $\frac{1}{17}$ der Heizfläche des Keſſels ſein. Sonſt rechnet man auch noch auf den ſtündlichen Verbrauch von 14 Pfund Steinkohle, oder 73 Pfund Holz, einen Quadratfuß Roſtfläche. Bei Dampfwagenkeſſeln, wo ein künſtlicher Luftzug ſtatt hat, und Koks verbrannt wird, ſind die Verhältniſſe ganz anders; hier iſt die Roſtfläche nur $\frac{1}{50}$ bis $\frac{1}{60}$ der Heizfläche. Bei Steinkohlenfeuerung ſoll die Roſtfläche 13 bis 18 Zoll unter der Keſſelfläche liegen, bei Holzfeuerung aber 18 bis 24 Zoll. Der Aſchenraum unter dem Roſte ſoll wenigſtens $2\frac{1}{2}$ Fuß tief ſein, damit die Roſtſtäbe durch die angehäuften Rückſtände nicht ſehr erhitzt werden. Die

zur Verbrennung nöthige Luft tritt durch eine Thür in den Aschenraum und von da zwischen den Roststäben hindurch in den Feuerraum. Um den Luftzug zu reguliren, kann man ein besonderes Register (Schieber) anbringen, und um denselben zu erhöhen, kann man die Luft durch einen unterirdischen Gang (Anzucht) zuführen. Feuerraum.

Der Feuerraum über dem Heerde ist mit einer Thür versehen, welche nur dann geöffnet wird, wenn es darauf ankommt, das Feuer zu schüren, den Rost zu reinigen und neues Brennmaterial einzuführen. Um die Abkühlung durch die Ofenthür möglichst zu mäßigen und diese vor dem Feuer zu schützen, ist es gut, sie mit doppelten Wandungen zu versehen, oder von innen mit Backsteinen zu bekleiden.

§. 307. Damit das Feuer den Kessel sehr nahe bestreiche, vorzüglich aber durch innigere Berührung mit der Luft eine vollständigere Verbrennung eingeleitet werde, ist es nöthig, an der Uebergangsstelle aus dem Feuerraume in die Feuerkanäle eine Feuerbrücke (franz. autel; engl. firebridge), d. i. eine Mauer aufzuführen, welche nur noch 4 bis 6 Zoll Zwischenraum zwischen ihr und dem Kesselboden übrig läßt. Was die Feuerkanäle anlangt, so bestehen diese entweder aus einem einzigen, ein oder mehrere Male um oder auch in dem Kessel herumgehenden Kanale, oder sie bestehen aus mehreren einzelnen Kanälen oder Röhren, wovon jeder für sich den Rauch in die Esse führt. Die letzte Art der Feuerkanäle kommt fast nur bei der Feuerung von innen, und zumal bei den Dampfwagenkesseln vor. Was diesen Kanälen an Länge abgeht, wird durch den Umfang des Querprofiles ersetzt. Denken wir uns z. B. einen einzigen Circulirkanal mit kreisförmigem Querschnitte, von der Länge l und Weite d, ersetzt durch n Züge neben einander, jeder von der Länge l_1 und Weite d_1, so können wir setzen: Feuerkanäle

$$\pi d l = n \pi d_1 l_1 \text{ und } \frac{\pi d^2}{4} = \frac{n \pi d_1^2}{4},$$

erhalten hiernach $d_1 = \frac{d}{\sqrt{n}}$ und $l_1 = \frac{l}{\sqrt{n}}$. Z. B. für $n = 64$, $d_1 = \frac{d}{8}$ und $l_1 = \frac{l}{8}$; es können also 64 Röhren achtmal so kurz und achtmal so eng gemacht werden, als eine einzige Rauchröhre.

Die Kanäle der ersten Art bestehen in blechernen Röhren (vgl. §. 302), die der zweiten Art aber werden aus feuerfesten Steinen aufgeführt und erhalten mehr oder weniger rectanguläre Querschnitte, von denen die eine Seite durch den Kessel begrenzt wird. Es ist eine Erfahrungsregel, diesem Querschnitte $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{6}$ mal so viel Inhalt zu geben, als der Roststäche. Die Länge der Züge darf übrigens auch nicht zu groß sein, wenigstens nicht mehr als 90 Fuß betragen. In der Regel begnügt man

Lumbago. Bh. 1899 Bd. 3 Bl. 1. Rheumatische Muskelschwielen, Lumbago, Ischias, Neuralgien, Gelenkleiden, Gicht, Hexenschuß, Rheumatismus, Gliederreißen, Hüftweh usw. Heilt auch auf Ferne. Anleitung Schrift. Bl. und Ein Heft von Dr. Hübners Apparaten, um sie dem eigenen Körper anzupassen. Bh. 1899 Bd. 3 Bl. 2. Apparate zur Behandlung von Leiden des Rückgrats, der Gelenke, Muskeln, Nerven usw.

Die Zusammensetzung eines Medizinapp. mit Schutzvorrichtung ist aus Fig. 474a

Fig. 474a.

Fig. 474b.

Fig. 474 im Querschnitt ersichtlich und aus Fig. 474b in Ansicht. Es ist der A von Knopf- und Schraubenmutter, a und a' von Schraubenbolzen, b und b' von Schrauben, c und c' von Schraubenmuttern, d und d' von Schraubenbolzen, e und e' von Schrauben, f und f' von Schraubenmuttern, g und g' von Schrauben, h und h' von Schraubenmuttern, i und i' von Schrauben, k und k' von Schraubenmuttern, l und l' von Schrauben, m und m' von Schraubenmuttern, n und n' von Schrauben, o und o' von Schraubenmuttern, p und p' von Schrauben, q und q' von Schraubenmuttern, r und r' von Schrauben, s und s' von Schraubenmuttern, t und t' von Schrauben, u und u' von Schraubenmuttern, v und v' von Schrauben, w und w' von Schraubenmuttern, x und x' von Schrauben, y und y' von Schraubenmuttern, z und z' von Schrauben, ä und ä' von Schraubenmuttern, ö und ö' von Schrauben, ü und ü' von Schraubenmuttern, ß und ß' von Schrauben, ß und ß

Fig. 426.

Fig. 427.

Fig. 428.

Fig. 429.

Fig. 430.

Fig. 431.

Fig.

Eſſen. Weite zu geben, und für ſie ein zweckmäßiges Material auszuwählen. Kann man die Eſſen nicht hinreichend hoch machen, ſo muß man den nöthigen Luftzug durch beſondere Mittel oder Maſchinen hervorbringen. Bei Dampfwagen läßt man in dieſer Abſicht den verbrauchten Dampf durch die Eſſe ausſtrömen; in anderen Fällen wendet man auch Luft- oder Wettermaſchinen an, welche die Luft entweder unter den Roſt blaſen oder aus den Feuerkanälen herausſaugen.

Man ſtellt die Eſſen aus Steinen oder aus Metall her, und verwendet zu denſelben im erſten Falle vorzüglich Ziegel, im zweiten aber Eiſenblech. Die äußere Form der Eſſen aus Ziegeln oder anderen Steinen iſt gewöhnlich eine vierſeitige Pyramide, die einer Blecheſſe aber ein abgekürzter Kegel.

In der Regel erhält die Eſſe eine innere Böſchung von 0,015 h bis 0,018 h, und eine äußere von 0,024 h bis 0,030 h, wenn h die Höhe der Eſſe bezeichnet. Iſt e die obere Mauerſtärke, gewöhnlich 6 Zoll, ſo hat man hiernach die untere Stärke $e_1 = e + 0{,}04\,h$ bis $e + 0{,}05\,h$.

Was die Höhe und Weite der Schornſteine anlangt, ſo hängt die eine Dimenſion von der anderen ab; je höher eine Eſſe iſt, deſto mehr giebt dieſelbe auch Zug, deſto kleiner braucht alſo zur Abführung einer beſtimmten Rauchmenge ihre Weite zu ſein. Außerdem hängen aber auch noch dieſe Dimenſionen noch von der Temperatur des in den Schornſtein tretenden Rauches ab, und es müſſen dieſe bei gleichem Rauchquantum um ſo größer ſein, je niedriger die Temperatur des Rauches oder der abzuführenden Feuerluft iſt. Hiernach erfordert alſo eine gute Wärmebenutzung hohe und weite Eſſen. Die gewöhnliche Eſſenhöhe iſt 60 bis 120 Fuß; ſelten findet man ſie nur 40 Fuß und niedriger. Nur ausnahmsweiſe werden Eſſen von 300 bis 400 Fuß Höhe ausgeführt. Es iſt eine praktiſche Regel, dem Schornſteine eben ſo viel Querſchnitt zu geben, als den Feuerkanälen. Im folgenden Paragraphen wird jedoch zur Ausmittelung der Eſſenweite eine beſondere Regel gefunden werden.

Es iſt ſehr nöthig, die Schornſteine auf einen ſoliden Grund zu ſetzen, weil das geringſte Nachgeben deſſelben eine Beſchädigung oder gar das Zuſammenſtürzen des Schornſteins zur Folge haben kann.

Der Durchſchnitt einer Eſſe aus Ziegeln iſt in Fig. 428, und die Anſicht einer Blecheſſe in Fig. 429, a. f. S., abgebildet. Bei der erſten Abbildung iſt A das Fundament und B ein Pfahlroſt, auf welchem daſſelbe ruht, C aber die Einmündung des Feuerkanales oder Fuchſes und D der gußeiſerne Hut der Eſſe. Damit ſich der Rauch beim Eintritt in die Eſſe nicht ſtoße, iſt die obere Kante zwiſchen der Eſſe und dem Fuchſe abzurunden. Bei der zweiten Abbildung iſt A das auf feſtem Grunde ſtehende, aus Ziegeln aufgeführte Fundament, aa ſind ferner Ankerſchrauben, welche den Fuß des Schornſteins BCE mittels einer Platte feſt mit dem

Fundamente verbinden, *D, D* sind Drahtketten, welche bis auf den Erdboden niedergehen, und zum Schutze gegen das Umstürzen durch den Wind dienen, *E* aber ist eine Rolle, über die eine Kette weggeht, an der ein

Essen.

Fig. 428.

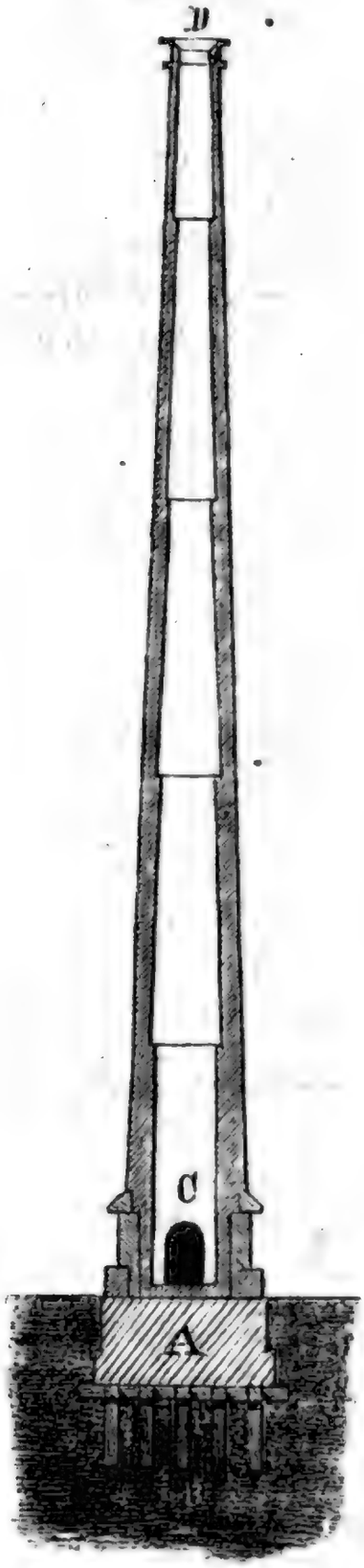
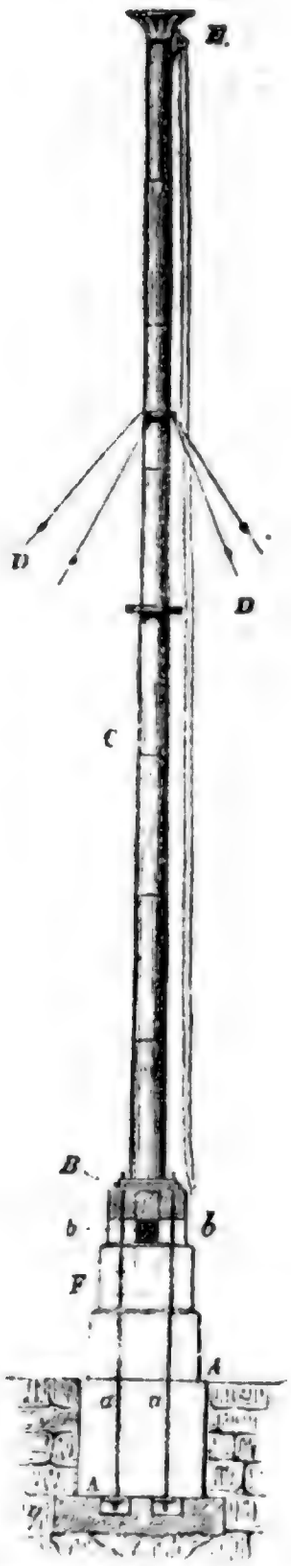


Fig. 429.



Arbeiter beim Reinigen und Anstreichen des Schornsteins hinauf gewunden werden kann; endlich ist *F* die Einmündung des Fuchses und *b b* sind Thüren zum Ausputzen.

Fig. 430.

§. 509. Die Theorie der Bewegung des Rauches in den Schornsteinen läßt sich nach den im vorigen Kapitel entwickelten Principien leicht aufstellen, um so mehr, da wir wegen der unbedeutenden Differenz zwischen der Spannung der Luft außer dem Ofen und der im Ofenraume selbst, die Ausgabe des Ausflusses des Wassers hier anwenden können. Ist p die Dichtigkeit der äußeren Luft und h die senkrechte Höhe AD eines Schornsteines ABC, Fig. 430, seinem Verbindungspunkte, so läßt sich der Unterschied der Drucke auf die Grundfläche A über dem und auf das Fundament C setzen: $q = gph$. Bezeichnet nun π die Dichtigkeit oder der Druck q, der unseren Luft- oder Rauchsäule AB das Gleichgewicht hält, so ist $q = \pi h$, und folglich $\frac{q}{2g} = \frac{\pi}{2g} h = h\,(\gamma - \gamma)$, oder $= h\,(\gamma - \gamma_1)$, und es läßt sich der Berechnung der Geschwindigkeit v folgende Form geben:

$$\frac{v^2}{2g} \gamma_1 = h\,(\gamma - \gamma_1), \text{ oder } v = \sqrt{2g\,h\,\frac{(\gamma - \gamma_1)}{\gamma_1}}.$$

Mit m nach i die mittlere Dichte und t_1 die mittlere innere Temperatur, aber die des Rauches, so hat man $\gamma = \frac{0{,}00367\,m}{1 + 0{,}00367\,t}$, und $\gamma_1 = \frac{0{,}00367\,p_1}{1 + 0{,}00367\,t_1}$, daher $\frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{1 + 0{,}00367\,t_1}{1 + 0{,}00367\,t} \cdot \frac{p}{p_1}$, oder da die Spannungen p und p_1 der äußeren und inneren Luft nicht sehr verschieden sein können, wegen der mäßigen Geschwindigkeit der Rauch-

$$\text{annähernd } \frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{1 + 0{,}00367\,t_1}{1 + 0{,}00367\,t}, \text{ und folglich die Rauchgeschwindigkeit}$$

beim Austritte aus der Esse:

$$v = \sqrt{2g\,h\left(\frac{1 + 0{,}00367\,t_1}{1 + 0{,}00367\,t} - 1\right)} = \sqrt{\frac{0{,}00367\,(t_1 - t)}{1 + 0{,}00367\,t}\,2gh},$$

welche sehr gut auch $= \omega\sqrt{0{,}00367\,(t_1 - t)\cdot 2gh} = 0{,}479\sqrt{(t_1 - t)\,h}$ gesetzt werden kann. Diese Bestimmungsart wird allerdings durch die Erfahrungsresultate, welche die Bewegungen im Feuerherde und die Reibung im Schornsteine u. s. w. berücksichtigen, bedeutend berichtigungsbedürftig. Die Erfahrung gibt auch nach den bekannten Regeln der Hydraulik t und t_1 gegeben. Aus der Länge l und Weite d des Schornsteins ergibt sich nach §. 344 der Reibungscoefficient in Folge der Reibung, durch den Versuch $h_1 = \xi \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$. Obwohl nach Dübuat ξ um 0,024 zu nehmen ist, so

möchte doch der Sicherheit wegen nach den Beobachtungen Péclet's für die mit Ruß überzogenen Schornsteine $\zeta = 0{,}0025 \,.\, 19{,}62 = 0{,}049$ oder einfacher 0,05 zu setzen sein. Die übrigen Druckhöhenverluste müssen durch einen mittleren Erfahrungscoefficienten ζ_1 bemessen werden. Nach Péclet ist aber

Theorie der Essen.

$$\zeta_1 = 12 \text{ und } \frac{v^2}{2g} = 0{,}00367\,(t_1 - t)\,h - 0{,}05\,\frac{l}{d}\,.\,\frac{v^2}{2g} - 12\,.\,\frac{v^2}{2g},$$

oder $\frac{v^2}{2g}\left(13 + 0{,}05\frac{l}{d}\right) = 0{,}00367\,(t_1 - t)\,h$ zu setzen. Berücksichtigt man endlich noch, daß die halb verbrannte Luft, wie sie in den Schornsteinen vorkommt, ungefähr 1,044 mal so dicht ist, als frische Luft, so muß man setzen:

$$v = \sqrt{\frac{0{,}00367\,(t_1 - t).2gh}{1{,}044\left(13 + 0{,}05\frac{l}{d}\right)}} = 0{,}0595\,\sqrt{\frac{(t_1 - t)\,.\,2gh}{13 + 0{,}05\frac{l}{d}}}$$

$$= 0{,}47\,\sqrt{\frac{(t_1 - t)\cdot hd}{13\,d + 0{,}05\,l}}.$$

§. 310. Mit Hülfe der im Vorstehenden entwickelten Formel ist es nun leicht, die Dimensionen einer Esse zu finden, durch welche ein bestimmtes Luft- oder Rauchquantum abgeführt wird. Für eine Esse mit kreisförmigem Querschnitte haben wir dieses Quantum

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}\,v = 0{,}47\,.\,\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{(t_1 - t)\,h}{13\,d + 0{,}05\,l}}\,.\,d^{5/2},$$

weshalb die nöthige Weite

$$d = 1{,}49\,\sqrt[5]{\frac{13\,d + 0{,}05\,l}{(t_1 - t)\,h}}\,.\,Q^2 \text{ Fuß sich ergiebt.}$$

Für eine Esse mit quadratischem Querschnitte ist hingegen

$$Q = d^2 v = 0{,}47\,\sqrt{\frac{(t_1 - t)\,h}{13\,d + 0{,}05\,l}}\,.\,d^{5/2},$$

weshalb die Weite oder Seite des Querschnittes

$$d = 1{,}353\,\sqrt[5]{\frac{13\,d + 0{,}05\,l}{(t_1 - t)\,h}}\,.\,Q^2 \text{ folgt.}$$

Das durch den Schornstein abzuführende Luftquantum läßt sich aber auch aus dem Gewichte G des verbrauchten Brennstoffes leicht berechnen (s. II. §. 297).

Nach den Beobachtungen von Péclet läßt sich die mittlere Temperatur t_1 in der Esse für Dampfkessel $= 300°$ setzen. Die Temperatur t_2 hingegen, welche die Luft im Brennheerde bei der Verbrennung annimmt, läßt sich aus der Wärmemenge W^0, welche ein Pfund Brennstoff erzeugt, und aus der Luftmenge V Cubikfuß, welche das letztere erfordert, leicht

Theorie der Eſſen. berechnen, wenn man die Wärmecapacität der Luft $\frac{1}{4}$ von der des Waſſers und das Gewicht eines Cubikfußes derſelben $= 0{,}086$ Pfund annimmt; es iſt nämlich $W = \frac{1}{4} . 0{,}086\ V t_2$, und daher

$$t_2 = \frac{4\,W}{0{,}086\,V} = 46{,}5\,\frac{W}{V}.$$

Endlich folgt hiernach der Wärmeverluſt, herbeigeführt durch das Fortgehen der Wärme durch die Eſſe, $W_1 = \frac{t_1}{t_2}\,W$. Nehmen wir für W den mittleren Werth 6000 Cal. und für $V = 225$ Cubikfuß, ſo bekommen wir die Wärme im Brennherde: $t_2 = \frac{46{,}5 . 6000}{225} = 1240°$ und den Wärmeverluſt durch den Abzug in der Eſſe;

$$W_1 = \frac{300}{1240}\,W = \frac{300 . 6000}{1240} = 1450 \text{ Cal.},$$

oder ungefähr ein Viertel der ganzen, aus dem Brennſtoffe entwickelten Wärme.

Beiſpiel. Welche Weite ſoll man einer Eſſe geben, die bei 100 Fuß Höhe den Rauch eines Feuerheerdes abzuführen hat, auf dem ſtündlich 120 Pfund Steinkohlen verbrannt werden? Nach dem Früheren können wir annehmen, daß aus der Verbrennung von 120 Pfund Steinkohlen bei 300° mittlerer Wärme in dem Schornſteine $120 . 584 = 70080$ Cubikfuß warme Luft hervorgehen, ſo daß in der Secunde das Quantum $Q = \frac{70080}{60 . 60} = 19\frac{1}{2}$ Cubikfuß abzuführen bleibt. Nehmen wir nun noch $t_1 - t = 300 - 10 = 290$, ſetzen wir die Länge des ganzen Luft- und Rauchkanales, vom Roſt bis Eſſenkopf, $= 60 + 100 = 160$ Fuß und führen wir $h = 100$ Fuß ein, ſo erhalten wir den erforderlichen inneren Eſſendurchmeſſer

$$d = 1{,}49 \sqrt[5]{\frac{13 . d + 0{,}05 . 160}{290 . 100} . (19{,}5)^2} = 0{,}627 \sqrt[5]{13\,d + 8.}$$

Hiernach unter der Wurzel annähernd $d = 1$ geſetzt, folgt genauer

$$d = 0{,}627 \sqrt[5]{21} = 1{,}15 \text{ Fuß},$$

und dieſen Werth noch einmal rechts eingeſetzt, ergiebt ſich noch ſchärfer

$$d = 0{,}627 \sqrt[5]{23} = 1{,}17 \text{ Fuß}.$$

Wollte man den Schornſtein nur 40 Fuß hoch machen, ſo würde man dieſe Weite

$$= 1{,}49 \sqrt[5]{\frac{13\,d + 0{,}05 . 100}{290 . 40}(19{,}5)^2} = 0{,}753 \sqrt[5]{13\,d + 5} = 1{,}41 \text{ Fuß}$$

machen müſſen.

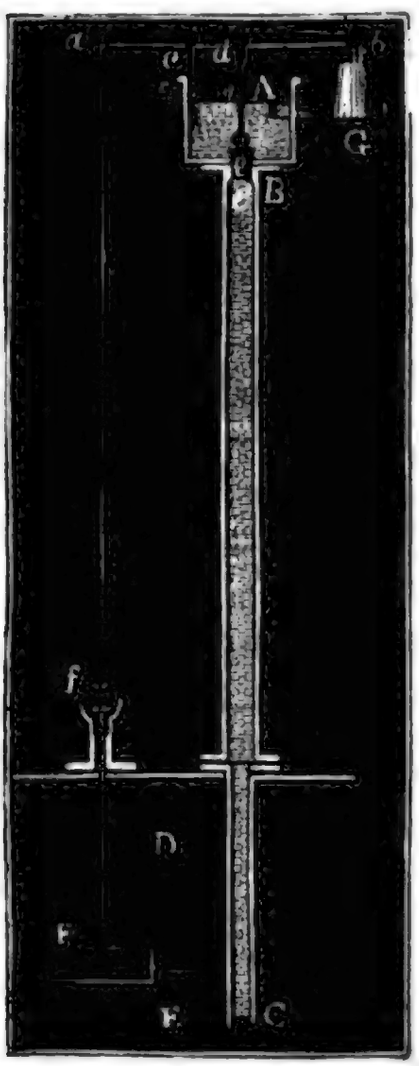
Anmerkung. Aus der Formel $d = 1{,}49 \sqrt[5]{\frac{13\,d + 0{,}05\,l}{(t_1 - t)\,h}\,Q^2}$ iſt, da mit h auch l wächſt, leicht zu erſehen, daß die Weite der Eſſe um ſo kleiner ausfallen kann, je höher die Eſſe iſt, und daß umgekehrt eine Eſſe um ſo weiter gemacht werden muß, je niedriger dieſelbe gebaut wird.

Speiſeapparate. §. 311. Zu einem Dampfkeſſel gehören noch beſondere Apparate zum Speiſen des Keſſels mit Waſſer, zur Ableitung des Dampfes, zum Re-

guliren der Dampferzeugung, zum Sicherstellen vor dem Zerspringen des Kessels u. s. w; von ihnen wird nun die Rede sein. Speiseapparate.

Das Speisen eines Dampfkessels muß so gleichförmig wie möglich vor sich gehen, in nicht zu großen Mengen auf einmal und mit möglichst reinem und warmem Wasser erfolgen. Aus letzterem Grunde wärmt man das Wasser durch besondere im Fuchse oder Schornsteine u. s. w. angebrachte Röhren an, oder verwendet hierzu einen Theil des Condensationswassers. Wird in dem Kessel Dampf von niedrigem Drucke erzeugt, dessen Spannung den Atmosphärendruck nur $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{5}$ übertrifft, so genügt zur Einführung des Wassers in den Kessel ein einfaches Rohr, einem Kessel mit Dämpfen von Hochdruck hingegen muß das Speisewasser durch eine Pumpe zugedrückt werden, weil eine bloße Speiseröhre zu lang ausfallen würde. Das Speiserohr (franz. le tube d'alimentation; engl. feed pipe) geht von oben durch den Kesselraum hindurch und endigt sich etwa $\frac{1}{2}$ Fuß über dem Kesselboden, möglichst entfernt von dem eigentlichen Feuerheerde. Um das Speisen mit Wasser zu reguliren, d. i. um immer so viel Wasser zuzuleiten, als durch Dampfbildung verbraucht wird, wendet man gewöhnlich einen Schwimmer (franz. flotteur; engl. float) an, der mit dem Wasserspiegel im Kessel steigt und sinkt und dabei den Zutritt des Wassers zum Kessel versperrt oder herstellt.

Fig. 431.



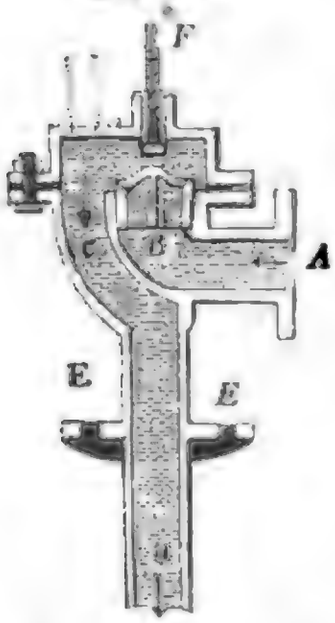
Die Einrichtung eines Speiseapparates für Dampfkessel mit Dämpfen von niedrigem Druck führt Fig. 431 vor Augen. Hier ist A der Wasserbehälter, welchem das Wasser zugeführt wird, BC die etwa 8 Fuß lange Speiseröhre, D der Dampf und E das Wasser im Kessel, F aber der Schwimmer aus Kalk- oder Sandstein, der etwas mehr als zur Hälfte in's Wasser eintaucht. Ferner ist ab ein um c drehbarer Hebel, an welchem einerseits der Schwimmer und andererseits ein Gewicht G aufgehängt, zugleich aber auch ein kegelförmiges Ventil e befestigt ist. Wenn nun der Wasserspiegel und mit ihm der Schwimmer sinkt, so wird der Hebel ab mittels des bei f durch eine Stopfbüchse gehenden Kupferdrahtes aF nieder- und folglich bei d aufgezogen, und somit e gehoben, so daß nun neues Wasser eintreten kann; wenn hingegen F mit dem Wasser steigt, so erhält G das

Speiseapparate.

Uebergewicht, es geht der Hebel bei *d* nieder und verschließt daher den Eintritt des Wassers in den Kessel durch das Ventil *e*.

Bei den Hochdruckmaschinen ist die Einführung des Speisewassers schwerer, weil sich hier eine bedeutende Dampfkraft demselben entgegensetzt; deshalb wird denn auch hierzu eine besondere Pumpe, die sogenannte Speisepumpe (franz. pompe d'alimentation; engl. feed pump) nöthig. Da später an einem anderen Orte die Pumpen besonders abgehandelt werden, so genüge die Bemerkung, daß die Vorrichtung in einer einfachen Druckpumpe mit Mönchskolben besteht. Die Speiseröhre, welche hierbei in Anwendung kommt, ist in Fig. 432 abgebildet. Bei *A* wird das Wasser durch die Pumpe zugedrückt, *B* ist ein Ventil, durch welches es hindurchgehen muß, um in die eigentliche Speiseröhre *CD* zu gelangen, mit *EE* sitzt die Röhre auf dem Kessel auf. Um den Hub des Ventiles *B* zu reguliren, ist in dem Deckel *C* eine Stellschraube *F* angebracht, gegen welche das Ventil beim Oeffnen anschlägt.

Fig. 432.



Diese Speisevorrichtung wird in der Regel nicht durch die Maschine, sondern durch den Heizer regulirt, der nach dem Stande des Wassers in dem Kessel eine Hahnstellung vornimmt, und dadurch den Zutritt des Wassers nach Befinden verstärkt oder schwächt. Man hat zwar auch bei Hochdruckmaschinen Schwimmer zum Selbstreguliren des Speisens angewendet, da sie aber zu viel Aufsicht erfordern und ihren Dienst oft versagen, so zieht man das Reguliren mit der Hand gewöhnlich vor.

Anmerkung. Bei den Henschel'schen Dampfkesseln wird das Speisen des Kessels mit Wasser durch einen Schwimmer regulirt. Die ganze Anlage eines solchen Kessels führt Fig. 433 auf folgender Seite vor Augen. *AB* ist eine 6 bis 12 Zoll weite und circa 10 bis 20 Fuß lange Siederöhre, und neben derselben liegen nach Befinden noch mehrere vollkommen gleiche Siederöhren. Unten bei *B* tritt das Speisewasser ein, und *C* ist die horizontale Röhre, worin der sich bei *D* erzeugende Dampf gesammelt wird. Die im Feuerraume sich bildende warme Luft umgiebt bei ihrer Bewegung durch den unter 24° Neigung sich niederziehenden Kanal *GGHH* die Siederöhren vollständig, und gelangt unten bei *K* in den Schornstein. Der Rost *EO* ist um eine horizontale Axe *O* drehbar und wird bei *E* durch den oberen Arm eines kleinen Winkelhebels *a* unterstützt. Ferner ist *b* eine horizontale Röhre, welcher von der einen Seite her das Speisewasser zugedrückt wird, und *bB* ist eine von den Röhren, welche dasselbe den einzelnen Siederöhren zuführen. Zum Reguliren dieses Zuführens dient nun aber ein mit Blech eingefaßter Stein *S*, der auf dem in einem gußeisernen Gefäße *R*

Geschichte Rede, sie muß es; sie thatsächlich geführt hat, ist Gegenstand der Geschichtsphilosophie. Ich habe mich bemüht, in meinem Buche die Thatsachen der Geschichte so darzustellen, daß sie ihre Bedeutung für sich selbst sprechen. Ich habe mich jeder Reflexion enthalten. Ich habe mich auf die Darstellung beschränkt. Ich habe mich bemüht, die Thatsachen der Geschichte so darzustellen, daß sie ihre Bedeutung für sich selbst sprechen. Ich habe mich jeder Reflexion enthalten. Ich habe mich auf die Darstellung beschränkt.

Geschichte ist ein Strom ohne Ufer. Ein Strom ist Geschichte, wenn ein Strom Geschichte ist.

Satzes BAC'=BA'C' bez. auf die A. BC' (= einer Mittelsenkrechten) = CB' (= einer Mittelsenkrechten) = BA' (= einer Mittelsenkrechten) = AC'.

Satz 3. Die drei Mittelsenkrechten schneiden einander in einem Punkte, welcher auf der Mitte der Mittelsenkrechten liegt, welche auf der Mitte der Seite des Dreiecks liegt, welche sie rechtwinklig schneidet.

Beweis. Es seien AA', BB', CC' die Mittelsenkrechten auf den Seiten BC, CA, AB des Dreiecks ABC. Dann ist nach Satz 2 BA' = CA' und CA' = AB', also BA' = AB'. Ferner ist nach Satz 2 CB' = AB' und AB' = BC', also CB' = BC'. Endlich ist nach Satz 2 AC' = BC' und BC' = AC', also AC' = AC'. Es ist also BA' = AB' = CB' = BC' = AC' = AC'. Nun ist nach Satz 2 BA' = AB' = CB' = BC' = AC' = AC'. Es ist also BA' = AB' = CB' = BC' = AC' = AC'. Es ist also BA' = AB' = CB' = BC' = AC' = AC'. Es ist also

Die Wirkung der Schußvorrichtung besteht darin, daß der Schuß nur dann losgehen kann, wenn der Lauf ganz geschlossen ist, und daß, wenn der Schuß losgeht, der Lauf so lange geschlossen bleibt, bis die Kugel den Lauf verlassen hat, und sich dann sogleich wieder öffnet. Man kann sie nun theils zur Sicherheit des Schützen, theils zur Sicherheit der Waffe anwenden. Ich habe in der Form mehrere Abänderungen, die ich nach und nach angebracht habe, und die ich hier der Reihe nach beschreiben will.

Die Fig. 1 stellt diejenige Art dar, wo der Lauf durch einen Schieber geschlossen wird, der in einer Nuth unter dem Laufe hin und her geschoben wird. Diese Art ist die einfachste, und ich habe sie auf meine Art Gewehre angebracht. Der Schieber ist mit einem Stifte versehen, der durch einen Schlitz in der Laufschiene geht, und mit dem Finger hin und her geschoben werden kann. Wenn der Schieber ganz vorgeschoben ist, so ist der Lauf geschlossen, und der Stift steht an dem vordern Ende des Schlitzes. Wenn der Schieber ganz zurückgeschoben ist, so ist der Lauf offen, und der Stift steht an dem hintern Ende des Schlitzes.

Die Fig. 2 stellt diejenige Art dar, wo der Lauf durch einen Schieber geschlossen wird, der in einer Nuth unter dem Laufe hin und her geschoben wird. Diese Art ist die einfachste, und ich habe sie auf meine Art Gewehre angebracht. Der Schieber ist mit einem Stifte versehen, der durch einen Schlitz in der Laufschiene geht, und mit dem Finger hin und her geschoben werden kann. Wenn der Schieber ganz vorgeschoben ist, so ist der Lauf geschlossen, und der Stift steht an dem vordern Ende des Schlitzes. Wenn der Schieber ganz zurückgeschoben ist, so ist der Lauf offen, und der Stift steht an dem hintern Ende des Schlitzes.

Ventilirung. F, G_1 sind jene durch eine Stange S verbundene Hebel, f. Fig. 438, wo durch die Klöße in Bewegung gesetzt und aufgehoben werden können. Diese Klöße mit dem Hebel F hergestellt und aufgehoben werden kann; ebenso sind E, E nach Belieben zum Oeffnen und Schließen des Apparates.

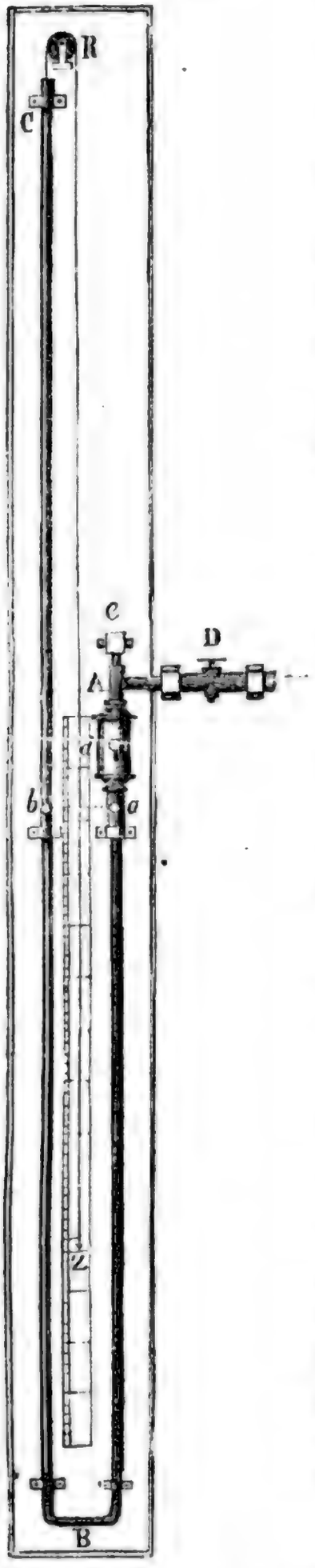
Fig. 438.

Fig. 439.

Wagen der Feuerlöschdiebe und wegen des leichten Verdopfens und Verbrennens werden die Wasserstandsröhren nicht so oft angewendet, als sie es in ordnerer Beziehung verdienen; dagegen empfiehlt Gerstner in seinem Lehrbuche des Maschinenbaues einen Wasserstandszeiger als sehr brauchbar und bewährt, von dem in Fig. 439 A einen beigegeben, B aber einen vertikalen Durchschnitt und C die vordere Ansicht derselben vorstellt. Das Gange bildet einen Wasserglasröhre, der von unten mit dem Wasserraum und von oben mit dem Dampfraume im Kessel communicirt, und nur von seem durch zwei dicke Glasplatten zu beginnt wird.

Manometer. § 313. An jedem Kessel ist ferner unentbehrlich eine Vorrichtung nöthig, welche die Dampfspannung angibt, um vorzüglich darnach die Feuerung regulieren zu können. Diese Vorrichtungen sind die Manometer oder Dampfmesser (Franz. manomètres, engl. steam gauges) und Ventile. Die Manometer sind entweder offene (franz. à air libre) oder verschlossene Luftmanometer (franz. à air comprimé).

Fig. 440.



Manometer.

Von beiden ist schon in I., §. 328 und 334 die Rede gewesen, weshalb hier nur noch Ergänzungen, betreffend die besondere Anwendung bei Dämpfen, zu machen sind. Man verwendet zu diesen Instrumenten nicht gern Glasröhren, weil dieselben sehr zerbrechlich sind und weil sie bei der Dunkelheit des Ortes, wo sie gewöhnlich stehen, kein bequemes Erkennen des Quecksilberstandes zulassen, um so mehr, da sie durch Absätze aus dem Quecksilber leicht trübe werden. Dagegen bedient man sich gewöhnlich eiserner Röhren und läßt sich den Quecksilberstand in denselben durch Schwimmer angeben. Ein Manometer dieser Art ist in Fig. 440 abgebildet. ABC ist die heberförmige Röhre, welche sich auf der einen Seite an das mit Wasser gefüllte Gefäß G anschließt, auf der anderen Seite in die freie Luft ausmündet, übrigens aber bis a und b mit Quecksilber gefüllt ist. Der Dampf wird durch die Röhre D über das Wasser in G geführt, und indem er dieses niederdrückt, wird das Quecksilber im Schenkel AB zum Sinken und das im Schenkel BC zum Steigen genöthigt. Der Stand des letzteren läßt sich aber an einer Scala mittels eines Zeigers Z beobachten, der durch eine, über einer kleinen Rolle R liegenden seidenen Schnur mit einem kleinen metallenen Schwimmer in der Quecksilbersäule verbunden ist. Es ist hierbei die Frage, um welche Höhe x steigt der Quecksilberspiegel in dem Schenkel BC oder sinkt der Zeiger Z, wenn der Dampf mit einer gewissen Kraft p auf den Wasserspiegel im ersten Schenkel AB drückt? Bei gleicher Weite beider Schenkel sinkt die Oberfläche des Quecksilbers im ersten Schenkel ebenso viel als die im zweiten steigt, es ist folglich der Niveauabstand beider Oberflächen $= 2x$, und ist nun der Barometerstand $= a$, so hat man den Druck in AC von unten nach oben, $= 2x + a$. Der

Manometer. Gegendruck von oben nach unten bestimmt sich aber aus der als constant anzusehenden Höhe h der Wassersäule in dem weiten Gefäße, aus der Höhe x der in den ersten Schenkel eingedrungenen Wassersäule, dem specifischen Gewichte ε des Queckſilbers und der Dampfpreſſung p, gemeſſen durch die Höhe einer Queckſilberſäule,

$$= p + \frac{h+x}{\varepsilon};$$

es iſt alſo zu ſetzen $2x + a = p + \frac{h+x}{\varepsilon}$, und folgt daher

$$x = \frac{\varepsilon\,(p-a) + h}{2\varepsilon - 1}.$$

Drücken wir p in Atmoſphären, h und x aber in Zollen aus, ſo erhalten wir, da noch $\varepsilon = 13{,}6$ iſt,

$$x = \frac{13{,}6 \,.\, 29\,(p-1) + h}{26{,}2} = 15{,}05\,(p-1) + 0{,}0382\,h \text{ Zoll}.$$

Für $p = 1,\ {}^5/_4,\ {}^3/_2,\ {}^7/_4,\ 2,\ 3,\ 4 \ldots$ Atmoſphären u. ſ. w. folgt hiernach, wenn man den Nullpunkt $0{,}0382\,h$ über b ſetzt, $x = 0$ Zoll; 3,76 Zoll; 7,525 Zoll, 11,29 Zoll, 15,05 Zoll, 30,10 Zoll, 45,15 Zoll u. ſ. w.

Die Füllung des Inſtrumentes mit Queckſilber, und das Nachgießen des Waſſers erfolgt durch die, mittels eines Stöpſels verſchließbare Oeffnung e im Kopfe des erſten Schenkels; damit dieſe Flüſſigkeiten in der richtigen Quantität eingegoſſen werden, öffnet man während des Eingießens von Queckſilber das Loch a und nachher, während des Eingießens von Waſſer, das Loch d.

§. 314. Das eben behandelte Manometer mit Schwimmer wird vorzüglich bei Niederdruckkeſſeln angewendet, weil hier die Manometerröhre ziemlich kurz ſein kann; doch findet man es auch bei Mitteldruckkeſſel, worin Dämpfe von 3 bis 4 Atmoſphären Spannung erzeugt werden, angewendet, da hier eine Röhrenlänge von reichlich $2 \,.\, 29 = 58$ bis $3 \,.\, 29 = 87$ Zoll ausreicht. Für Hochdruckdämpfe erhalten aber dieſe Manometer eine zu große Ausdehnung, und man wendet daher ſtatt derſelben auch andere Inſtrumente an. Das Luftmanometer, deſſen Theorie bereits in I., §. 334 abgehandelt worden iſt, läßt ſich zwar zum Ausmeſſen aller Dampfſpannungen gebrauchen, allein wegen der Unſicherheit ſeiner Angaben wird es nicht ſehr häufig an ſtehenden Dampfmaſchinen angewendet. Um bei höheren Dampfſpannungen nicht zu kleine Veränderungen in dem Queckſilberſtande zu erhalten, verbindet man wohl mit der Manometerröhre BC, Fig 441 auf nebenſtehender Seite, ein Reſervoir E, aus welchem erſt dann alle Luft ausgetrieben wird, wenn die Spannung eine höhere iſt. Steht z. B. bei 3 Atmoſphären Spannung das Queck-

Ehe geschritten war, so mangelte es an Lebensmitteln in Wien. Es kam so weit, daß man Pferdefleisch essen mußte, und ein Pfund Brot wurde gleich einem Pfund Fleisch bezahlt. Dieses Unglück dauerte ununterbrochen sechs Monate lang bis zum 12. Juli 1683.

Kaiserin Eleonore Magdalena, Witwe Kaiser Ferdinands III., die Mutter Kaiser Leopolds I., die Großmutter Kaiser Josephs I. und Kaiser Karls VI., † 1720.

Kaiserin Eleonore Magdalena, Witwe Kaiser Ferdinands III., die Mutter Kaiser Leopolds I., die Großmutter Kaiser Josephs I. und Kaiser Karls VI., † 1720.

Am 14. Juli 1683 kam das Entsatzheer in Mariahilf an. Es war 70.000 Mann stark und befehligt von dem Herzog Karl von Lothringen, dem Markgrafen Ludwig Wilhelm von Baden und dem Polenkönig Johann Sobieski. Am 15. Juli 1683 wurde die Schlacht geschlagen, und am 16. Juli 1683 war das Türkenheer in Auflösung. Kara Mustapha floh mit 10.000 Mann und ließ sein ganzes Lager mit allen Schätzen zurück. Am 17. Juli 1683 zog der siegreiche Herzog von Lothringen in Wien ein.

Fig. 13.

Fig. 13.

Eine der Handhaben ist zum Ziehen und Drücken bestimmt, die andere nur zum Ziehen. Die Sägeblätter sind in Bügel eingespannt, die ihnen eine feste Richtung geben. Die Bügel sind entweder gerade oder gebogen. Die Fig. 14 stellt eine gerade Bügelsäge dar. Die von Heusinger (Fig. 15) ist schmalblättrig. Beide Sägen haben Handhaben, die in einer Ebene mit dem Sägeblatt liegen. Die Fig. 16 stellt eine Bügelsäge dar, deren Griff senkrecht auf der Ebene des Sägeblattes steht.

Fig. 14.

Fig. 14.

Fig. 15.

Fig. 15.

Fig. 16.

Fig. 16.

Die Bügelsäge ist für die Amputation des Unterschenkels und des Vorderarmes, die Heusingersche für die Amputation des Oberschenkels und des Oberarmes, die Säge mit senkrechtem Griff für die Amputation des Fingers und der Zehen geeignet.

Fig. 444.

unteren Löchern bis zur Linie MN, mit Quecksilber, die oberen Löchern aber mit Wasser gefüllt sind. Wird nun das eine Ende K mit dem Dampfe, das andere Ende L aber mit der Luft in Communication gesetzt, so stellt das Quecksilber im ersten, dritten, fünften Schenkel u. s. w., und folgt im zweiten, vierten, sechsten u. s. w. in weit, bis dem Dampfdruck auf der einen und dem Luftdruck auf der anderen Seite durch den vereinigten Quecksilber- und Wasserdruck das Gleichgewicht gehalten wird. Sind die Röhren gleichweit, und der Durchmesser des Instrumentes wegen auch zu kostbar ist, so ist die Einfachheit der Quecksilbersäule im ersten Schenkel so groß, wie die Erhebung im anderen, also die Wassersäule zwischen beiden nur 2 m, und obendrein groß auch die zwischen dem Quecksilber in der vierten und letzten Röhre, ferner zwischen der sechsten

Fig. 445.

Mittag zum Zeitpunkt t in T. Dagegen für denselben Ort P und denselben Zeitpunkt t ist die Zeit, welche seit dem Durchgang des Sternes durch den Meridian von P verflossen ist, um die Länge λ kleiner als t. Bezeichnet man also mit Θ die Sternzeit

für den Ort P und den Zeitpunkt t, so ist

$$\Theta = t - \lambda.$$

Diese Gleichung kann auch folgendermaßen gedeutet werden: Wenn Θ die Sternzeit für den Zeitpunkt t ist, so ist t die Sternzeit für den Zeitpunkt $t + \lambda$. Wir können also sagen:

Die Sternzeit für einen Ort ist gleich der Sternzeit für Greenwich zur gleichen Zeit, vermehrt um die geographische Länge des Ortes.

Es bedeutet, wenn beide Seiten dieser Gleichung nach der Zeit differenziert werden, $\frac{d\Theta}{dt}$ die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher sich die Sternzeit ändert, und $\frac{d\lambda}{dt}$ die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher sich die Länge ändert. Da diese beiden Größen einander gleich sind, so ist

$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60} = 0{,}0000727 = \omega,$$

d. h. ω ist die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher sich die Sternzeit ändert.

Ist Θ_0 die Sternzeit für $t = 0$, so ist

$$\Theta = \Theta_0 + \omega t,$$

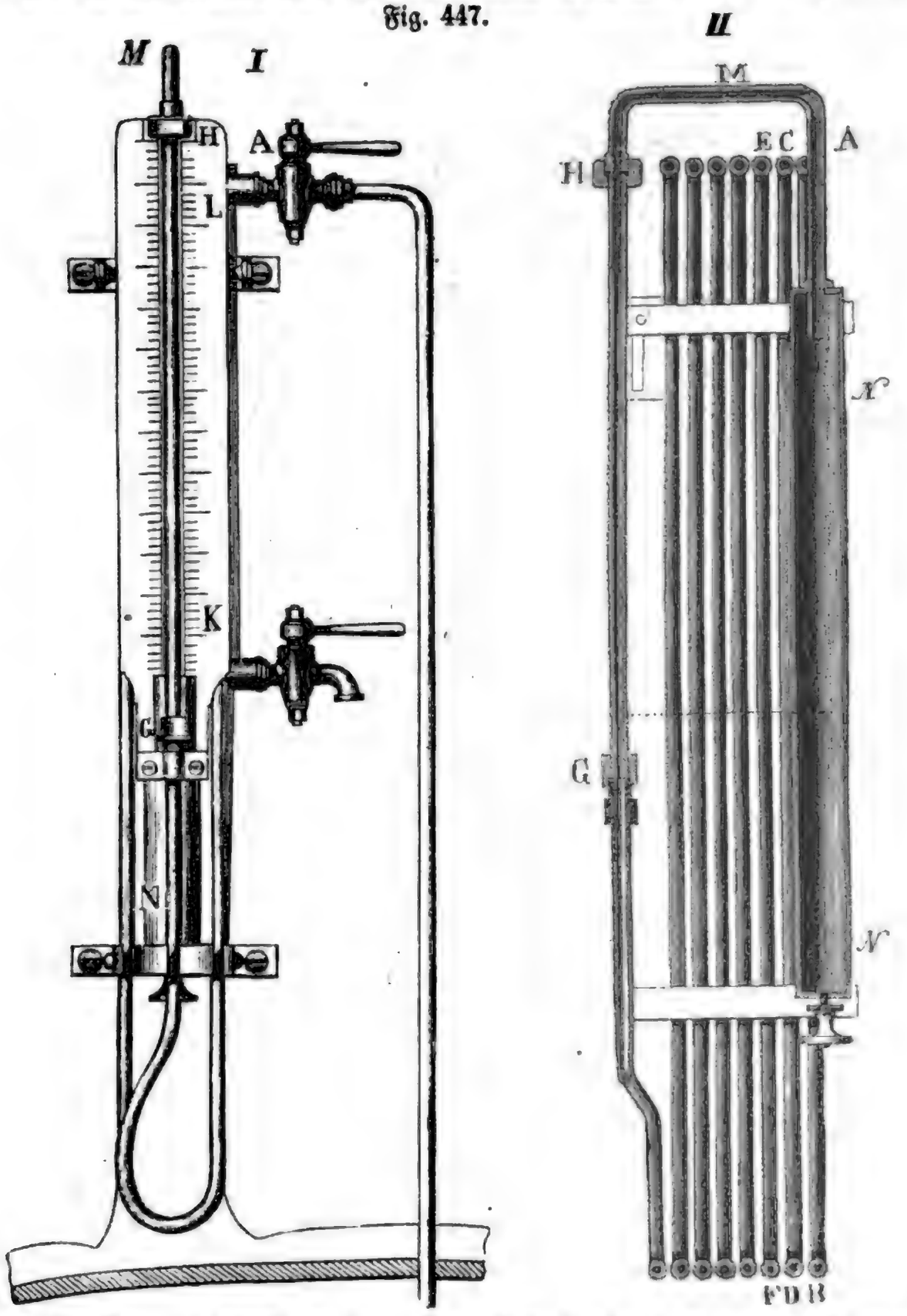
also, wenn man ω in Bogensekunden ausdrückt und $\omega = 1$ setzt,

$$\Theta = \Theta_0 + t.$$

Bei einem Instrumente mit 8 Röhren hat man z. B. für $p = 1,\ 1\frac{1}{2},$ Differenzial-manometer.
2, 3, 4, 5, 6 Atmosphären die Manometerstände $x = 0$ Zoll, 1,955 Zoll, 3,91 Zoll, 7,82 Zoll, 11,73 Zoll, 15,64 Zoll, 19,56 Zoll.

Die in der neueren Zeit sehr verbreiteten Manometer von Richard,

Fig. 447.



gründen sich auf dasselbe Princip. Fig. 447, I. ist die Vorderansicht und II. der Längendurchschnitt dieses Instrumentes, *A* ist die Einmündung des

Literatur. Frenzel, AF., CO. AF. sind sehr bis kleinste Mengenbeträge hat Frenzel, AF., CO. AF. sind sehr bis kleinste Mengenbeträge hat

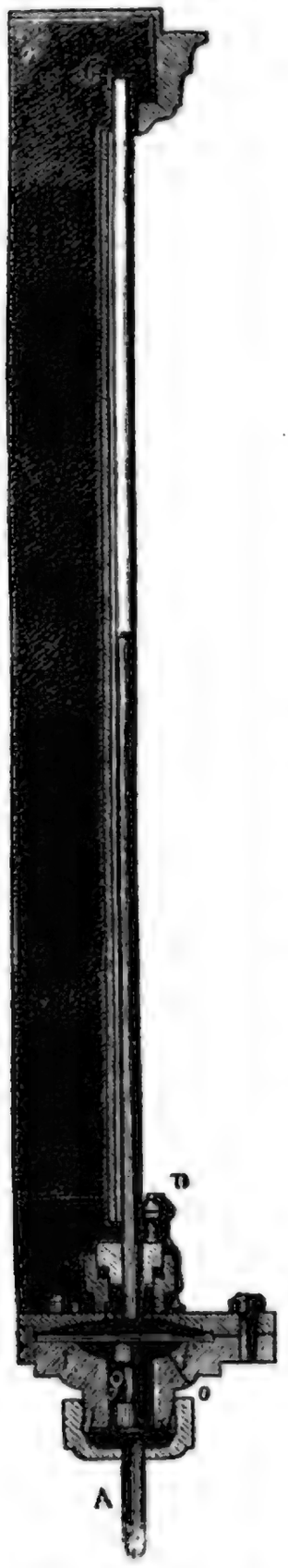
Kohlen- säure- apparate.

Fig. 47. Kipp'scher Apparat.

Fig. 47 zeigt einen Kipp'schen Apparat. Dieser ist einer Frenzel'schen Vorrichtung sehr ähnlich, weicht jedoch in einigen Punkten von derselben ab und zwar ersetzen Hähne die Schrauben in

welcher sich das übergetriebene Queckſilber ſammeln kann. Das Nähere über die Einrichtung dieſes Inſtrumentes iſt im 44. Jahrgange (1845) des Bulletin de la société d'encour., ſo wie in den Annales des mines, T. VII. 1845 nachzuleſen.

Fig. 449.



§. 316. In der neueſten Zeit ſind noch andere Manometer zum Meſſen des hohen Dampfdruckes vorgeſchlagen und angewendet worden. Es gehört hierher vorzüglich das offene Manometer von Galy-Cazalat oder Journeux, und nächſtdem das Metallmanometer von Bourdon. (S. Annales des Mines, IV. Sér., T. XVI, 1849, oder die Zeitſchrift »der Ingenieur« Bd. II.) Differentialmanometer.

Die Einrichtung eines Manometers von Journeux iſt aus Fig. 449 zu erſehen. Das Princip dieſes Inſtrumentes beſteht darin, daß der durch das Rohr *A* herbeigeführte Dampf und das Queckſilber in der Glasröhre *BC* auf die Metallſcheiben *d d* und *f f* von verſchiedener Größe drücken, und der Druck der einen mittels eines Stieles *g* auf die andere fortgepflanzt wird, ſo daß der ſchwächere Druck des Queckſilbers in *B* den ſtärkeren Dampfdruck in *A* das Gleichgewicht zu halten vermag. Sind r und r_1 die Halbmeſſer der Scheiben *d d* und *f f*, ſo ſteht hiernach der Druck in *BC* zu dem in *A* in dem Verhältniſſe $\left(\frac{r}{r_1}\right)^2$ iſt z. B. $\frac{r}{r_1} = 3/10$, ſo hat man den Druck in $BC = (3/10)^2 = 0{,}09$mal ſo groß als in *A*, es iſt alſo eine Atmoſphäre von 28 Zoll in *A*, eine Queckſilberſäule von $0{,}09 \cdot 28 = 2{,}52$ Zoll Höhe in *B*. Zum genauen Abſchluß des Dampfes von Queckſilber ſind die beiden Metallſcheiben noch mit Scheiben von vulkaniſirtem Kautſchuk belegt, und damit die Luft auf die Scheibe *f f* ebenſo gut von unten als von oben drücken kann, iſt in den unteren Theil des Gefäßes ein Loch *o* zum Eintritt der Luft gebohrt. Das Queckſilber wird mittels eines Trichters durch den Aufſatz *D* eingeführt.

Das Metallmanometer von Bourdon beſteht der Hauptſache

§. 103. und eine Handleitung, gelungene Werkzeuge BGB. Bd. 4.§. 103.

zu machen. Wenn nun der Lehrling sich so weit in der Mahlung geübt hat, daß er ohne Anstoß mahlen kann, so kommt er zu der Handleitung, welche ihm die Kunst, gelungene Werkzeuge zu machen, lehret. Diese Handleitung ist nun eben so, wie die Handleitung in der Mahlung, nur daß sie auf die Werkzeuge, und nicht auf die Mahlung gerichtet ist.

Der dritte Theil BGB. Bd. 4. §. 104. Theil der Kunst, gelungene Werkzeuge zu machen, ist die Uebung. Diese ist nun eben so, wie die Uebung in der Mahlung, nur daß sie auf die Werkzeuge, und nicht auf die Mahlung gerichtet ist.

§. 103. Werkzeuge. Hier verstehe ich alles, was zu einer Arbeit gebraucht wird, und was nicht selbst die Arbeit ist. Also sind Werkzeuge, Gefäße, Maschinen, Gebäude, Kleider, Schuhe, Hüte, Strümpfe, Handschuhe und so fortan, sowie auch Zeichnungen, Modelle, Bücher, Schriften, Noten, Gemälde, Kupferstiche, Landkarten, Bildsäulen, Münzen, Siegel, Petschafte, Schlüssel, Schlösser, Uhren, Waffen, Geschütze, Schiffe, Wagen, Pferdegeschirre, Sättel, Zäume, Zeltgeräthe, Kompasse, Fernröhre, Brillen, Vergrößerungsgläser, Wasserwaagen, Lichtputzscheren, Lichtschneuzen, Lichtputzmaschinen, Lichtputzmaschinen, Lichtputzmaschin

Daß wir bei diesen Klassen, die in der Zweidrittelgesellschaft ein wenig
zu kurz kommen, nicht nur an Arbeiter denken, sondern auch an
Beamte, Angestellte, Lehrer, Offiziere, Ärzte, Künstler, Gelehrte, das
kann der Kenner der deutschen Verhältnisse, der wissenschaftlich
Gebildete, der Mann, der sich mit Politik befaßt, als selbstverständlich
voraussetzen. Wir wollen ausdrücklich betonen, daß wir nicht nur
Arbeiter meinen, wenn wir von Leuten sprechen, die in der Zweidrittel-
klasse, von morgens früh bis abends spät, ihr Leben lang hart zu
arbeiten haben, um sich und ihre Familien durchzubringen. Wir
wollen nicht nur Arbeiter, sondern wir meinen damit alle, die
arbeiten müssen, und nicht in den Klassen leben, wo man sich
nicht um jeden Pfennig zu sorgen braucht. Wir wollen nicht nur
die Arbeiter als Zweidrittel sagen, sondern die Zweidrittelgesellschaft
als Ganzes.

Der einzelne Arbeitslose mag nicht zum Verbrecherthum
geneigt sein, aber die Masse der Arbeitslosen ist es, weil sie
die meisten Verbrechen und Vergehen begehen müssen. Und
wenn diese Verbrechen und Vergehen nur vorübergehend Beschwerden
und Unbequemlichkeiten für die Einzelnen, für die Gesellschaft
und den Staat sind, so sind die Massen der Arbeitslosen und
Verbrechen, die sie zu begehen gezwungen sind, eine Gefahr für
unser Wirthschaft- und, in die Länge, für den Staat. Wirthschaft
und Staat, Einzelne und Gesellschaft sind gleichmäßig

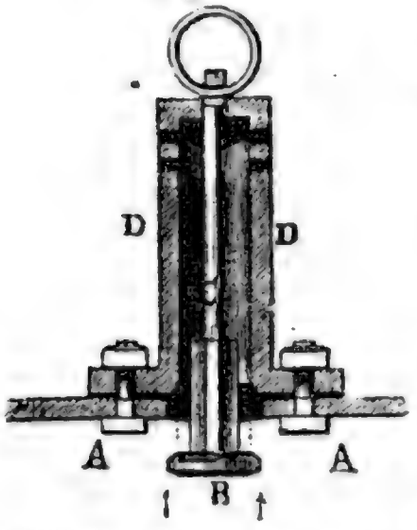
Fig. 66.

Fig. 67.

tung in Bezirke C unter sich und mit dem Kessel A in Verbindung stehen. Jeder dieser Bezirke ist mit einem Ventilator versehen, dem Bezirke zu diesem Zweck Luft durch Rohre D, die in der Nähe der tiefsten Kesselstelle ausmünden, zuführen. Die Luft tritt auf den Rost aufgrund und ist durch Schieber E regelbar. Die Verbrennungsgase, welche auf den Roste entstehen, ziehen durch die Feuerbrücke F, die aus einem Gewölbe besteht, in den Kessel und durch diesen zum gemeinsamen Abzugskanal.

In Fig. 454 ist ein Luftventil abgebildet. *AA* ist der Dampfkessel, *B* das Ventil, *C* dessen Stiel, *DD* das mit Luftlöchern versehene Ventilgehäuse. Es ist leicht zu erachten, daß sich dieses Ventil erst dann schließt, wenn der Dampfdruck auf dasselbe und das Gewicht des Ventiles den Atmosphärendruck übertrifft. Sicherheitsventile.

Fig. 454.



§. 318. Die Sicherheitsventile müssen nicht allein mit einem gewissen Gewichte beschwert werden, damit sie sich erst bei einer gewissen Dampfspannung öffnen, sondern sie müssen auch eine gewisse Größe erhalten, damit sie bei ihrer Eröffnung einen hinreichenden Dampfabfluß gewähren. Es ist wenigstens zu verlangen, daß das Abflußquantum größer sei, als die in derselben Zeit erzeugte Dampfmenge. Ueber die Ausmittelung der Belastung eines Sicherheitsventiles ist bereits in I. §. 328 das Nöthigste gesagt worden. Ist p die Dampfspannung und a die äußere oder Atmosphärenspannung, r aber der innere Halbmesser des Sicherheitsventiles, so hat man die Kraft, mit welcher das Ventil emporgetrieben wird: $P = \pi r^2 (p - a)$; bei directer Belastung ist das Gewicht G des ganzen Ventiles dieser Kraft gleich zu machen, bei einer Hebelbelastung hingegen hat man das am Hebelarme b anzuhängende Gewicht Theorie der Sicherheitsventile.

$$G = \frac{Pd - Qs}{b}$$ zu machen, insofern d den Hebelarm der Kraft P und Qs das statische Moment des unbelasteten Ventiles ausdrücken. Einige Unsicherheit läßt diese Bestimmung immer zurück, zumal wenn die ringförmige Berührungsfläche nicht sehr schmal ist, weil die Metallporen in der Nähe dieser Fläche nicht bloß mit atmosphärischer Luft, sondern auch, wenigstens nach innen zu, mit Dampf ausgefüllt sind, folglich die Druckfläche des Dampfdruckes noch etwas größer als πr^2 ist. (S. eine Abhandlung hierüber von Cato, im polyt. Centralbl., Bd. VIII., 1846.)

Um die nöthige Ventilfläche zu finden, bringen wir auf I. §. 392 die Formel $v = 1595\sqrt{(1+0{,}00367\,t\ Log.\ nat.\left(\frac{b+h}{b}\right)}$ für die Ausflußgeschwindigkeit des Dampfes in Anwendung. Setzen wir, den letzten Bezeichnungen entsprechend, p statt $\frac{b+h}{b}$ und bezeichnen wir den Inhalt der Ventilfläche durch F, so erhalten wir die unter dem äußeren Luftdrucke gemessene Ausflußmenge pr. Sec.

$$Q = Fv = 1595\ F\sqrt{1+0{,}00367\,t)\ Log.\ nat.\ p},$$

Theorie der Sicherheitsventile.

dagegen die der in derselben Zeit erzeugten Dampfmenge gleichzusetzende, unter dem inneren Drucke gemessene Ausflußmenge:

$$Q_1 = \frac{Q}{p} = 1595 \frac{F}{p} \sqrt{(1 + 0{,}00367\, t)\ Log.\ nat.\ p}.$$

Das Dampfquantum Q_1 hat aber das Gewicht

$$G = Q_1 \gamma = \frac{0{,}003557\ .\ 15{,}05\ .\ p}{1 + 0{,}00367\ .\ t}\, Q_1,$$

daher ist denn auch zu setzen:

$$\frac{(1 + 0{,}00367\, t)\ G}{0{,}053533} = 1595\, F \sqrt{(1 + 0{,}00367\, t)\ Log.\ nat.\ p},$$

und der Inhalt der Ventilfläche: $F = 0{,}01171\ G \sqrt{\frac{1 + 0{,}00367\ t}{Log.\ nat.\ p}}$.

Rechnen wir auf jeden Quadratfuß Heizfläche stündlich 4 Pfund Dampf, so können wir für die Heizfläche F_1 das entsprechende Dampfquantum pr. Secunde setzen:

$$G = \frac{4 F_1}{60\ .\ 60} = \frac{F_1}{900}\ \text{Pfund},$$

und daher das Verhältniß zwischen der Ventil- und Heizfläche annehmen:

$$\frac{F}{F_1} = \frac{0{,}01171}{900} \sqrt{\frac{1 + 0{,}00367\, t}{Log.\ nat.\ p}} = 0{,}00001301 \sqrt{\frac{1 + 0{,}00367\ .\ t}{Log.\ nat.\ p}}.$$

Man kann hiernach leicht ermessen, daß dieses Verhältniß bei starken Dampfspannungen kleiner ausfällt, als bei schwachen Dampfspannungen.

Für die Dampfspannung $p = 5/4$ Atmosphären, wo $t = 106{,}5^0$ ist, hat man

$$\sqrt{\frac{1 + 0{,}00367\, t}{Log.\ nat.\ p}} = \sqrt{\frac{1{,}391}{0{,}22315}} = 2{,}5, \text{ daher } \frac{F}{F_1} = 0{,}0000325.$$

Nach der preußischen Verordnung soll $\frac{F}{F_1}$ wenigstens $1/3000$ sein; es ist also hier eine $(1/3000 : 0{,}0000325) = \frac{1}{0{,}0975}$, d. i. über 10fache Sicherheit vorausgesetzt; und dieselbe bei hohen Dampfspannungen noch größer.

Die französischen »Ordonnances« schreiben vor, den Ventildurchmesser nach der von Thrémery auf dem Wege der Empirie gefundenen Formel

$$d = 2{,}6 \sqrt{\frac{F_1}{p - 0{,}412}}$$ Centimeter zu bestimmen, so daß hiernach, da F_1 in Quadratmetern auszudrücken ist,

$$\frac{F}{F_1} = \frac{(0{,}026)^2 . \pi}{4(p - 0{,}412)} = \frac{0{,}000531}{p - 0{,}412},$$

also für $p = 5/4$. $\frac{F}{F_1} = 0{,}000634 = \frac{1}{1577}$ folgt.

Um die Geschwind. noch mehr zu erhöhen, werden zwei zwei Geschwindigkeitsmesser, jeder aus der vorgeschriebenen Größe, an zwei tief hineinstehenden Stangen angebracht.

Beispiel. Welche Dimensionen hat ein hohen Geschwindigkeitsmesser eines Dampfschiffes zu erhalten, welches mit einer Geschwind. von $v = 3$ Meter in Minuten sekunden zu fahren hat? Die nützliche Belastung ist $P_1 = \frac{1}{3000} = 125$ Kilogramm, und sein proportionales Querschnittsmaß $F_1 = \frac{P_1}{3000} = \frac{125}{3000} = 0{,}04167$ Quadratmeter, und daher der Querschnittsmaßstab $\lambda = \sqrt{\frac{0{,}04167}{3}} = 0{,}20$ Meter $= 2^{1}/_{2}$ Zoll. Nach Grashofs Gesetzen bleiben $\delta = 2{,}5\sqrt{\frac{125 \cdot 0{,}0865}{4000 \cdot 0{,}412}} = 2{,}5\sqrt{\frac{12{,}3125}{1648}} = 4{,}02$ Centimeter $= 1^{1}/_{2}$ Zoll. Unsere Formel giebt bei 20facher Sicherheit $\delta = 0{,}0000303\sqrt{\frac{l \cdot 0{,}0865 \cdot 1}{1 \cdot 0{,}412 \cdot 0{,}2863}} = 0{,}0000735$, daher $\delta = 0{,}0007735 \cdot 125 = 0{,}00419$ und $\lambda = 0{,}209$ Bid $= 2^{1}/_{2}$ Zoll.

Bemerkung. Beschläge, wie Mut, Winkeln und Lief. gehören, und in die Berechnung einzelner Maschinentheile sind aufgenommen und liegen auch nicht genügende Sicherheitsvorrichtungen.

Sicherheitsventile.

§. 319. An einem Dampfkessel ist ferner noch anzubringen:

1) das Dampfrohr, zum Zuströmen des Dampfes,

2) das Wasser oder Zuflussrohr, zum Einfliegen in den Kessel,

3) das Ablassrohr, zum Ablassen und

4) das Probierrohr, zum Ausfließen des Wassers.

Das dem Dampfrohre, mit dem Mittel, den Dampf und dem Kessel nach der Maschine zu leiten, ist im Gegensatz zu dem Rohr. Wasser oder dem Zuflussrohr anlangt, so bildet dieses eine runde Oeffnung von 16 bis 18 Zoll Länge und 13 Zoll Weite im Deckel des Kessels, und wird, wie auf Fig. 435 ersichtlich ist, durch einen Kasten geschlossen Platte

Fig. 455.

A verschlossen. In dem Zimmerraume B ist zwischen dieser Platte und dem Kessel kommt ein eiserner mit Hanf und Dichter belegter Ring zu liegen, um die Platte zu handhaben, dient der Bügel EE und um die Platte zuverdrücken, dient die an d befindliche und bei C durch einen Bolzen D.E. gehende Schraube AC mit ihrer Mutter C.

Entleeren der Dampfkessel

Das Loch zum Ablassen des Wassers aus dem Dampfkessel befindet sich im Boden desselben und über dem Feuerrost, und wird durch einen conischen Stahlzapfen von innen verstopft.

Das Wasser, womit ein Dampfkessel gespeist wird, ist nie ganz rein; deshalb wird das Kesselwasser bald trübe und schlammig, und es ist daher nöthig, von Zeit zu Zeit eine Reinigung des Kessels vorzunehmen. Um diesen Schlamm im Kessel sich nicht anhäufen zu lassen, wird das Ausblaserohr, ein bis nahe am Boden reichendes und sich da conisch erweiterndes und außen durch einen Hahn verschließbares Rohr angewendet. Oeffnet man, nachdem die Feuerung aufgehört und die Spannung des Dampfes nur noch eine mäßige Höhe hat, den Hahn, so wird das trübe Wasser ohne Gefahr durch den Dampf fortgetrieben. Dieses Ausblasen ist zumal auch bei den Seedampfschiffkesseln nöthig, da diese mit Seewasser gespeist werden. Besonders nachtheilig können die im Wasser aufgelösten Bestandtheile, wie Kalk, Gyps, Koch- oder Glaubersalz u. s. w. auf den Kessel wirken, indem sich aus denselben eine feste Rinde, der sogenannte Kessel- oder Pfannenstein, bildet, der den Boden des Kessels bedeckt. Diese steinartige Masse erschwert nicht allein den Durchgang der Wärme, sondern wirkt auch zerstörend auf den Kessel, zumal da dieser an der Stelle, welche mit Kesselstein bedeckt ist, leicht glühend wird. Damit sich diese Masse nicht unmittelbar über dem Feuerheerde ansetze, führt man das Wasser an der dem Feuerheerde entgegengesetzten Stelle in den Kessel ein, und legt auch den Kessel hier 1 bis 3 Zoll tiefer, als vorn beim Feuerraume; auch setzt man wohl besondere Boden- oder Seitenbleche ein, um das Absetzen des Kesselsteins auf dem Boden des Kessels selbst oder wenigstens auf dem über dem Feuerraume desselben befindlichen Theile zu verhindern. Es ist natürlich nöthig, den Kesselstein von Zeit zu Zeit von den Kesselwänden loszuschlagen oder, nach Befinden, durch chemische Mittel (Salzsäure) zu beseitigen.

Kesselprobe.

§. 320. Mit jedem Dampfkessel soll vor dem Gebrauche eine Probe gemacht werden. Vorschriftsmäßig unterwirft man ihn in der Regel der hydrostatischen Probe bei der einfachen Belastung des Sicherheitsventiles. Wenn hierbei das Wasser höchstens in den Fugen in Nebelform hervortritt, hat man den Kessel als brauchbar anzusehen. Jedenfalls hat man den Druck bei der Kesselprobe nicht zu übertreiben, weil hierbei leicht bleibende nachtheilige Veränderungen im Material oder in der Zusammensetzung des Kessels eintreten können, derselbe also gerade durch die Probe erst geschwächt werden kann. Nach Jobard soll man einen, ganz mit Wasser angefüllten Dampfkessel so lange erhitzen, bis das Manometer 2 bis 3 Atmosphären Ueberdruck über den normalen, den er künftig aushal-

ten soll, anzeigt. Diese Prüfung behutsam durchgeführt, ist wenigstens nicht so gefährlich, als eine Prüfung durch gespannte Dämpfe, gleichwohl aber eine angemessenere als die gewöhnliche Wasserprobe, weil der Kessel durch die Erwärmung in eine Spannung und in einen Zustand versetzt wird, der dem beim Gebrauche des Kessels nahe kommt. Kesselprobe.

Trotz aller Proben und aller Sicherheitsmaßregeln kommt doch zuweilen noch ein Zerspringen oder Bersten (franz. und engl. explosion) der Kessel vor, und es wird dadurch nicht allein der Kessel und Ofen, sondern auch das Gebäude, nach Befinden auch die nebenstehende Maschine beschädigt, ja nicht selten eine bedeutende Verletzung oder Tödtung des Heizers, Maschinenwärters und anderer in der Nähe befindlicher Menschen herbeigeführt. Leider kennt man bis jetzt nur die allgemeinen Ursachen, welche diese Ereignisse herbeiführen, und ist nicht einmal im Stande, die Verhältnisse und Ursachen, durch welche viele der bis jetzt vorgekommenen Dampfkesselexplosionen entstanden sind, speciell nachzuweisen. Zu den allgemeinen Ursachen dieser Explosionen rechnet man

1) die übermäßigen Dampfspannungen, zumal wenn sie mit Erschütterungen oder Stößen des Kessels verbunden sind;
2) Wassermangel, wobei entweder eine zu rasche Dampfentwickelung oder eine Zersetzung des Wasserdampfes eintritt;
3) schlechter oder unangemessener Zustand des Kessels;
4) Loslösen des Kesselsteins von den Kesselwänden.

Man hat auch vorzüglich die atmosphärische Luft, welche durch das Speisewasser mit in den Kessel eingeführt wird, und welche bei Berührung mit dem sich aus dem zersetzten Wasser bildenden Knallgas heftig explodirt, als Hauptursache der Kesselexplosionen angesehen. Andere geben den Wallungen des Wassers und zumal der Bildung von Wasserhosen im Kessel, welche macht, daß statt Dampf, Wasser durch die Ventil- oder andere Oeffnungen ausströmt, Schuld, Kesselexplosionen herbeizuführen. Dieser Gegenstand läßt sich hier nicht weiter verfolgen, und wir müssen hier auf die im Folgenden mitgetheilte Literatur verweisen.

Schlußanmerkung. Ueber Heizung und zumal über die Dampferzeugung können wir folgende Schriften zum Nachlesen empfehlen. Den Gegenstand allgemein und ausführlich behandelt Péclet in seinem Traité de la chaleur etc., II. Tom. 2e édit., Paris 1843. In praktischer Beziehung sehr zu empfehlen ist: Grouvelle et Jaunez: Guide du chauffeur et du propriétaire des machines à vapeur etc, 3e édit., Paris 1846. Sehr ausführlich über Dampfkesselanlagen wird auch gehandelt in der dritten Abtheilung von Verdam's Dampfmaschinenlehre, welche deutsch unter dem Titel »die Grundsätze, nach welchen alle Arten von Dampfmaschinen zu beurtheilen und zu erbauen sind«, erschienen ist. Ferner ist zu empfehlen: Traité des machines à vapeur, par Bataille et Jullien; oder das englische Original A Treatise on the Steam engine, by the Artizan-Club, edited by J. Bourne, London 1846. Einen kurzen Unterricht über

diesen Gegenstand ertheilt Claudel in seinen Formules, Tables etc., vorzüglich aber Scholl in seinem Führer des Maschinisten, und Baumgartner in seiner Anleitung zum Heizen der Dampfkessel. Ueber Sicherheit der Kesselanlagen ist nachzulesen in den Ordonnances du roi relat. aux appareils à vapeur etc., par C. E. Jullien, Paris 1843; ferner Machines à vapeur arrêtés et instructions. Bruxelles 1844; auch in den Gesetzen und Verordnungen deutscher Staaten über die Anlage von Dampfkesseln und Dampfmaschinen, z. B. das königl. Preuß. Regulativ oder die Oesterreich. Verordnung (s. polytechn. Centralblatt, Band VI., 1845) hierüber. Ueber Dampfkesselexplosionen s. Annales des ponts et chaussées, Tom. IV., Paris 1842; Verhandlungen des Preuß. Gewerbevereins, Jahrg. 20 und 21, Berlin 1841 und 1842; Annales des mines, Tom. VII., Paris 1845; Dingler's polytechn. Journal, Band 94; s. die im folgenden Paragraphen citirten Abhandlungen von Arago. Ueber Sicherheitsventile eine Abhandlung von Thrémery in den Annales des mines, Tom. XX., 1841. Ueber Schornsteine s. Verhandlungen des Preuß Gewerbevereins, Jahrg. 19, Berlin 1840 u. s. w.

Viertes Kapitel.

Von den Dampfmaschinen.

Dampfmaschinen

§. 321. Dampfmaschinen (franz. machines à vapeur; engl. steam-engines) sind Maschinen, welche durch die Kraft des Dampfes mittel- oder unmittelbar in Bewegung gesetzt werden. Mittelbar wirkt der Dampf, wenn durch Condensation desselben ein beinahe leerer Raum erzeugt und dadurch die Atmosphäre in den Stand gesetzt wird, daß sie mechanische Arbeit verrichten, z. B. einen Kolben in diesen Raum hineinschieben kann; unmittelbar hingegen wirkt der Dampf, wenn er vermöge seiner Expansivkraft einen Körper, z. B. den Kolben in einem Cylinder, in Bewegung setzt, oder durch seine lebendige Kraft Arbeit verrichtet, z. B. ein Rad in Umdrehung setzt. Die Maschinen mit mittelbarer Dampfwirkung heißen auch atmosphärische Dampfmaschinen (franz. machines atmospheriques; engl. atmospheric engines) und sind nur noch selten im Gebrauche, weswegen in der Folge vorzüglich nur von den eigentlichen Dampfmaschinen und zwar nur von den Kolbendampfmaschinen die Rede sein wird.

Die Dampfmaschinen sind, wie die Wassersäulenmaschinen (s. II, §. 216), entweder einfachwirkende oder doppeltwirkende. Bei der ersten Klasse dieser Maschinen treibt der Dampf den Kolben nur nach der einen Richtung, und es wird die Bewegung in der entgegengesetzten Richtung

Dampfmaschinen.

durch ein Gegengewicht hervorgebracht; bei der zweiten Klasse hingegen bewirkt die Dampfkraft sowohl den Hin- als auch den Rückgang des Kolbens in dem meist senkrecht stehenden Dampfcylinder. Erstere dienen nur zur Unterhaltung einer auf- und niedergehenden Bewegung, kommen deshalb nur als Kraftmaschinen bei Pumpen vor, und bilden dann die sogenannten Dampfkünste in Bergwerken. Die doppeltwirkenden Dampfmaschinen hingegen finden in allen den Fällen ihre Anwendung, wo es darauf ankommt, eine rotirende Bewegung zu erzeugen.

In Hinsicht auf die Größe der Dampfspannung theilt man die Dampfmaschinen ein 1) in Niederdruck-,
2) in Mitteldruck- und
3) in Hochdruckdampfmaschinen.

Bei den Tief- oder Niederdruckdampfmaschinen (franz. machines à basse pression; engl. low-pressure engines) hat der Dampf eine Spannung, welche den Atmosphärendruck höchstens um die Hälfte übertrifft; bei den Mitteldruckdampfmaschinen (franz. machines à moyenne pression; engl. middle-pressure engines) ist die Spannung des Dampfes zwei bis vier Atmosphären, und bei den Hochdruckdampfmaschinen (franz. machines à haute pression; engl. high-pressure engines) beträgt die Dampfspannung fünf und mehr Atmosphären.

Anmerkung. Die erste Dampfmaschine von Savery hatte keinen Kolben und diente nur zum unmittelbaren Heben des Wassers, weshalb sie einer Pumpe ähnlich construirt war. Sie wurde durch Newcomen von den atmosphärischen Maschinen verdrängt, sowie diese später durch Watt von den eigentlichen Dampfmaschinen. Die Engländer sehen den Marquis of Worcester als den Erfinder der Dampfmaschinen an, Arago sucht jedoch nachzuweisen, daß der bekannte Papin der eigentliche Erfinder der Dampfmaschinen sei. Das Nähere über die Geschichte der Dampfmaschine ist nachzulesen im Annuaire du bureau des longitudes, pour l'année 1837 et pour l'année 1838. Der erstgenannte Jahrgang enthält die Geschichte der Dampfmaschinen und der zweite Watt's Lebensbeschreibung, beides von Arago bearbeitet. Diese, wie noch viele andere Artikel aus dem Annuaire sind auch von Remy und Krieb in's Deutsche übersetzt. Ferner ist nachzusehen Stuart's Histoire de la machine à feu; der zweite Band (Art. steam) von Robison's System of mechanical Philosophy; Lardner's Lectures on the Steam-engine; Bourne's Treatise on the Steam-engine u. s. w.

§. 322. Bei den eigentlichen Dampfmaschinen wird der Dampf nach vollbrachter Leistung entweder in die freie Luft gelassen oder durch kaltes Wasser condensirt; man hat daher hiernach zu unterscheiden:

die Dampfmaschinen ohne Condensation von den Dampfmaschinen mit Condensation.

Die Kraft, mit welcher sich der Kolben einer Dampfmaschine bewegt, ist, wie bei dem Kolben einer Wassersäulenmaschine, die Differenz zwischen den

Dampfmaschinen.

Drücken auf beiden Seiten desselben. Bei den Dampfmaschinen ohne Condensation wirkt der Dampf auf der einen und die Atmosphäre auf der anderen Seite des Kolbens, es ist folglich hier die arbeitende Kraft um den ganzen Atmosphärendruck kleiner als die Dampfkraft; bei den Condensationsmaschinen hingegen wirkt dem Dampfe auf der einen Seite des Kolbens nur die schwache Kraft des aus der Condensation des Dampfes hervorgegangenen Luft- und Dampfgemenges entgegen; es ist folglich hier die arbeitende Kraft nur wenig (etwa $^1/_{10}$ Atmosphäre) kleiner als die Dampfkraft. Hieraus ist nun zu schließen, daß unter übrigens gleichen Umständen Maschinen mit Condensation eine größere Leistung hervorbringen, als solche ohne Condensation, und auch leicht zu ermessen, daß nur bei Hochdruckdampfmaschinen der Vortheil der Condensation weniger beträchtlich ist, und daß dagegen Tiefdruckmaschinen gar nicht ohne Condensation arbeiten können. Bei einer Hochdruckmaschine mit 6 Atmosphären Dampfspannung geht durch den Austritt des Dampfes in die freie Luft nur $^1/_6$ der Kraft verloren, bei einer Mitteldruckmaschine mit 3 Atmosphären Dampfspannung beträgt dieser Verlust schon $^1/_3$, bei den Niederdruckmaschinen mit $^4/_3$ Atmosphären Spannung endlich ist dieser Verlust $1 : {}^4/_3 = {}^3/_4$; es bleibt also hier nur noch $^1/_4$ des disponibeln Arbeitsvermögens übrig. Bei Condensation der Dämpfe, welche $^1/_{10}$ Atmosphären Gegendruck übrig läßt, würde der Verlust nur $^3/_{40}$, also das übrigbleibende Arbeitsvermögen $1 - {}^3/_{40} = {}^{37}/_{40} = 0{,}925$ des disponibeln betragen.

Obgleich hiernach bei den Hochdruckmaschinen die Condensation des Dampfes nach vollbrachter Wirkung mechanisch vortheilhaft ist, so findet man doch dieselbe hier in der Regel nicht angewendet, aus dem Grunde, weil das Condensationswasserquantum, welches das Speisewasserquantum mindestens um das Zwanzigfache übertrifft, an vielen Orten nicht vorhanden ist oder nur mit großem Geld- oder Kraftaufwande herbeigeschafft werden kann, also der Vortheil der Condensation durch den genannten Aufwand wieder verloren gehen würde, und weil überdies die Maschinen ohne Condensation einfacher ausfallen, als die Condensationsdampfmaschinen.

Endlich hat man noch Dampfmaschinen mit und ohne Expansion von einander zu unterscheiden. Bei den Dampfmaschinen ohne Expansion (franz. machines sans détente; engl. engines without expansion) findet während des ganzen Kolbenspieles ununterbrochener Dampfzufluß statt, und es bleibt der Dampf immer in derselben Spannung; bei den Expansionsmaschinen (franz. machines à détente; engl. expansion-engines) hingegen wird der Dampfzufluß noch während der Kolbenbewegung aufgehoben; es dehnt sich daher der Dampf immer mehr und mehr aus und verliert immer mehr und mehr an Span-

nung, während der Kolben den letzten Theil seines Weges zurücklegt. Die Arbeit, welche der Dampf während der Expansion verrichtet, geht bei den Maschinen ohne Expansion verloren; es sind daher von den Expansionsmaschinen größere Wirkungsgrade zu erwarten, als von den Maschinen ohne Expansion. Dampfmaschinen.

Anmerkung. Man unterscheidet auch noch stationäre und locomotive Dampfmaschinen von einander, und rechnet zu den letzteren die Maschinen auf Schiffen und Wagen. In diesem Kapitel ist nur von den stationären oder feststehenden Dampfmaschinen die Rede; die locomotiven oder beweglichen Dampfmaschinen werden später bei den Förderungsmaschinen mit abgehandelt.

§. 323. Die Haupttheile einer Maschine sind: Dampfcylinder.

1) der Dampfcylinder,

2) der Dampfkolben mit seiner Stange und

3) die Steuerung.

Der Dampfcylinder ist eine gußeiserne, genau ausgebohrte Röhre, welche den Dampf während seiner Arbeitsverrichtung umschließt. Er ist oben mit einem Deckel und unten mit einem Bodenstück verschlossen und enthält in der Nähe beider Stücke Seitenmündungen zum Ein- und Austritte des Dampfes. Die Höhe des Dampfcylinders muß zur Weite desselben in einem schicklichen Verhältnisse stehen. Gewöhnlich ist die Höhe 2 bis $2\frac{1}{2}$ mal so groß als die Weite; bei Maschinen, welche eine große Anzahl von Spielen machen sollen, wie z. B. bei den locomotiven Dampfmaschinen, ist jedoch dieses Verhältniß noch kleiner. Um einen möglichst kleinen Wärmeverlust durch Abkühlung in dem Cylinder zu erhalten, muß die Cylinderhöhe in einem gewissen Verhältnisse zur Cylinderweite stehen. Die Abkühlung des Dampfes fällt um so größer aus, je größer das Product aus der Größe der Abkühlungsfläche und aus der Zeit der Abkühlung ist. Bei einem Dampfcylinder ist aber die Abkühlungsfläche aus zwei kreisförmigen Grundflächen und einer veränderlichen Cylindermantelfläche zusammengesetzt. Bezeichnen wir den Durchmesser des Cylinders durch d und die Zeit, in welcher der Kolben den Weg s in demselben zurücklegt, durch t, so haben wir das Maaß der Abkühlung an den beiden Kreisflächen: $2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot t = \frac{\pi}{2} d^2 t$; setzen wir ferner voraus, daß der Kolben in jedem Zeittheil $\frac{t}{n}$ den Wegtheil $\frac{s}{n}$ durchlaufe, so erhalten wir das Maaß der Abkühlung an der nach und nach die Inhalte $\pi d \cdot \frac{s}{n}$, $\pi d \cdot \frac{2s}{n}$, $\pi d \cdot \frac{3s}{n} \ldots \pi d \cdot \frac{ns}{n}$ einnehmenden Cylinderfläche,

Dampfcylinder.

$$= \frac{\pi d s}{n} \cdot \frac{t}{n} + \frac{2\pi d s}{n} \cdot \frac{t}{n} + \frac{3\pi d s}{n} \cdot \frac{t}{n} + \ldots + \frac{n\pi d s}{n} \cdot \frac{t}{n}$$

$$= \frac{\pi d s t}{n^2}(1 + 2 + 3 + \ldots + n) = \frac{\pi d s t}{n^2} \cdot \frac{n^2}{2} = \frac{\pi}{2} d s t;$$ daher das Maaß der Abkühlung am ganzen Cylinder und während der ganzen Bewegungszeit, $= \frac{\pi}{2} d^2 t + \frac{\pi}{2} d s t = \left(2 \cdot \frac{\pi d^2}{4} + \pi d \cdot \frac{s}{2}\right) \cdot t =$ Product aus Zeit und aus der Oberfläche eines Cylinders, deſſen Höhe die Hälfte iſt von dem Kolbenwege. Damit die Abkühlung möglichſt klein ausfalle, muß alſo nicht nur die Zeit eines Spieles, ſondern auch jene Oberfläche möglichſt klein ſein. Nun lehrt aber die Geometrie, daß unter allen Cylindern derjenige die kleinſte Oberfläche bei gegebenem Inhalte hat, welcher ebenſo hoch als weit iſt; es iſt daher auch im vorliegenden Falle die ſchwächſte Abkühlung zu erwarten, wenn die Höhe $\frac{s}{2}$ dieſes mittleren Cylinders der Weite d deſſelben gleich, alſo die Hubhöhe oder der Kolbenweg $s = 2d$, d. i. gleich der doppelten Cylinderweite iſt. Die Cylinderhöhe iſt mindeſtens um die Kolbenhöhe größer als der Kolbenweg.

Um die Abkühlung des Dampfes im Dampfcylinder möglichſt zu verhindern, muß man denſelben mit ſchlechten Wärmeleitern, z. B. mit einem Holz- oder Filzmantel umgeben, oder ihn in eine Luft- oder Dampfhülle einſchließen; auch muß man ihm eine glatte Oberfläche geben, weil bei dieſer die Wärmeausſtrahlung ſchwächer iſt, als bei einer rauhen Oberfläche. Sehr oft wendet man eine Dampfhülle an, indem man den Cylinder mit einem eiſernen Mantel (Dampfmantel) umgiebt und den Zwiſchenraum mit Dampf ausfüllen läßt. Hierbei können aber drei Fälle vorkommen; es kann der Dampf den Zwiſchenraum zwiſchen dem Dampfcylinder und ſeinem Mantel ſtillſtehend ausfüllen, oder es kann derſelbe dieſen Zwiſchenraum durchſtrömen und zwar vor oder nach ſeiner Wirkung in dem Cylinder. Die letzte Methode ſcheint, obgleich ſie ſelten vorkommt, die vorzüglichſte zu ſein, weil hier von der Wärme des fortgehenden Dampfes noch Nutzen gezogen wird. Der Umſtand, daß in dieſem Falle die Dampfhülle weniger Wärme hat als der Dampf im Cylinder, und deshalb die Hülle dem Cylinder Wärme entzieht, während bei der zweiten Methode dieſelbe dem Cylinder mittheilt, macht keineswegs dieſe Einhüllungsmethode unzweckmäßig, da die Abkühlung mit der Temperaturdifferenz wächſt und dieſe bei einem in Dampf eingehüllten Cylinder gewiß kleiner iſt als bei einem freiſtehenden Cylinder. Da ſich in der Dampfhülle immer etwas Waſſer niederſchlägt, ſo befindet ſich unten an dem Dampfmantel ein durch einen Hahn verſchließbares Ablaßrohr.

§. 324. Die Wirksamkeit der Dampfcylinder läßt sich wie bei der einfachen Dampfkraft Oberhaupt berechnen, wegen des allmäligen Nachdrückens geht man jedoch mit vielen mit seine Annahmen, und nimmt z. B. an, daß bei den Cylindermaschinen und der Dampfspannung ($p + 1$) Atmosphären

$$= p = 1{,}0365 \text{ d-n} = 1{,}1 \text{ Pf.}$$

Das Gewicht und das Hubstück werden durch Schrauben und Mutter mit dem Cylinder fest und dampfdicht verbunden. In der Mitte des Deckels hat die Stopfbüchse (fig. 1, 2, 230) wie in der Regel mit in Oel und Talg getränkten Hanfbändern aufgefüllt, das zum Ausfüllen der Stopfbüchse der unteren Zeit auch einzelne liegende und je aus drei Garnen bestehende Metallringe an, welche durch eigenen Federn die zwischen dem

Fig. 426.

Fig. 427.

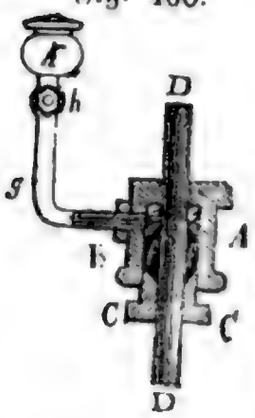
Stopfbüchse mit Zubehörden hingegen fährt Fig. 428 vor Augen, Fig. 429.

Sobald der Cylinder- als auch der Stopfbüchsdeckel ist eine Vorrichtung zur Schmierung von Cylinder- und Talg. Auch sind bei Anwendung von Hanfbändern noch ein oder mehrere Schmierröhrchen auf den Cylinderdeckel aufgesetzt. Die Einrichtung eines solchen Schmier- oder Fettröhrchen zeigt Fig. 430 im Durchschnitt. Mit dem Rohr A wird dieses Apparat auf den Deckel des Cylinders aufgeschraubt, B ist das Fettbehältnis, C ist eine am Rohr A mit Bedrungen d, e und f. Zu der Bedrung d eines in den Fettbehältnis B eingeschraubten Rohr E ist ein Hahn durch die Bedrung bei Hahnkükens g und h bei Hahnkükens, während durch e Luft austritt, ist aber d oben, so fließt Fett aus dem Trichter F in den Rohr C.

In seinem Rohr mit der Kolbenstange durch den Boden der

Stopfbüchse. Cylinders geben. Man vermeidet dies so viel wie möglich, weil die hierzu nöthigen hängenden Stopfbüchsen das Fett nicht gut zurückhalten und durch die erdigen Theile, welche sich aus dem condensirten Dampfe absetzen, ihren dampfdichten Schluß verlieren. Die Einrichtung einer Stopfbüchse, welche in einem solchen Falle noch mit Vortheil anzuwenden ist, läßt sich aus Fig 460 entnehmen.

Fig. 460.

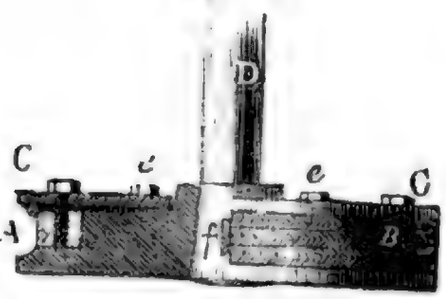


Es ist hier AB das Stopfbüchsengehäuse, CC der Deckel, DD die Kolbenstange, ferner ee eine messingene Scheibe, mit einer auswendig rundherumlaufenden Nuth und 6 bis 8 feinen radial laufenden Löchern, ferner f die Packung, g ein mit der Nuth communicirendes Kupferrohr, k ein Kelch zur Aufnahme des flüssigen Talges und h ein Hahn zum Abschluß, welcher nur zu öffnen ist, wenn die Maschine stillsteht.

Uebrigens ist der Dampfcylinder mittels einer starken Grundplatte auf ein festes Grundgemäuer zu setzen und mit diesem durch Anker und Schrauben fest zu verbinden

Dampfkolben. §. 325. Die Dampfkraft wird zunächst von dem im Dampfcylinder auf- und niederbeweglichen Dampfkolben (vergl. II., §. 219) aufgenommen, von diesem aber durch die Kolbenstange weiter fortgepflanzt. Der Dampfkolben bildet in seiner Hauptform einen an das Innere des Dampfcylinders genau anschließenden Cylinder und besteht hauptsächlich aus drei Theilen, aus dem Kolbenstocke, aus der Liderung und aus dem Deckel. In der Mitte des Kolbenstockes befindet sich eine Verstärkung, welche im Inneren conisch ausgedreht ist und zur Aufnahme des ebenfalls conisch abgedrehten Kolbenstangenendes dient. Der Kolbenstock und der Deckel sind aus Gußeisen, die Liderung hingegen ist entweder Hanfliderung (franz. garniture de chanvre; engl. hemp-packing) oder Metalliderung (franz. garniture métallique; engl. metallic-packing). Die Einrichtung eines Kolbens mit Hanfliderung wird in Fig. 461 vor Augen geführt Es ist AB der Kolbenstock, B die aus Hanfzöpfen bestehende Liderung, CC aber der durch Schrauben $e, e \ldots$ mit dem Kolbenstocke verbundene und die Liderung zusammendrückende Deckel; D ist endlich noch die Kolbenstange und f die Splette, womit deren Ende in der die Mitte des Kolbens einnehmenden Hülse festgekeilt wird.

Fig. 461.



Kraftwerk Ilg. Bei der Maschinen- und Kesselhalle wird ausgeführt. Es werden zwei Turbinen von je 1000 PS und zwei Dampfkessel aufgestellt.

Das Kraftwerkhaus ist ein Backsteinbau mit Betonfundamenten und Betonfußboden. Die Maschinenhalle hat eine Länge von 15 m, eine Breite von 8 m und eine Höhe von 6 m. Die Kesselhalle ist 10 m lang, 8 m breit und 6 m hoch. Die Kesselhalle ist mit einem Satteldach, die Maschinenhalle mit einem Pultdach versehen. Die Dachdeckung war mit Pappdach vorgesehen. Vom Rate Ehrbarer Leute wurde jedoch Ziegeldeckung verlangt. Die Kosten betragen 30 000 Mk. Die Bauzeit

Kraftwerk Ilg. Maschinen- und Kesselhaus. Ansicht von Südwesten.

Kraftwerk Ilg. Maschinen- und Kesselhaus. Ansicht von Südwesten.

betrug 6 Monate. Die Bauleitung hatte Ingenieur Ilg. Die Bauausführung hatte Maurermeister Schmidt.

144. Das Kraftwerkhaus.

Das Kraftwerkhaus ist ein massiver Backsteinbau mit Betonfundamenten und Betonfußboden. Die Maschinenhalle hat eine Länge von 15 m, eine Breite von 8 m und eine Höhe von 6 m. Die Kesselhalle ist 10 m lang, 8 m breit und 6 m hoch. Die Kesselhalle ist mit einem Satteldach, die Maschinenhalle mit einem Pultdach versehen. Die

Kolbenſtange. die Liderungsfläche vollkommen glatt iſt oder ein vollkommenes Continuum bildet, ſo kann die Liderungsfläche nur dann vollkommen abſchließen, wenn ſie eine gewiſſe Breite hat, auf der anderen Seite darf aber dieſe Breite nicht ſehr groß ſein, weil mit ihr proportional die Reibung wächſt (ſ. II., §. 235). Zum vollkommenen Abſchließen gehört aber auch noch, daß die Kolbenfläche keine ſchiefe Lage gegen die Cylinderaxe annehme; dieſe Lage kann aber durch eine excentriſche Lage der Kolbenſtange und durch eine ungleiche Vertheilung der Reibung rings am Umfange des Dampfkolbens herbeigeführt werden, wenn die Liderung ſehr niedrig iſt, und es iſt daher auch aus dieſem Grunde ein gewiſſes Verhältniß zwiſchen der Liderungsbreite und der Cylinderweite in Anwendung zu bringen. Tredgold ſucht theoretiſch zu beweiſen, daß dieſes Verhältniß dem Reibungscoefficienten gleich ſein müſſe; es iſt aber die Grundlage dieſes Beweiſes zu unſicher, als daß man hierauf etwas geben könnte und es bleibt daher nichts weiter übrig, als die durch Erfahrung geprüften Verhältniſſe in Anwendung zu bringen. Hiernach aber iſt bei Hanfliderung dieſes Verhältniß $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{6}$, bei der Metallliderung aber nur $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{9}$ und zwar der größere Werth bei kleinen und der kleinere bei großen Kolben in Anwendung zu bringen.

Die Kolbenſtange, welche in der Regel aus Schmiedeeiſen oder aus Stahl iſt, muß eine hinreichende Stärke beſitzen, um die Kolben- oder Dampfkraft auf die Arbeits- oder Zwiſchenmaſchine übertragen zu können, ohne eine bedeutende oder bleibende Formveränderung zu erleiden. Die Formel zur Beſtimmung dieſer Dimenſionen liefert aber die Theorie der Feſtigkeit; hierbei haben wir jedoch zu unterſcheiden, ob, wie bei den einfachwirkenden Maſchinen, die Kolbenſtange nur einer Ausdehnungskraft, oder ob ſie, wie bei den doppeltwirkenden Maſchinen abwechſelnd einer Ausdehnungs- und Zuſammendrückungskraft ausgeſetzt iſt. Iſt p die Differenz der Dampfſpannungen in Atmoſphären auf beiden Seiten des Kolbens, und d der Durchmeſſer des Dampfkolbens, ſo hat man die Kraft, welche auf den Kolben wirkt, $= \frac{\pi d^2}{4} \cdot 15{,}05\, p$ Pfund; bezeichnet aber d_1 den Durchmeſſer der Kolbenſtange und K den Modul der abſoluten Feſtigkeit, ſo hat man die Kraft, welche nöthig iſt, um die Kolbenſtange zu zerreißen, $= \frac{\pi d_1^2}{4} . K$; ſetzen wir endlich beide Ausdrücke einander gleich, ſo bekommen wir folgende Formel für die Stärke einer der Ausdehnung ausgeſetzten Kolbenſtange:

$$d_1^2 K = 15{,}05\, d^2 p, \text{ alſo } d_1 = d \sqrt{\frac{15{,}05\, p}{K}}.$$

Führen wir nach I., §. 189, ſtatt K den Sicherheitsmodul 10000 Pfund

ein, so erhalten wir die Formel zur Bestimmung der Kolbenstangenstärke bei einfach wirkenden Dampfmaschinen: $d_1 = \frac{d}{25}\sqrt{p}$. Kolbenstange.

Zur Bestimmung der Stärke der Kolbenstangen von doppeltwirkenden Dampfmaschinen kann man zweierlei Formeln anwenden, je nachdem man die Festigkeit des Zerdrückens oder die des Zerknickens in Betracht zieht. Der Länge der Kolbenstange wegen müßte allerdings die letztere in Anwendung kommen (s. I., §. 212), da aber schon durch eine excentrische Wirkung der Kraft in der cylindrischen Kolbenstange die Festigkeit bedeutend herabgezogen wird (s. I., §. 221), und diese Wirkung durch ungenaue Verbindung des Kolbens mit der Kolbenstange leicht herbeigeführt werden kann, so ist es angemessener, die Formel für die Festigkeit des Zerdrückens anzuwenden, und dabei einen vielfach verkleinerten Werth von K einzuführen. Aus diesem Grunde nimmt man erfahrungsmäßig bei doppeltwirkenden Maschinen die Stärke

schmiedeeiserner Kolbenstangen: $d_1 = \frac{d}{14}\sqrt{p}$,

stählerner » » $d_1 = \frac{d}{22}\sqrt{p}$,

gußeiserner » » $d_1 = \frac{d}{12}\sqrt{p}$.

Beispiel. Welche Stärke hat man der schmiedeeisernen Kolbenstange einer doppeltwirkenden Dampfmaschine zu geben, die mit Dämpfen von 5 Atmosphären Spannung und ohne Condensation arbeitet, und eine Cylinderweite von 24 Zoll hat? Nach der ersten Formel ist diese Stärke

$$d_1 = \frac{d}{14}\sqrt{p} = {}^{24}/_{14}\sqrt{5-1} = {}^{12}/_{7}\sqrt{4} = {}^{24}/_{7} = 3{,}43 \text{ Zoll},$$

wofür vielleicht $3\frac{1}{2}$ Zoll zu nehmen ist.

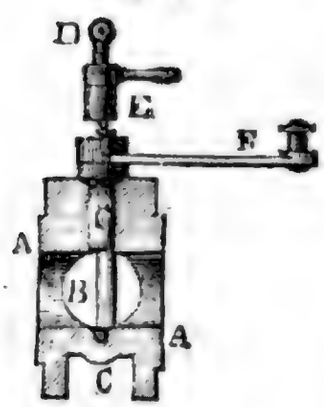
§. 327. Der Dampf wird durch das Dampfrohr (franz. tuyau à vapeur; engl. steam-pipe) aus dem Dampfkessel zunächst in die Dampfkammer (franz. boîte à vapeur; engl. steam-box), d. i. in denjenigen Raum geführt, wo die regelmäßige Vertheilung des Dampfes durch die sogenannte Steuerung statt hat. In dem Dampfrohre befindet sich noch die Admissionsklappe (franz. valve regulatrice; engl. steam-valve), d. i. ein Drosselventil (s. I., §. 378), wodurch der Dampfzufluß und folglich auch die Dampfkraft regulirt werden kann. Dampfrohr.

Was zunächst das Dampfrohr anlangt, so hat man dasselbe an derjenigen Stelle in den Kessel einmünden zu lassen, wo die stärkste Dampfentwickelung statt hat, und demselben vom Kessel aus eine aufsteigende Lage zu geben, damit das Fortreißen des Wassers mit dem Dampfe möglichst verhindert werde und das fortgerissene Wasser in den Kessel zurückfließen

Dampfrohr. könne. Um die Bewegungshinderniſſe in dem Dampfrohre möglichſt klein zu erhalten, muß man das Dampfrohr nicht unnöthig lang machen, in demſelben alle plötzlichen Richtungs- und Querſchnittsveränderungen zu vermeiden ſuchen und demſelben eine anſehnliche Weite geben. Um aber den Wärmeverluſt möglichſt herabzuziehen, iſt die Abkühlungsfläche klein, alſo das Dampfrohr kurz und eng zu machen, und dieſe Fläche oder das Dampfrohr mit ſchlechten Wärmeleitern zu umgeben, oder durch einen polirten Metallmantel zu umſchließen. Man ſieht, daß bei dem Dampfrohre ein anderes Verhältniß eintritt, als bei den gewöhnlichen Luft- oder Waſſerleitungsröhren. Während die Röhren, namentlich aber die Einfallröhren bei Waſſerſäulenmaſchinen weit zu machen ſind, um möglichſt kleine hydrauliſche Hinderniſſe darzubieten, hat man den Dampfröhren nur eine mittlere Weite zu geben, damit die Abkühlung durch dieſelbe nicht groß ausfalle, damit überhaupt die Summe aus den Arbeitsverluſten welche die hydrauliſchen Hinderniſſe und die Abkühlung zugleich herbeiführen, ein Minimum werde. Die Unterſuchung, in welche man bei Auffindung dieſes Minimi verwickelt wird, iſt jedoch zu weitläufig, als daß ſie hier durchgeführt werden könnte. Wir können jetzt nur anführen, daß man die Weite dieſer Röhren gewöhnlich $\frac{1}{5}$ des Dampfkolbendurchmeſſers, alſo den Querſchnitt $\frac{1}{25}$ der Kolbenfläche gleich macht. Hiernach iſt die Geſchwindigkeit des Dampfes 25 mal ſo groß als die des Dampfkolbens; oder, da dieſe bei den meiſten Maſchinen 3 bis 5 Fuß iſt, 75 bis 125 Fuß. Die Arbeitsverluſte, welche aus dieſer großen Dampfgeſchwindigkeit entſpringen, werden wir weiter unten näher kennen lernen; jedoch möge noch bemerkt werden, daß es zweckmäßig iſt, die Dampfröhre eher etwas weiter als enger zu machen, zumal bei Maſchinen mit Hochdruck und mit großer Kolbengeſchwindigkeit.

Die Einrichtung einer Regulirungsklappe lernt man aus Figur 464 kennen. *AA* iſt ein ausgebohrtes Stück des Dampfrohres, *B* die Klappe, *CC* die Axe derſelben, *D* eine Stellſchraube mit Gegenmutter, *E* und *F* der Hebel zur Bewegung der Klappe. Durch dieſe Klappe läßt ſich der Dampf nicht ganz abſchließen; um dies zu können, hat man bei Hochdruckmaſchinen ein beſonderes Abſperrventil. Bei Tiefdruckmaſchinen iſt es nicht nothwendig, da dieſe Maſchinen durch Abſtellung der Condenſation in Stillſtand verſetzt werden können.

Fig. 464.

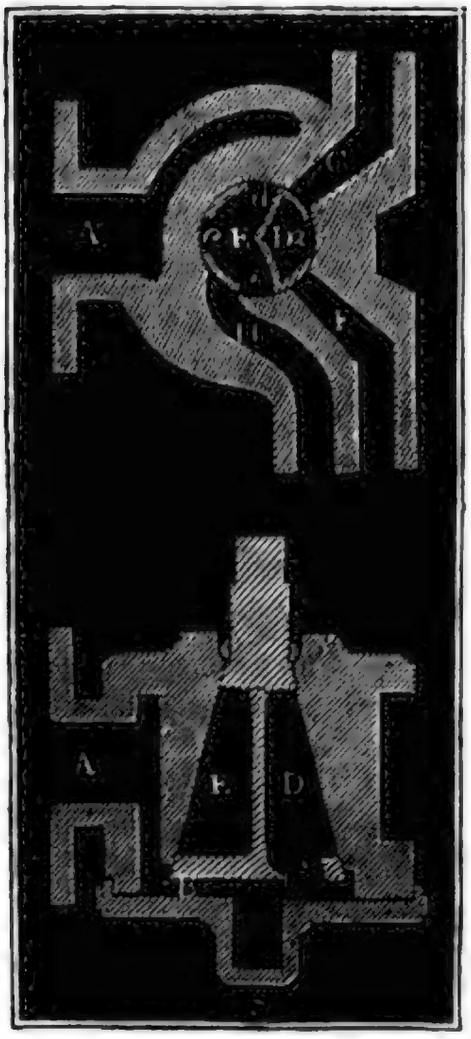


Steuerung. §. 328. Der in die Dampfkammer eingeführte Dampf wird durch beſondere Kanäle oder Dampfwege (franz. und engl. passages) in den

Dampfcylinder und aus dieſem heraus und in die freie Luft oder in den Condenſator geführt. Das regelmäßige Zu- und Abführen des Dampfes erfolgt aber durch denjenigen Apparat, welchen man die Steuerung nennt. Auch hier wie bei den den Dampfmaſchinen ſo ähnlichen Waſſerſäulenmaſchinen unterſcheidet man die innere und die äußere Steuerung. Die innere Steuerung (franz. le distributeur de la vapeur; engl. the steam-distributor) befindet ſich im Inneren des Dampfgehäuſes und beſteht aus Hähnen, Kolben, Klappen, Schiebern oder Ventilen, welche die Dampfwege abwechſelnd eröffnen und verſchließen. Von dieſen wichtigen und ſehr mannichfaltigen Theilen der Dampfmaſchinen möge in Folgendem ausführlich die Rede ſein. Steuerung.

Die Kolbenſteuerung wird bei den Dampfmaſchinen nur ſelten angewendet; da wir ſie bereits bei den Waſſerſäulenmaſchinen kennen gelernt haben, ſo möge von ihr auch weiter nicht die Rede ſein. Die Steuerung durch Hähne iſt ebenfalls wenig, und zwar nur bei kleinen Hochdruckmaſchinen in Gebrauch; ſie führen ſich ſchnell ab, erfordern viel Kraft zu ihrer Bewegung und geben zu enge Dampfwege. Bei den älteren Dampfmaſchinen beſtand die Steuerung in Hähnen, zumal aber in dem ſogenannten Vierweghahne (franz. robinet à quatre voies ou à quatre ouvertures; engl. four-way cock), von deſſen Anwendung bei Kolbenmaſchinen ſchon in II., §. 216 die Rede geweſen iſt. Maudslay hat bei kleinen Dampfmaſchinen eine beſondere, in Fig 465 abgebildete und der Hauptſache nach von Bramah angegebene Art von Vierweghahn angewendet. Um das zu ſtarke Abführen dieſes Hahnes zu verhindern, erhält dieſer Hahn eine bedeutende Conicität und eine Spiralfeder *S*, welche denſelben in das Gehäuſe hineindrückt. Der bei *A* zuſtrömende Dampf tritt bei *B* unter den Hahn und bei *C* in die Abtheilung *D* des Hahnes. Aus dieſer tritt er aber je nach der Stellung des Hahnes durch die Seitenmündung *a* entweder in den Kanal *F* oder in den Kanal *G*, und zwar in dem einen Falle von da über und in dem anderen Falle von da unter den Dampfkolben. Die zweite

Fig. 465.

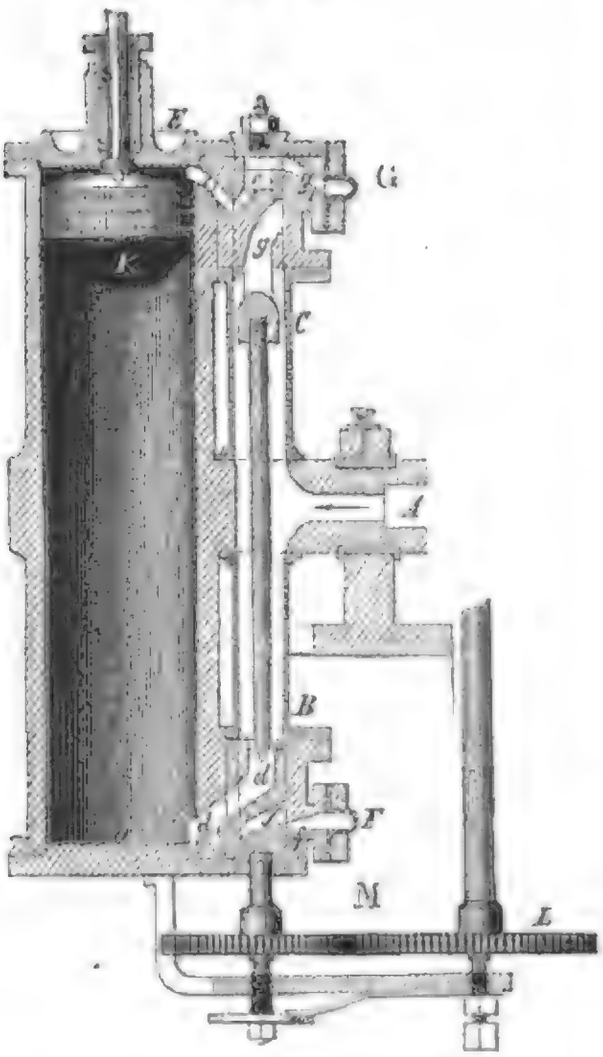


Steuerung

Abtheilung E des Hahnes hat drei Seitenmündungen b, c, d, durch welche der Dampf nach vollbrachter Wirkung abwechſelnd aus F und G ſtrömt, und durch den Kanal H in die freie Luft geführt wird. Steht a auf F, d auf G und b auf H, ſo ſtrömt der friſche Dampf nach F und der benutzte aus G nach H; ſteht hingegen a auf G, b auf F und c auf H, ſo ſtrömt der friſche Dampf nach G und der benutzte aus F nach H.

Eine andere Hahnſteuerung kommt bei den oscillirenden Dampfmaſchinen von Cavé vor und iſt in Figur 466 abgebildet. Es tritt hier der Dampf zunächſt bei A in eine oben und unten verſchloſſene Röhre BC; aus dieſer gelangt er durch die Kanäle d_1 und e_1 in den Dampfcylinder DE, aus letzterem aber wieder durch die Kanäle f_1 und g_1 in die Röhren F und G, die den benutzten Dampf vereinigt in die friſche Luft leiten. Um dies zu können, befinden ſich in dieſer Röhre zwei durch eine Spindel verbundene Hähne, von denen jeder doppelte Bohrungen d und e, ſowie f und g hat. In der gezeichneten Hahnſtellung tritt der friſche Dampf durch d und d_1 in den Dampfcylinder DE und treibt den Kolben K empor, wogegen der benutzte Dampf durch $e_1 e$ und g_1 austritt und durch G abſtrömt. Wird aber die Hahnverbindung durch das Räderwerk LM um zwei Rechtwinkel gedreht, ſo tritt die umgekehrte Dampfſtrömung und der umgekehrte Kolbenweg ein; es ſtrömt der friſche Dampf durch g und e_1 oben in den Dampfcylinder und treibt K abwärts, wogegen der benutzte Dampf durch d_1, f, f_1 und F abgeleitet wird. Dieſe Anordnung hat den Vortheil, daß die Bewegung des Hahnes in derſelben Richtung, alſo nicht hin und zurück vor ſich geht, wo allemal ein ſtärkeres Abführen eintritt. Auch läßt ſich durch die Stellung und Weite der Bohrungen hierbei die Wirkung des Dampfes durch Expanſion anwenden.

Fig. 466.



Anmerkung. Vollſtändige Zeichnungen und Beſchreibungen der Dampf-

maschinen von Woolsley und der von Hall sind nur in Kürze das wichtigste mit, zur Erläuterung.

Schieber-Steuerung.

§. 329. Die gewöhnlichste und vorzüglichste Steuerung bei Dampfmaschinen ist die Schieber-Steuerung, d. i. die mit Schiebern oder Schieberventilen (franz. tiroirs; engl. slide-valves). Es gibt platte

Fig. 467.

und hohle oder sogenannte Muschelschieber. Die platten Schieber lassen sich entweder gradlinig oder bogenförmig bewegen. Schieber der ersten Art kennen wir bereits aus §. 378; ein Drehschieber hingegen, wie er bei den atmosphärischen Dampfmaschinen vorkommt, ist in Figur 467 abgebildet. Da ist der AB ein feststehender Rohr und CD ein festaufsitzender, durch einen in E festsitzenden Zapfen um die Axe CE zu drehender Schieber, welcher in der einen Stellung die Öffnung schließt und in der anderen hinlänglich offen läßt.

Die wichtigsten sind die Muschel- und Röhrenschieber, weshalb wir auch bei denselben etwas länger verweilen müssen. Die ersteren haben die meiste Verbreitung mit einem Schubkasten oder an Druckbalken mit dem Druckkasten C, gewöhnlich man sie auch Schubkastenventile oder C-Schieber nennen mag. Die Einrichtung der Steuerung mit dem Muschelschieber führt Fig. 468 I. und II. vor Augen. A ist der Schieber, ein-

Erklärung.

Ueber und unter beyſtehender Figur, ſo wie in Abtheilung II. Satz 12. Fig. 1. ſind die Linien A B und C D, welche von einer dritten Linie E F ſo ſchneiden, daß die innern Winkel auf einerley Seite derſelben, als hier B und C, zuſammen weniger als zwey rechte betragen, ſo verlängert, daß ſie ſich in G ſchneiden. Wir ſagen: Wenn zwey Linien ſich ſchneiden, ſo machen ſie mit einander Winkel. Wir ſehen in der Figur, daß die Linien A B und C D ſich in G ſchneiden, und daß ſie mit einander die Winkel A G C und B G D machen. Wir ſagen: Winkel werden durch zwey Linien gemacht, die ſich ſchneiden. Wir ſehen, daß die Linien A G und C G den Winkel A G C machen, und daß die Linien B G und D G den Winkel B G D machen. Wir ſagen: Die Linien, welche einen Winkel machen, heißen die Schenkel des Winkels. Wir ſehen, daß die Linien A G und C G die Schenkel des Winkels A G C ſind, und daß die Linien B G und D G die Schenkel des Winkels B G D ſind. Wir ſagen: Der Punkt, in welchem ſich die Schenkel ſchneiden, heißt die Spitze des Winkels. Wir ſehen, daß der Punkt G die Spitze des Winkels A G C, und auch die Spitze des Winkels B G D iſt. Wir ſagen: Der Winkel wird nach ſeiner Spitze benannt. Wir ſehen, daß der Winkel A G C nach ſeiner Spitze G benannt wird, und daß der Winkel B G D nach ſeiner Spitze G benannt wird. Wir ſagen: Wenn mehrere Winkel an einer Spitze ſind, ſo werden ſie durch drey Buchſtaben benannt. Wir ſehen, daß der Winkel A G C durch drey Buchſtaben benannt wird, und daß der Winkel B G D durch drey Buchſtaben benannt wird. Wir ſagen: Der mittlere Buchſtabe bezeichnet die Spitze des Winkels. Wir ſehen, daß der mittlere Buchſtabe C des Winkels A G C die Spitze des Winkels A G C bezeichnet, und daß der mittlere Buchſtabe D des Winkels B G D die Spitze des Winkels B G D bezeichnet. Wir ſagen: Der Winkel wird auch durch den Buchſtaben ſeiner Spitze benannt. Wir ſehen, daß der Winkel A G C auch durch den Buchſtaben G ſeiner Spitze benannt wird, und daß der Winkel B G D auch durch den Buchſtaben G ſeiner Spitze

Zweiflügler mit 2 Paar nach vorn gerichteten und schräg nach hinten ausgestreckten Flügeln.

Fig. 1070.

Bremsenlarve (Tabanus bovinus), von der Seite gesehen. Vergrößert. (Nach Brauer.)

a Kopf, *Th* Brustsegmente, *A* Hinterleibsringe, *ps* Stigmenplatte, *st* Stigmen, *ab* Ende des Hinterleibes, *Ba* Stigmenplatte, *ba* Stigmen, *an* Afterspitze, *ap* Afterfüße, *ab* Ende des Hinterleibes, *Ba* Stigmenplatte, *ba* Stigmen, *an* Afterspitze, *ap* Afterfüße.

Die Larven sind Maden, welche sich durch Häutung verwandeln. Sie haben keine Füße, sondern nur Stummel, welche Afterfüße genannt werden, und sind meist walzig, selten platt. Ihr Kopf ist klein, oft nur undeutlich, meist hat er Mundhaken, welche in den Schlund hineinragen. Die Stigmen sind meist in Stigmenplatten eingeschlossen, welche sich am Ende des Hinterleibes befinden. Die Puppen sind meist walzig, selten platt. Sie haben keine Mundteile, sondern nur Scheiden für dieselben. Die Flügelscheiden liegen, wie bei Käfern und Schmetterlingen, an der Bauchseite. Die Puppen sind meist frei beweglich, selten in der Larvenhaut eingeschlossen.

Vierte Abtheilung.

Schaub zeigt Fig. 471 ein einfacher Kapselraum mit Schubstange; die ist hier an den Kreuzk. BC befest. Stange, A und C ohne die bekannte Stopfbüchsen-Vorrichtung. Ferner ist D die Mund- und Schieber-Schubstange; E ist der Schieber im Innern und DF ein hölzer außen auf den Schieber; jener ragt durch zu diesem Zwecke bei F ausgebohrt ein Mundloch, bleibt aber ist mit einer Stange FG verbunden. Wie man an der Figuren gesehen, so ruht sich die Schubvorrichtung um D, so wird dadurch A geöffnet und die Communication zwischen den Räumen M und N hergestellt.

Fig. 471.

Fig. 472.

In Fig. 472 ist hingegen ein Röhrenventil mit Stangenbewegung abgebildet. Hier ist die Verrichtung A hol., und hingegen das Schieber BB beweglich, und zwar mit Hülfe einer durch eine Stopfbüchse C gehenden Verbindung CD. Bei der Verschiebung, welche in der Figur abgebildet ist, steht B auf A, und es ist die Verbindung zwischen M und N aufgehoben; wird aber BB mittels CD vorgeschoben, so treten die Räume M und N in Communication und es kann nun Dampf von M durch B hindurch und nach N fließen. Dieses kann nun als Beispiel einer angewandten Ventile, haben den großen Vortheil, daß in seiner zu bewegen sind, als die gewöhnlichen Kegelventile, weil hier der Durchschnitt ein Ring-, aber also viel kleiner Kreisfläche ist.

Um von einem Punkte aus zwei Ventile mittels Stangen bewegen zu können, macht man die Stange des einen Ventiles hohl und führt die Stange des anderen Ventiles durch die Höhlung, auf diese Weise erhält man die sogenannten concentrischen Ventile von Murdock. Eine solche Ventile Einrichtung, hier Fig. 473 in Fig. 473 auf folgender Seite abgebildet. Hier erfolgt die Verbindung des Dampfes in zwei Kammern AB und A_1B_1. Beide Kammern sind durch je zwei Ventilsitze in den Kammern abgetheilt, und von beiden communicirten die oberen mit dem Dampfrohr DE, die mittleren mit dem Dampfcylinder und die unteren mit dem Abströmrohre EE. Es sind ferner FG und F_1G_1 zwei durch Excenter H, H_1 (s. 334) oder einen anderen Mechanismus auf- und nieder-

bewegte Steuerstangen, welche mittels Daumen f, g, f_1 und g_1 die Stöße regelten, an welchen die vier Ventile a_1, a, b_1 und b hängen.

Man erhielt auf diese Weise, daß die Stöße von a und b_1 bald früh, die von b und a_1 aber bauch jene hinterdrungen. Geht die Stange FG aufwärts, so öffnen sich die Ventile a und b_1, und es tritt Dampf aus DD bei C in den Dampfcylinder und über den Kolben, wogegen der benutzte Dampf unter diesem Kolben bei C_1 und dem Cylinder heraus- und von da in den Verdichtungsraum EE_1 tritt. Stange hingegen F_1G_1 auf und F_1 nieder, so sind b und b_1 geöffnet, a und a_1 aber geschlossen, und es strömt unter Dampf bei C_1 unter den Kolben, wogegen der im vorigen Spiele benutzte Dampf C zurück und entweicht.

Fig. 473.

§. 231. Die Stoß- zum Aufgehen eines einfachen Kegelventiles ist das Produkt aus Dampfdruck p into und der Ventilfläche F; da man aber bei großen Hubdurchmessern F und p bedeutende Größen P und Q erhält, und die Kraft und der nöthige Zeitunterschied zum Heben beider Ventile sehr groß werden, so haben diese im vorigen Paragraphen angegeben, daß Hülfsventile, weil diese einen kleinen Durchmesser haben, einen kleinen Zeitunterschied verursachen als Kegelventile und Klappen nun noch hinzufügen, daß man durch Zwischenlegen eines Gegenventiles den Zeitunterschied des Nachschlusses bei Kegelventilen bedeutend verkürzen kann. Ein Kegelventil mit Gegenventil ist in Fig. 474 vor Augen gestellt. A ist das Ventil, B der Gegenkolben und C ein

Fig. 474

Ventile.

Kirchenstuhl, der zwischen der Orgel und dem Altarraum steht, ist für den Geistlichen bestimmt. Er ist mit einem Lehnsessel und einem Fußschemel versehen und ist durch eine Schranke vom übrigen Gestühl abgetrennt.

Kirchenstuhl, der zwischen der Orgel und dem Altarraum steht, für den Geistlichen bestimmt. Er ist mit einem Lehnsessel und einem Fußschemel versehen und ist durch eine Schranke vom übrigen Gestühl abgetrennt.

Fig. 174.

Fig. 175.

Fig. 174 u. 175. Kirchenstuhl für den Kirchenvorstand. Er ist mit einem Tisch und einer Bank versehen.

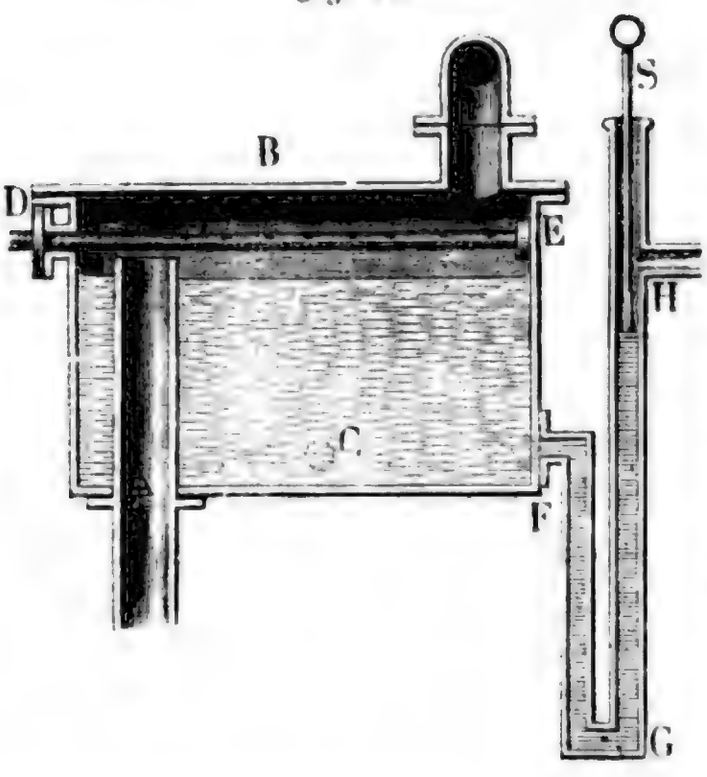
Fig. 176.

Fig. 176. Kirchenstuhl für den Kirchenvorstand. Er ist mit einem Tisch und einer Bank versehen. Die Bank ist mit einer Lehne versehen, die durch Umlegen des Rückens auch als Sitzbank benutzt werden kann.

die Kraft zum Aufziehen des Ventils sehr unbedeutend. Nach vollbrachtem Aufziehen kann nun der Dampf durch die ringförmigen Räume zwischen ab und a_1b_1 und zwischen cd und c_1d_1 in den Raum B und von da durch C nach dem Punkte des Bedarfes strömen.

§. 332. Bei den Maschinen ohne Condensation strömt der Dampf, nachdem er gewirkt hat, in freier Luft oder nach Befinden auch unter Wasser aus; bei den Maschinen mit Condensation hingegen wird er in den Condensator oder das Kühlgefäß (franz. condenseur; engl. condensor) geleitet. Im ersten Falle läßt man ihn auch gern durch einen Vorwärmer gehen, wo er das Speisewasser erwärmt, ehe es in die Speisepumpe tritt. Die Einrichtung eines solchen Apparates läßt sich aus Fig 478 entnehmen. A ist das Blaserohr, welches den verbrauchten Dampf zunächst in das Reservoir BC leitet, DE ist das Ausgußrohr der Kaltwasserpumpe, mit vielen kleinen Löchern, durch welche das Wasser in feinen Strahlen in BC eingeführt wird. Dieses Wasser wird durch den Dampf erwärmt und größtentheils durch die bei C einmündende Speisepumpe nach dem Dampfkessel gedrückt; das überflüssige Wasser fließt aber durch die mit einem Schwimmer S ausgerüstete Seitenröhre FGH, und der übrige Dampf durch das Rohr K ab. Condensator.

Fig. 478.



Der Condensator, durch welchen man den größten Theil der verbrauchten Dämpfe niederzuschlagen beabsichtigt, ist ein gußeisernes Gefäß AB, Fig. 479 (auf folgd. Seite), welches von außen mit kaltem Wasser umgeben wird, und in das auch in einem Bündel feiner Strahlen ununterbrochen kaltes Wasser, das sogenannte Injections- oder Einspritzwasser (franz. eau d'injection; engl. water for injection), einströmt. Das zur Condensation nöthige kalte Wasser wird durch eine Pumpe C, die sogenannte Kaltwasserpumpe (franz. pompe d'eau froide; engl. cold-water pump) mittels des Rohres DD in das den Condensator um-

Lessen gelesen Hamburg 1874 I, 4 (Lessen) — Der Lessen-Schüler Bd. und der Regisseur H. macht seinem Kollegenneide in der Literatur der Lessen-Literatur gelegentlich Luft. — Einige Beiträge zu dem großen Lessenwerke sind

sowie die beiden Regisseur- und Direktionsbände, die Lessen-Schüler und Regisseur und Direktor Hamburg 1874 I, 4 (Lessen) — Der Lessen-Schüler und Regisseur H. macht seinem Kollegenneide in der Literatur der Lessen-Literatur gelegentlich Luft. — Einige Beiträge zu dem großen Lessenwerke sind sowie die beiden Regisseur- und Direktionsbände, die Lessen-Schüler und Regisseur und Direktor Hamburg 1874 I, 4 (Lessen) — Der Lessen-Schüler Bd. und der Regisseur H. macht seinem Kollegenneide in der Literatur der Lessen-Literatur gelegentlich Luft. — Einige Beiträge zu dem großen Lessenwerke sind sowie die beiden Regisseur- und Direktionsbände, die Lessen-Schüler und Regisseur und Direktor Hamburg 1874 I, 4 (Lessen) — Der Lessen-Schüler Bd. und der Regisseur H. macht seinem Kollegenneide in der Literatur der Lessen-Literatur gelegentlich Luft. — Einige Beiträge zu dem großen Lessenwerke sind sowie die beiden Regisseur- und Direktionsbände, die Lessen-Schüler und Regisseur und Direktor Hamburg 1874 I, 4 (Lessen) — Der Lessen-Schüler Bd. und der Regisseur H. macht seinem Kollegenneide in der Literatur der Lessen-Literatur gelegentlich Luft. — Einige Beiträge zu dem großen Lessenwerke sind sowie die beiden Regisseur- und Direktionsbände, die Lessen-Schüler und Regisseur und Direktor Hamburg 1874 I, 4 (Lessen) — Der Lessen-Schüler Bd. und der Regisseur H. macht seinem Kollegenneide in der Literatur der Lessen-Literatur gelegentlich Luft. — Einige Beiträge zu dem großen Lessenwerke sind sowie die beiden Regisseur- und Direktionsbände, die Lessen-Schüler und Regisseur und Direktor Hamburg 1874 I, 4 (Lessen) — Der Lessen-Schüler Bd. und der Regisseur H. macht seinem Kollegenneide in der Literatur der Lessen-Literatur gelegentlich Luft. — Einige Beiträge zu dem großen Lessenwerke sind sowie die beiden Regisseur- und Direktionsbände, die Lessen-Schüler und Regisseur und Direktor

Rohr heißt das Ausblaserohr, sowie sein Ventil das Ausblase- Condensator
ventil oder die Ausblaseklappe (franz. soupape à souffler; engl. blow-valve); es dient dasselbe dazu, die Luft abzuleiten, die sich in dem Condensator nach längerem Stillstande der Maschine angesammelt hat.

§. 333. Durch die gewöhnlichen oder Kolben-Dampfmaschinen wird Maschinen-systeme.
unmittelbar nur eine geradlinig wiederkehrende, und zwar meist eine auf- und niedergehende Bewegung erzeugt. Soll nun die Arbeitsmaschine, welche durch die Dampfmaschine in Bewegung zu setzen ist, ebenfalls nur auf- und niedergehen, so ist die Verbindung zwischen beiden Maschinen sehr einfach und besteht in der Regel in einem doppelarmigen Hebel, dem sogenannten Balancier; soll hingegen die Arbeitsmaschine, wie meistens, eine ununterbrochene Kreisbewegung annehmen, so ist eine zusammengesetzte Zwischenmaschine, zumal aber eine Kurbel oder ein Krummzapfen (franz. manivelle; engl. crank) und ein Schwungrad (franz. volant; engl. fly-wheel) in Anwendung zu bringen. Die Verbindung der Treib- oder Dampfkolbenstange mit dem Krummzapfen kann aber auf verschiedene Weise ermöglicht werden, und man hat hiernach vorzüglich drei Systeme von Dampfmaschinen, nämlich:

1) Dampfmaschinen mit Balancier oder Waagbalken,

2) Dampfmaschinen ohne Balancier und mit feststehendem Cylinder, und

3) Dampfmaschinen ohne Balancier mit oscillirendem oder schaukelndem Cylinder.

Bei der Maschine mit Balancier ist die Kolbenstange an einem Ende, der Krummzapfen aber mittels einer Stange, der sogenannten Kurbel-, Lenk- oder Pleylstange mit dem anderen Ende des Balanciers in Verbindung gesetzt; bei dem zweiten der oben aufgezählten Maschinensysteme ist die Kolbenstange mit dem Krummzapfen nur durch eine Kurbelstange verbunden, und bei den oscillirenden Maschinen endlich fällt auch die Kurbelstange ganz aus, es ist hier der Kopf der Kolbenstange unmittelbar an die Warze des Krummzapfens angeschlossen, und damit er auch an der Seitenbewegung der letzteren ungehindert Theil nehmen kann, ist der Dampfcylinder so aufgehangen, daß er bei jeder Umdrehung der Kurbel oder bei einem vollständigen Kolbenspiele eine Schwingung verrichten muß.

Die oben aufgezählten Systeme sind in den Figuren 480, 481, 482 und

Fabrik **Kl.** Leih-Fuß erhältlich ... Kg. 400 Zoll ins Rollbahn der Flug- bau ... in 2 C 2 in ab 17 Lokbau Kranen. 2 C in Rahmen Kg. 400 Zoll ins Rollbahn der Flug- bau ... in 2 C 2 in ab 17 Lokbau Kranen. 2 C in Rahmen

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

Fig. 12.

Fig. 13.

Fig. 14.

Fig. 15.

Fig. 16.

Fig. 17.

Fig. 18.

Fig. 19.

Fig. 20.

Fig. 21.

Fig. 22.

Fig. 23.

Fig. 24.

Fig. 25.

Fig. 26.

Fig. 27.

Fig. 28.

Fig. 29.

Fig. 30.

Fig. 31.

Fig. 32.

Fig. 33.

Fig. 34.

Fig. 35.

Fig. 36.

Fig. 37.

Fig. 38.

Fig. 39.

Fig. 40.

Fig. 41.

Fig. 42.

Fig. 43.

Fig. 44.

Fig. 45.

Fig. 46.

Fig. 47.

Fig. 48.

Fig. 49.

Fig. 50.

Fig. 51.

Fig. 52.

Fig. 53.

Fig. 54.

Fig. 55.

Fig. 56.

Fig. 57.

Fig. 58.

Fig. 59.

Fig. 60.

Fig. 61.

Fig. 62.

Fig. 63.

Fig. 64.

Fig. 65.

Fig. 66.

Fig. 67.

Fig. 68.

Fig. 69.

Fig. 70.

Fig. 71.

Fig. 72.

Fig. 73.

Fig. 74.

Fig. 75.

Fig. 76.

Fig. 77.

Fig. 78.

Fig. 79.

Fig. 80.

Fig. 81.

Fig. 82.

Fig. 83.

Fig. 84.

Fig. 85.

Fig. 86.

Fig. 87.

Fig. 88.

Fig. 89.

Fig. 90.

Fig. 91.

Fig. 92.

Fig. 93.

Fig. 94.

Fig. 95.

Fig. 96.

Fig. 97.

Fig. 98.

Fig. 99.

Fig. 100.

Fig. 101.

Fig. 102.

Fig. 103.

Fig. 104.

Fig. 105.

Fig. 106.

Fig. 107.

Fig. 108.

Fig. 109.

Fig. 110.

Fig. 111.

Fig. 112.

Fig. 113.

Fig. 114.

Fig. 115.

Fig. 116.

Fig. 117.

Fig. 118.

Fig. 119.

Fig. 120.

Fig. 121.

Fig. 122.

Fig. 123.

Fig. 124.

Fig. 125.

Fig. 126.

Fig. 127.

Fig. 128.

Fig. 129.

Fig. 130.

Fig. 131.

Fig. 132.

Fig. 133.

Fig. 134.

Fig. 135.

Fig. 136.

Fig. 137.

Fig. 138.

Fig. 139.

Fig. 140.

Fig. 141.

Fig. 142.

Fig. 143.

Fig. 144.

Fig. 145.

Fig. 146.

Fig. 147.

Fig. 148.

Fig. 149.

Fig. 150.

Fig. 151.

Fig. 152.

Fig. 153.

Fig. 154.

Fig. 155.

Fig. 156.

Fig. 157.

Fig. 158.

Fig. 159.

Fig. 160.

Fig. 161.

Fig. 162.

Fig. 163.

Fig. 164.

Fig. 165.

Fig. 166.

Fig. 167.

Fig. 168.

Fig. 169.

Fig. 170.

Fig. 171.

Fig. 172.

Fig. 173.

Fig. 174.

Fig. 175.

Fig. 176.

Fig. 177.

Fig. 178.

Fig. 179.

Fig. 180.

Fig. 181.

Fig. 182.

Fig. 183.

Fig. 184.

Fig. 185.

Fig. 186.

Fig. 187.

Fig. 188.

Fig. 189.

Fig. 190.

Fig. 191.

Fig. 192.

Fig. 193.

Fig. 194.

Fig. 195.

Fig. 196.

Fig. 197.

Fig. 198.

Fig. 199.

Fig. 200.

Fig. 201.

Fig. 202.

Fig. 203.

Fig. 204.

Fig. 205.

Fig. 206.

Fig. 207.

Fig. 208.

Fig. 209.

Fig. 210.

Fig. 211.

Fig. 212.

Fig. 213.

Fig. 214.

Fig. 215.

Fig. 216.

Fig. 217.

Fig. 218.

Fig. 219.

Fig. 220.

Fig. 221.

Fig. 222.

Fig. 223.

Fig. 224.

Fig. 225.

Fig. 226.

Fig. 227.

Fig. 228.

Fig. 229.

Fig. 230.

Fig. 231.

Fig. 232.

Fig. 233.

Fig. 234.

Fig. 235.

Fig. 236.

Fig. 237.

Fig. 238.

Fig. 239.

Fig. 240.

Fig. 241.

Fig. 242.

Fig. 243.

Fig. 244.

Fig. 245.

Fig. 246.

Fig. 247.

Fig. 248.

Fig. 249.

Fig. 250.

Fig. 251.

Fig. 252.

Fig. 253.

Fig. 254.

Fig. 255.

Fig. 256.

Fig. 257.

Fig. 258.

Fig. 259.

Fig. 260.

Fig. 261.

Fig. 262.

Fig. 263.

Fig. 264.

Fig. 265.

Fig. 266.

Fig. 267.

Fig. 268.

Fig. 269.

Fig. 270.

Fig. 271.

Fig. 272.

Fig. 273.

Fig. 274.

Fig. 275.

Fig. 276.

Fig. 277.

Fig. 278.

Fig. 279.

Fig. 280.

Fig. 281.

Fig. 282.

Fig. 283.

Fig. 284.

Fig. 285.

Fig. 286.

Fig. 287.

Fig. 288.

Fig. 289.

Fig. 290.

Fig. 291.

Fig. 292.

Fig. 293.

Fig. 294.

Fig. 295.

Fig. 296.

Fig. 297.

Fig. 298.

Fig. 299.

Fig. 300.

Fig. 301.

Fig. 302.

Fig. 303.

Fig. 304.

Fig. 305.

Fig. 306.

Fig. 307.

Fig. 308.

Fig. 309.

Fig. 310.

Fig. 311.

Fig. 312.

Fig. 313.

Fig. 314.

Fig. 315.

Fig. 316.

Fig. 317.

Fig. 318.

Fig. 319.

Fig. 320.

Fig. 321.

Fig. 322.

Fig. 323.

Fig. 324.

Fig. 325.

Fig. 326.

Fig. 327.

Fig. 328.

Fig. 329.

Fig. 330.

Fig. 331.

Fig. 332.

Fig. 333.

Fig. 334.

Fig. 335.

Fig. 336.

Fig. 337.

Fig. 338.

Fig. 339.

Fig. 340.

Fig. 341.

Fig. 342.

Fig. 343.

Fig. 344.

Fig. 345.

Fig. 346.

Fig. 347.

Fig. 348.

Fig. 349.

Fig. 350.

Fig. 351.

Fig. 352.

Fig. 353.

Fig. 354.

Fig. 355.

Fig. 356.

Fig. 357.

Fig. 358.

Fig. 359.

Fig. 360.

Fig. 361.

Fig. 362.

Fig. 363.

Fig. 364.

Fig. 365.

Fig. 366.

Fig. 367.

Fig. 368.

Fig. 369.

Fig. 370.

Fig. 371.

Fig. 372.

Fig. 373.

Fig. 374.

Fig. 375.

Fig. 376.

Fig. 377.

Fig. 378.

Fig. 379.

Fig. 380.

Fig. 381.

Fig. 382.

Fig. 383.

Fig. 384.

Fig. 385.

Fig. 386.

Fig. 387.

Fig. 388.

Fig. 389.

Fig. 390.

Fig. 391.

Fig. 392.

Fig. 393.

Fig. 394.

Fig. 395.

Fig. 396.

Fig. 397.

Fig. 398.

Fig. 399.

Fig. 400.

Fig. 401.

Fig. 402.

Fig. 403.

Fig. 404.

Fig. 405.

Fig. 406.

Fig. 407.

Fig. 408.

Fig. 409.

Fig. 410.

Fig. 411.

Fig. 412.

Fig. 413.

Fig. 414.

Fig. 415.

Fig. 416.

Fig. 417.

Fig. 418.

Fig. 419.

Fig. 420.

Fig. 421.

Fig. 422.

Fig. 423.

Fig. 424.

Fig. 425.

Fig. 426.

Fig. 427.

Fig. 428.

Fig. 429.

Fig. 430.

Fig. 431.

Fig. 432.

Fig. 433.

Fig. 434.

Fig. 435.

Fig. 436.

Fig. 437.

Fig. 438.

Fig. 439.

Fig. 440.

Fig. 441.

Fig. 442.

Fig. 443.

Fig. 444.

Fig. 445.

Fig. 446.

Fig. 447.

Fig. 448.

Fig. 449.

Fig. 450.

Fig. 451.

Fig. 452.

Fig. 453.

Fig. 454.

Fig. 455.

Fig. 456.

Fig. 457.

Fig. 458.

Fig. 459.

Fig. 460.

Fig. 461.

Fig. 462.

Fig. 463.

Fig. 464.

Fig. 465.

Fig. 466.

Fig. 467.

Fig. 468.

Fig. 469.

Fig. 470.

Fig. 471.

Fig. 472.

Fig. 473.

Fig. 474.

Fig. 475.

Fig. 476.

Fig. 477.

Fig. 478.

Fig. 479.

Fig. 480.

Fig. 481.

Fig. 482.

Fig. 483.

Fig. 484.

Fig. 485.

Fig. 486.

Fig. 487.

Fig. 488.

Fig. 489.

Fig. 490.

Fig. 491.

Fig. 492.

Fig. 493.

Fig. 494.

Fig. 495.

Fig. 496.

Fig. 497.

Fig. 498.

Fig. 499.

Fig. 500.

Fig. 501.

Fig. 502.

Fig. 503.

Fig. 504.

Fig. 505.

Fig. 506.

Fig. 507.

Fig. 508.

Fig. 509.

Fig. 510.

Fig. 511.

Fig. 512.

Fig. 513.

Fig. 514.

Fig. 515.

Fig. 516.

Fig. 517.

Fig. 518.

Fig. 519.

Fig. 520.

Fig. 521.

Fig. 522.

Fig. 523.

Fig. 524.

Fig. 525.

Fig. 526.

Fig. 527.

Fig. 528.

Fig. 529.

Fig. 530.

Fig. 531.

Fig. 532.

Fig. 533.

Fig. 534.

Fig. 535.

Fig. 536.

Fig. 537.

Fig. 538.

Fig. 539.

Fig. 540.

Fig. 541.

Fig. 542.

Fig. 543.

Fig. 544.

Fig. 545.

Fig. 546.

Fig. 547.

Fig. 548.

Fig. 549.

Fig. 550.

Fig. 551.

Fig. 552.

Fig. 553.

Fig. 554.

Fig. 555.

Fig. 556.

Fig. 557.

Fig. 558.

Fig. 559.

Fig. 560.

Fig. 561.

Fig. 562.

Fig. 563.

Fig. 564.

Fig. 565.

Fig. 566.

Fig. 567.

Fig. 568.

Fig. 569.

Fig. 570.

Fig. 571.

Fig. 572.

Fig. 573.

Fig. 574.

Fig. 575.

Fig. 576.

Fig. 577.

Fig. 578.

Fig. 579.

Fig. 580.

Fig. 581.

Fig. 582.

Fig. 583.

Fig. 584.

Fig. 585.

Fig. 586.

Fig. 587.

Fig. 588.

Fig. 589.

Fig. 590.

Fig. 591.

Fig. 592.

Fig. 593.

Fig. 594.

Fig. 595.

Fig. 596.

Fig. 597.

Fig. 598.

Fig. 599.

Fig. 600.

Fig. 601.

Fig. 602.

Fig. 603.

Fig. 604.

Fig. 605.

Fig. 606.

Fig. 607.

Fig. 608.

Fig. 609.

Fig. 610.

Fig. 611.

Fig. 612.

Fig. 613.

Fig. 614.

Fig. 615.

Fig. 616.

Fig. 617.

Fig. 618.

Fig. 619.

Fig. 620.

Fig. 621.

Fig. 622.

Fig. 623.

Fig. 624.

Fig. 625.

Fig. 626.

Fig. 627.

Fig. 628.

Fig. 629.

Fig. 630.

Fig. 631.

Fig. 632.

Fig. 633.

Fig. 634.

Fig. 635.

Fig. 636.

Fig. 637.

Fig. 638.

Fig. 639.

Fig. 640.

Fig. 641.

Fig. 642.

Fig. 643.

Fig. 644.

Fig. 645.

Fig. 646.

Fig. 647.

Fig. 648.

Fig. 649.

Fig. 650.

Fig. 651.

Fig. 652.

Fig. 653.

Fig. 654.

Fig. 655.

Fig. 656.

Fig. 657.

Fig. 658.

Fig. 659.

Fig. 660.

Fig. 661.

Fig. 662.

Fig. 663.

Fig. 664.

Fig. 665.

Fig. 666.

Fig. 667.

Fig. 668.

Fig. 669.

Fig. 670.

Fig. 671.

Fig. 672.

Fig. 673.

Fig. 674.

Fig. 675.

Fig. 676.

Fig. 677.

Fig. 678.

Fig. 679.

Fig. 680.

Fig. 681.

Fig. 682.

Fig. 683.

Fig. 684.

Fig. 685.

Fig. 686.

Fig. 687.

Fig. 688.

Fig. 689.

Fig. 690.

Fig. 691.

Fig. 692.

Fig. 693.

Fig. 694.

Fig. 695.

Fig. 696.

Fig. 697.

Fig. 698.

Fig. 699.

Fig. 700.

Fig. 701.

Fig. 702.

Fig. 703.

Fig. 704.

Fig. 705.

Fig. 706.

Fig. 707.

Fig. 708.

Fig. 709.

Fig. 710.

Fig. 711.

Fig. 712.

Fig. 713.

Fig. 714.

Fig. 715.

Fig. 716.

Fig. 717.

Fig. 718.

Fig. 719.

Fig. 720.

Fig. 721.

Fig. 722.

Fig. 723.

Fig. 724.

Fig. 725.

Fig. 726.

Fig. 727.

Fig. 728.

Fig. 729.

Fig. 730.

Fig. 731.

Fig. 732.

Fig. 733.

Fig. 734.

Fig. 735.

Fig. 736.

Fig. 737.

Fig. 738.

Fig. 739.

Fig. 740.

Fig. 741.

Fig. 742.

Fig. 743.

Fig. 744.

Fig. 745.

Fig. 746.

Fig. 747.

Fig. 748.

Fig. 749.

Fig. 750.

Fig. 751.

Fig. 752.

Fig. 753.

Fig. 754.

Fig. 755.

Fig. 756.

Fig. 757.

Fig. 758.

Fig. 759.

Fig. 760.

Fig. 761.

Fig. 762.

Fig. 763.

Fig. 764.

Fig. 765.

Fig. 766.

Fig. 767.

Fig. 768.

Fig. 769.

Fig. 770.

Fig. 771.

Fig. 772.

Fig. 773.

Fig. 774.

Fig. 775.

Fig. 776.

Fig. 777.

Fig. 778.

Fig. 779.

Fig. 780.

Fig. 781.

Fig. 782.

Fig. 783.

Fig. 784.

Fig. 785.

Fig. 786.

Fig. 787.

Fig. 788.

Fig. 789.

Fig. 790.

Fig. 791.

Fig. 792.

Fig. 793.

Fig. 794.

Fig. 795.

Fig. 796.

Fig. 797.

Fig. 798.

Fig. 799.

Fig. 800.

Fig. 801.

Fig. 802.

Fig. 803.

Fig. 804.

Fig. 805.

Fig. 806.

Fig. 807.

Fig. 808.

Fig. 809.

Fig. 810.

Fig. 811.

Fig. 812.

Fig. 813.

Fig. 814.

Fig. 815.

Fig. 816.

Fig. 817.

Fig. 818.

Fig. 819.

Fig. 820.

Fig. 821.

Fig. 822.

Fig. 823.

Fig. 824.

Fig. 825.

Fig. 826.

Fig. 827.

Fig. 828.

Fig. 829.

Fig. 830.

Fig. 831.

Fig. 832.

Fig. 833.

Fig. 834.

Fig. 835.

Fig. 836.

Fig. 837.

Fig. 838.

Fig. 839.

Fig. 840.

Fig. 841.

Fig. 842.

Fig. 843.

Fig. 844.

Fig. 845.

Fig. 846.

Fig. 847.

Fig. 848.

Fig. 849.

Fig. 850.

Fig. 851.

Fig. 852.

Fig. 853.

Fig. 854.

Fig. 855.

Fig. 856.

Fig. 857.

Fig. 858.

Fig. 859.

Fig. 860.

Fig. 861.

Fig. 862.

Fig. 863.

Fig. 864.

Fig. 865.

Fig. 866.

Fig. 867.

Fig. 868.

Fig. 869.

Fig. 870.

Fig. 871.

Fig. 872.

Fig. 873.

Fig. 874.

Fig. 875.

Fig. 876.

Fig. 877.

Fig. 878.

Fig. 879.

Fig. 880.

Fig. 881.

Fig. 882.

Fig. 883.

Fig. 884.

Fig. 885.

Fig. 886.

Fig. 887.

Fig. 888.

Fig. 889.

Fig. 890.

Fig. 891.

Fig. 892.

Fig. 893.

Fig. 894.

Fig. 895.

Fig. 896.

Fig. 897.

Fig. 898.

Fig. 899.

Fig. 900.

Fig. 901.

Fig. 902.

Fig. 903.

Fig. 904.

Fig. 905.

Fig. 906.

Fig. 907.

Fig. 908.

Fig. 909.

Fig. 910.

Fig. 911.

Fig. 912.

Fig. 913.

Fig. 914.

Fig. 915.

Fig. 916.

Fig. 917.

Fig. 918.

Fig. 919.

Fig. 920.

Fig. 921.

Fig. 922.

Fig. 923.

Fig. 924.

Fig. 925.

Fig. 926.

Fig. 927.

Fig. 928.

Fig. 929.

Fig. 930.

Fig. 931.

Fig. 932.

Fig. 933.

Fig. 934.

Fig. 935.

Fig. 936.

Fig. 937.

Fig. 938.

Fig. 939.

Fig. 940.

Fig. 941.

Fig. 942.

Fig. 943.

Fig. 944.

Fig. 945.

Fig. 946.

Fig. 947.

Fig. 948.

Fig. 949.

Fig. 950.

Fig. 951.

Fig. 952.

Fig. 953.

Fig. 954.

Fig. 955.

Fig. 956.

Fig. 957.

Fig. 958.

Fig. 959.

Fig. 960.

Fig. 961.

Fig. 962.

Fig. 963.

Fig. 964.

Fig. 965.

Fig. 966.

Fig. 967.

Fig. 968.

Fig. 969.

Fig. 970.

Fig. 971.

Fig. 972.

Fig. 973.

Fig. 974.

Fig. 975.

Fig. 976.

Fig. 977.

Fig. 978.

Fig. 979.

Fig. 980.

Fig. 981.

Fig. 982.

Fig. 983.

Fig. 984.

Fig. 985.

Fig. 986.

Fig. 987.

Fig. 988.

Fig. 989.

Fig. 990.

Fig. 991.

Fig. 992.

Fig. 993.

Fig. 994.

Fig. 995.

Fig. 996.

Fig. 997.

Fig. 998.

Fig. 999.

Fig. 1000.

Der Vorsitzende: Ich bitte, Herr Abgeordneter Dr. Schumacher, Sie haben das Wort zu einer Erklärung.

Dr. Schumacher: Meine Damen und Herren! Ich begründe unsere Stellungnahme zu dem Antrag Nr. 4 der Tagesordnung, der Ihnen vorliegt, kurz. Es ist klar, daß, wenn wir heute mit dem Beschluß über den Antrag Nr. 4 die Verfassung ändern, wir damit eine Entscheidung über die Form der Verfassung vorwegnehmen, über die Regierungsform, über die Form der Gesetzgebung, und dadurch die Arbeit des Parlamentarischen Rates, die Arbeit des Ausschusses für Grundsatzfragen, die Arbeit des Hauptausschusses und des Plenums des Parlamentarischen Rates in Frage stellen.

Wir sind der Auffassung, daß es nicht möglich ist, eine Verfassung zu ändern, bevor sie nicht beschlossen ist, und wir empfehlen aus der ersten Lesung heraus, den Antrag Nr. 4 abzulehnen. Wir sind der Auffassung, daß es nicht möglich ist, eine Verfassung zu ändern, bevor sie nicht beschlossen ist, und wir empfehlen aus der ersten Lesung heraus, den Antrag Nr. 4 abzulehnen. Wir sind der Auffassung, daß es nicht möglich ist, eine Verfassung zu ändern, bevor sie nicht beschlossen ist, und wir empfehlen aus der ersten Lesung heraus, den Antrag Nr. 4 abzulehnen.

Der Parlamentsrat wählte in seine politischen Ausschüsse Abgeordnete der SPD, die nicht zum Parlamentarischen Rat gehörten. Dr. Schumacher

selbst, Dr. Carlo Schmid, sind nicht nur einer Runde zum Meeting, sondern auch zu Beratungen, sondern auch Dr. Carlo Schmid, sind nicht nur einer Runde zum Meeting, sondern auch zu Beratungen, sondern auch Dr. Carlo Schmid, sind nicht nur einer Runde zum Meeting, sondern auch zu Beratungen, sondern auch Dr. Carlo Schmid, sind nicht nur einer Runde zum Meeting, sondern auch zu Beratungen, sondern auch

reuten einer Schleuder, an welcher Fig. 47 in Abſchnitt 4 ſich befindet, ſo kann man ſich eine Vorſtellung machen, wie es mit der Kraft in einer ſolchen Maſchine beſchaffen ſein mag.

Welches nicht ſchwer iſt alſo einzuſehen, die Wirkſamkeit A von der mittelſt Schraube ohne Ende ohne Gegenſchraube, mit der Wirkſamkeit B, welche durch Schraube ohne Ende, wo jedoch nicht nur dieſe ſondern auch die Gegenſchraube mit in Bewegung geſetzet wird, und mit der Wirkſamkeit C, welche durch Schraube ohne Ende und Schraubenrad, wie in Abſchnitt 4. Fig. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100. 101. 102. 103. 104. 105. 106. 107. 108. 109. 110. 111. 112. 113. 114. 115. 116. 117. 118. 119. 120. 121. 122. 123. 124. 125. 126. 127. 128. 129. 130. 131. 132. 133. 134. 135. 136. 137. 138. 139. 140. 141. 142. 143. 144. 145. 146. 147. 148. 149. 150. 151. 152. 153. 154. 155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163. 164. 165. 166. 167. 168. 169. 170. 171. 172. 173. 174. 175. 176. 177. 178. 179. 180. 181. 182. 183. 184. 185. 186. 187. 188. 189. 190. 191. 192. 193. 194. 195. 196. 197. 198. 199. 200. 201. 202. 203. 204. 205. 206. 207. 208. 209. 210. 211. 212. 213. 214. 215. 216. 217. 218. 219. 220. 221. 222. 223. 224. 225. 226. 227. 228. 229. 230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400. 401. 402. 403. 404. 405. 406. 407. 408. 409. 410. 411. 412. 413. 414. 415. 416. 417. 418. 419. 420. 421. 422. 423. 424. 425. 426. 427. 428. 429. 430. 431. 432. 433. 434. 435. 436. 437. 438. 439. 440. 441. 442. 443. 444. 445. 446. 447. 448. 449. 450. 451. 452. 453. 454. 455. 456. 457. 458. 459. 460. 461. 462. 463. 464. 465. 466. 467. 468. 469. 470. 471. 472. 473. 474. 475. 476. 477. 478. 479. 480. 481. 482. 483. 484. 485. 486. 487. 488. 489. 490. 491. 492. 493. 494. 495. 496. 497. 498. 499. 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510. 511. 512. 513. 514. 515. 516. 517. 518. 519. 520. 521. 522. 523. 524. 525. 526. 527. 528. 529. 530. 531. 532. 533. 534. 535. 536. 537. 538. 539. 540. 541. 542. 543. 544. 545. 546. 547. 548. 549. 550. 551. 552. 553. 554. 555. 556. 557. 558. 559. 560. 561. 562. 563. 564. 565. 566. 567. 568. 569. 570. 571. 572. 573. 574. 575. 576. 577. 578. 579. 580. 581. 582. 583. 584. 585. 586. 587. 588. 589. 590. 591. 592. 593. 594. 595. 596. 597. 598. 599. 600. 601. 602. 603. 604. 605. 606. 607. 608. 609. 610. 611. 612. 613. 614. 615. 616. 617. 618. 619. 620. 621. 622. 623. 624. 625. 626. 627. 628. 629. 630. 631. 632. 633. 634. 635. 636. 637. 638. 639. 640. 641. 642. 643. 644. 645. 646. 647. 648. 649. 650. 651. 652. 653. 654. 655. 656. 657. 658. 659. 660. 661. 662. 663. 664. 665. 666. 667. 668. 669. 670. 671. 672. 673. 674. 675. 676. 677. 678. 679. 680. 681. 682. 683. 684. 685. 686. 687. 688. 689. 690. 691. 692. 693. 694. 695. 696. 697. 698. 699. 700. 701. 702. 703. 704. 705. 706. 707. 708. 709. 710. 711. 712. 713. 714. 715. 716. 717. 718. 719. 720. 721. 722. 723. 724. 725. 726. 727. 728. 729. 730. 731. 732. 733. 734. 735. 736. 737. 738. 739. 740. 741. 742. 743. 744. 745. 746. 747. 748. 749. 750. 751. 752. 753. 754. 755. 756. 757. 758. 759. 760. 761. 762. 763. 764. 765. 766. 767. 768. 769. 770. 771. 772. 773. 774. 775. 776. 777. 778. 779. 780. 781. 782. 783. 784. 785. 786. 787. 788. 789. 790. 791. 792. 793. 794. 795. 796. 797. 798. 799. 800. 801. 802. 803. 804. 805. 806. 807. 808. 809. 810. 811. 812. 813. 814. 815. 816. 817. 818. 819. 820. 821. 822. 823. 824. 825. 826. 827. 828. 829. 830. 831. 832. 833. 834. 835. 836. 837. 838. 839. 840. 841. 842. 843. 844. 845. 846. 847. 848. 849. 850. 851. 852. 853. 854. 855. 856. 857. 858. 859. 860. 861. 862. 863. 864. 865. 866. 867. 868. 869. 870. 871. 872. 873. 874. 875. 876. 877. 878. 879. 880. 881. 882. 883. 884. 885. 886. 887. 888. 889. 890. 891. 892. 893. 894. 895. 896. 897. 898. 899. 900. 901. 902. 903. 904. 905. 906. 907. 908. 909. 910. 911. 912. 913. 914. 915. 916. 917. 918. 919. 920. 921. 922. 923. 924. 925. 926. 927. 928. 929. 930. 931. 932. 933. 934. 935. 936. 937. 938. 939. 940. 941. 942. 943. 944. 945. 946. 947. 948. 949. 950. 951. 952. 953. 954. 955. 956. 957. 958. 959. 960. 961. 962. 963. 964. 965. 966. 967. 968. 969. 970. 971. 972. 973. 974. 975. 976. 977. 978. 979. 980. 981. 982. 983. 984. 985. 986. 987. 988. 989. 990. 991. 992. 993. 994. 995. 996. 997. 998. 999. 1000.

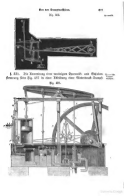


Fig. 345. Die Einrichtung einer wechselnden Expansion- und Kondensation-Steuerung ohne Excentrik, mit Hülfe einer Schleife, für eine Dampfmaschine von 100 Pferdekraft Nominal-Stärke.

Fig. 272.

ende P gegeben. Darauf kann man Bilder fädeln in beliebiger Art, und sie werden, wenn man die Kurbel dreht, in der Reihenfolge, in der sie aufgefädelt sind, nach einander vor das Objektiv gebracht. Wenn die Feder P am Rahmen um die Schraube S, worum sich das Ende des Bügels B dreht, befestigt ist, so kann man den Bügel B mit dem Faden, der zum Ende mit der Feder P verbunden ist, herumlegen, und dort einen Faden befestigen an Stelle derselben, dessen Länge man nach Belieben wählen kann. Dadurch kann man die Bilder in verschiedener Entfernung vom Objektiv vorbeiführen. Um die Bilder in verschiedener Höhe vorbeizuführen, kann man die Schraube S mit Hülfe der zwei Muttern verschieben. Die Schraube S ist nicht unentbehrlich beim Bügel und Rahmen F; sie kann unmittelbar durch Bügel und Rahmen F in die Be-

ſervoir ſchafft, das J und K umgiebt. Noch ſieht man in F die Treibe-, in G die Luftpumpen- und in L die Speiſepumpenkolbenſtange, alle drei, und zwar erſtere durch ein ſogenanntes Watt'ſches Parallelogramm an einen Balancier angeſchloſſen. Die ſchwingende Bewegung, welche der Treibekolben dem Balancier ertheilt, wird durch die Kurbelſtange P auf einen Krummzapfen Q übergetragen und geht hier mit Unterſtützung eines Schwungrades XX in eine ſtetige Bewegung über. Auf der Welle dieſes Rades ſitzt noch das Kreisexcentrik Y, welches mittels ſeiner Lenkſtange O_1Y und des Winkelhebels O_1OO_2 die Stange O_2W (O_2 iſt verdeckt) des Steuerſchiebers auf- und niederzieht. Die nähere Einrichtung des Steuerapparates u. ſ. w. iſt aus den Figuren 470 und 484 zu erſehen und aus dem Früheren ſchon bekannt. Watt'ſche Dampfmaſchine.

Der Apparat f iſt der ſogenannte Centrifugalregulator, der mittelſt einer Schnur ii ohne Ende und mittelſt des Räderwerkes oo durch die Schwungradwelle in Umdrehung geſetzt wird und durch Stangen ab und de und Hebel asr und bcd mit dem Droſſelventile im Dampfrohre ſo in Verbindung geſetzt iſt, daß bei Zu- oder Abnahme der Geſchwindigkeit durch Auseinandergehen oder Zuſammenfallen zweier Metallkugeln das Ventil mehr geſchloſſen oder mehr geöffnet und dadurch der Dampfzutritt erſchwert oder erleichtert, alſo auch eine größere Veränderung in der Geſchwindigkeit verhindert wird.

Die ausführliche Beſchreibung dieſes Apparates, ſowie die des Watt'ſchen Parallelogrammes u. ſ. w. muß einem beſonderen Abſchnitte aufbewahrt bleiben.

§. 336. Die Wege, welche den Dampf aus der Dampfkammer in den Cylinder führen, müſſen einen gewiſſen Querſchnitt haben, damit ſie nicht zu großen Widerſtänden Veranlaſſung geben. Am beſten iſt es, man macht die Querſchnitte dieſer Kanäle ſo groß wie den Querſchnitt des Dampfrohres, nämlich $1/25$ von der Kolbenfläche; zuweilen, namentlich bei Hochdruckmaſchinen, macht man ſie auch noch größer, nämlich $1/20$ bis $1/15$ der Kolbenfläche. Um zur Bewegung des Schiebers möglichſt wenig Arbeit aufwenden zu müſſen, iſt es nöthig, die Mündung der Dampfwege mehr breit als hoch zu machen, weil dann der Weg des Schiebers kleiner ausfällt (vergl. II., §. 241). Gewöhnlich macht man das Verhältniß zwiſchen Breite und Höhe dieſer Mündungen $= 4:1$ oder $5:1$. Voreilen des Schiebers

Uebrigens bringt aber der Schieber noch beſondere Verengungen hervor, zumal, wenn er durch ein gewöhnliches Kreisexcentrik bewegt wird, weil er die Mündungen der Dampfwege nicht plötzlich, ſondern allmalig eröffnet und verſchließt. Damit der Dampf möglichſt gleichmäßig und die Maſchine möglichſt vortheilhaft wirke, iſt es nöthig, daß der Schieber den Dampfweg ſchon zu eröffnen anfange, wenn der Treibekolben noch nicht

Verwandtschaft. Schon dieser Fall verdeutlicht uns, daß keine Beziehung darf zwischen Gegenständen bestehen, damit wir sie vergleichen können. Wir können auch Gegenstände vergleichen, die in keiner Beziehung stehen, wenn sie nur in einem Merkmale übereinstimmen. Wir können Gegenstände vergleichen, die in Beziehung stehen, ohne daß wir ihre Beziehung zu einander in Betracht ziehen. Wir können auch gerade Beziehung der Gegenstände zu einander vergleichen, wenn wir z. B. die Beziehung des Vaters zum Sohne mit der Beziehung des Sohnes zum Vater vergleichen. Wir können auch Beziehungen zu einander vergleichen, wenn wir z. B. die Beziehung des Vaters zum Sohne mit der Beziehung des Bruders zum Bruder vergleichen. Wir können auch Beziehungen zu einander vergleichen, wenn wir z. B. die Beziehung des Vaters zum Sohne mit der Beziehung des Sohnes zum Vater vergleichen. Wir können auch Beziehungen zu einander vergleichen, wenn wir z. B. die Beziehung des Vaters zum Sohne mit der Beziehung des Bruders zum Bruder vergleichen.

§. 127. Es ist nun klar, daß wir die Gegenstände durch drei verschiedene Arten der Vergleichung vergleichen können. Wir können sie

Wir können sie durch Zählen vergleichen, wenn wir sie durch Zahlen, die Zahlen durch Zählen, und das Zählen durch Zählen vergleichen. Wir können sie durch Messen vergleichen, wenn wir sie durch Maße, die Maße durch Messen, und das Messen durch Messen vergleichen. Wir können sie durch Wägen vergleichen, wenn wir sie durch Gewichte, die Gewichte durch Wägen, und das Wägen durch Wägen vergleichen.

Schieber von außen umgiebt. Ziehen wir jedoch nur die erste Art der Dampftheilung in Betracht. Die mittlere Schieberstellung ist unter I. (V. u. IX.) dargestellt, bei ihr findet weder ein Dampfzutritt noch ein Dampfabfluß aus dem Cylinder statt. Rückt der Schieber herab, so daß er in die Stellung II kommt, so werden die Zu- und Abführungswege eben erst eröffnet, und gelangt er in die tiefste Stellung III., so sind beide Wege vollkommen aufgeschlossen; steigt der Schieber wieder bis IV., so tritt der Abschluß beider Wege ein, und kommt er in die Stellung V., so findet wieder wie in I vollkommene Absperrung statt. Beim weiteren Steigen des Schiebers bis VI. wird der untere Weg des Dampfes aufgeschlossen, und die Abführung des Dampfes über den Kolben ermöglicht; in der folgenden höchsten Schieberstellung VII. sind die Kanäle zum Zu- und Abführen des Dampfes am meisten aufgeschlossen, bei der Stellung VIII. tritt wieder das Absperren dieser Wege ein, und mit der folgenden Stellung IX. fängt ein zweites Spiel des Schiebers an. Schieberstellungen.

Soll nun kein Voreilen des Schiebers stattfinden, sollen also die Dampfwege beim höchsten und tiefsten Kolbenstande eröffnet werden, so muß das Excentrik bei diesen Kolbenständen den Schieber in die Stellungen II. und VI. bringen; und daher die mittlere Schieberstellung schon etwas vor dem höchsten und tiefsten Kolbenstande eintreten. Es wird dann aber auch der tiefsten und höchsten Schieberstellung noch keineswegs der mittlere Kolbenstand entsprechen, und endlich der Dampf auf beiden Seiten des Kolbens abgesperrt werden, ehe dieser das Ende seines Weges erreicht hat. Bei diesem Absperren wird der Dampf auf der einen Seite des Kolbens sich ausdehnen und auf der andern sich comprimiren müssen, wodurch allerdings Kraftverlust, zugleich aber auch eine Dampfersparniß erwächst. Es ist nun auch leicht zu erachten, wie durch Erweiterung der Dampfwege a und b ein Voreilen des Schiebers oder der Dampfführung erlangt werden kann. Machen wir bei demselben Schieber und bei den nämlichen Stellungen desselben den Weg a nach oben, bei a_1, und den Weg b nach unten, bei b_1, weiter, wie in der Figur durch schwächere Schattirung angedeutet wird, so findet schon vor dem höchsten und tiefsten Kolbenstande Dampfzutritt statt; machen wir aber den Weg a nach unten, bei a_2 und b nach oben, bei b_2, weiter, so stellen wir auch eine Abkürzung der Absperrung her, und gehen wir mit dieser Erweiterung so weit, wie durch die dunklere Schattirung a_3 und b_3 angedeutet wird, so erhalten wir sogar ununterbrochenen Dampfzufluß.

§. 338. Um nun noch zeigen zu können, wie durch richtige Stellung des Excentriks gegen den Krummzapfen die soeben näher betrachteten Schieberstellungen hervorgebracht werden können, ist es nöthig, vorher die Bewegungsverhältnisse dieser Maschinentheile wenigstens im Allgemeinen zu Theorie des Excentrik

Fig. 297.

Beispiel.

Kurven. Dasselbe ist mit der Phase von $\frac{\pi}{2}$ nacheilender Spannung E_2 der Fall, welche in der Sekundärspule durch die Änderung des Kraftflusses Φ induziert wird. Wenn Φ_{max} und Φ_{min} die Maxima und Minima des Kraftflusses Φ sind, so ist die Änderung des Kraftflusses $\Phi_{max} - \Phi_{min}$, und wenn T die Periode ist, so ist die Änderung des Kraftflusses in der Zeiteinheit $\frac{\Phi_{max} - \Phi_{min}}{T}$. Wenn n_2 die Windungszahl der Sekundärspule ist, so ist

$$\text{die } (T+1)^{\text{te}} \text{ Zahl } = \frac{\Phi_{max} - \Phi_{min}}{T} \cdot n_2$$

die in der Sekundärspule T Mal von null wachsend gedacht wird, so daß die Sekundärspule die Arbeit

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\Phi_{max} - \Phi_{min}}{T} \cdot n_2 \cdot T = \frac{1}{2} (\Phi_{max} - \Phi_{min}) \cdot n_2$$

verrichtet, wenn der Strom J_2 von $\frac{1}{2}(\Phi_{max} - \Phi_{min})$ n_2 Windungen umfaßt, während der Strom J_2 schließlich wieder, wenn der Strom verschwindet, von $\frac{1}{2}(\Phi_{max} - \Phi_{min})$ n_2 Windungen umfaßt wird, so daß die Sekundärspule während einer ganzen Periode T die Arbeitsgröße $(\Phi_{max} - \Phi_{min})$ n_2 verrichtet hat. Diese Arbeitsgröße ist gleich der Arbeitsgröße $\Phi_{max} \cdot n_2$, welche die Sekundärspule beim Entstehen des Kraftflusses Φ_{max} verrichtet hat, da Φ_{min} null ist. Es ist also die Arbeitsgröße, welche die Sekundärspule bei der Entstehung des Kraftflusses Φ verrichtet hat, gleich der Arbeitsgröße, welche sie bei der Vernichtung desselben Kraftflusses Φ verrichtet hat, und es ist daher die Arbeitsgröße, welche die Sekundärspule bei einer Änderung des Kraftflusses Φ verrichtet hat, gleich der Arbeitsgröße, welche sie bei einer Änderung des

und auf der Halbmesserlinie CA, wo CA die Halbmesserlinie CF in A berührt, die Halbmesserlinie CA in A berühren.

Für den zweyten Brennpunkt des Zirkelschnittes ABD ziehe man durch C eine Linie CE, welche mit CF einen Winkel FCE macht, der dem Winkel ACF gleich ist, und mache auf der Linie CE die Linie CG der Linie CF gleich. Ferner ziehe man durch G eine Linie GH, welche mit der Linie CE den Winkel CGH macht, der dem Winkel CFG gleich ist, und verlängere sie, bis sie die Linie CA in H schneidet. Endlich ziehe man durch H eine Linie HK, welche mit der Linie CA den Winkel CHK macht, der dem Winkel CGH gleich ist, bis sie die Linie CE in K schneidet. Alsdann ist K der zweyte Brennpunkt des Zirkelschnittes ABD.

Denn da $CF = CG$, $CA = CH$, und $\angle FCA = \angle GCH$, so ist $\angle CFA = \angle CGH$, und $\angle CAF = \angle CHG$. Folglich ist $\angle CGH = \angle CHK$, und $\angle CHG = \angle CKH$. Also ist $CG = CH$, und $CH = CK$. Demnach ist $CF = CK$, und $CA = CK$. Folglich ist $\angle CFK = \angle CKF$, und $\angle CAK = \angle CKA$. Also ist $\angle CFK + \angle CAK = \angle CKF + \angle CKA$. Es ist aber $\angle CFK + \angle CAK = 2R$. Folglich ist auch $\angle CKF + \angle CKA = 2R$. Demnach ist AKF eine gerade Linie. Da nun $CF = CK$, $CA = CK$, und AKF eine gerade Linie ist, so ist klar, daß K ein Brennpunkt des Zirkelschnittes ABD ist.

Da ferner

Theorie der Brennpunktslinie.

BD der Curve ſchneiden alſo, und nimmt man die Abſciſſen auf dieſer, in C ihren Anfang nehmenden Geraden, ſo wird CB eine Sehne der Curve. Da ſie in den Winkeln BCA und δ, um welchen die neue Abſciſſenaxe von der alten abweicht,

$$\text{tang. } \delta = \frac{AB}{CA} = \frac{r \sin. \omega}{r_1 - r \cos. \omega}, \text{ und die neue Abſciſſe}$$

$$CN = x_1 = \frac{CM}{\cos. \delta} = \frac{r_1 \cos. (\theta - \omega)}{\cos. \delta}.$$

Die Sehne CB ſchneidet NP in Q, $MP - MN = y = x \tang. \delta = r \sin. \omega$, $r - r \cos. (\theta - \omega) \sin. \alpha = r \sin. (\theta - \omega + \alpha) - r \cos. (\theta - \omega) \sin. \alpha = r \sin. (\theta - \alpha)$ u. $\cos. [\sin. (\theta - \omega)]^2 + [\cos. (\theta - \omega)]^2 = 1$, ſo ſteigt hier

$$\left(\frac{y_1}{r \cos. \alpha}\right)^2 + \left(\frac{r_1 \cos. \delta}{r}\right)^2 = 1.$$

Setzt man $\frac{r_1}{\cos. \delta}$ u. $\omega + \alpha$ ſtatt ω, α u. δ, ſo erhält man die bekannte Gleichung der Ellipſe:

$$\left(\frac{x_1}{r}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{r}\right)^2 = 1;$$

es iſt alſo auch die Curve eine Ellipſe und $\omega + \delta$ ſind zwei Halbmeſſer derſelben.

Fig. 494.

Anmerkung. Das Integrale Krümmtel iſt vor dem Brennpunkt am Berge, hat es den Werth an den Endſtellen reihen ſich wie jene hier aber gerichtlichen, begegnen ſich Kreisbogen-Schwingen und eine Kreisbogenlinie entſteht. Fig. 494 heißt in AC ein Brennpunkt vor, welcher an der Stelle B den Bogen BC beſchreibt. Bei dieſer Umdrehung um die Axe C trifft er auch in die Stelle BE, bald an die Stelle CD, bald in Stellung BDF ausgeſtellet iſt, bei mit der Stellung EF die Bogen CD und BE vereinigt. In dem Falle wird dieſe Bedeutung, in dem andern aber absolut geſchehen.

Von den gegebenen Krümmtelle iſt erſt bei der Gegenden die Rede.

Curvilin.

§. 339. Die Kreislie laſſen ſich zwar auch durch Krümmtelle im Raum ſtehen, jedoch eignen ſich hiezu Polarkurven beſſer, weil hiebei ein ſtarkeres Einſchnen und Einſtechen bemerken. Bei den einfachen Linien Einſchnen und Einſtechen bei den Zuſammenlaufen, am meiſten bei dem Berühren verſchwinden, weil hiebei die Krümmtelle Berührungen in Anwendung bringen.

Eine Berührungsreihe mit Krümmtelle iſt bereits oben §. 330 beſchrieben

und in Fig. 473 abgebildet worden. Es werden hier die Ventilkanäle FG und F_1G_1 durch zwei Excentrik E und E_1 in Bewegung gesetzt, und es fann dieß auf einer Seite auf, welche mittels eines Zahnrades A unmittelbar durch die Maschine selbst umgedreht wird.

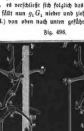
Bei der Hebelsteuerung ist die Sperrstange eine eine Sperrklinke (Fang, excliquetage; engl. spring catch) der mehrerwähnte Bandeisen: es ist nämlich, um nur das Verschiedene der Ventile durch die Maschine anzuwenden, das Excentrum derselben aber durch niederschiebende Gewichte hervorbringen lassen zu können. Wie dies möglich ist, wird aus der Beschreibung der Fig. 495, 1. und 11. vollkommen erhellen. Die Sperr-

Fig. 493.

klinke selbst ist bcd_1; sie läßt sich um eine horizontale Axe drehen und endigt sich in Zahn b und b_1. Unter derselben befindet sich eine horizontale Welle d mit einem Zahne a und mit drei Armen ef, g, h, Zahne oder derselben eine solche Welle d_1 mit einem Zahne oder Arme a_1 und den Armen e_1, g_1 und h_1. An h greift der Zahn a_1 in den Zahn b_1, mangen a den b fehr. In H hängen greift der Zahn a in den Zahn b und ist lang a über b_1, geht in l. a minder, so erhebt bcd_1 eine kleine Drehung und es hebt sich a_1 aus b_1; geht aber in l. a_1 minder, so erfolgt eine umgekehrte Bewegung von bcd_1 und es wird a aus b ausgehoben. Sind nun an den Armen g und g_1 g_1 beider

Kondens. Weichen d und d_1 Gewichte G und G_1 angehangen, so werden diejenigen die Wellen in Umdrehung setzen, deren ihre Zahlen n und n_1 erst sind oder sich von den Zahlen der Spannkräfte bedeutet haben; und dies nun noch an den Armen d und $d_1 A_1$ mittelst Stangen $h F$ und $h_1 F_1$ u. s. w. die Zahnpressorie angebrachten, so werden dieselben durch diese Wiederholen der Gewichte gespannt werden können. Zur Umdrehung der Wellen d und d_1 und den entsprechenden Bewegungen können aber die Arme oder Kurven d und d_1, wie d in (f. 1) von einem auch oben gefühlten, in gehe $h F$ wieder, so verschiedlich sich folgen das Gewicht F, es wird aber auch d_1 frei; sie fällt nun $g_1 G_1$ wieder und zieht daher F_1 auf; wird hingegen $d_1 e_1$ (f. 1k) von oben nach unten gestoßen, so steigt $h_1 F_1$ wieder,

Fig. 696.



so verschiedlich sich F_1 wieder, dagegen daß sich a auf, so fällt G wieder und zieht daher $h F$ in die Höhe, und bleibt daher bei mit F wechselnden Gewicht. Durch Heben und Niederstoßen der Arme $d e$ und $d_1 e_1$ wird durch eine Stange $E F$, die s. g. Steuerstange, bewegen-bracht, die an dem Daumenrad hängt, und daher mit dem Daumen-stellen gegleich auf- und niederzieht. Zu diesem Zwecke sind auf entgegengesetzten Seiten derselben zwei Daumen oder sogenannte Knaggen B und F (hang, knagge, engl. tappets) angebracht, von denen der eine (B) nach dem Ende des Radumfanggangs, die Kante $d e$ des andern (F) aber nach dem Ende des Radumumfangsgangs, die Kante $d_1 e_1$ ungefähr und auch die Steuerstange.

Eine etwas vereinfachte Hebelsteuerung ist in Fig. 497, I., II. und III. dargestellt. Gebräuchl.

Fig. 497.

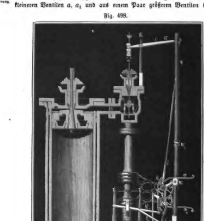
a, richtig, die einander abwechselnd erfassen und festhalten. Uebrigens ist die Hebel-Steuerung genau wie in der im vorigen Paragraphen beschriebenen und in Fig. 496 abgebildeten Steuerung eingerichtet, und es stehen auch die übrigen Buchstaben in beiden Figuren bei beschriebenen Theilen. Statt der Steuerstange aber der Steuerbaum mit dem Dampfkessen empfor, so ergreift die Kuppe K (I.) den Hebel $d\,e$, und hebt denselben empor; dabei folgt auch G, dagegen wird das Ventil bei V verschlossen, zugleich geht fm aber auch a zurück und es wird a_1 frei, wie man II. vor Augen führt. Zeigt hier G_1 minder, so legt sich a_1 in a und es öffnet sich das Ventil bei V_1, wie in III. zu sehen ist. Hier nun öffnet den Kolben vorderen Dampf tritt hinein und die Stange FG nimmt mit einer Kuppe K den Hebel de und fm mit, wodurch dieser Stange ergreift wird, am Ende den Wiederangriff den Hebel $d_1 e_1$ und stellen beide minder, so daß minder die Oeffnung H eintritt, und dabei G_1 angehoben und V_1 geschlossen wird. Auch hebt sich hierbei a_1 aus a und es fällt nun G augenblicklich minder, es legt sich a in a_1 und es öffnet sich dabei V. So hat man der Dampf nun unten getreten und den Kolben emporgetrieben und das wenige Spiel sich wiederholen kann.

§. 349. Die Art und Weise, wie die einfachen Ventile einer Dampfmaschine durch den Hebel und Excentrikstangenapparat gehoben, d. i. geöffnet und geschlossen werden, möge an einer in den Fig. 498 u. 499 (s. f. S.) abgebildeten doppeltwirkenden Dampfmaschine von Cromwell erläutert werden.

Arbeitsvermögen.

den. Man erhält nun Fig. 409, das hier Verwendung aus einem Paar kleineren Ventilen a, a_1 und aus einem Paar größeren Ventilen b, b_1

Fig. 408.



besteht; wir können nur noch hinzufügen, daß jene zum Zu-, diese aber zum Ausfluß des Dampfes dienen. Das erste Paar communicirt mit

Aus: mdl. Mitt. Friedländer. Abgüsse. Berlin, J. 1878, Nr. 1. Vgl. Arch. Ztg. 1876, Nr. 344.

Im Besitz Friedländer's ist ein Abguss einer Platte, welche in Rom gefunden sein soll. Sie ist 0,30 M. hoch, 0,20 M. breit und 0,03 M. dick. Die Vorderseite ist mit einem Relief geschmückt, welches einen Mann darstellt, der auf einem Pferde sitzt. Der Mann ist bekleidet mit einem Chiton, der bis zu den Knien reicht, und mit einem Mantel, der über die linke Schulter geworfen ist und den linken Arm bedeckt. Auf dem Kopfe trägt er eine Mütze, die hinten in zwei Spitzen endigt. Die Füsse sind nackt. Das Pferd ist nach rechts gewendet. Es ist mit einem Zaume und einem Sattel versehen. Der Reiter hält in der linken Hand die Zügel und in der rechten einen Stab, der mit einem Knopfe endigt. Vor dem Pferde befindet sich ein Hund, der nach rechts läuft und den Kopf nach dem Reiter zurückwendet. Unter dem Pferde befindet sich ein Hase, der nach rechts läuft. Unter dem Hasen befindet sich ein Vogel, der nach rechts fliegt. Unter dem Vogel befindet sich ein Fisch, der nach rechts schwimmt. Unter dem Fische befindet sich ein Delphin, der nach rechts schwimmt. Unter dem Delphin befindet sich ein Seepferd, das nach rechts schwimmt. Unter dem Seepferde befindet sich ein Seeungeheuer, das nach rechts schwimmt. Unter dem Seeungeheuer

§. 1. Wenn die Ehe für Nichtig erklärt, oder getrennt wird, so sollen die Kinder, welche aus dieser Ehe entsprossen sind, in Ansehung ihrer Erziehung und ihres Vermögens, nach Maßgabe der Verschuldung, oder Unschuld der Aeltern, auf die nachfolgende Art behandelt werden.

§. 2. Wenn die Ehe für Nichtig erklärt wird, und beyde Aeltern haben sich in Ansehung der Nichtigkeit der Ehe, in guten Glauben befunden, so sollen die Kinder, welche aus dieser Ehe entsprossen sind, als eheliche Kinder angesehen, und behandelt werden. Wenn aber nur ein Theil in guten Glauben gewesen ist, so sollen die Kinder, welche aus dieser Ehe entsprossen sind, als eheliche Kinder des unschuldigen Theiles angesehen, und behandelt werden. Wenn endlich beyde Aeltern wissentlich in einer ungültigen Ehe gelebt haben, so sollen die Kinder, welche aus dieser Ehe entsprossen sind, als uneheliche Kinder beyder Aeltern angesehen, und behandelt werden.

§. 3. Wenn die Kinder, welche aus dieser Ehe entsprossen sind, als eheliche Kinder angesehen, und behandelt werden, so sollen sie in Ansehung ihrer Erziehung, und ihres Vermögens, in gleicher Maße, wie eheliche Kinder, behandelt werden.

§. 4. Wenn die Kinder, welche aus dieser Ehe entsprossen sind, als eheliche Kinder des unschuldigen Theiles angesehen, und behandelt werden, so sollen sie in Ansehung ihrer Erziehung, und ihres Vermögens, in gleicher Maße, wie eheliche Kinder, behandelt werden.

§. 5. Wenn die Kinder, welche aus dieser Ehe entsprossen sind, als uneheliche Kinder beyder Aeltern angesehen, und behandelt werden, so sollen sie in Ansehung ihrer Erziehung, und ihres Vermögens, in gleicher Maße, wie uneheliche Kinder, behandelt werden.

§. 6. Wenn die Ehe getrennt wird, so sollen die Kinder, welche aus dieser Ehe entsprossen sind, in Ansehung ihrer Erziehung, und ihres Vermögens, nach Maßgabe der Verschuldung, oder Unschuld der Aeltern, auf die nachfolgende Art behandelt werden.

§. 7. Wenn die Ehe getrennt wird, und beyde Aeltern haben sich in Ansehung der Trennung der Ehe, in guten Glauben befunden, so sollen die Kinder, welche aus dieser Ehe entsprossen sind, als eheliche Kinder angesehen, und behandelt werden. Wenn aber nur ein Theil in guten Glauben gewesen ist, so sollen die Kinder, welche aus dieser Ehe entsprossen sind, als eheliche Kinder des unschuldigen Theiles angesehen, und behandelt werden. Wenn endlich beyde Aeltern wissentlich in einer getrennten Ehe gelebt haben, so sollen die Kinder, welche aus dieser Ehe entsprossen sind, als uneheliche Kinder beyder Aeltern angesehen, und behandelt werden.

§. 8. Wenn die Kinder, welche aus dieser Ehe entsprossen sind, als eheliche Kinder angesehen, und behandelt werden, so sollen sie in Ansehung ihrer Erziehung, und ihres Vermögens, in gleicher Maße, wie eheliche Kinder, behandelt werden.

§. 9. Wenn die Kinder, welche aus dieser Ehe entsprossen sind, als eheliche Kinder des unschuldigen Theiles angesehen, und behandelt werden, so sollen sie in Ansehung ihrer Erziehung, und ihres Vermögens, in gleicher Maße, wie eheliche Kinder, behandelt werden.

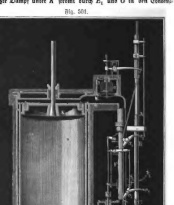
§. 10. Wenn die Kinder, welche aus dieser Ehe entsprossen sind, als uneheliche Kinder beyder Aeltern angesehen, und behandelt werden, so sollen sie in Ansehung ihrer Erziehung, und ihres Vermögens, in gleicher Maße, wie uneheliche Kinder, behandelt werden.

Abb. 70. Neue Schnell-Drehbank für Stangen- und Backenbetrieb, Type 1911, mit Vorrichtung zum Abstechen und Anfasen, Bohren, Reiben, Gewindeschneiden und Abdrehen von Rohren in einer Aufspannung.

Kolben-Dampfmaſchinen.

ver ſich gehen. Da ſich K oben, und c verſchließen; die Ventile a und b werden nun plötzlich eröffnet; der friſche Dampf tritt K unter und der benutzte Dampf unter K ſtrömt durch E, und G in den Condenſa-

Fig. 501.



tor. Hat der Kolben K einen Theil ſeines Weges zurückgelegt, ſo verſchließt ſich a, es hört das Zuſtrömen des Dampfes auf, und es wird der nun abgeſperrte Dampf während Zurücklegung des übrigen Kolben-

weges nur durch Expansion. Kommt K unten an, so verschließt sich nun auch b, hierauf aber öffnet sich c, der Kolben steigt durch die Wirkung des Gegengewichtes empor, und treibt den beim Niedergange benutzten Dampf auf dem Wege EFE_1 von oben nach unten. Am Ende des Aufganges verschließt sich auch c und es beginnt nachher ein neues Spiel. Einfachwirkende Dampfmaschinen.

Wie nun das rechtzeitige Spiel der Ventile mit Hülfe von Hebeln und Sperrhaken zu bewerkstelligen ist, wird aus Folgendem erhellen. Jedes der drei Ventile a, b und c ist mit einem Stiele und mit einem Hebel versehen und jeder dieser Hebel ist durch eine Stange mit einem der drei dreiarmigen Hebel a_1, b_1 und c_1 verbunden. Letztere werden mittels ihrer langen Arme a_2, b_2, c_2 durch Knaggen A, B und C einer auf- und niedergehenden Stange nach der einen, durch angehängte Gewichte aber nach der entgegengesetzten Richtung hin bewegt, und im ersten Falle werden die Ventile verschlossen, im zweiten aber geöffnet. Die Hebel b_1 und c_1 sind durch einen Sperrhaken wie Figur 496 mit einander in Verbindung gesetzt; wenn daher beim Ende des Kolbenaufganges die Knagge C an c_2 trifft und dabei c geschlossen wird, so läßt der allerdings in Fig. 501 nicht sichtbare Sperrhaken den Hebel b_1 fallen, und wenn dieser mit a_1 durch eine Stange verbunden ist, so fällt auch a_1 mit und es öffnen sich daher die Ventile a und b gleichzeitig. Während des nun vor sich gehenden Kolbenniederganges trifft die Knagge A auf den Hebel oder die Klaue a_2, drückt dieselbe nieder und verschließt nun a, so daß von nun an der Dampf durch Expansion zu wirken anfangen muß. Gegen Ende des Hubes trifft nun auch die (unsichtbare) hintere Knagge B auf den Hebel b_2 und es wird dadurch auch b verschlossen; zugleich wird aber der Hebel c_1 ausgelöst, so daß dieser durch sein Gegengewicht niederfallen und c eröffnen, der Aufgang des Kolbens aber ungehindert vor sich gehen kann. Damit a_2 niedergehen kann ohne b_2, muß die Stange, welche beide Wellen verbindet, an ihrem oberen Ende einen Schlitz erhalten und der Bolzen des Hebels, womit diese Stange an a_1 angeschlossen ist, sich darin bewegen können, bis auch b_2 von B ergriffen und niedergedrückt wird.

§. 342. Bei den einfachwirkenden Dampfmaschinen hat man noch besondere Vorrichtungen zur Regulirung ihres Ganges nöthig. Um die Geschwindigkeit zu reguliren, dient ein Stellventil im Dampfrohre, welches der Maschinenwärter durch die Hand stellen kann. Um ferner den Kolbenweg zu reguliren, hebt oder senkt man entweder das Lager der Einlaßklappe oder man verändert die Stellung der Knaggen am Steuerbaume. Um endlich die Zeit des ganzen Kolbenspieles zu reguliren, bedient man sich des sogenannten Kataraktes (franz. cataracte; engl. Katarakt.

Kessel, Cylinder, Apparate, durch den am Ende der Kolbenstange ein Ventil eingeschaltet eingerichtet Kasten angeordnet, durch welchen der Dampf entweder in den Cylinder oder in die Luft strömen kann. Man hat sie auf verschiedene Weise eingerichtet. Fig. 502 stellt eine solche dar.

Fig. 502.

abgebildete einer der vorzüglichsten und sehr zu empfehlenden. Seine Einrichtung ist folgende. AV ist ein Stiefel oder Dampfcylinder mit einem sich nach innen öffnenden Saugventile V und einem mufflem Kolben K, der mittelst einer um C beweglichen Zugstange CK auf- und niedergezogen werden kann. Seitwärts in den Stiefel mündet noch ein feiner Hahn ab ein, dessen Ausmündung a mit einem Hahne ab verschließen und verschieben werden kann. Der Kolben K wird beim Niedergange des Zweiarmhebels durch den Gewichtsarm mittels einer Kugel B und des Gelenk KF und BCD aufgezogen, durch das Gewicht G aber wieder niedergedrückt; im ersten Falle wird frisches Wasser durch V angesaugt, und im zweiten wird solches wieder durch a ab, und in sogleich zum durch Oeffnung an der Stange c die Ausflußöffnung größer oder kleiner gemacht hat, wird die Ausfluß- und also auch die Niedergangszeit von K? Kolben oder größer oder kleiner. Der Hebel BCD ist mit dem Dampfcylinder durch den Dampfcylinder durch eine Stange e so verbunden, daß das Gewicht beider Theilen erst kann fest wird und also auch die Oeffnung des Dampfventiles erst kann erfolgt, wenn der Kolben K seinen Niedergang vollendet hat. Wenn also der Niedergang beendigt ist, so bleibt die Maschine so lange fest stehen, bis das Gewicht G den Kolben K wieder gezogen und dabei die Stange e so weit gehoben hat, daß das Gewicht den Dampfventil wieder öffnet.

Regulirung. § 343. Wie haben oben nur die Schiebersteuerung bei Maschinen ohne Expansion abgehandelt, es bleibt uns daher noch übrig, die Expan-

ſionsſchieber, d. i. diejenigen Dampfſchieber kennen zu lernen, wodurch der Dampf während des Kolbenweges abgeſperrt und daher durch Expanſion zu wirken genöthigt wird. Im Allgemeinen hat man vier Methoden, die Expanſion des Dampfes durch Schieber einzuleiten, nämlich Expanſionsſchieber.

1) die Steuerung mittels eines einzigen Schiebers,

2) die mittels zweier getrennten Schieber,

3) die mittels zweier über einander liegenden Schieber,

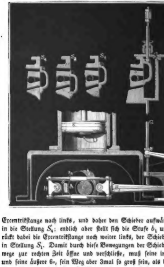
4) die mittels eines Schiebers und eines Ventiles.

Wir haben ſchon oben §. 537 geſehen, daß ein einziger, durch ein Kreisexcentrik in Bewegung geſetzter Schieber die Wirkung des Dampfes durch Expanſion ermöglichen kann; es gehört nur dazu, daß derſelbe eine gewiſſe Bedeckung (franz. recouvrement; engl. cover) erhalte, d. i. daß er bei ſeinem mittleren Stande nicht bloß die Dampfwege bedecke, ſondern daß ſeine Enden noch über die Einmündungen dieſer Wege in die Dampfkammer hinausgreifen. Wird dann das Excentrik gegen den Krummzapfen noch ſo geſtellt, daß ſich der Dampfweg unmittelbar vor dem Ende des ganzen Kolbenweges eröffnet, ſo findet auch eine Abſperrung des Dampfes ſtatt, bevor der Kolben das neue Kolbenſpiel vollendet hat; es muß alſo auch der Dampf durch Expanſion wirken, während der Kolben den letzten Theil dieſes Weges zurücklegt.

Vollſtändiger erreicht man dieſen Zweck, wenn man ein gezahntes oder abgeſtuftes Excentrik anwendet. Die Einrichtung, Conſtruction und Wirkungsweiſe einer Schieberſteuerung mit einem ſolchen Excentrik läßt ſich aus der in Fig. 503 (a. f. S.) abgebildeten Maſchine von Saulnier d. Aelt. erſehen. Es iſt D der Dampfcylinder, und C die Welle, welche mittelſt Kurbel u. ſ. w. von der Kolbenſtange in Bewegung geſetzt wird; ferner S_1, S_2, S_3 und S_4 der Dampfſchieber in vier verſchiedenen Stellungen, A das Excentrik, BB_1 ferner ein mit Frictionswalzen ausgerüſteter und das Excentrik und die Welle C umfaſſender Doppelrahmen, BE eine mit dieſem feſt verbundene horizontale Excentrikſtange, ſowie FG die mit dieſer durch einen Winkelhebel EOF verbundene vertikale Schieberſtange. Das Excentrik bildet vier Stufen a, b, a_1, b_1, zwei auf- und zwei abſteigende; in der gezeichneten Stellung iſt der Schieber oben, hat alſo die Stellung S_1; gelangt bei weiterer Umdrehung des Excentriks die Stufe a an das Rädchen r, ſo wird der Rahmen nach rechts und daher der Schieber nach

Excentricum ändern geschehen, und gelangt in die Stellung S_1; schiebt sich hierauf e ander r, so rückt die Excentrikstange noch weiter vorwärts, stellt den Schieber noch weiter herab, und gerät in die Stellung S_2. Später gelangt in Stufe a unter das linke Röhrchen r_2, es schießt dann das Excentrik in

Fig. 303.



Excentrikstange nach links, und hebt den Schieber aufwärts, und zwar in die Stellung S_3; endlich aber stellt sich die Stufe b unter r, und rückt dabei das Excentrik noch weiter links, der Schieber aber wird in Stellung S_4. Damit wurde ihre Bewegungen der Schieber die Dauer resp. zur rechten Zeit öffne und verschließe, weil seine innere Kante und seine äußere so, wie Weg oder Zeit so gestellt sind, als die Höhe der Dampfkanäle oder einer Zwischenraum: es muß ferner bestellt sein zwischen mittleren Excentrikstande um ein Drittel, und beim Ende des Hubes um die übrigen zwei Drittel seines Weges verrücken: deshalb also auf die Stufe b des Excentrik noch einmal so hoch sein als die Stufe a.

§. 344. Die Construction der Trochoide des Excentrik läßt sich aus Fig. 304 ersehen. Zwei konzentrische Kreise AA_1 und BB_1 stellen das Excentrik vor. Excentrik und Welle sind in einer gleichen oder ungleichen Zahl, wie an jedem Rade, gleichweit getheilte Sprossen, A und B sind die zusammengehörigen Sprossen; A und A_1 sind zwei einfache, B und B_1 zwei doppelte Bolzen. Damit sich das Excentrik gehörig um den Radmann drehen könne, müssen die Bolzen so geformt werden, daß alle konzentrischen Punkte derselben mit einander verbunden, gleich sind der innern Weite der Radmann. Da einlich das Excentrik nicht unmittelbar vom Dampfe, sondern vielmehr von Friktionsrollen im Innern desselben umfaßt wird, so hat man in einem dem Mittelpunktskreise gleichen Abstande von der zusammengezogenen Curve $AB\,A_1B_1$ eine parallele oder äquidistante $ab\,a_1b_1$ zu ziehen, und den Excentrikumfang nach dieser zu formen. Das Entsprechen dieser Aequidistanten erfolgt aber dadurch, daß man mit dem Mittelpunktshalbmesser Kreise aus sehr vielen Punkten von $AB\,A_1B_1$ beschreibt, und einen Zug führt, welcher alle diese Kreise berührt.

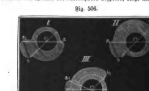
Fig. 304.

Da sich sie auch die beide der Excentrikumfang verbinden, wenn man das Excentrik auf jenen Scheiben wie I. und II., Figur 305 zusammensetzt, und hat eine an beiden befestigt und durch eine Schraube bei s (Figur 303) an befeste befestigt. Die Scheibe I. setzt

Fig. 305.

Parallel der Schieberfläche. Einströmkanten.

Der Schieb S, und der Schieber II, die Stutz a; legt man beide ungeheure Linie einander, so bilden sie ein rechtlinig begrenzt Querprofil wie Fig. 504, welches vielleicht ein Dreieck bei Kolbenschieber abgeschrt, breiter man aber l. um Fig. 506.



einen gewissen Winkel, ehe man es II. zog, wie β. B. in III., so wenden die Einströmkanten zwischen a, b, a_1 und b_1 verändert, es wird β. B. den Querschnitt von $a\,b_1$ und $a_1\,b$ größer und den von $a\,b$ und $a_1\,b_1$ kleiner, so daß man das Verhältnis der Dampfeile kleiner, η. B. statt bei einem Drittel, erst bei dem Hälfte des Hubes statt hat. Uebrigens läßt sich der Einströmwinkel $a\,C\,b_1 = a_1\,C\,b = \varphi$, welcher einer gewissen Abführung der Expansion entspricht, berechnen. Der dem Drehungswinkel φ entsprechende Kolbenweg ist nach §. 338, $s = r\,(1 - \cos\varphi)$, folglich sein Verhältnis zum ganzen Kolbenwege

$$2r : \frac{s}{2} = \frac{1 - \cos\varphi}{2} \cdot$$

setzt mit hierin $= \frac{1}{n}$, so folgt umgekehrt $\cos\varphi = 1 - \frac{2}{n}$.

Soll z. B. bei $^1/_3$ des Kolbenweges abgeschnitten werden, so hat man $\cos\varphi = 1 - {}^2/_3 = {}^1/_3$, daher $\varphi = a\,C\,b_1 = 70^1/_2$ Grad.

Expansion. §. 345. Bei der Expansion mischt sich in einer bestimmten Kammer befindlichen Schieberen Kanten gasartig Einströmungen in Verwendung kommen; entweder kann beider Schieber in einer einfachen, aber es kann in einer backschen Platte befinden, und wird im ersten Falle bei seinem Anlangen auf den Dampfschneidung den Dampf abführen, im zweiten aber durchfallen. Fig. 507 stellt ein Steuerungsschieber der ersten und Fig. 508 auf den zweiten Fall vor. Durch die Anwendung solcher A zusammenhängenden Dampf gelangt bei beiden Systemen durch die Mündung a

zunächst in die erste Dampfkammer B, aus dieser aber durch die Mündung b in die zweite Dampfkammer C, aus dieser endlich durch die Röhre D und D_1 in den Dampfcylinder. S ist der gewöhnliche Dampfschieber, durch welchen die Vertheilung des Dampfes hervorgebracht wird, K ist ferner der Kanal, welcher den heranziehenden Dampf zuführt, A endlich der die Mündung b auf- und zudeckende Expansionsschieber, wie man sieht, in Fig. 507 entbehrlich, in Fig. 508 aber mit einem Triebe versehen.

Fig. 507.

Fig. 508.

Damit der Schieber S durch seinen Hub auch nach beiden hinlänglich Raum für die Dampfkanäle gibt, und trotzdem nur so einen minimen Kubikinhalt erhalte, ist nöthig, daß er bei der Construction in Fig. 507 ein rechtläufiges Viereck macht, während der Kuben und auch S nur einen Hin- und Rückgang machen; freilich ist es dann auch nöthig, entweder a ein Kreisexcentrik anzubringen, welches in bestimmt Zeit doppelt so viel Umdrehungen macht als das Excentrik von S, oder den Expansionsschieber durch eine elliptische Scheibe bei einer Umdrehung zweimal arbeiten zu lassen. Mit dem durchlöchten Schieber in Fig. 508 ist eine solche Einrichtung nicht nöthig, da hier mit dem Vertheilungsschieber auch den Dampfkanälen eine gleiche Anzahl Spiele macht. Hiergegen ist bei gleicher Mündungsgröße die Expansion des Schiebermangels bei der letzten Construction noch einmal so groß als bei der ersten, dagegen wird derselbe Weg aber auch zum Rückempfang nur einmal hin und zurück gemacht, wogegen bei den umlaufenden Schieber ein zweimaliger Zurücklegen des Weges hier kommt; es ist alle der Benützung mittelst eines Kuhlenschiebers bei den Schiebern einer und derselbe, übrigens aber wegen der größeren Dimensionen der Scheiben in Fig. 508 dem Schieber in Fig. 507 vorzuziehen.

Die Expansion läßt sich mittels einer Expansionsschieberstange, wie Fig. 507, bis auf einen beliebigen Grad ausdehnen, es bedarf hierbei nur einer Ver-

Dampfkesselfeuerungen. Stellung des Trennstabes oder Verlängerung oder Verschiebung der Schieberkanäle. Fig. 509 I., II., III. u. f. m. deutlich vor Augen führt.

Fig. 509.

Je nachdem man nun den Schieber ein Gleich- e ungleichnehmer, oder an ihn ein Gleich- d anlege, wird die Zeit der Absperrung eine kürzere oder größere. Bei dem Expansionsschieber in Fig. 508 (für sich, wie auch Fig. 510 I., II., III. leicht zu ersehen ist, die Expansion nun durch Verschiebung

Fig. 510.

des Schiebermaßes selbst: bei einem größeren Schiebermaße bleibt der Dampf länger abgesperrt und hat einen kürzeren Schieberweg.

§. 246. Die Steuerung mittels zweier über einander liegenden Schieber läßt sich auf mannichfaltige Weise einrichten, namentlich aber ist zu unterscheiden, ob der auf dem Rücken des Verbindungsschiebers aufliegende Expansionsschieber durch einen mit- oder durch eine Stange besonders bewegt wird. In Fig. 511 und 512 sind Expansionsvorrichtungen der ersten Art abgebildet, Fig. 513 und Fig. 514 führen eben Expansionsvorrichtungen der zweiten Art vor Augen. Der Verbindungsschieber AA_1 in Figur 511 I., II., III., IV. und V. umfaßt außer der gewöhnlichen Höhlung a noch zwei Kanäle b und b_1, und es steht bei der 2 gehörenden Stange durch diese Kanäle in die Dampfcaps e und e_1, von da aber auf die eine oder auf die andere Seite des Dampfkolbens gelassen. Der Expansionsschieber ist eine ebene Platte $d\,d_1$, an den Enden mit den Wulsten d und

A. schreibt mir aus Paris, er sei Herr und alle Pflanzen seien Unterthanen. Andere seien Tiere, Affen, Hirsche, Er sei nur ein Mann, [illegible] Ich schreibe ihm, er solle sich nicht so aufblasen, Wir seien ja auch da. Er solle nur kommen.

Ich habe ihn gebeten, uns zu besuchen. Er hat es versprochen. Ich habe ihn gebeten, uns zu

Verschiedene Arten. Schieber von Steuerschieber AAA mit 6 entsprechenden Mündungen zum Einströmen und den D gastrennenden Dampfe versehen. Diesigen aber ist die Einrichtung seines Schiebers bei weitem complicirter, indem derselbe zwei Expansionsschieber BC und B_1C_1, welche jeder zwei Kolben hat und durch eine Stange ab gemeinschaftlich bewegt werden, in sich schließt. Dieselben sind in der Zeichnung, welche die Figur 343 darstellt, nicht sichtbar, weil sie von dem Steuerschieber AAA bedeckt werden, welcher in seiner Mitte einen Dampfraum D hat, welcher den Dampf durch die Mündungen m und n in den Cylinder EF treten läßt, wogegen der Dampf durch die Mündungen m_1 und n_1 in den Raum D einströmt. Die Stange ab ist mit dem Excentrik E verbunden, welches die Bewegung des Schiebers AAA hervorbringt, und die Stange ab ist mit dem Excentrik E_1 verbunden, welches die Bewegung des Schiebers BC hervorbringt.

Fig. 343.

Die Excentrik E und E_1 sind auf der Welle EF so befestigt, daß der Schieber AAA seine Bewegung früher anfängt als der Schieber BC, und daß der Schieber BC seine Bewegung früher anfängt als der Schieber AAA seine Bewegung endigt. Wenn nämlich der Schieber AAA seine Bewegung anfängt, so ist der Kolben B des Schiebers BC noch so weit von dem Kolben A des Schiebers AAA entfernt, daß der Dampf durch die Mündung m in den Cylinder EF treten kann, und wenn der Schieber AAA seine Bewegung endigt, so ist der Kolben B des Schiebers BC noch so weit von dem Kolben A des Schiebers AAA entfernt, daß der Dampf durch die Mündung m in den Cylinder EF treten kann. Wenn der Schieber AAA seine Bewegung anfängt, so ist der Kolben B_1 des Schiebers B_1C_1 noch so weit von dem Kolben A_1 des Schiebers AAA entfernt, daß der Dampf durch die Mündung n_1 in den Cylinder EF treten kann, und wenn der Schieber AAA seine Bewegung endigt, so ist der Kolben B_1 des Schiebers B_1C_1 noch so weit von dem Kolben A_1 des Schiebers AAA entfernt, daß der Dampf durch die Mündung n_1 in den Cylinder EF treten kann.

§. 347. Bei dem Steuerungsschieber in Fig. 343 ist wahrnehmbarer Stoß dadurch, daß durch ein bedeutendes Excentrikexcentrik die Bewegung zu schnelle Expansionsschieber BC und B_1C_1 hervorgebracht wird, und daß durch die Anwendung zweier Expansionsschieber BC und B_1C_1 ein sehr complicirter Schieber AAA entsteht, welcher eine sehr complicirte Gestalt hat, und welcher deßhalb nur mit großen Kosten verfertigt werden kann. Diese Nachtheile vermeidet man dadurch, daß man zwischen dem Steuerungsschieber und dem Excentrik ein Hebelwerk anbringt, durch welches die Bewegung des Excentriks in eine solche Bewegung des Steuerungsschiebers verwandelt wird, daß der Steuerungsschieber seine Bewegung früher anfängt und später endigt, als es ohne Hebelwerk der Fall wäre. Diese Einrichtung ist in Fig. 344 dargestellt.

Kurze graue Kreide (1 cm), 1 Kreide, 1 Geschichtstafel (Größe 1/2 Folio) oder ein Schiefer. Kreide und graue Kreide werden in der Mitte durchgebrochen. Die Geschichtstafel wird in 4 Felder eingeteilt, wie in der Figure angegeben. Die Kreide wird in 3 Teile geteilt, wie in der Figure angegeben. Die Geschichtstafel wird in 4 Felder eingeteilt, wie in der Figure angegeben.

Geschichtstafel (Größe 1/2 Folio) mit 4 Feldern, wie in der Figure angegeben. Die Kreide wird in 3 Teile geteilt, wie in der Figure angegeben.

Die Kreide wird in 3 Teile geteilt, wie in der Figure angegeben.

Einströmung des Dampfschlagens und Aufsteigen des Dampfes gerade so erfolgt wie bei dem vorhergehenden Motorgange.

Verbrennung.

Verbrennung ist leicht zu ermessen, wie die Verwendung gegen einander, sowie gegen den Kraftumsatz zu setzen sind, um den eben beschriebenen Gesamtprozeß herauszugliedern. Das Gewicht des Verbrennungsluftsatzes ist ungefähr um 90% und das Expansionsluftsatzes oder ungefähr um 190% gegen den Kraftumsatz gerichtet.

Weitere Einzelheiten.

§ 345. Sehr eigenthümlich ist die Weise der Steuerung mit zweifacher Expansion. Es wird hier die Mündung a, Fig. 515, durch

Fig. 515.

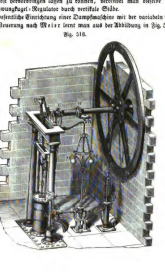
welche der bei d aufsteigende Dampf in die Dampfcammer tritt, durch einen Expansionsschieber Expand K verschlossen, und es ist in diesem Zustande die Mündung zunächst ausgenommen. Verlegirt erfolgt die Vertheilung des Dampfes durch den Schieber S ganz in der Art wie derselbe bei einer einfachen Dampfexpansion. Die ungestörte Lage der Schieberkanten bei Mündung a durch den Schieber K wird aber auf folgende Weise hervorgebracht. Der Stift BH von Kegels K steht in einem Bügel BM (M), und auf diesem sitzt gegen eine Spiralfeder F. Der Ring HM umfaßt einen mit zwei Klauenspitzen versehenen Kegel K, der mittels einer Spindel CG durch die Mündung in Intiger Umdrehung erhalten wird. Die Feder F drückt den Ring in der Richtung MH von hinabwärts den Expand K in die Mündung a, die zweifache Zahl 8 Klauenspitzen bewegt mittels Feder, zwei spiralförmig laufenden Nippen r und r, den Ring K in der entgegengesetzten Richtung HM, und gibt somit den Expand aus der Mündung a frei. Im engsten Falle findet aber Dampfschluß, während im ersten Dampfexpansionsweg und hoher Expansion des Dampfes statt. Mittels des Griffes GL, und selbe auch des Griffs K mit der Kegelspindel in einerlei Zahl

gleichviel Umdrehungen, so muß, wie schon oben, mittelst der Klappen r und s, bei jedem Hube passend, und also für jeden Hub eine Abänderung des Zuganges einmal frischer Dampf zugelassen. Wenn man die Hähne K höher setzt, so bringt man eben schwächere Stöße der Klappe r in die Ventile des Ringes und es wird dadurch die Zeit der Eröffnung von a eine kürzere, und wenn man umgekehrt die Hähne K tiefer stellt, so kommen die stärkeren Stöße von r und s, in die Ringventile und es wird dadurch dem Einbringen von K die Wirkung, a längere Zeit eröffnet und dadurch ein größerer Dampfzufluß einerseits. Um aber dieses Heben oder Niederlassen der Hähne, dem Verlaufe an Dampf entsprechend, durch die Maschine selbst hervorbringen lassen zu können, verbindet man vielfach mit dem Schwungkugel-Regulator noch weitere Gelenke.

Die zweckmäßige Einrichtung einer Dampfmaschine mit der variablen Expansionssteuerung nach Meyer kennt man aus der Abbildung in Fig. 316

Meyer'sche Expansionssteuerung.

Fig. 316.



Dampfmaſchine. Fig. 317.

Trennen. Es iſt hier A die Dampfcylinder, B die Kolbenſtange, C die Kurbelſtange, D der Kurbelzapfen, EF die Welle und GG das Schwungrad. Die Stangen B und C ſind durch ein Gelenk G mit einander verbunden, das mit zwei Friktionsrollen ausgeſtattet iſt, die an den Leitſtangen a, a auf- und niedergehen. Der feſtere Dampf ſtrömt durch das Rohr a in den Dampfkaſten b, und von da durch die Kanäle $b\,d$ und

$b\,d_1$ abwechſelnd oben und unten in den Cylinder, der benutzte Dampf hingegen wird durch das Rohr e abgeleitet. Der Dampfkaſtenſchieber, der den Dampfzufluß im Inneren von b regelt, wie auch ſo eben angegeben haben, wurde eine Spiralfeder / und eine doppelt gelappte Hülſe r mittelſt einer Stange $b\,k$, wie erſichtlich, hin- und zurückgeſchoben; die Hülſe r iſt auf der Spindel KL verſchiebbar, die mittelſt des conischen Räderwer-

Digitized by Google

kes HK in Umdrehung gesetzt wird. Der Schwungkugelregulator MM hebt beim Wachsen der Geschwindigkeit die Hülse r mittels der Stäbe, womit beide unter einander verbunden sind, empor, mäßigt dadurch den Dampfzufluß, und läßt ebenso r nieder, wenn die Geschwindigkeit abnimmt, so daß nun der Dampfzufluß ein stärkerer und der weiteren Abnahme an Geschwindigkeit eine Grenze gesetzt wird. Uebrigens wird die Hülse noch durch ein Gegengewicht unterhalb g getragen, damit die Bewegung derselben durch die Schwungkugeln leicht erfolge. Meyer'sche Steuerung

Noch ersieht man in PQ die Speisepumpe, welche durch ein Kreisexcentrik F und mittels der Excentrikstange FN im Gange erhalten wird.

§. 349. Man kann auch noch dadurch den Dampf durch seine Expansion wirken lassen, daß man denselben nach der in einem Cylinder vollbrachten Wirkung noch in einen zweiten und weiteren Cylinder treten und auch auf den Kolben in diesem wirken läßt. Solche aus zwei Cylindern bestehende Expansionsmaschinen werden nach ihrem Erfinder Woolf'sche Maschinen genannt. In Frankreich wurden sie zuerst von Edward's eingeführt, weshalb man sie auch oft nach diesem benennt. Man verwendet durch diese Maschinen Dampf von 3 bis 4 Atmosphären Spannung, läßt denselben im großen Cylinder bis auf das Vierfache sich ausdehnen und condensirt ihn nach vollbrachter Wirkung im großen Cylinder mittels eines gewöhnlichen Condensators. Die Kolbenstangen von beiden Cylindern sind in der Regel an einem und demselben Balancier, und zwar die des kleineren innen und die des größeren außen angeschlossen. Die Steuerungsverhältnisse einer solchen Maschine lassen sich aus Fig. 518 auf folgender Seite ersehen. Woolf'sche Maschinen.

Hier ist AA der kleine Cylinder, in welchem der Dampf zuerst und ohne Expansion wirkt, und BB der (nur zum Theil sichtbare) große Cylinder, in welchem der Dampf seine Arbeit durch Expansion verrichtet. Der frische Dampf wird dem Cylinder AA durch einen ringförmigen, um diesen Cylinder herumlaufenden Kanal CC_1, welcher mit den Löchern d und d_1 in die Dampfkammer DD_1 einmündet, zugeführt. In diese Kammer münden drei andere Kanäle E, E_1 und F ein; von diesen führt der eine den Dampf unter, der andere denselben aber über den Kolben im Cylinder AA, der dritte endlich leitet denselben in die Dampfkammer GG_1 des zweiten Cylinders. Von den Einmündungen der Kanäle E, E_1 und F in die Dampfkammer DD_1 bedeckt der Schieber S immer nur je zwei, so daß der frische Dampf stets durch die dritte, z. B. durch e, in einen der Kanäle E und von da in den Cylinder AA strömen, der einmal gewirkt habende Dampf aber durch einen anderen Kanal E_1 und durch F der Kammer GG_1 zugeführt werden kann. Der Dampfschieber S erhält seine Bewegung von einem Kreisexcentrik, welches zunächst eine Welle M in schwingende Bewegung setzt, die durch die Hebel HK und LM und durch die Lenkstange KL mit der Schieberstange SH in Verbindung gesetzt ist. In der Dampfkammer GG_1 befinden sich zwei Doppelventile N und N_1, bei deren Aufziehen die nach dem Cylinder BB führenden Dampfwege g und g_1 eröffnet werden. Neben der Kammer GG_1 befindet sich noch eine andere Kammer PP_1, die durch zwei andere Ventile O und O_1 ebenfalls mit g und g_1, durch die Röhre Q aber mit dem Condensator in Communication gesetzt ist. Durch Aufziehen der Ventile O und O_1 wird dem Dampfe, welcher in BB seine zweite und letzte Wirkung hervorgebracht hat, Gelegenheit zum Abflusse in den Condensator verschafft. Das Auf- und Niederlassen der Ventile N, N_1, O und O_1 erfolgt übrigens durch einen aus Stangen und Hebeln zusammengesetzten und an die Welle M angeschlossenen Mechanismus auf eine leicht zu fingirende Weise. Bei der Schieber- und Ventilstellung, welche die Figur vorstellt, strömt der frische Dampf unter den Kolben in AA und treibt folglich diesen empor; gleichzeitig gelangt der in AA einmal wirksam gewesene Dampf auf dem Wege E_1FGN auch unter den Kolben im zweiten Cylinder BB und nöthigt auch diesen zum Aufgange. Bei umgekehrter Stellung des Schiebers und der Ventile findet natürlich auch die umgekehrte Kolbenbewegung statt. Es steigen also die Kolben in beiden Cylindern gemeinschaftlich auf und nieder.

Woolf'sche Maschinen.

§. 350. Eine eigenthümliche Construction ist die Expansionsdampfmaschine mit doppeltem liegenden Cylinder von Sims. Diese Maschine besteht aus zwei mit ihren Endflächen an einander anstoßenden Cylindern AB und BC, Fig. 519, von verschiedenen

Sims'sche Maschinen.

Plate 18.

Weiten und aus zwei, auf einer und derſelben Kolbenſtange DF feſtſitzenden Kolben D und E, wovon der eine (E) durch den aus der Dampfkammer G mittels des Kanales abc zugeführten ſtarkgeſpannten Dampf nach der einen, und der andere (D) durch den aus dem kleinen Cylinder CE durch die Kanäle cba und de ſtrömenden Dampf nach der anderen Richtung bewegt wird. Der Raum DBE zwiſchen beiden Kolben ſteht durch ein Rohr H mit dem Condenſator K in Verbindung; es findet daher hier ein kleiner Gegendruck ſtatt, welcher, da D größer als E iſt, die Bewegung der Kolbenverbindung in der Richtung ED etwas befördert, und die in der Richtung DE ebenſo viel verhindert. Der verbrauchte Dampf ſtrömt, nachdem er ſich in AB ausgedehnt und den Kolben D ausgeſchoben hat, durch einen Kanal L in eine (nur von oben zu ſehende) Röhre M und von da durch eine Röhre N nach dem Condenſator K. Das abwechſelnde Zu- und Ablaſſen des Dampfes wird durch einen Schieber S in der Dampfkammer G und durch ein (hier unſichtbares) Ventil in der Röhre M bewirkt, und beide Theile werden mittels der Stangen O, P und Q und der Hebel R und T durch die Excentrikſtange UV bewegt. Man erſieht auch noch in der Figur die Kurbel W und ihre Stange X, ſowie das Schwungrad YY, wodurch die hin- und hergehende Bewegung der Kolbenſtange CD in eine mehr gleichförmige Umdrehungsbewegung der Welle Z verwandelt wird. S. The Pract. Mechanic's Journal 1849; July, p. 50, oder das polytechn. Centralblatt, 1851, Lief. I.

Sims'ſche Maſchinen.

§. 351. Im Folgenden muß nun noch gezeigt werden, wie die Leiſtung einer Dampfmaſchine zu berechnen iſt. Faſſen wir zunächſt den einfachſten Fall in's Auge, ſetzen wir nämlich eine Maſchine ohne Expanſion voraus, und vernachläſſigen wir vorerſt auch alle Verluſte und Nebenhinderniſſe. Setzen wir den Dampfdruck auf die Flächeneinheit (auf den Quadratzoll) $= p$ und den Inhalt der Kolbenfläche (in Quadratzollen) $= F$, ſo erhalten wir für die Kraft, mit welcher der Dampf den Kolben auf der einen Seite drückt, $P = Fp$.

Dampfleiſtung.

Iſt nun noch s der Kolbenweg, ſo hat man die Arbeit der Maſchine bei einem Auf- oder Niedergange: $Ps = Fps = Fs \,.\, p$, oder da Fs zugleich das verbrauchte Dampfvolumen V angiebt, $Ps = Vp$. Macht die Maſchine pr. Min. n Spiele, legt alſo der Kolben in der Minute den Weg $2sn$ mal zurück, ſo iſt die mittlere Kolbengeſchwindigkeit

$$v = \frac{n \,.\, 2s}{60} = \frac{ns}{30},$$

und daher die theoretiſche Leiſtung der Dampfmaſchine pr. Sec.:

Dampfleistung.

$$L = Pv = \frac{ns}{30} . Fp = \frac{n}{30} Vp \text{ auch} = Qp.$$

wenn Q das pr. Sec. verbrauchte Dampfquantum bezeichnet.

Diese Berechnung gilt aber nur dann, wenn kein Druck auf die Gegenseite des Kolbens statt hat, wenn also auf dieser Seite eine vollkommene Condensation vorhanden ist; erleidet aber diese Seite einen Gegendruck q auf jeden Quadratzoll, also den Druck Fq im Ganzen, so fällt die arbeitende Kraft $P = F(p-q)$ und daher die Leistung pr. Sec.

$$L = \frac{ns}{30} F(p-q) = \frac{n}{30} V(p-q) = Q(p-q) \text{ aus.}$$

Bei den Condensationsmaschinen ist q der Dampfdruck im Condensator, bei den Maschinen ohne Condensation hingegen ist q der Atmosphärendruck = 15,05 Pfund auf den Quadratzoll = 1,033 Kilogramme auf das Quadratcentimeter, zu setzen. Giebt man V oder Q in Cubikfuß, und bezieht man p und q auf den Quadratzoll, so muß man natürlich

$$L = \frac{n}{30} V . 144 (p-q) = Q . 144 (p-q), \text{ d. i.}$$

$$L = 4{,}8 n V (p-q) = 144 Q (p-q) \text{ Fußpfund setzen;}$$

giebt man aber V und Q in Cubikmetern und bezieht p und q auf ein Quadratcentimeter, so hat man

$$L = 10000 . \frac{n}{30} V (p-q) = 10000 Q (p-q) \text{ Kilogrammmeter}$$

zu nehmen, da der Druck auf den Quadratfuß $12^2 = 144$mal so groß ist, als auf den Quadratzoll, und der Druck auf das Quadratmeter den Druck auf das Quadratcentimeter $100^2 = 10000$mal enthält.

Beispiel. Der innere Cylinderdurchmesser einer Dampfmaschine ohne Condensation ist 18 Zoll und der Hub 40 Zoll; die Zahl der Spiele pro Min. = 24 und die Spannung der Dämpfe $3\frac{1}{2}$ Atmosphären: welche Kraft und Leistung giebt diese Maschine? Die Kolbenfläche ist

$$F = (^{18}/_2)^2 \pi = 81 \pi = 254{,}47 \text{ Quadratzoll,}$$

folglich die arbeitende Kraft

$$P = F(p-q) = 254{,}47 . 15{,}05 (3{,}5 - 1) = 9574{,}5 \text{ Pfund.}$$

Nun ist noch $n = 24$ und $s = {}^{40}/_{12} = {}^{10}/_3$ Fuß, daher folgt denn die theoretische Leistung dieser Maschine:

$$L = \frac{ns}{30} P = \frac{24 . 10}{30 . 3} . 9574{,}5 = 25532 \text{ Fußpfund}$$

$$= \frac{25532}{510} = 50 \text{ Pferdekräfte.}$$

Wirkung durch Expansion.

§. 352. Wird der Dampf, nachdem der Treibekolben den Weg s durchlaufen hat, abgesperrt, so wirkt er bei Durchlaufung des übrigen Kolbenweges durch Expansion. Hierbei sind aber zweierlei Fälle denkbar.

Leiſtung durch Expanſion.

Entweder bleibt die Temperatur des Dampfes während der Expanſion unverändert, oder es vermindert ſich dieſelbe, je mehr ſich der Dampf ausdehnt. Der erſte Fall iſt dann anzunehmen, wenn der Dampfcylinder von außen mit warmer Luft oder Dampf umgeben wird, ſo daß er diejenige Menge Wärme an den Dampf abſetzt, welche derſelbe bei ſeiner Ausdehnung bindet (vergl. II. §., 285); der zweite Fall hingegen iſt dann vorauszuſetzen, wenn dem abgeſperrten Dampfe durch den Cylinder weder Wärme mitgetheilt, noch Wärme entzogen wird, ſo daß das bei der Ausdehnung des Dampfes vor ſich gehende Binden der Wärme auf Unkoſten der latenten Wärme erfolgen muß. In der Regel mag dieſer zweite Fall vorkommen, zumal auch noch deshalb, weil wegen der großen Geſchwindigkeit des Treibekolbens dem Dampfe nur wenig Zeit übrig bleibt, um Wärme von außen aufzunehmen oder ſolche nach außen abzuſetzen. Nach den Unterſuchungen von Pambour kühlt ſich der Dampf während der Expanſion gerade ſo viel ab, daß er immer im Maximo der Spannung bleibt.

Im erſten Falle erfolgt die Expanſion des Dampfes nach dem Mariotte'ſchen Geſetze, d. h. es ſteht die Spannung im umgekehrten Verhältniſſe zum Dampfvolumen; im zweiten Falle aber iſt nach Pambour die Dampfſpannung mit Hülfe der zuerſt von Navier angegebenen Regel für das ſpecifiſche Dampfvolumen (ſ. II., §. 294) zu beſtimmen.

Anmerkung. Poncelet und Morin, zunächſt auch Tredgold u ſ. w. legen bei ihren Theorien der Dampfmaſchinen die erſte Regel zu Grunde, wogegen Pambour als Verfechter der zweiten Regel aufgetreten iſt. S. Théorie des machines à vapeur, par Pambour, Paris 1844, deux. édition, vorzüglich die Introduction. Morin zeigt auf experimentellem Wege, daß die Zugrundelegung des Mariotte'ſchen Geſetzes bei Entwicklung einer Theorie der Dampfmaſchinen eine vollkommen genügende Uebereinſtimmung mit der Erfahrung gewähre. S. Leçons de mécanique pratique, 3e partie, par A. Morin, Paris 1846.

Mariotte's Geſetz

§. 353. Bei Zugrundelegung des Mariotte'ſchen Geſetzes läßt ſich die Wirkung des Dampfes ſowie die eines jeden Gaſes nach I., §. 330 beſtimmen. Geht ein Cubikfuß Gas oder Dampf aus der ſtärkeren Spannung p in die ſchwächere Spannung p_1 über, ſo verrichtet derſelbe hiernach die Leiſtung $L = p\ Log.\ nat.\left(\frac{p}{p_1}\right) = 2{,}3026\ p\ Log.\left(\frac{p}{p_1}\right)$.

Iſt das anfängliche, der Spannung p entſprechende Volumen $= V$ und dagegen das der Spannung p_1 entſprechende Volumen V_1, ſo hat man $\frac{p}{p_1} = \frac{V_1}{V}$ und daher auch die mechaniſche Arbeit, welche das Volumen V bei ſeiner Ausdehnung und Zurückführung auf V_1 ausgiebt,

$$L = Vp\ Log.\ nat.\left(\frac{V_1}{V}\right).$$

Mariotte's Geſetz.

Bei Anwendung auf die Dampfmaſchinen mit Expanſion in einem Cylinder iſt, wenn s den Weg des Dampfkolbens beim Anfange der Expanſion, und dagegen s_1 den ganzen Kolbenweg bezeichnet, $V = Fs$ und $V_1 = Fs_1$, daher die geſuchte Leiſtung $L_1 = Fsp\ Log.\ nat.\left(\frac{s_1}{s}\right)$ zu ſetzen. Addiren wir hierzu noch die Arbeit Fsp vor der Abſperrung, ſo erhalten wir die ganze Leiſtung:

$$L_1 = Fsp + Fsp\ Log.\ nat.\left(\frac{s_1}{s}\right)$$
$$= Fsp\left[1 + Log.\ nat.\left(\frac{s_1}{s}\right)\right]$$
$$= Fs_1p_1\left[1 + Log.\ nat.\left(\frac{s_1}{s}\right)\right].$$

Berückſichtigt man noch den Gegendruck q auf der anderen Seite des Kolbens, bringt man alſo die Leiſtung Fs_1q in Abzug, ſo erhält man die vollſtändige Leiſtung des Dampfes pro Auf- oder Niedergang:

$$L_1 = Fs_1p_1\left[1 + Log.\ nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$$
$$= Fsp\left[1 + Log.\ nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1}\right].$$

Die Leiſtung der Maſchine pr. Sec. folgt nun wie im vorigen Paragraphen:

$$L = \frac{n}{30}\,Fsp\left[1 + Log.\ nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$$
$$= 144\,.\,\frac{nVp}{30}\left[1 + Log.\ nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$$ Fußpfund, wenn V das pro Auf- oder Niedergang verbrauchte Dampfquantum Fs bezeichnet, oder endlich

$L = 144\,Qp\left[1 + Log.\ nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$ Fußpfund, wenn Q das pr. Sec. verbrauchte Dampfquantum von der Spannung p ausdrückt.

Beiſpiel. Welche Leiſtung giebt die im letzten Beiſpiele betrachtete Dampfmaſchine, wenn dieſelbe den Dampf bei 0,4 des ganzen Kolbenweges abſperrt? Es iſt hier $s_1 = 40$ Zoll $= {}^{10}/_3$ Fuß, $s = 0{,}4\,.\,40 = 16$ Zoll $= {}^4/_3$ Fuß; ferner der Druck auf den Kolben vor der Expanſion:

$Fp = 254{,}47\,.\,3{,}5\,.\,15{,}05 = 13404$ Pfund,

und die Leiſtung pro Auf- oder Niedergang

$$L_1 = 13404\,.\,{}^1/_3\left(1 - \frac{1}{0{,}4\,.\,3{,}5} + 2{,}3026\ Log.\ {}^{10}/_4\right)$$
$$= 17872\ (1 - 0{,}71428 + 2{,}3026\,.\,0{,}39794) = 17872\ (0{,}28572 + 0{,}91630)$$
$$= 17872\,.\,1{,}20202 = 21482$$ Fußpfund, und folglich die Leiſtung pro Secunde

$$L = \frac{n}{30}\,.\,21482 = \frac{24}{30}\,.\,21482 = 0{,}8\,.\,21482 = 17185{,}6$$ Fußpfund
$= 33{,}7$ Pferdekräfte.

Dieſelbe Maſchine leiſtet zwar ohne Dampfſperrung 50 Pferdekräfte, erfordert aber auch 2,5 mal ſo viel Dampf.

§. 354. Die Leiſtung der Expanſionsdampfmaſchinen läßt ſich mit Zugrundelegung der Navier'ſchen Regel auf folgende Weiſe finden. Das ſpecifiſche Dampfvolumen, oder das Verhältniß des Dampfvolumens zum Waſſervolumen iſt bei der Spannung p nach §. 294: $\mu = \frac{\alpha}{\beta + p}$, und folglich bei der Spannung p_1, $\mu_1 = \frac{\alpha}{\beta + p}$. Navier's Regel

Die Diviſion beider Gleichungen giebt $\frac{\mu}{\mu_1} = \frac{\beta + p_1}{\beta + p}$, und daher $p_1 = (\beta + p)\,\frac{\mu}{\mu_1} - \beta$; bezeichnet s den Kolbenweg vor der Dampfabſperrung, und s_1 den Weg an einer Stelle während der Expanſion, wo die Spannung p in p_1 übergegangen iſt, ſo hat man für dieſen Moment den Dampfdruck auf die Kolbenfläche F

$$P = F p_1 = F\left(\frac{(\beta + p)\,s}{s_1} - \beta\right) = F\,\frac{(\beta + p)\,s}{s_1} - F\beta.$$

Nun iſt aber der erſte Theil dieſes Druckes dem Kolbenwege s umgekehrt proportional, und der zweite Theil $F\beta$ conſtant; daher beſtimmt ſich auch die dem erſten Theile entſprechende Leiſtung während der Expanſion nach dem Mariotte'ſchen Geſetze wie oben

$$L_1 = F\,(\beta + p)\,s\ \textit{Log. nat.}\left(\frac{s_1}{s}\right),$$

und die dem zweiten Theile entſprechende Leiſtung durch einfache Multiplication mit dem Wege $s_1 - s$ während der Expanſion, alſo

$$L_2 = -\,F\beta\,(s_1 - s).$$

Hiernach iſt alſo die mechaniſche Arbeit des Dampfes während der Expanſion: $L_1 + L_2 = F\,(\beta + p)\,s\ \textit{Log. nat.}\left(\frac{s_1}{s}\right) - F\beta\,(s_1 - s)$, und daher die während des vollſtändigen Kolbenweges:

$$P s_1 = F p s + L_1 + L_2 = F p s + F(\beta + p)\,s\ \textit{Log. nat.}\left(\frac{s_1}{s}\right) - F\beta(s_1 - s),$$

und mit Berückſichtigung der durch den Gegendruck Fq verloren gehenden Leiſtung $Fq\,s_1$,

$$P s_1 = F s\,(\beta + p) + F s\,(\beta + p)\ \textit{Log. nat.}\left(\frac{s_1}{s}\right) - F\beta s_1 - F q s_1$$

$$= F s\,(\beta + p)\left[1 + \textit{Log. nat.}\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p}\cdot\frac{s_1}{s}\right]$$

oder da $\frac{s_1}{s} = \frac{\beta + p}{\beta + p_1}$ iſt,

Navier's Regel.

$$Ps_1 = Fs\,(\beta+p)\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta+q}{\beta+p_1}\right]$$

$$= 144\,V\,(\beta+p)\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta+q}{\beta+p_1}\right]$$ Fußpfund,

wenn V das pro Auf- oder Niedergang verbrauchte Dampfquantum in Cubikfußen bezeichnet.

Die Leiſtung pr. Sec. iſt, bei n Spielen pr. Min.:

$$L = \frac{n}{30}\cdot Ps_1$$

$$= \frac{n}{30}\cdot 144\,V\,(\beta+p)\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta+q}{\beta+p_1}\right]$$

$$= 144\,Q\,(\beta+p)\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta+q}{\beta+p_1}\right]$$ Fußpfund,

wenn Q das pr. Sec. verbrauchte Dampfquantum in Cubikfußen ausdrückt.

Setzen wir $\beta = 0$, ſo geht dieſe Formel in die vorige, auf das Mariotte'ſche Geſetz baſirte, über.

Beiſpiel. Welche Leiſtung verſpricht die in den letzten Beiſpielen berechnete Dampfmaſchine nach der zuletzt gefundenen Regel? Es iſt hier

$$144\,Q = \frac{n}{30}\,.\,Fs = {}^{24}/_{30}\,.\,154{,}47\,.\,{}^{1}/_{3} = 271{,}44 \text{ Cubikfuß},$$

ferner nach II., §. 294, $\beta = 4{,}417$, alſo

$$\beta + p = 4{,}417 + 3{,}5\,.\,15{,}05 = 4{,}417 + 52{,}675 = 57{,}092,$$

$$\beta + p_1 = \frac{s_1}{s}\,(\beta+p) = 0{,}4\,.\,57{,}092 = 22{,}837 \text{ und}$$

$$\beta + q = 4{,}417 + 15{,}05 = 19{,}467,$$

daher die geſuchte Leiſtung pro Secunde

$$L = 271{,}44\,.\,57{,}092\left(1 + 0{,}91630 - \frac{19{,}467}{22{,}837}\right)$$

$$= 271{,}44\,.\,57{,}092\,(1{,}91630 - 0{,}85244) = 271{,}44\,.\,57{,}092\,.\,1{,}06386$$

$$= 16487 \text{ Fußpfund} = 32{,}3 \text{ Pferdekräfte}.$$

Die vorige Formel gab $L = 33{,}7$ Pferdekräfte.

Expanſion in zwei Cylindern.

§. 355. Die Leiſtungsformel für zweicylindrige Expanſionsmaſchinen läßt ſich auf dem im Vorſtehenden betretenen Wege nun auch leicht ableiten. Nehmen wir an, daß der Dampf im kleinen Cylinder ohne Expanſion wirke; bezeichnen wir die Kolbenfläche dieſes Cylinders durch F, den Kolbenhub in demſelben durch s, die Fläche des größeren Kolbens durch F_1, den Hub dieſes Kolbens durch s_1, ſetzen wir ferner die volle Spannung $= p$, die Spannung des ausgedehnten Dampfes $= p_1$ und endlich den Gegendruck auf jeden Quadratzoll des großen Kolbens $= q$. Dann haben wir für jeden einfachen Kolbenweg die Leiſtung des in voller Spannung befindlichen Dampfes, auf den kleinen Kolben übergetragen: $L_1 = Fps$, dagegen die durch den Gegendruck q auf den großen

Kolben verloren gehende Leistung: $L_2 = F_1 q s_1$, und endlich die durch die Expansion gewonnene Leistung, nach dem Mariotte'schen Gesetze: Expansion in zwei Cylindern

$$L_3 = Vp \; Log.\; nat. \frac{V_1}{V} = Fsp \; Log. nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right).$$

Demnach folgt die ganze Leistung beider Kolben bei einem Auf- oder Niedergange:

$$Ps + P_1 s_1 = L_1 - L_2 + L_3$$

$$= Fsp\left[1 + Log.\; nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right)\right] - F_1 s_1 q$$

$$= Fsp\left[1 + Log.\; nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$$

$$= 144\, Vp\left[1 + Log.\; nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{q}{p_1}\right] \text{ Fußpfund.}$$

Endlich die Leistung pr. Sec.:

$$L = \frac{n}{30} . 144\, Vp\left[1 + Log.\; nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{q}{p_1}\right]$$

$$= 144\, Qp\left[1 + Log.\; nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{q}{p_1}\right] \text{ Fußpfund.}$$

Legt man die Pambour-Navier'sche Regel zu Grunde, so erhält man, wie leicht zu ermessen ist,

$$L = 144\, Q\,(\beta + p)\left[1 + Log.\; nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta + q}{\beta + p_1}\right] \text{ Fußpfund.}$$

Anmerkung. Die Expansionsleistung des Dampfes zerfällt hier in eine gewonnene und in eine verloren gehende; jene nimmt der Kolben im großen Cylinder auf, diese wird dem Kolben im kleinen Cylinder entzogen; es ist die oben angegebene Expansionsleistung die Differenz beider. Nach dem Mariotte'schen Gesetze ist die Leistung, welche der große Kolben während der Expansion des Dampfes aufnimmt,

$$= \frac{F F_1 s s_1}{F_1 s_1 - Fs}\; p \; Log.\; nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right),$$

und dagegen die, welche dem kleinen Kolben entzogen wird,

$$= \frac{F^2 s^2}{F_1 s_1 - Fs}\; p \; Log.\; nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right),$$

also das Verhältniß beider $= \frac{F_1 s_1}{Fs}$, und ihre Differenz, wie oben,

$$= Fps \; Log.\; nat. \left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right).$$

Beispiel. Welche Leistung verspricht eine Woolf'sche Dampfmaschine, welche Dämpfe von $3\frac{1}{2}$ Atmosphären Spannung benutzt und diese im Condensator bis auf $\frac{1}{8}$ Atmosphäre Spannung niederschlägt, bei folgenden Dimensionen. Durchmesser des kleinen Cylinders $d = 18$ Zoll, Hub in demselben $s = 40$ Zoll, Durchmesser des größeren Cylinders $d_1 = 30$ Zoll, Hub in demselben $s_1 = 50$ Zoll, also das Ausdehnungsverhältniß:

$$\frac{V_1}{V} = \frac{F_1 s_1}{Fs} = \frac{d_1^2 s_1}{d^2 s} = \frac{30^2 . 50}{18^2 . 40} = \frac{5^2 . 5}{3^2 . 4} = \frac{125}{36} = 3{,}4722.$$

Expansion in zwei Cylindern.

Die erste, auf das Mariotte'sche Gesetz basirte Formel giebt die gesuchte Leistung pro Secunde, wenn die Maschine pro Minute 24 Spiele macht:

$$L = {}^{24}/_{60} \cdot 9^2 \pi \cdot {}^{40}/_{12} \cdot 3{,}5 \cdot 15{,}05 \left(1 + Log.\,nat.\, 3{,}4722 - {}^{1}/_{6} \cdot \frac{3{,}4722}{3{,}5}\right)$$
$$= 0{,}8 \cdot 270 \cdot 52{,}675\,\pi\,(1 + 2{,}3026 \cdot 0.5406 - 0{,}1240)$$
$$= 11377{,}8\,\pi\,(0{,}8760 + 1{,}2448) = 11377{,}8 \cdot 2{,}1208 \cdot \pi$$
$$= 75807 \text{ Fußpfund} = 148{,}6 \text{ Pferdekräfte.}$$

Nach der Pambour'schen Theorie folgt hingegen diese Leistung

$$L = 0{,}8 \cdot 270 \cdot 57{,}092\,\pi \left(2{,}2448 - \frac{4{,}417 + {}^{1}/_{8} \cdot 15{,}05}{57{,}092} \cdot 3{,}4722\right)$$
$$= 12331{,}9\,\pi \left(2{,}2448 - \frac{6.2982 \cdot 3{,}4722}{57{,}092}\right)$$
$$= 12331{,}9\,\pi\,(2{,}2448 - 0{,}3830) = 12331{,}9 \cdot 1{,}8618\,\pi$$
$$= 72128 \text{ Fußpfund} = 141{,}4 \text{ Pferdekräfte.}$$

Brennstoffmenge.

§. 356. Wir haben in dem Vorstehenden die Leistung des Dampfes bei Dampfmaschinen durch das verbrauchte Dampfquantum und durch die Dampfspannung ausgedrückt; da aber die letzteren Factoren von dem Wärmequantum und dieses wieder von dem Brennmaterialaufwand abhängt, so können wir nun auch die Leistung einer Dampfmaschine durch den Brennstoffaufwand ausdrücken.

Setzt man das specifische Dampfvolumen, oder das Verhältniß des Dampfvolumens zum Wasservolumen, $\mu = \frac{\alpha}{\beta + p}$, so bekommt man das in der Dampfmenge Q liegende Wasserquantum $= \left(\frac{\beta + p}{\alpha}\right) Q$ und dessen Gewicht, da ein Cubikfuß Wasser 66 Pfund wiegt, $Q\gamma = 66 \left(\frac{\beta + p}{\alpha}\right) Q$ Pfund. Nach II., §. 298 ist die Wärmemenge, welche $Q\gamma$ Pfund Wasser von der Temperatur $t_1{}^0$ zur Verwandlung in Dampf von t^0 Wärme erfordern: $W = (606{,}5 + 0{,}305\,t - t_1)\,Q\gamma$ Cal.; nehmen wir aber dafür den Mittelwerth

$$W = (640 - t_1)\,Q\gamma \text{ an, so bekommen wir}$$

$$W = (640 - t_1) \cdot 66 \cdot \left(\frac{\beta + p}{\alpha}\right) Q = 66\,(640 - t_1) \cdot \frac{\beta + p}{\alpha}\,Q,$$

sowie umgekehrt, $Q = \frac{\alpha W}{66\,(640 - t_1)\,(\beta + p)}$.

Kennen wir nun die Anzahl w der Wärmeeinheiten, welche aus der Verbrennung von 1 Pfund Brennstoff hervorgeht, entnehmen wir diese Zahl z. B. aus der Tabelle in §. 297, so können wir nun auch den der Dampfmenge Q entsprechenden Brennstoffaufwand K berechnen; wir setzen nämlich $W = wK$, also

$$K = \frac{W}{w} = 66\,(640 - t_1) \cdot \frac{\beta + p}{\alpha w} Q,$$

Brennſtoffmenge.

ſowie umgekehrt, $Q = \dfrac{\alpha w K}{66\,(640 - t_1)\,(\beta + p)}$.

Nehmen wir an, daß ein Pfund Kohlenſtoff bei ſeiner Verbrennung 7500 Wärmeeinheiten giebt und daß hiervon nur 60 Procent zur Wirkung kommen (vergl. §. 297), ſetzen wir ferner für t_1 den Mittelwerth $= 40°$, ſo bekommen wir $Q = \dfrac{0{,}6 \,.\, 7500\,\alpha K}{66 \,.\, 600\,(\beta + p)} = {}^5\!/_{44} \cdot \dfrac{\alpha}{\beta + p} K$,

ſowie $K = {}^{44}\!/_5 \,.\, \dfrac{\beta + p}{\alpha} Q$; und es läßt ſich hierzu der Werth

$\mu = \dfrac{\alpha}{\beta + p}$ aus der Tabelle in §. 295 entnehmen. Für Maſchinen mit Condenſation iſt übrigens $\dfrac{\alpha}{\beta + p} = \dfrac{29251}{1{,}755 + p}$ und für ſolche ohne Condenſation $\dfrac{\alpha}{\beta + p} = \dfrac{31053}{4{,}417 + p}$,

alſo im erſten Falle $Q = {}^5\!/_{44} \cdot \dfrac{29251}{1{,}755 + p} K = \dfrac{3324\,K}{1{,}755 + p}$,

und im zweiten $Q = {}^5\!/_{44} \cdot \dfrac{31053}{4{,}417 + p} K = \dfrac{3529\,K}{4{,}417 + p}$.

Anmerkung. Schärfer rechnet man mit Hülfe der Formel $\gamma = \dfrac{0{,}003557\,p}{1 + 0{,}00367\,t}$ für die Dichtigkeit des Dampfes. Hiernach folgt das Gewicht von Q Cubikfuß Dampf: $Q\gamma = \dfrac{0{,}003557\,p\,Q}{1 + 0{,}00367\,t}$, daher die entſprechende Wärmemenge

$$W = \frac{0{,}003557\,(640 - t_1)\,p\,Q}{1 + 0{,}00367\,t},$$

und der Brennmaterialaufwand bei Erzeugung der Dampfmenge Q:

$$K = \frac{0{,}003557\,(640 - t_1)\,p\,Q}{(1 + 0{,}00367\,t)\,w};$$

alſo umgekehrt, die Dampfmenge, welche bei Verbrennung der Kohlenmenge K erzeugt werden kann, $Q = \dfrac{(1 + 0{,}00367\,t)\,w\,K}{0{,}003557\,(640 - t_1)\,p}$.

Setzen wir $t_1 = 40$ und $w = 4500$ ein, ſo erhalten wir

$$Q = 2108\,(1 + 0{,}00367\,t)\,\frac{K}{p},$$

und zwar für $t = 100°,\ 120°,\ 140°,\ 160°,$

$$Q = \frac{2882\,K}{p},\ \frac{3036\,K}{p},\ \frac{3191\,K}{p},\ \frac{3346\,K}{p}.$$

Beiſpiel. Wie viel Dampf von $3{}^1\!/_2$ Atmoſphären Spannung giebt die Verbrennung von 1 Pfund Kohlenſtoff? Nach der Tabelle in §. 295 iſt

$$Q = {}^5\!/_{44} \cdot 535 = 60{,}8 \text{ Cubikfuß};$$

Brennstoffmenge. nach der Formel $Q = \frac{3324\,K}{1{,}755+p}$ aber $= \frac{3324}{1{,}755+3{,}5\,.\,15{,}05} = 61{,}1$ Cubikfuß,

nach der Formel $Q = \frac{3529\,K}{4{,}417+p} = \frac{3529}{4{,}417+3{,}5\,.\,15{,}05} = 61{,}8$ Cubikfuß,

und endlich nach der Formel $Q = 2108\,(1+0{,}00367\,t)\,\frac{K}{p}$, da der Spannung von $3\frac{1}{2}$ Atmosphären die Temperatur von 140° entspricht,

$$Q = \frac{3191}{3{,}5\,.\,15{,}05} = \frac{3191}{52{,}675} = 60{,}6 \text{ Cubikfuß.}$$

Leistungsformeln. §. 357. Verbinden wir die Formeln des letzten Paragraphen mit den weiter oben gefundenen Leistungsformeln, so erhalten wir eine Gleichung, welche die Beziehung zwischen Leistung und Brennmaterialaufwand ausdrückt. Legen wir gleich die allgemeine Leistungsformel

$$L = 144\,Q\,(\beta+p)\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta+q}{\beta+p_1}\right] \text{ Fußpfund}$$

zu Grunde, setzen wir darin $Q = \frac{w}{640-t_1}\cdot\frac{\alpha}{\beta+p}\cdot\frac{K}{66}$,

so bekommen wir

$$L = \frac{144\,w}{640-t_1}\cdot\frac{\alpha}{\beta+p}\cdot\frac{K}{66}\,(\beta+p)\left[1+Log.nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right)-\frac{\beta+q}{\beta+p_1}\right]$$

$$= {}^{24}/_{11}\,\frac{w\alpha}{640-t_1}\cdot\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta+q}{\beta+p_1}\right]K,$$

nehmen wir $t_1 = 40$ und $w = 4500$, so folgt

$$L = {}^{180}/_{11}\cdot\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta+q}{\beta+p}\right]\alpha K \text{ Fußpfund.}$$

Für Maschinen mit Condensation ist $\alpha = 29251$ und daher

$$L = 478653\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta+q}{\beta+p_1}\right]K,$$

und für solche ohne Condensation, zumal mit Hochdruck, $\alpha = 31053$, daher

$$L = 508140\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{F_1 s_1}{Fs}\right) - \frac{\beta+q}{\beta+p_1}\right]K \text{ Fußpfund.}$$

Setzt man $F_1 = F$, so erhält man die Formel für die Expansionsmaschine mit einem Cylinder, und nimmt man auch $s = s_1$ und $p_1 = p$, so bekommt man die Leistungsformel für Maschinen ohne Expansion, nämlich

$$L = 478653\left(1 - \frac{\beta+q}{\beta+p}\right)K \text{ Fußpfund für Tiefdruck und}$$

$$L = 508140\left(1 - \frac{\beta+q}{\beta+p}\right)K \text{ Fußpfund für Hochdruck.}$$

Bei Condensationsmaschinen läßt sich die Condensation nur bis auf $^1/_{10}$ und die Expansion nur bis auf $^1/_2$, und bei Maschinen ohne Condensation

letztere bis auf $^3/_2$ Atmoſphären Spannung treiben; legen wir dieſe Verhältniſſe zu Grunde, ſo erhalten wir in dem einen Falle Leiſtungsformeln.

$$\frac{F_1 s_1}{Fs} = \frac{\beta + p}{\beta + p_1} = \frac{1{,}755 + p}{1{,}755 + 7{,}525} = \frac{1{,}755 + p}{9{,}28} = 0{,}1891 + 0{,}10776\ p$$

und im zweiten:

$$\frac{F_1 s_1}{Fs} = \frac{4{,}417 + p}{4{,}417 + 22{,}575} = \frac{4{,}417 + p}{26{,}992} = 0{,}1636 + 0{,}037048\, p;$$

ferner einmal $\frac{\beta + q}{\beta + p_1} = \frac{1{,}755 + 1{,}505}{1{,}755 + 7{,}525} = \frac{3{,}26}{9{,}28} = 0{,}3513$

und das zweite Mal $\frac{\beta + q}{\beta + p_1} = \frac{4{,}417 + 15{,}05}{4{,}417 + 22{,}575} = \frac{19{,}467}{26{,}992} = 0{,}7212.$

Hiernach folgt für Expanſionsmaſchinen mit Condenſation:

1) $L = 478653\ [1 + Log.\ nat.\ (0{,}1891 + 0{,}10776\, p) - 0{,}3513]\ K$ Fußpfund, ferner für ſolche ohne Condenſation:

2) $L = 508140\ [1 + Log.\ nat.\ (0{,}1636 + 0{,}037048\, p) - 0{,}7212]\ K$ Fußpfund; dagegen für Maſchinen ohne Expanſion, mit Condenſation:

3) $L = 478653 \left(1 - \frac{3{,}26}{1{,}755 + p}\right) K$ Fußpfund,

und für ſolche ohne Condenſation:

4) $L = 508140 \left(1 - \frac{19{,}467}{4{,}417 + p}\right) K$ Fußpfund.

Beiſpiel. Welche Leiſtung verſpricht eine Dampfmaſchine mit Expanſion und Condenſation, welche ſtündlich 40 Pfund Kohlenſtoff conſumirt und Dampf von 4 Atmoſphären Spannung verbraucht? Nach Formel (1) iſt

$L = 478653\ (1 + 2{,}3026\ Log.\ 6{,}6762 - 0{,}3513)\ .\ {}^{40}/_{3600}$
$= 5318{,}4\ (0{,}6487 + 1{,}8986) = 5318{,}4\ .\ 2{,}5473 = 13547$ Fußpfund
$= 26{,}5$ Pferdekräfte.

§. 358. Setzen wir in den letzten Formeln $K = 1$ und $p = 1, 2, 3, 4$ Atmoſphären u. ſ. w., ſo erhalten wir für dieſe vier Maſchinenſyſteme die Leiſtungen, welche einem Pfunde Kohlenſtoff bei verſchiedenen Dampfſpannungen entſprechen.

Folgende Tabelle giebt dieſelben in Pferdekräften, jede zu 510 Fußpfund an.

Leistungsformeln.

Dampfspannung in Atmosphären.			1	2	3	4	5	6	7	8	∞
Expansionsmaschinen.	mit	Condensation	1166	1766	2130	2391	2595	2762	2904	3028	∞
	ohne		0	523	883	1147	1356	1528	1675	1805	∞
Maschinen ohne Expansion.	mit		756	842	873	889	899	905	910	913	939
	ohne		0	434	605	696	753	792	820	841	996

Man ersieht aus dieser Tabelle, daß die Maschinen mit Expansion und Condensation weit größere Leistungen versprechen als die übrigen Maschinen, und daß die Leistungen um so größer ausfallen, je größer die Spannung des Dampfes ist. Während bei der Spannung von 3 Atmosphären die Leistung auf jedes Pfund Kohlenstoff 2130 Pferdekräfte ausfällt, ist dieselbe bei 8 Atmosphären Spannung 3028 Pferdekräfte. Ferner zeigt diese Tabelle, daß die Expansionsmaschinen ohne Condensation viel weniger leisten als die mit Condensation, und daß hier der Nutzen der Expansion erst bei höheren Dampfspannungen hervortritt. Bei 4 bis 5 Atmosphären Spannung ist z. B. die Leistung der Expansionsmaschine mit Condensation noch einmal so groß, als die einer solchen Maschine ohne Condensation. Ferner ist aus dieser Tabelle zu entnehmen, daß die Maschinen ohne Expansion und mit Condensation eine mit der Spannkraft des Dampfes wenig wachsende Leistung geben, welche bei 3 Atmosphären ungefähr gleichkommt der Leistung einer Expansionsmaschine ohne Condensation, und bei 8 Atmosphären ungefähr die Hälfte ist von der Leistung der letztgenannten Maschinen. Es gewährt also die Anwendung einer hohen Spannung hier keinen großen Gewinn. Endlich führt diese Tabelle vor Augen, daß die Dampfmaschinen ohne Expansion und ohne Condensation bei kleinen und mittleren Dampfspannungen sehr wenig leisten, und nur bei hohen Spannungen der dritten Klasse an Wirkung gleichkommen.

Obgleich es hiernach stets vortheilhafter ist, Dämpfe mit hoher Spannung anzuwenden, als solche mit schwacher Spannung, so darf man doch erfahrungsmäßig mit der Spannkraft der Dämpfe nicht zu weit gehen, namentlich 8 Atmosphären nicht übersteigen, weil bei hohen Spannungen die Nebenhindernisse, besonders aber die Wärmeverluste sehr groß ausfallen, so daß der Gewinn, welchen hohe Spannungen auf der einen Seite gewähren, durch einen Verlust auf der anderen wieder aufgehoben oder

gar übertroffen wird. Hierzu kommt noch, daß die Gefahr des Zerspringens und die Verwüstungen beim Zerspringen der Kessel viel größer ausfallen, wenn diese stark gespannte Dämpfe erzeugen, als wenn sie zur Erzeugung schwach gespannter Dämpfe dienen.

Nebenhindernisse.

§. 359. Die theoretische Leistung des Dampfes, welche sich mittels der im Vorstehenden entwickelten Formeln berechnen läßt, wird durch die Nebenhindernisse, wie z. B. Kolbenreibung, Abkühlung, Widerstände in den Leitungen u. s. w. bedeutend herabgezogen, so daß die effective Leistung nur 30 bis höchstens 90 Procent von der theoretischen Leistung ausfällt. Was zunächst die Hindernisse in der Dampfleitung anlangt, wodurch der Dampf aus dem Kessel in die Dampfkammer und von da in den Dampfcylinder geführt wird, so verursachen diese eine Verminderung der Dampfspannung, und es ist deshalb die Spannung p des Dampfes im Cylinder, welche wir oben bei der Leistungsformel eingeführt haben, nicht die im Kessel, sondern um einen den Hindernissen in der Dampfleitung entsprechenden Verlust kleiner. Es entspringen diese Verluste aus der Reibung des Dampfes an den Röhrenwänden, aus den Widerständen bei plötzlichen Geschwindigkeits- und Richtungsveränderungen des Dampfes und endlich noch aus der Abkühlung an den Umfangswänden. Die Verminderung, welche dadurch die Dampfspannung erleidet, beträgt 1 bis 20 Procent, und zwar nur 1 bis 5 Procent bei gut construirten und nicht sehr schnell gehenden Maschinen. Deshalb ist also in der Regel auch die Veränderung in der Dichtigkeit des Dampfes bei seiner Bewegung vom Kessel zum Cylinder nicht sehr bedeutend, weshalb sich die im ersten Theile abgehandelten Regeln zur Bestimmung der hydraulischen Bewegungshindernisse auch hier anwenden lassen, und wir können daher hierbei genau denselben Weg einschlagen, welchen wir bei den Wassersäulenmaschinen (II., §. 236 u. s. w.) betreten haben. Was ferner die Abkühlung in der Dampfleitung und in dem Dampfcylinder anlangt, so läßt sich dieser nach dem in II., §. 278 mitgetheilten Abkühlungsgesetze von Péclet annähernd, und jedenfalls genau genug berechnen, da sie bei guter Verwahrung der Abkühlungsflächen kaum mehr als 1 bis 3 Procent Arbeitsverlust verursachen kann. Die Kolbenreibung ist genau wie bei Wassersäulenmaschinen nach II., §. 235 in Rechnung zu ziehen; und ebenso sind die Verluste, welche die Bewegung der Steuerung veranlassen, ähnlich wie bei diesen Maschinen zu beurtheilen.

Eintrittshindernisse.

§. 360. Setzen wir die Kolbengeschwindigkeit $= v$, den Durchmesser des Dampfcylinders $= d$ und den des Dampfrohres $= d_1$, so erhalten wir für die Geschwindigkeit des Dampfes in diesem Rohre: $v_1 = \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 v$,

Eintritts-hinderniſſe.

und die entsprechende Geschwindigkeitshöhe $\frac{v_1^2}{2g} = \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}$. Ist nun ζ_1 der Widerstandscoefficient beim Eintritte des Dampfes aus dem Dampfkessel in das Dampfrohr, so hat man den Druckhöhenverlust bei diesem Eintritte, $h_1 = \zeta_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}$. Ist ferner l_1 die Länge des Dampfrohres und ζ_2 der Reibungscoefficient des Dampfes, so erhält man den der Reibung im Dampfrohre entsprechenden Druckhöhenverlust

$$h_2 = \zeta_2 \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_2 \cdot \frac{l_1}{d_1} \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g} = \zeta_2 \cdot \frac{l_1 d^4}{d_1^5} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Bezeichnet noch ζ_3 den veränderlichen, von der Klappenstellung abhängigen und aus I., §. 377 zu entnehmenden Coefficienten des Widerstandes beim Durchgange durch die Admissions- oder Regulirungsklappe, so erhält man die diesem Widerstande angemessene Druckhöhe:

$$h_3 = \zeta_3 \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_3 \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Beim Eintritte des Dampfes in die Dampfkammer verliert derselbe plötzlich fast seine ganze Geschwindigkeit v_1, weil der Querschnitt F_4 der Dampfkammer viel größer ist als der Querschnitt F_1 des Dampfrohres, es tritt daher auch hier ein Druckhöhenverlust ein, welcher nach I., §. 372 zu setzen ist $h_4 = \left(1 - \frac{F_1}{F_4}\right)^2 \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_4 \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}$, wenn man statt $\left(1 - \frac{F_1}{F_4}\right)^2$, den Widerstandscoefficienten ζ_4 einführt.

Setzt man $\frac{F_1}{F_4} = 0$, so erhält man $\zeta_4 = 1$; immer wird auch ζ_4 der Einheit nahe kommen.

Hiernach ist nun der Verlust an Druckhöhe beim Uebergange des Dampfes aus dem Kessel in die Dampfkammer:

$$h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = \left(\zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_1}{d_1} + \zeta_3 + \zeta_4\right) \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und der entsprechende Verlust an Spannung, wenn γ die Dichtigkeit des Dampfes bezeichnet,

$$= (h_1 + h_2 + h_3 + h_4)\gamma = \left(\zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_1}{d_1} + \zeta_3 + \zeta_4\right) \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}\gamma.$$

Ist demnach p_0 die Dampfspannung im Dampfkessel, so hat man hiernach die in der Dampfkammer:

$$= p_0 - \left(\zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_1}{d_1} + \zeta_3 + \zeta_4\right) \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g}\gamma, \text{ oder}$$

$$= p_0 - \left(\zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_1}{d_1} + \zeta_3 + \zeta_4\right) \left(\frac{F}{F_1}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}\gamma.$$

wenn $\left(\frac{F}{F_1}\right)$ das Verhältniß zwiſchen dem Querſchnitte F des Dampfcylinders und dem Querſchnitte F_1 des Dampfrohres bezeichnet. Eintrittshinderniſſe.

§. 361. Aehnlich zu berechnende Verluſte erleidet noch die Dampfſpannung beim Uebergange des Dampfes aus der Dampfkammer in den Dampfcylinder. Bei der Ventilſteuerung veranlaßt ſchon der Durchgang durch das Einlaßventil den Druckhöhenverluſt

$$h_5 = \zeta \cdot \frac{v_5^2}{2g} = \zeta \cdot \left(\frac{F}{F_5}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g} = \zeta \cdot \left(\frac{d}{d_5}\right)^4 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

der von einem Widerſtandscoefficienten ζ und von der Eintrittsgeſchwindigkeit v_5 abhängt, die wieder durch das Verhältniß $\frac{F}{F_5}$ der Fläche des Kolbens zu der der Ventilröhre oder durch das quadratiſche Verhältniß der Durchmeſſer d und d_5 dieſer Flächen beſtimmt iſt. Führen wir, um in der Folge eine Vereinfachung zu erlangen, ſtatt ζ den Widerſtandscoefficienten $\zeta_5 = \left(\frac{F_2}{F_5}\right)^2 \zeta$ ein, worin F_2 den Querſchnitt des Dampfweges bezeichnet, ſo erhalten wir $h_5 = \zeta_5 \cdot \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$.

Nächſtdem entſteht ſowohl bei Maſchinen mit Ventil-, als auch bei ſolchen mit Schieberſteuerung durch den Eintritt des Dampfes in den Dampfkanal ein Verluſt, der bei der Schieberſteuerung beſonders vergrößert wird, wenn der Schieber einen Theil der Einmündung des Dampfweges bedeckt. Man hat den entſprechenden Druckhöhenverluſt

$$h_6 = \zeta_6 \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g} = \zeta_6 \left(\frac{F}{a\,b}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

wenn a und b die Dimenſionen des rectangulären Querſchnittes F_2 eines Dampfweges bezeichnen.

Der Coefficient ζ_5 iſt nach I., §. 379 und der Coefficient ζ_6 nach I., §. 373 zu beſtimmen. Bei völlig eröffneten Dampfwegen iſt der letztere nach I., §. 359 nur 0,505; er fällt aber um ſo größer aus, je größer der Theil der Einmündung des Dampfweges iſt, den der Schieber bedeckt.

Ferner geht durch die Reibung des Dampfes in dem Dampfwege, welcher aus der Kammer nach dem Cylinder führt, die Länge l_2 und die mittlere Weite $d_2 = \frac{2ab}{a+b}$ hat (nach I., §. 364) die Druckhöhe

$$h_7 = \zeta_7 \frac{l_2(a+b)}{2ab} \cdot \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot = \zeta_7 \cdot \frac{l_2}{d_2} \cdot \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$$

verloren.

Eintritts-hindernisse.

Auch tritt ein Druckverlust ein, wenn der Dampf aus dem Dampfkanale in den Dampfcylinder tritt, da seine Geschwindigkeit $v_2 = \left(\frac{F}{F_2}\right) v$ plötzlich in v übergeht. Nach der bekannten und schon oben in Anwendung gebrachten Regel ist der entsprechende Druckhöhenverlust

$$h_8 = \left(\frac{F}{F_2} - 1\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g} = \zeta_8 \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

wenn $\zeta_8 = \left(1 - \frac{F_2}{F}\right)^2$ gesetzt wird.

Richtungsveränderungen, namentlich die Krümmungen der Dampfwege verursachen ebenfalls Spannungsverluste. Sie lassen sich nach I., §. 375 und §. 376, wie bei den Wassersäulenmaschinen bestimmen und durch eine Widerstandshöhe $h_9 = \zeta_9 \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$ ausdrücken.

Bei Maschinen mit abgesondertem Expansionsschieber kommt noch der Verlust hinzu, welchen der Durchgang des Dampfes durch die diesem angehörige Mündung veranlaßt. Ist der Querschnitt dieser Mündung $= F_6$, der der Kammer, worin der Dampf durch diese Mündung zunächst tritt, $= F_7$, α aber der der Mündung F_6 entsprechende Contractionscoefficient, so hat man für diesen besonderen Verlust

$$h_{10} = \left(\frac{F_7}{\alpha F_6} - 1\right)^2 \cdot \left(\frac{F}{F_7}\right) \cdot \frac{v^2}{2g} = \zeta_{10} \cdot \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g},$$

wenn $\left(\frac{F_7}{\alpha F_6} - 1\right)^2 \cdot \left(\frac{F_2}{F_7}\right)^2 = \zeta_{10}$ gesetzt wird.

Die Druckhöhe $\frac{v^2}{2g}$, welche zur Erzeugung der Geschwindigkeit des Dampfes im Cylinder nöthig ist, muß man außer Betracht lassen, da die entsprechende lebendige Kraft nicht verloren geht, sondern dem Dampfkolben bei seinem Uebergehen zur Ruhe am Ende des Kolbenweges wieder zu Gute kommt.

Da der Expansions- und der Vertheilungsschieber in der Regel, namentlich aber wenn sie durch ein Kreisexcentrik in Bewegung gesetzt werden, die Dampfwege nur allmälig eröffnen und verschließen, so sind die Druckhöhenverluste h_6 und h_{10} während dieser Bewegung veränderlich und deshalb im Mittel noch größer als die Formeln angeben.

Vereinigen wir alle diese Widerstandshöhen durch Addition und multipliciren wir die erhaltene Summe durch die mittlere Dampfdichtigkeit γ, so ergiebt sich der Verlust des Dampfdruckes in der Dampfleitung, und durch Abziehen von der Spannung p_0 im Dampfkessel die mittlere Spannung im Dampfcylinder:

Eintritts- hinderniſſe.

$$p = p_0 - \left[\left(\zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_1}{d_1} + \zeta_3 + \zeta_4\right)\left(\frac{F}{F_1}\right)^2 + \left(\zeta_5 + \zeta_6 + \zeta_7 \cdot \frac{l_2}{d_2} + \zeta_8 + \zeta_9 + \zeta_{10}\right)\left(\frac{F}{F_2}\right)^2\right] \cdot \frac{v^2}{2g}\gamma.$$

Bezeichnen wir noch $\zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_1}{d_1} + \zeta_3 + \zeta_4$ durch $\varkappa_1$ und $\zeta_5 + \zeta_6 + \zeta_7 \frac{l_2}{d_2} + \zeta_8 + \zeta_9 + \zeta_{10}$ durch $\varkappa_2$, ſo erhalten wir vereinfacht

$$p = p_0 - \left[\varkappa_1\left(\frac{F}{F_1}\right)^2 + \varkappa_2\left(\frac{F}{F_2}\right)^2\right] \cdot \frac{v^2}{2g}\gamma,$$

und wenn wir noch $\gamma = \frac{66}{\alpha}\left(\beta + \frac{p+p_0}{2}\right)$ ſetzen, und berückſichtigen, daß p und p_0 auf den Quadratzoll $= {}^1/_{144}$ Quadratfuß zu beziehen ſind,

$$p = p_0 - \left[\varkappa_1\left(\frac{F}{F_1}\right)^2 + \varkappa_2\left(\frac{F}{F_2}\right)^2\right] \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{66}{144\alpha}\left(\beta + \frac{p+p_0}{2}\right),$$

alſo den Spannungsverluſt:

$$p_0 - p = \left[\varkappa_1\left(\frac{F}{F_1}\right)^2 + \varkappa_2\left(\frac{F}{F_2}\right)^2\right] \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{11}{24\alpha}\left(\beta + \frac{p+p_0}{2}\right).$$

Die Formel zeigt, daß die Differenz der Spannungen im Keſſel und im Cylinder mit dem Quadrate der Kolbengeſchwindigkeit, mit dem quadratiſchen Verhältniſſe zwiſchen der Kolbenfläche und der Querſchnittsfläche der Dampfwege, nächſtdem aber mit der Dampfſpannung u. ſ. w. wächſt.

Beiſpiel. Wie groß iſt die Differenz der Dampfſpannungen bei einer Dampfmaſchine, wenn das Quadrat der mittleren Kolbengeſchwindigkeit $v^2 = 25$, das Querſchnittsverhältniß $\frac{F}{F_1} = \frac{F}{F_2} = 25$ und die Dampfſpannung im Keſſel $3{}^1/_2$ Atmoſphären beträgt? Es iſt

$$p_0 - p = (\varkappa_1 + \varkappa_2)\, 25^2 \,.\, 0{,}016 \,.\, 25 \,.\, \frac{11}{24\alpha}\left(\beta + \frac{p+p_0}{2}\right),$$

oder $\alpha = 31053$, $\beta = 4{,}417$ und $p = 3{,}5 \,.\, 15{,}05 = 52{,}675$ eingeführt,

$$p = 52{,}675 - (\varkappa_1 + \varkappa_2) \,.\, 625 \,.\, 0{,}4 \,.\, \frac{11}{24 \,.\, 31053}\left(4{,}417 + 26{,}3375 + \frac{p}{2}\right)$$

$$= 52{,}675 - \frac{114{,}58}{31053}(\varkappa_1 + \varkappa_2)\left(30{,}7545 + \frac{p}{2}\right).$$

Setzt man in $\varkappa_1 = \zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_1}{d_1} + \zeta_3 + \zeta_4$, $\zeta_1 = 0{,}51$, $\zeta_2 = 0{,}024$, $\frac{l_1}{d_1} = 60$, ferner unter der Vorausſetzung, daß die Regulirungsklappe halb geöffnet ſei, nach I., §. 377, $\zeta_3 = 3{,}91$, und $\zeta_4 = 1$, ſo erhält man

$$\varkappa_1 = 0{,}51 + 1{,}44 + 3{,}91 + 1{,}00 = 6{,}86;$$ und nimmt man in

$$\varkappa_2 = \zeta_5 + \zeta_6 + \zeta_7 \frac{l_2}{d_2} + \zeta_8 + \zeta_9 + \zeta_{10},\quad \zeta_5 = 0,\quad \zeta_6 = 0{,}51,$$

$$\zeta_7 = 0{,}024,\ \frac{l_2}{d_2} = 60,\quad \zeta_8 = 1,$$ ferner

Anwendung. Beispiele.

des Coefficienten der Beobachtungsunsicherheit, wenn man drei Beobachtungen, die 30" messen und von Verbesserungen 5", 3", 1" haben, zugrunde gibt. Beobachtungsunsicherheiten $= \frac{5}{1}$, einmal, nach der ersten Tabelle in 4., $\frac{3}{0{,}6}$, $\frac{1}{0{,}2}$, $= 0{,}45$, $0{,}67$, $0{,}22$, $\Sigma\, n = 0{,}45$ und

$$n_0 = 0{,}51 + 0{,}024 \cdot 60 + 1{,}4 \cdot 2 \cdot 0{,}30 = 3{,}71;$$

daher $\varepsilon_1 = \frac{1}{3{,}71} = 0{,}54$, und

$$p = 52{,}573 \cdot \frac{14.38.10.4}{1.2.3.4} \left(30{,}7545 + \frac{5}{3}\right) = 52{,}573 - 1{,}181 - 0{,}0193\, p,$$

hiernach $p = \frac{51{,}464}{1{,}01931} = 50{,}525$ Wand, daher $\varepsilon_2 = \frac{1}{50{,}525}$.

Ferner $p_1 = p - 52{,}675 - 50{,}525 = 2{,}15$, also $\frac{p_1 - p}{p} = \frac{2{,}15}{52{,}675} = 4$ Procent.

Wäre der Unterschied der Temperaturen und Dampfspur Null $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$, $= \infty$, $\varepsilon_2 = 0$, ε_1 bestände, in meinen der Verlauf ungefähr $(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \infty)

schwindigkeitsquadrate: $0, \frac{1}{n}c^2, \frac{2}{n}c^2, \frac{3}{n}c^2 \ldots$, folglich ihre Summe: Geschwindigkeitsquadrat.

$$= \frac{c^2}{n}(1+2+3+\ldots+n) = \frac{c^2}{n} \cdot \frac{n^2}{2} = n\frac{c^2}{2},$$

endlich ihren mittleren Werth: $v^2 = \frac{c^2}{2}$; oder da $s = \frac{ct}{2}$ ist,

$v^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2s}{t}\right)^2 = 2\left(\frac{s}{t}\right)^2 = 2v_1^2$, wenn statt des Quotienten $\frac{s}{t}$ aus Kolbenweg s und Bewegungszeit t, die mittlere Kolbengeschwindigkeit v_1 eingeführt wird. Diese Formel gilt natürlich auch, wenn der erste Theil des Kolbenweges gleichförmig beschleunigt und der zweite gleichförmig verzögert zurückgelegt wird. Es ist also hier allemal das mittlere Geschwindigkeitsquadrat v^2 doppelt so groß, als das Quadrat v_1^2 der mittleren Kolbengeschwindigkeit.

Beispiel. Wenn der Dampfkolben einer einfachwirkenden Dampfmaschine in der Minute 22 sechsfüßige Spiele macht, so ist seine mittlere Geschwindigkeit

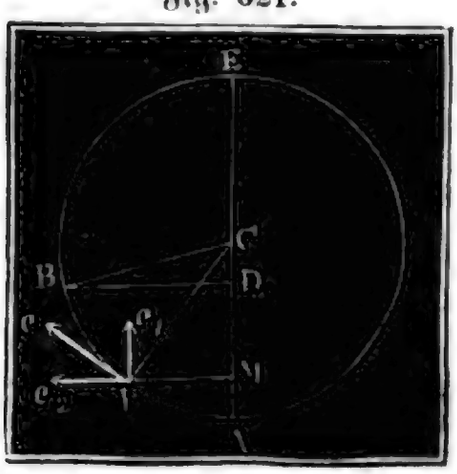
$$v_1 = \frac{22 \cdot 2s}{60} = \frac{22 \cdot 2 \cdot 6}{60} = \frac{22}{5} \text{ Fuß},$$

und daher das mittlere Geschwindigkeitsquadrat

$$v^2 = 2v_1^2 = \frac{2 \cdot 484}{25} = \frac{968}{25} = 38{,}7.$$

§. 363. Der eben betrachtete Fall findet höchstens bei den einfachwirkenden Dampfmaschinen seine Anwendung; bei den am häufigsten vorkommenden doppeltwirkenden Maschinen mit Rotation hingegen müssen wir die Kolbengeschwindigkeiten von der als gleichförmig anzusehenden Rotationsbewegung des Krummzapfens ableiten. Behandeln wir diesen Fall sogleich allgemein, suchen wir deshalb das mittlere Geschwindigkeitsquadrat von einem Theile $AD = s$ des ganzen Kolbenweges $AE = 2r$ (Figur 521). Nach Durchlaufung des Wegtheiles $AM = x$, ist die Kolbengeschwindigkeit $Pc_1 = c_1$ bestimmt durch die Warzengeschwindigkeit $Pc = c$, indem man

Fig. 521.



setzt: $\frac{c_1}{c} = \frac{PM}{CP}$, oder für $CP = r$ und $PM = \sqrt{x(2r-x)}$ eingeführt,

$$c_1 = \frac{c\sqrt{2rx - x^2}}{r} \text{ und daher}$$

$$c_1^2 = \left(\frac{2x}{r} - \frac{x^2}{r^2}\right)c^2.$$

Nimmt man nun x nach und nach $= \frac{s}{n}, \frac{2s}{n}, \frac{3s}{n} \ldots \frac{ns}{n}$, und setzt diese Werthe in die letzte Gleichung, so er-

Geschwindigkeitsquadrat. geben sich sämmtliche Geschwindigkeitsquadrate, und es folgt nun das mittlere Geschwindigkeitsquadrat, durch Addition und Division mit n nämlich:

$$v^2 = \left(\frac{2}{r}\left(\frac{s}{n} + \frac{2s}{n} + \frac{3s}{n} + \ldots + \frac{ns}{n}\right)\right.$$
$$\left. - \frac{1}{r^2}\left[\left(\frac{s}{n}\right)^2 + \left(\frac{2s}{n}\right)^2 + \left(\frac{3s}{n}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{ns}{n}\right)^2\right]\right) c^2 : n$$
$$= \left[\frac{2}{r}\cdot\frac{s}{n}(1+2+3+..+n) - \frac{s^2}{n^2r^2}(1+4+9+..+n^2)\right] c^2 : n$$
$$= \left(\frac{2}{r}\cdot\frac{s}{n}\cdot\frac{n^2}{2} - \frac{s^2}{n^2r^2}\cdot\frac{n^3}{3}\right) c^2 : n = \left(\frac{s}{r} - \frac{s^2}{3r^2}\right) c^2$$
$$= \left(1 - \frac{s}{3r}\right)\frac{s}{r}\, c^2.$$

Für den vollständigen Kolbenweg hat man $s = 2r$ zu setzen, daher in diesem Falle: $v^2 = (1 - 2/3) \cdot 2c^2 = 2/3\, c^2$, oder die mittlere Kolbengeschwindigkeit $v_1 = \frac{2}{\pi}\, c$ gesetzt, da der Kolben den Weg $2r$ zurücklegt, während die Warze des Krummzapfens den Weg πr macht, folgt $v^2 = 2/3\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 v_1^2 = \frac{\pi^2}{6}\, v_1^2 = 1{,}645\, v_1^2$; es ist also hier das mittlere Geschwindigkeitsquadrat ziemlich um zwei Drittel größer, als das Quadrat der mittleren Geschwindigkeit.

Für $s = r$ folgt ebenfalls $v^2 = 2/3\, c^2 = 1{,}645\, v_1^2$, nimmt man aber $s = 2/3\, r = 1/3 \cdot 2r$, so erhält man das mittlere Geschwindigkeitsquadrat des ersten Drittels vom Hube: $v^2 = (1 - 2/9) \cdot 2/3\, c^2 = 14/27\, c^2$
$= \frac{14\pi^2}{27 \cdot 4}\, v_1^2 = 1{,}279\, v_1^2$, setzt man $s = 1/2\, r = 1/4 \cdot 2r$, so erhält man für das erste Viertel des Kolbenweges:

$v^2 = (1 - 1/6)\frac{c^2}{2} = 5/12\, c^2 = \frac{5\pi^2}{48}\, v_1^2 = 1{,}028\, v_1^2$, nimmt man endlich $s = 1/3\, r = 1/6 \cdot 2r$, so erhält man

$v^2 = (1 - 1/9)\frac{c^2}{3} = 8/27\, c^2 = \frac{8\pi^2}{27 \cdot 4} v_1^2 = \frac{2\pi^2}{27} v_1^2 = 0{,}731\, v_1^2$.

Es ist also nur während der Durchlaufung des ersten oder letzten Viertels vom ganzen Kolbenwege das mittlere Geschwindigkeitsquadrat ziemlich gleich dem Quadrate der mittleren Kolbengeschwindigkeit; bei einem größeren Kolbenwegtheil aber größer und bei einem kleineren kleiner.

Beispiel. Der mittleren Kolbengeschwindigkeit von 3 Fuß entspricht hiernach das mittlere Geschwindigkeitsquadrat $v^2 = 1{,}645 \cdot 3^2 = 1{,}645 \cdot 9 = 14{,}80$, dagegen der sehr gewöhnlich vorkommenden Geschwindigkeit $v_1 = 4$ Fuß entspricht $v^2 = 1{,}645 \cdot 16 = 26{,}3$; und für $v_1 = 5$ Fuß ist $v^2 = 1{,}645 \cdot 25 = 41{,}12$.

Anmerkung. Da die Differenz der Dampfspannungen im Kessel und Cylinder dem mittleren Quadrate der Kolbengeschwindigkeit proportional ist, und nach dem Vorstehenden dieses Quadrat kleiner ist während der Zurücklegung eines Hubtheiles, als während des ganzen Hubes, so folgt, daß diese Differenz bei Expansionsmaschinen kleiner ausfällt, als bei Maschinen ohne Expansion, und zwar um so kleiner, je eher die Absperrung erfolgt, je weiter also die Expansion getrieben wird. Uebrigens erstreckt sich der aus dieser Differenz entspringende Arbeitsverlust auch auf diejenige Arbeit, welche während der Absperrung verrichtet wird, weil der abgesperrte Dampf wegen des Verlustes der Spannung, den er bei seiner Bewegung nach dem Cylinder erlitten hat, auch verhältnißmäßig weniger durch Expansion wirkt. Geschwindigkeitsquadrat.

§. 364. Durch die Abkühlung des Dampfes in der Dampfleitung und im Dampfcylinder wird ein anderer Arbeitsverlust herbeigeführt. Ist O der Inhalt sämmtlicher den Dampf einschließenden Oberflächen, t die Temperatur des eingeschlossenen Dampfes, t_1 aber die äußere Temperatur, und w eine Erfahrungszahl, so läßt sich der durch die Abkühlung herbeigeführte Wärmeverlust pr. Sec. Abkühlungsverlust.

$$W = w\,(t - t_1)\,O \text{ Cal. setzen.}$$

Ist nun $Q\gamma$ das in der Secunde durch den Apparat hindurchströmende Dampfquantum, so hat man die jedem Pfunde Dampf entzogene Wärme $= \frac{w\,(t-t_1)\,O}{Q\gamma}$. War nun der Dampf gesättigt, so wird sich in Folge dieses Wärmeverlustes ein Theil des Dampfes condensiren, wenn man dies nicht durch Erwärmung des Cylinders von außen verhindert. Dividiren wir diesen Verlust durch die Zahl 540 der Wärmeeinheiten, welche ein Pfund warmes Wasser bindet, wenn es sich in Dampf verwandelt, und welche frei wird, wenn sich ein Pfund Dampf zu Wasser niederschlägt, so erhalten wir die aus jedem Pfunde Dampf niedergeschlagene Wassermenge, und zwar $= \frac{w\,(t-t_1)\,O}{540\,Q\gamma}$. Setzen wir nun den Spannungsverlust dem durch Niederschlagen entstandenen Dampfverlust proportional, nehmen wir also $\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{w\,(t-t_1)\,O}{540\,Q\gamma}$, so erhalten wir

$$p_0 - p = \frac{w\,(t-t_1)\,O}{540\,Q\gamma}\,p_0 \text{ und daher die übrig bleibende Spannung}$$

$$p = p_0\left(1 - \frac{w\,(t-t_1)\,O}{540\,Q\gamma}\right).$$

Nach Tredgold ist für jedes Quadratmeter Oberfläche einer Röhre aus Gußeisen $w = 0{,}011$, also für jeden Quadratfuß $= 0{,}0011$, und wenn man daher noch $\gamma = 66\left(\frac{\beta+p}{\alpha}\right) = \frac{66}{\mu}$ setzt, folgt

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{\mu\,(t-t_1)\,O}{32400000\,Q}.$$

Abkühlungsverlust.

Obgleich gegen die Begründung und Entwicklung dieser Formel Einiges einzuwenden ist, so kann sie doch dazu dienen, zu zeigen, von welchen Factoren der durch Abkühlung herbeigeführte Arbeitsverlust besonders abhängt, und wie groß derselbe anwachsen kann.

Außerdem wird auch durch den Dampf Wasser aus dem Kessel mechanisch mit fortgeführt, und dieses Fortreißen des Wassers ist besonders bei Locomotiven sehr groß, wo das Quantum des vom Dampfe mechanisch mit fortgenommenen Wassers oft 20 bis 40 Procent des Speisewassers beträgt. Da diese Wassertheilchen an der Bewegung des Dampfes in der Dampfleitung mit Theil nehmen, so müssen wir auch bei Berechnung der Hindernisse in dieser mit Rücksicht nehmen. Ist ν das Verhältniß des Gewichtes der mechanisch mit fortgerissenen Wassermenge zum Gewichte des gleichzeitig aus dem Kessel abgeleiteten Dampfes, so hat man das Verhältniß des Gewichtes von der mit Wasser gemengten Dampfmenge zur reinen Dampfmenge $= 1 + \nu$, und daher in den durch die in §. 361 gefundene Formel für den Spannungsverlust noch den Factor $1 + \nu$ einzuführen, also

$$p_0 - p = \left[\varkappa_1 \left(\frac{F}{F_1}\right)^2 + \varkappa_2 \left(\frac{F}{F_2}\right)\right] \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{11\,(1+\nu)}{24\,\alpha} \left(\beta + \frac{p+p_0}{2}\right)$$

zu setzen.

Beispiel. Wie viel Procent verliert die Spannung des Dampfes durch Abkühlung, wenn die Temperatur des Dampfes im Kessel 140°, die Temperatur der äußeren Luft aber 20°, ferner das verbrauchte Dampfquantum pro Secunde $= 4$ Cubikfuß und der Inhalt sämmtlicher Abkühlungsflächen 60 Quadratfuß beträgt? Es ist die Spannung des Dampfes bei 140° = 3,5 Atmosphären, daher das specifische Dampfvolumen nach der Tabelle in II., §. 295, $\mu = 535$, daher der relative Spannungsverlust durch Abkühlung:

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{\mu\,(t - t_1)\,\theta}{32400000\,Q} = \frac{535 \,.\, 120 \,.\, 60}{32400000 \,.\, 4} = \frac{321}{10800},$$

d. i. beinahe 3 Procent.

Austrittshindernisse.

§. 365. Auch die Spannung q des während des Kolbenrückganges aus dem Dampfcylinder ausströmenden Dampfes ist nicht ganz gleich der Spannung q_0 im Condensator oder der der äußeren Luft, denn es findet der Dampf bei seiner Bewegung durch den Dampfweg, durch den Dampfschieber oder durch das Auslaßventil u. s. w. Hindernisse vor, deren Ueberwindung einen gewissen Ueberschuß der Spannung im Cylinder über den im Condensator u. s. w. nöthig macht. Deshalb wird denn auch die Leistung der Dampfmaschine noch durch die Arbeit zur Ueberwindung dieser Hindernisse herabgezogen. Behalten wir bei Ausmittelung dieser die Bezeichnungen in §. 360 und §. 361 bei, so erhalten wir Folgendes. Der Verlust an Druckhöhe beim Eintritt aus dem Cylinder in den Dampfweg:

$$h_1 = \zeta_1 \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \zeta_1 \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}, \text{ und es ist } \zeta_1 = 0{,}505 \text{ zu setzen;}$$

ferner der Verluſt an Druckhöhe durch die Reibung in dem Dampfwege: Austritts-Hindernisse.

$$h_2 = \zeta_2 \cdot \frac{l_2}{d_2} \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g};$$

ferner Verluſt wegen der Krümmungen dieſer Wege:

$$h_3 = \zeta_3 \cdot \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g};$$

und endlich iſt der Druckhöhenverluſt beim Eintritte des Dampfes in die Dampfkammer oder in den Schieberraum, deſſen Querſchnitt wir mit F_4 bezeichnen wollen:

$$h_4 = \left(1 - \frac{F_2}{F_4}\right)^2 \frac{v_2^2}{2g} = \left(1 - \frac{F_2}{F_4}\right)^2 \cdot \left(\frac{F}{F_2}\right) \cdot \frac{v^2}{2g},$$

und wenn wir $\left(1 - \frac{F_2}{F_4}\right)^2$ durch ζ_4 ausdrücken:

$$h_4 = \zeta_4 \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Hiernach iſt denn der Spannungsverluſt des Dampfes beim Austritt deſſelben aus dem Cylinder in die Dampfkammer

$$= (h_1 + h_2 + h_3 + h_4)\,\gamma$$
$$= (\zeta_1 + \zeta_2 \frac{l_2}{d_2} + \zeta_3 + \zeta_4) \left(\frac{F}{F_2}\right)^2 \cdot \frac{v_2}{2g}\,\gamma.$$

Bei der Ventilſteuerung iſt nun der Verluſt, welchen der Dampf beim Durchgange durch das Ablaßventil erleidet, zu berückſichtigen, und welchen wir $h_5 = \zeta_5 \left(\frac{F}{F_3}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$ ſetzen können, wenn F_3 den Querſchnitt des Ausblaſerohres, ζ_5 aber den Widerſtandscoefficienten beim Durchgange durch das Ventil bezeichnet. Bei der Schieberſteuerung läßt ſich ein ähnlich zu beſtimmender Verluſt für den Durchgang durch die Schieberhöhlung in Rechnung ziehen.

Für den Eintritt in das Ausblaſerohr hat man noch

$h_6 = \zeta_6 \left(\frac{F}{F_3}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$, wo in gewöhnlichen Fällen, $\zeta_6 = 0{,}505$ zu ſetzen iſt.

Ferner für die Reibung des Dampfes in dieſer Röhre, wenn ihre Länge $= l_3$ und ihre Weite d_3 iſt, $h_7 = \zeta_7 \frac{l_3}{d_3} \left(\frac{F}{F_3}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$.

Endlich hat man noch für den Austritt des Dampfes, mag dieſer im Condenſator oder in der freien Luft erfolgen, noch den Druckhöhenverluſt $h_8 = \frac{v_3^2}{2g} = \left(\frac{F}{F_3}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$, weil die der Ausflußgeſchwindigkeit v_3 entſprechende lebendige Kraft ganz verloren geht.

Austrittshinderniſſe.

Hiernach iſt der Spannungsverluſt bei der Bewegung des Dampfes aus der Dampfkammer in die freie Luft oder in den Condenſator:

$$= (h_5 + h_6 + h_7 + h_8)\,\gamma = (\xi_5 + \xi_6 + \xi_7\,\frac{l_3}{d_3} + 1)\left(\frac{F}{F_3}\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}\,\gamma,$$

und daher die Abnahme der Dampfſpannung beim Austritt des Dampfes aus dem Cylinder in den Condenſator oder in die freie Luft:

$$q - q_0 = \left[(\xi_1 + \xi_2\frac{l_2}{d_2} + \xi_3 + \xi_4)\left(\frac{F}{F_2}\right)^2 + (\xi_5 + \xi_6 + \xi_7\frac{l_3}{d_3} + 1)\left(\frac{F}{F_3}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}\gamma,$$

oder, wenn man $\xi_1 + \xi_2\,\frac{l_2}{d_2} + \xi_3 + \xi_4 = \varkappa_2$ und

$$\xi_5 + \xi_6 + \xi_7\,\frac{l_7}{d_7} + 1 = \varkappa_3 \text{ und } \gamma = \frac{66}{\mu} = \frac{66}{\alpha}\left(\beta + \frac{q + q_0}{2}\right)$$

einführt, und ſtatt 1 Quadratzoll $^1/_{144}$ Quadratfuß ſetzt:

$$q - q_0 = \left[\varkappa_2\left(\frac{F}{F_2}\right)^2 + \varkappa_3\left(\frac{F}{F_3}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g} \cdot \frac{66}{144\mu}$$

$$= \frac{11}{24\mu}\left[\varkappa_2\left(\frac{F}{F_2}\right)^2 + \varkappa_3\left(\frac{F}{F_3}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}$$

$$= \frac{11}{24\,\alpha}\left(\beta + \frac{q + q_0}{2}\right)\left[\varkappa_2\left(\frac{F}{F_2}\right)^2 + \varkappa_3\left(\frac{F}{F_3}\right)^2\right]\frac{v^2}{2g}.$$

Dieſe Differenz und daher auch der entſprechende Arbeitsverluſt fällt deshalb nicht ſehr groß aus, weil die Dichtigkeit des abſtrömenden Dampfes, zumal bei Expanſionsmaſchinen, klein, alſo das ſpecifiſche Dampfvolumen μ groß iſt.

Beiſpiel. Welche Spannung hat der Dampf im Cylinder einer Dampfmaſchine wie Fig. 469 mit Schiebersteuerung, wenn dieſer mit dem Condenſator in Communication geſetzt wird, worin die Spannung $^1/_8$ Atmoſphäre beträgt; wenn ferner das mittlere Quadrat der Kolbengeſchwindigkeit $v^2 = 25$ und das Querſchnittsverhältniß $\frac{F}{F_2} = \frac{F}{F_3} = 25$ iſt? Man hat hier

$$q - q_0 = \frac{11}{24\,\alpha}\left(\beta + \frac{q + q_0}{2}\right)(\varkappa_2 + \varkappa_3) \cdot 25^2 \cdot 0{,}016 \cdot 25$$

$$= \frac{1375}{12\,\alpha}\left(\beta + \frac{q + q_0}{2}\right)(\varkappa_2 + \varkappa_3),$$

oder da $\alpha = 29251$ und $\beta = 1{,}755$, ſo folgt

$$q - q_0 = \frac{1375}{12 \cdot 29251}\left(1{,}755 + \frac{q + q_0}{2}\right)(\varkappa_2 + \varkappa_3)$$

oder $q_0 = ^1/_8 \cdot 15{,}05 = 1{,}881$ genommen,

$$q = 1{,}881 + 0{,}00392\left(2{,}695 + \frac{q}{2}\right)(\varkappa_2 + \varkappa_3).$$

Nun iſt aber $\zeta_1 = 0{,}51$; ferner $\zeta_2\,\frac{l_2}{d_2}$, wenn man $\frac{l_2}{d_2} = 60$, u. $\zeta_2 = 0{,}024$ nimmt, $= 60 \cdot 0{,}024 = 1{,}44$, ferner $\zeta_3 = 0{,}40$ und $\zeta_4 = 1{,}00$ (vergl. Beiſpiel zu §. 361), daher $\varkappa_2 = 0{,}51 + 1{,}44 + 0{,}40 + 1{,}00 = 3{,}35$; ferner

ζ_5 beinahe $= 0$, $\zeta_6 = 0{,}51$, $\zeta_7 \cdot \frac{l_3}{d_3} = 0{,}96$, wenn man $\frac{l_3}{d_3} = 40$ nimmt; daher folgt $\varkappa_3 = 0{,}51 + 0{,}96 + 1 = 2{,}47$, und endlich Austrittshindernisse

$$q = 1{,}881 + 0{,}00392\ (3{,}35 + 2{,}47)\left(2{,}695 + \frac{q}{2}\right)$$

$$= 1{,}881 + 0{,}00392 \cdot 5{,}82\left(2{,}695 + \frac{q}{2}\right)$$

$$= 1{,}881 + 0{,}061 + 0{,}02281 \cdot \frac{q}{2} = 1{,}942 + 0{,}01140\,q,$$

daher $q = \frac{1{,}942}{0{,}98860} = 1{,}964$;

hiernach ist die Spannung im Cylinder nur um $1{,}964 - 1{,}881 = 0{,}083$ Pfund, d. i. um $\frac{8{,}3}{1{,}881} = 4{,}4$ Procent größer als im Condensator, und daher der entsprechende Arbeitsverlust sehr klein.

Anmerkung. Ganz am Anfange des Kolbenweges ist allerdings diese Differenz weit größer, nämlich entweder $= p - q_0$ oder $p_1 - q_0$, weil der ausströmende Dampf anfangs noch die volle Spannung hat; allein das anfängliche Ausblasen des Dampfes und das Ausgleichen der Spannungen erfolgt so schnell, daß die hierbei dem Kolben entzogene Arbeit unbedeutend ist: Setzen wir z. B. in der Formel $v = 1595\sqrt{(1 + 0{,}00367\,t)\ \textit{Log. nat.}\left(\frac{b+h}{b}\right)}$ für die Ausflußgeschwindigkeit des Dampfes (s. I., §. 392) $t = 100$ und $\frac{b+h}{b} = {}^3/_2$, so erhalten wir $v = 1595\sqrt{1{,}367 \cdot 0{,}4055} = 1188$ Fuß; nehmen wir nun die Ausflußmündung $F_3 = {}^1/_{25}$ von der Grundfläche $F = \frac{\pi d^2}{4}$ des Dampfcylinders, und den Kolbenhub $s =$ der doppelten Cylinderweite $= 2d$, so bekommen wir den Cylinderraum $= Fs = \frac{\pi d^3}{2}$, und daher die Zeit, in welcher bei der Geschwindigkeit $v = 1188$ Fuß ein dem Cylinderraum gleiches Dampfquantum durch die Mündung F_3 ausströmen würde $= \frac{Fs}{F_3 v} = \frac{25 \cdot 2d}{1188} = \frac{50}{1188} \cdot d$, also z. B. für die Kolbendurchmesser $d = 1, 2, 4, 6$ Fuß, diese Zeiten $= 0{,}042$; $0{,}084$; $0{,}169$; $0{,}253$ Secunden, also außerordentlich klein. Innerhalb einer so kleinen Zeit wird aber, zumal am Anfange des Spieles, ein sehr kleiner Weg zurückgelegt; daher ist auch die entsprechende Arbeit klein.

§. 366. Die Spannung des Dampfes in dem Treibecylinder wird durch ein Instrument angegeben, welches den Namen **Indicator** (franz. indicateur, engl. indicator) erhalten hat, und wohl auch **Spannungsmesser** genannt wird. Ein sehr einfacher Indicator von **Watt** ist in Fig. 522 I. und II. (auf folg. S.) abgebildet; seine Einrichtung ist folgende: AA ist ein genau ausgebohrter Cylinder von ungefähr $1{}^1/_2$ Zoll Weite und 1 Fuß Länge, unten in einer engeren Röhre B auslaufend, und oben durch einen Kolben K verschlossen. Das zu diesem Zwecke schraubenförmig geschnittene Ende der Röhre B wird in ein Loch im Deckel des Treibecylinders eingesetzt, so daß nach Eröffnung eines Hah- Indicator.

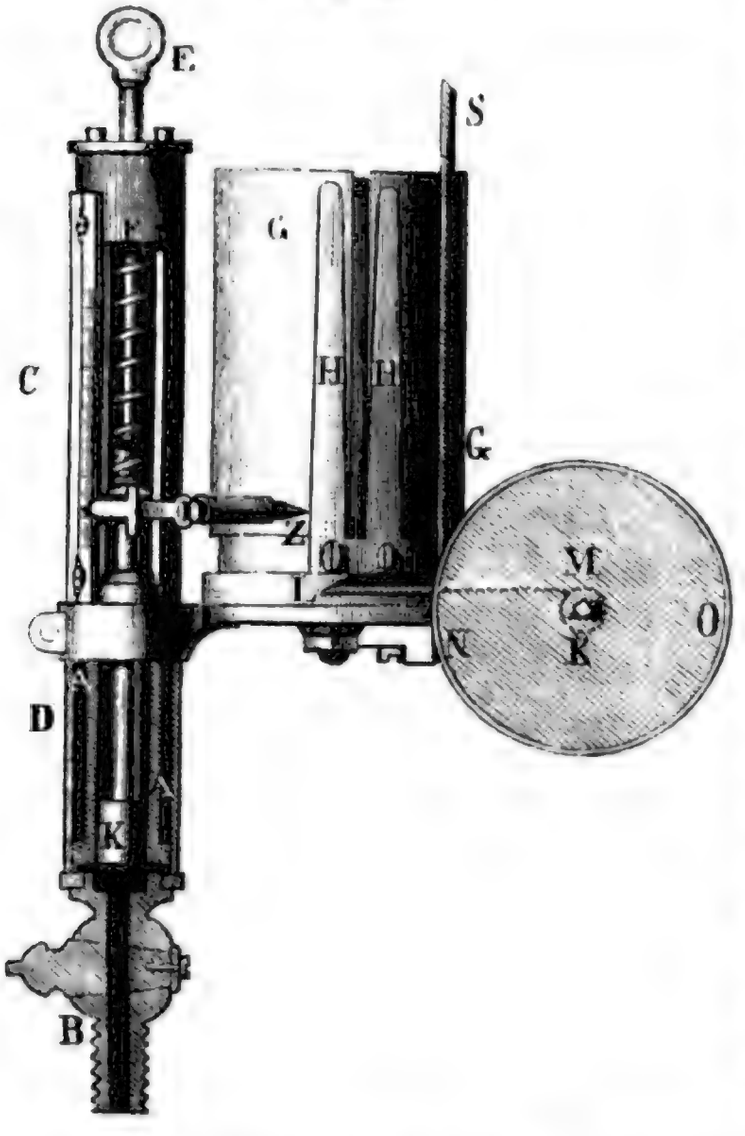
Formeln. tet h in B der Dampf in AA treten und gegen K drücken. Die Aufwendung KC geht durch ein ringförmiges Führung C und ist mit der Spindelstange F umgeben, die mittels K durch die Spannung des Dampfes in viel zusammengedrückt wird, die sie beim Abwärtsgehen des Kolbens hat. Der Zeiger Z am Ende dieser Stange geht durch diesen hindurch aber seitlich durch die Wirkung der Dampfkraft an. Die Feder KL, damit bei den Zusammenziehungen, während der ganzen Kolbenspannung ausdehnbar ist, so kommt es darauf an, den Widerstand W zu messen, aber, was am Ende einerlei ist, den mittleren Druck von Z angeben. Deshalb steht man denn auch den Zeiger durch einen Zwischenteil Z mit LD verbunden an eine Achse DD drücken, die mittels einer Stange EN durch die Wirkung des Zeichnens nach der einen und durch die Gegenwirkung G nach der entgegengesetzten Seite hin fortgezogen wird. Durch diese Teile wird während einer Kolbenspannung eine Kurve auf DD aufgezeichnet, die mittelst eine Maß durch die Ordinaten verschiedene Zeiten während einer Kolbenspannung messen kann, hierdurch kann man dann die Kurve bestimmen. Aus der Kurve bestimmen. Aus der Kurve bestimmen, die mittlere Kraft einer Dampfspannung.

Ist die Spannung des Dampfes unter K beim Aufgange der Zeichenfeder $= p$, der Kolbenflächeninhalt über K, $= a$ und die Spannung der Feder, auf jeden Quadratzoll der Kolbenfläche berechnet, $= y_1$, so erhält man für den Aufgang der Zeichenfeder $p = y_1 + \alpha$; bezeichnet man aber mit q die Spannung beim Niedergange, und mit y_2 die entsprechende Kraft zum Zusammen der Feder, so hat man $a = q + y_2$, woraus man leicht durch eine Verbindung mit einander, so erhält man die temporäre Kraft bei Zeichenfeder und jener Dampfspannung $p - q = y_1 + y_2 + \alpha - (\alpha - y_2) = y_1 + y_2$. Sind die Aufwendungs- und Zusammenziehungsfeder die Feder des Aufwendungen und Zusammenziehungen der Feder proportional, so kann man y_1 und y_2

durch die Abſtände des Stiftes von einer horizontalen Grundlinie meſſen, welche der Stift beſchreiben würde, wenn die Feder weder zuſammengedrückt, noch ausgedehnt wäre, wenn alſo der Kolben *K* von unten wie von oben mit der Atmoſphäre communicirte. Wenn nun die Tafel die verjüngte Bewegung des Kolbens annimmt, ſo wird daher auch das Product aus der mittleren Summe der Abſtände des Zeigers von der Grundlinie und aus der Länge des Tafelweges, oder die Summe der Inhalte der von dem Stifte über und unter der Grundlinie während eines Kolbenſpieles beſchriebenen Figuren das Maaß der Arbeit des Dampfes bei einem halben Spiele, oder bei einem Auf- oder Niedergange des Kolbens angeben. Indicator.

§. 367. Die Einrichtung eines Dampfindicators, wie er jetzt, namentlich in England, gewöhnlich angewendet wird, führt Fig. 523 vor Augen. Es iſt hier *A* der Cylinder, befindlich in einem Gehäuſe *CD*, mit einer Scala *C* und einem hohlen Fußſtücke *B*, welches in den Deckel des Treibecylinders eingeſchraubt wird; *K* iſt der den Dampfdruck aufnehmende Kolben, *F* die Spiralfeder, welche ſich um die Kolbenſtange windet, und *Z* der durch ein Gelenk und eine Hülſe mit dieſer Kolbenſtange verbundene Zeichnenſtift. Die Spitze dieſes Stiftes berührt während des Gebrauches den Umfang eines Metallcylinders *GG*, auf den ein Papierſtreifen aufgewickelt iſt, der durch Federzangen *HH* feſtgehalten wird. Damit nun der Zeichnenſtift eine Curve auf dieſen Papierſtreifen aufzeichnen könne, iſt es nöthig, daß der Cylinder *GG* um ſeine verticale Axe in Umdrehung geſetzt werde; dies erfolgt aber durch die Treibekolbenſtange der zu prüfenden Maſchine mittels Schnur und

Fig. 523.



Zweiter Dampf auf folgende Weiſe. Auf einer horizontalen Welle K ſitzen zwei Excentrik, eine größere NO und eine kleinere PQ, welche mit einer Stange SN, deren Ende am Kopfe des Treibſtockſtange tm in zu prüfenden Maſchine befeſtigt, und um deren Zapfen S ſie ſich drehen, die zu gleicher Zeit auch auf den unteren Theil des Cylinders GG gegoſſen ſind, in Verbindung ſtehen. Die Excentrik ſind in Bezug auf einander ſo angeordnet, daß, wenn der Kolben K mittelſt SN in eine ſchwingende Bewegung geſetzt wird, auch der Schieber SM auf den Zeichnungsſeiten K und L mit Dampf gefüllt werden kann, wenn der Kolben K ſich in einer der beiden Endlagen befindet, und daß am Ende jeder Hubbewegung des Kolbens K der Dampf, welcher auf der einen Seite des Kolbens K gewirkt hat, durch den Schieber SM entweder in die Atmoſphäre oder in den Condenſator entweichen kann.

Fig. 321.

Um das Verhältniß zwiſchen Dampfhub und Hube der Kolbenſtange zu finden, hat man nachſtehende Methoden, wenn man die Größe F annimmt und gutkonvertirbar, beſtimmen.

Zweitens kann man die Größe F annehmen und gutkonvertirbar, und hierbei zu-

gleich die Größe des Kolbens K zu ermitteln. Zweitens kann man die Größe F annehmen und gutkonvertirbar, und hierbei zu-

Bezeichnet α den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und β den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und γ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und δ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und ε den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und ζ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und η den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und θ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und ι den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und κ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und λ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und μ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und ν den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und ξ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und $\omicron$ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und π den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und ρ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und σ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und τ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und υ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und ϕ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und χ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und ψ den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet, und ω den Winkel, welchen die Excentrik-Stange SN mit der Richtung des Kolbens K bildet.

Fig. 57.

Fig. 58.

Fig. 59.

Fig. 60.

Fig. 61.

Fig. 62.

Fig. 63.

Fig. 64.

Fig. 65.

Fig. 66.

Fig. 67.

Fig. 68.

Fig. 69.

Fig. 70.

Fig. 71.

Fig. 72.

Fig. 73.

Fig. 74.

Fig. 75.

Fig. 76.

Fig. 77.

Fig. 78.

Fig. 79.

Fig. 80.

Fig. 81.

Fig. 82.

Fig. 83.

Fig. 84.

Fig. 85.

Fig. 86.

Fig. 87.

Fig. 88.

Fig. 89.

Fig. 90.

Fig. 91.

Fig. 92.

Fig. 93.

Fig. 94.

Fig. 95.

Fig. 96.

Fig. 97.

Fig. 98.

Fig. 99.

Fig. 100.

Fig. 101.

Fig. 102.

Fig. 103.

Fig. 104.

Fig. 105.

Fig. 106.

Fig. 107.

Fig. 108.

Fig. 109.

Fig. 110.

Fig. 111.

Fig. 112.

Fig. 113.

Fig. 114.

Fig. 115.

Fig. 116.

Fig. 117.

Fig. 118.

Fig. 119.

Fig. 120.

Fig. 121.

Fig. 122.

Fig. 123.

Fig. 124.

Fig. 125.

Fig. 126.

Fig. 127.

Fig. 128.

Fig. 129.

Fig. 130.

Fig. 131.

Fig. 132.

Fig. 133.

Fig. 134.

Fig. 135.

Fig. 136.

Fig. 137.

Fig. 138.

Fig. 139.

Fig. 140.

Fig. 141.

Fig. 142.

Fig. 143.

Fig. 144.

Fig. 145.

Fig. 146.

Fig. 147.

Fig. 148.

Fig. 149.

Fig. 150.

Fig. 151.

Fig. 152.

Fig. 153.

Fig. 154.

Fig. 155.

Fig. 156.

Fig. 157.

Fig. 158.

Fig. 159.

Fig. 160.

Fig. 161.

Fig. 162.

Fig. 163.

Fig. 164.

Fig. 165.

Fig. 166.

Fig. 167.

Fig. 168.

Fig. 169.

Fig. 170.

Fig. 171.

Fig. 172.

Fig. 173.

Fig. 174.

Fig. 175.

Fig. 176.

Fig. 177.

Fig. 178.

Fig. 179.

Fig. 180.

Fig. 181.

Fig. 182.

Fig. 183.

Fig. 184.

Fig. 185.

Fig. 186.

Fig. 187.

Fig. 188.

Fig. 189.

Fig. 190.

Fig. 191.

Fig. 192.

Fig. 193.

Fig. 194.

Fig. 195.

Fig. 196.

Fig. 197.

Fig. 198.

Fig. 199.

Fig. 200.

Fig. 201.

Fig. 202.

Fig. 203.

Fig. 204.

Fig. 205.

Fig. 206.

Fig. 207.

Fig. 208.

Fig. 209.

Fig. 210.

Fig. 211.

Fig. 212.

Fig. 213.

Fig. 214.

Fig. 215.

Fig. 216.

Fig. 217.

Fig. 218.

Fig. 219.

Fig. 220.

Fig. 221.

Fig. 222.

Fig. 223.

Fig. 224.

Fig. 225.

Fig. 226.

Fig. 227.

Fig. 228.

Fig. 229.

Fig. 230.

Fig. 231.

Fig. 232.

Fig. 233.

Fig. 234.

Fig. 235.

Fig. 236.

Fig. 237.

Fig. 238.

Fig. 239.

Fig. 240.

Fig. 241.

Fig. 242.

Fig. 243.

Fig. 244.

Fig. 245.

Fig. 246.

Fig. 247.

Fig. 248.

Fig. 249.

Fig. 250.

Fig. 251.

Fig. 252.

Fig. 253.

Fig. 254.

Fig. 255.

Fig. 256.

Fig. 257.

Fig. 258.

Fig. 259.

Fig. 260.

Fig. 261.

Fig. 262.

Fig. 263.

Fig. 264.

Fig. 265.

Fig. 266.

Fig. 267.

Fig. 268.

Fig. 269.

Fig. 270.

Fig. 271.

Fig. 272.

Fig. 273.

Fig. 274.

Fig. 275.

Fig. 276.

Fig. 277.

Fig. 278.

Fig. 279.

Fig. 280.

Fig. 281.

Fig. 282.

Fig. 283.

Fig. 284.

Fig. 285.

Fig. 286.

Fig. 287.

Fig. 288.

Fig. 289.

Fig. 290.

Fig. 291.

Fig. 292.

Fig. 293.

Fig. 294.

Fig. 295.

Fig. 296.

Fig. 297.

Fig. 298.

Fig. 299.

Fig. 300.

Fig. 301.

Fig. 302.

Fig. 303.

Fig. 304.

Fig. 305.

Fig. 306.

Fig. 307.

Fig. 308.

Fig. 309.

Fig. 310.

Fig. 311.

Fig. 312.

Fig. 313.

Fig. 314.

Fig. 315.

Fig. 316.

Fig. 317.

Fig. 318.

Fig. 319.

Fig. 320.

Fig. 321.

Fig. 322.

Fig. 323.

Fig. 324.

Fig. 325.

Fig. 326.

Fig. 327.

Fig. 328.

Fig. 329.

Fig. 330.

Fig. 331.

Fig. 332.

Fig. 333.

Fig. 334.

Fig. 335.

Fig. 336.

Fig. 337.

Fig. 338.

Fig. 339.

Fig. 340.

Fig. 341.

Fig. 342.

Fig. 343.

Fig. 344.

Fig. 345.

Fig. 346.

Fig. 347.

Fig. 348.

Fig. 349.

Fig. 350.

Fig. 351.

Fig. 352.

Fig. 353.

Fig. 354.

Fig. 355.

Fig. 356.

Fig. 357.

Fig. 358.

Fig. 359.

Fig. 360.

Fig. 361.

Fig. 362.

Fig. 363.

Fig. 364.

Fig. 365.

Fig. 366.

Fig. 367.

Fig. 368.

Fig. 369.

Fig. 370.

Fig. 371.

Fig. 372.

Fig. 373.

Fig. 374.

Fig. 375.

Fig. 376.

Fig. 377.

Fig. 378.

Fig. 379.

Fig. 380.

Fig. 381.

Fig. 382.

Fig. 383.

Fig. 384.

Fig. 385.

Fig. 386.

Fig. 387.

Fig. 388.

Fig. 389.

Fig. 390.

Fig. 391.

Fig. 392.

Fig. 393.

Fig. 394.

Fig. 395.

Fig. 396.

Fig. 397.

Fig. 398.

Fig. 399.

Fig. 400.

Fig. 401.

Fig. 402.

Fig. 403.

Fig. 404.

Fig. 405.

Fig. 406.

Fig. 407.

Fig. 408.

Fig. 409.

Fig. 410.

Fig. 411.

Fig. 412.

Fig. 413.

Fig. 414.

Fig. 415.

Fig. 416.

Fig. 417.

Fig. 418.

Fig. 419.

Fig. 420.

Fig. 421.

Fig. 422.

Fig. 423.

Fig. 424.

Fig. 425.

Fig. 426.

Fig. 427.

Fig. 428.

Fig. 429.

Fig. 430.

Fig. 431.

Fig. 432.

Fig. 433.

Fig. 434.

Fig. 435.

Fig. 436.

Fig. 437.

Fig. 438.

Fig. 439.

Fig. 440.

Fig. 441.

Fig. 442.

Fig. 443.

Fig. 444.

Fig. 445.

Fig. 446.

Fig. 447.

Fig. 448.

Fig. 449.

Fig. 450.

Fig. 451.

Fig. 452.

Fig. 453.

Fig. 454.

Fig. 455.

Fig. 456.

Fig. 457.

Fig. 458.

Fig. 459.

Fig. 460.

Fig. 461.

Fig. 462.

Fig. 463.

Fig. 464.

Fig. 465.

Fig. 466.

Fig. 467.

Fig. 468.

Fig. 469.

Fig. 470.

Fig. 471.

Fig. 472.

Fig. 473.

Fig. 474.

Fig. 475.

Fig. 476.

Fig. 477.

Fig. 478.

Fig. 479.

Fig. 480.

Fig. 481.

Fig. 482.

Fig. 483.

Fig. 484.

Fig. 485.

Fig. 486.

Fig. 487.

Fig

Zustandsänderungen. Sondern geht hervor, wenn, wie bei der Schieberbewegung mit Kreisexcentrik, die Eröffnungen sehr allmälig erfolgen, so daß der Dampf während bei hinlänglich durch wenige Millimeter Hubes verschoben ist, um durch an Querschnitt verändert. Durch das langsame Eröffnen des Dampfes wird die Eröffnungsfläche bei C ganz und bei D fast ganz, und mit der ausströmende Dampf reagirend und anfänglich beinahe mit voller Kraft auf den Dampfkolben zurückwirkt. Die Verbindung dieser großen Abdampfung ist damit auch ein Theil der Expansion vor der Excentrik beim Abschluss des Dampfes entbehrlich, Durch ein großes Excentrik beim Abschluss wird aber auch nicht das Gegentheil, nämlich nur in Fig. 535, eine zu große Verdampfung an den Ecken A und D verhindert.

Fig. 534.

Fig. 535.

§ 269. Bei den Maschinen mit Expansion nimmt die Zahnezahl der Zahnstange nicht die Form einer mit einem Excentrik gleichförmig zu- und abnehmenden Figur an, der vorangehende Theil verschwindet bei Verwendung des Dampfes nur, und der nachgehende Theil bei Verwendung beginnt vollständig und der Expansion. Eine Verbindungsmöglichkeit mit Expansion liefert eine Curve AC, Fig. 535, zwei Theile A, bei Radbewegung entsprechender Curvenfläche AE, welche gemeinsam mit C = 0 eine Linie 0 = 1 parallel bleibt, dann Theile a, ohne entsprechende Curvenfläche Eb, welche sich allmälig hieher benutzende und der Linie 0 = 0 nähert. Der Schieberraum EBCF ist bei der Stellung, welche durch die Expansion schon genommen wird. Die Curve AC in Fig. 535 bedeutet der Excentrik, Expansion und Coudensation, die in Fig. 534 eine eine Linie ohne Expansion; während sich bei jener der schließliche Theil CD nahe über der Mittellinie hin-

sicht, lässt sich leicht die Breite nahe über der Linie 1-6-1 bis; ist alle auch die Leistung um ein gewissen den Linien 6-6-0 und 1-6-1 beschränkten Rechteck Raume.

Fig. 512.

Zu Fig. 512 ist endlich noch die Zusammensetze für eine Hochdruckmaschine eines 4 Zylinderpferd ohne Condensation und Coupen gefügt. Es ist auch hier der Raum zwischen 0-0 und 1-1 hier und daher die Leistung

bloss Wechsel um ein gewissen den Linien für irgendein Rechteck Raume, als wenn die Maschine mit Condensation arbeitete.

Anmerkung. Numerische Mittheilungen über die Zeitverhältnisse, welche bei Versuchen mit verschiedenen Maschinen erhalten wurden sind, wurde Meriau in seinen Theile seiner Lehren des Maschinen gestellen. Siehe auch Redtenbacher's Abhandlung über den Zeitverlust in der Zylinderschieber und Coupenrost.

§. 370. Um nicht Rechnung für den Fall

$$L = 144\ Q\ (p+1) + \left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{v}{\varepsilon}\right) - \frac{\beta+\eta}{\beta+p}\right] \text{Aufgabe}$$

die Leistung einer Dampfmaschine zu berechnen, darf man natürlich statt p und η die Coupenspannung des Dampfes im Cylinder und nicht die Spannungen p_1 und η_1 im Kessel und im Condensator oder in der freien Luft einzuführen, also setzen

$$p = mp_1 - \left[n_1\left(\frac{f}{F}\right)^2 + n_2\left(\frac{f}{F}\right)^4\right]\frac{w}{2g}\ v^2 \text{ und}$$

$$\eta = \eta_1 + \left[n_1\left(\frac{f}{F}\right)^2 + n_2\left(\frac{f}{F}\right)^4\right]\frac{w}{2g}\ v^2$$

$\beta + p_1$ aber $= \frac{\alpha}{\beta} + p$ ist gleich.

Es ist hiernach leicht zu ermessen, dass durch diese Spannungsdifferenzen die absolute Leistung der Dampfmaschine bedeutungslos wird, und dass sich blos um so kleiner herausstellt, je größer jene sind.

Drücken wir die Dampfmenge Q durch den Druckaufwand K aus, setzen wir also $Q = \frac{w}{144 v_1 \varepsilon}\ K$, $\frac{w}{144 v_1 \varepsilon} = \frac{\alpha}{\beta + p_1}$, K erhalten wir für die Leistung den Ausdruck

$$L = \frac{24 \alpha w}{11 (144 v_1)}\left[1 + Log.\,nat.\left(\frac{v}{\varepsilon}\right) - \frac{\beta+\eta}{\beta+p}\right] K,$$

wenn p gar nicht vorkommt. Hiernach lässt sich ε so finden, als wenn das Verhältniss der Leistung zum Druckaufwande K gar nicht von dem

Nachtheil der Spannungsverluſte

Spannungsverluſte $p_0 - p$ abhinge. Dem iſt jedoch nur bei Hochdruck-Maſchinen ohne Expanſion und mit vollſtändiger Condenſation ſo. Für dieſe Maſchinen iſt

$$L = \frac{24\,\alpha\,w}{11\,(640-t_1)}\left(1-\frac{\beta}{\beta+p}\right)K = \frac{24\,\alpha\,w}{11\,(640-t_1)}\cdot\frac{p}{\beta+p}\cdot K,$$

alſo L um ſo größer, je größer p und nur annähernd

$$L = \frac{24\,\alpha\,w}{11\,(640-t_1)}\,K,$$

wenn die Spannung p ſehr groß iſt. Bei Maſchinen mit Tiefdruck iſt aber p ſchon anſehnlich kleiner als $\beta + p$, und daher hier dieſes Leiſtungsverhältniß um ſo kleiner, je ſchwächer die Spannung des Dampfes iſt. Erfolgt ferner die Condenſation unvollſtändig, oder findet eine ſolche gar nicht ſtatt, ſo nimmt dieſes Leiſtungsverhältniß mit der Spannung p anſehnlich ab, und es wird daſſelbe bei einer gewiſſen Spannung ſogar $=$ Null. Setzen wir nämlich $p = q$, vermindern wir alſo die Dampfſpannung, z. B. durch Stellung der Admiſſionsklappe, ſo ſehr, daß der eintretende Dampf nur die im Condenſator, oder nach Befinden, die der äußeren Luft hat, ſo ſtellt ſich

$$L = \frac{24\,\alpha\,w}{11\,(640-t_1)}\left(1-\frac{\beta+q}{\beta+q}\right)K = 0$$

heraus. Beſonders großen Einfluß übt aber dieſe Spannungsdifferenz auf die Leiſtung der Expanſionsmaſchinen aus; jemehr der Dampf ſchon in der Leitung, z. B. beim Durchgange durch das Droſſelventil, ausgedehnt wird, deſto weniger kann er ſich natürlich im Cylinder expandiren, deſto kleiner wird alſo $\frac{s_1}{s}$ und folglich auch die entſprechende Leiſtung ſein können. Hat endlich der Dampf im Cylinder nur die Spannung im Condenſator, oder, nach Befinden, die der äußeren Luft, iſt alſo $p = q$, ſo läßt ſich eine weitere Expanſion gar nicht anwenden, weil dann der Gegendruck den Dampfdruck p_1 übertreffen, alſo keine Arbeit verrichtet, ſondern eine ſolche conſumirt werden würde. Uebrigens zeigt aber auch der Ausdruck $Log.\,nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) = Log.\,nat.\left(\frac{\beta+p}{\beta+q}\right)$, daß die Leiſtung des Dampfes durch die Expanſion um ſo kleiner ausfällt, je kleiner die Spannung p des eintretenden Dampfes wird, je mehr dieſelbe z. B. durch Stellung des Admiſſionsventiles herabgezogen wird.

Schädlicher Raum

§. 371. Durch den ſchädlichen Raum erwächſt der Dampfmaſchine ein weiterer Verluſt. Wir verſtehen hier unter demſelben den Raum, welchen der Dampfkolben am Ende ſeines Weges zwiſchen ſich und zwiſchen dem Dampfſchieber oder Ablaßventil übrig läßt, welcher alſo

beim folgenden Rückweg von Neuem mit Dampf angefüllt werden muß, ehe dieser vollständig auf den Kolben wirken kann. Es besteht dieser Raum aus zwei ungleich weiten Theilen, ein Theil wird durch den Dampfweg und der andere von einem Theile des Dampfcylinders gebildet. Nach den obigen Bezeichnungen ist der Inhalt des ersten $= F_2 l_2$, und setzen wir die Höhe des kleinsten Zwischenraumes zwischen der Kolbenfläche und dem Cylinderboden oder -Deckel $= \sigma_1$, so erhalten wir für den Inhalt dieses Raumes $= F\sigma_1$. Es ist also der ganze schädliche Raum $= F_2 l_2 + F\sigma_1 = F\left(\sigma_1 + \frac{F_2}{F} l_2\right)$. Der Einfachheit wegen drückt man den den Dampfweg bildenden Raumtheil ebenfalls durch einen Cylindertheil aus, setzt deshalb die Höhe des schädlichen Raumes: $\sigma = \sigma_1 + \frac{F_2}{F} l_2$, und den schädlichen Raum $= F\sigma$. In der Regel ist σ nicht größer als $\frac{s}{20}$ oder 5 Procent des ganzen Kolbenweges; daher auch der schädliche Raum $= 1/20$ des ganzen, vom Dampfkolben zurückgelegten Weges. Wäre der schädliche Raum Null, so würde bei einem einfachen Kolbenwege das Dampfquantum $V = Fs$ verbraucht werden, da aber derselbe immer eine gewisse Größe $F\sigma$ hat, anfänglich mit Dampf von der Spannung q angefüllt ist, und am Ende des Kolbenweges s Dampf von der Spannung p enthält, so erwächst bei jedem Kolbenwege der Dampfverlust $F\sigma\left(1 - \frac{q}{p}\right)$ oder annähernd $= F\sigma$, da, zumal bei Condensationsmaschinen, $\frac{q}{p}$ ein kleiner Bruch ist. Hiernach ist denn bei Maschinen ohne Expansion das verbrauchte Dampfquantum pr. Spiel $V = F(s+\sigma)$, daher umgekehrt, $Fs = \frac{s}{s+\sigma} V$, und die Leistung nach §. 351 zu setzen:

Schädlicher Raum.

$$L = \frac{n}{30} Fs\,(p-q) = \frac{n}{30} \cdot \frac{s}{s+\sigma} V\,(p-q), \text{ d. i.}$$

$$L = \frac{s}{s+\sigma}(p-q)\,Q, \text{ oder, aus bekannten Gründen,}$$

$$L = 144 \cdot \frac{s}{s+\sigma}(p-q)\,Q \text{ Fußpfund.}$$

Beispiel. Eine Dampfmaschine ohne Expansion hat bei dem schädlichen Raume $\sigma = 0{,}05\,s$, die Leistung $L = \frac{s}{s+0{,}05\,s} . 144\,(p-q)\,Q = 0{,}952 . 144\,(p-q)\,Q$; also ungefähr um 5 Procent weniger als ohne schädlichen Raum; wäre also die theoretische Leistung (s. Beispiel §. 351) $L = 50$ Pferdekräfte, so würde sie wegen des schädlichen Raumes auf $50 . 0{,}95 = 47{,}5$ Pferdekräfte herabsinken.

Schädlicher Raum.

§. 372. Bei den Expanſionsmaſchinen hat der ſchädliche Raum einen beſonderen Einfluß, da hier bei jedem Kolbenwege das Dampfvolumen $F(s+\sigma)$ in das Dampfvolumen $F(s_1+\sigma)$ übergeht. Es iſt daher auch die Expanſionsleiſtung pr. Spiel, nach der Mariotte'ſchen Regel $= F(s+\sigma)\, p\, Log.\, nat. \left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) = Vp\, Log\, nat. \left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)$. Ueberdies iſt die durch den Gegendruck Fq verlorene Arbeit nicht Fsq, ſondern $= Fs_1 q = \frac{Vs_1}{s+\sigma} q$, daher folgt die Geſammtleiſtung:

$$Ps_1 = \frac{s}{s+\sigma} Vp - \frac{s_1}{s+\sigma} Vq + Vp\, Log.\, nat. \left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)$$

$$= Vp \left[\frac{s}{s+\sigma} - \frac{s_1}{s+\sigma}\frac{q}{p} + Log.\, nat. \left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)\right], \text{ alſo pr. Sec.}$$

$$L = 144\, Qp \left[\frac{s}{s+\sigma} + Log.\, nat. \left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{s_1}{s+\sigma}\frac{q}{p}\right].$$

Legt man die Pambour'ſche Theorie zu Grunde, ſo hat man nach §. 354 die Expanſionsleiſtung pr. Spiel, wenn man $s+\sigma$ ſtatt s und $s_1+\sigma$ ſtatt s_1 einführt:

$$= F(\beta+p)(s+\sigma)\, Log.\, nat. \left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - F\beta(s_1-s),$$

$$= V\left[(\beta+p)\, Log.\, nat. \left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{\beta(s_1-s)}{s+\sigma}\right];$$

es iſt daher hiernach die Geſammtleiſtung pr. Spiel:

$$Ps_1 = \left[\frac{ps}{s+\sigma} - \frac{qs_1}{s+\sigma} + (\beta+p) Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \beta\frac{(s_1-s)}{s+\sigma}\right] V$$

$$= \left[\frac{s}{s+\sigma}(\beta+p) + (\beta+p) Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{s_1}{s+\sigma}(\beta+q)\right] V$$

$$= (\beta+p)\, V\left[\frac{s}{s+\sigma} + Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{s_1}{s+\sigma}\cdot\frac{\beta+q}{\beta+p}\right];$$

endlich die Leiſtung pr. Sec.:

$$L = 144\, Q(\beta+p)\left[\frac{s}{s+\sigma} + Log.\, nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{s_1}{s+\sigma}\cdot\frac{\beta+q}{\beta+p}\right]$$

$$= \frac{24\alpha w}{11(640-t_1)} \cdot K\left[\frac{s}{s+\sigma} + Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{s_1}{s+\sigma}\cdot\frac{\beta+q}{\beta+p}\right] \text{Fußpfd.}$$

Bei den zweicylindrigen oder Woolf'ſchen Maſchinen hat man zwei ſchädliche Räume σ und σ_1, den einen im kleinen, den anderen im großen Cylinder, deshalb iſt denn auch nach dem Mariotte'ſchen Geſetze $\frac{p}{p_1} = \frac{F_1(s_1+\sigma_1)+F\sigma}{F(s+\sigma)+F_1\sigma_1}$, daher die Leiſtung pr. Spiel:

$$= Vp\left[\frac{s}{s+\sigma} - \frac{s_1}{s+\sigma}\cdot\frac{F_1}{F}\cdot\frac{q}{p} + Log.nat.\left(\frac{F_1(s_1+\sigma_1)+F\sigma}{F(s+\sigma)+F_1\sigma_1}\right)\right]$$

und die pr. Sec.:

$$L = 144\,Qp\left[\frac{s}{s+\sigma} - \frac{s_1}{s+\sigma}\cdot\frac{F_1}{F}\cdot\frac{q}{p} + Log.nat.\left(\frac{F_1(s_1+\sigma_1)+F\sigma}{F(s+\sigma)+F_1\sigma_1}\right)\right].$$ Schädlicher Raum.

Nach der Pambour'schen Theorie folgt hingegen:

$$L = 144\,Q\,(\beta+p)\left[\frac{s}{s+\sigma} - \frac{s_1}{s+\sigma}\cdot\frac{F_1}{F}\cdot\frac{\beta+q}{\beta+p} + Log.\,nat.\left(\frac{F_1(s_1+\sigma_1)+F\sigma}{F\,(s+\sigma)+F_1\sigma_1}\right)\right]$$ Fußpfund.

Beispiel Wie viel verliert eine eincylindrige Dampfmaschine durch den schädlichen Raum an Leistung, wenn dieser ein Zwanzigstel des Kolbenweges beträgt, wenn ferner die Maschine ohne Condensation und mit Dämpfen von 4 Atmosphären arbeitet, diese aber bei $^3/_8$ des Kolbenweges absperrt? Ohne schädlichen Raum wäre

$$L = 144\left(1 + Log.\,nat.\,{}^3/_8 - {}^3/_8\cdot\frac{0{,}2922+1}{0{,}2922+4}\right)(\beta+p)\,Q$$
$$= 144\,(1+0{,}9808-0{,}8028)\,(\beta+p)\,Q = 169{,}6\,(\beta+p)\,Q \text{ Fußpfund,}$$

mit dem schädlichen Raume ist, da $\frac{\sigma}{s_1} = {}^1/_{20}$ und $s = {}^3/_8\,s_1$, also

$$\frac{\sigma}{s} = \frac{8}{3\,.\,20} = {}^2/_{15} \text{ ist,}$$

$$L = 144\left(\frac{15}{15+2} + Log.\,nat.\,\frac{40+2}{15+2} - \frac{40}{17}\cdot\frac{1{,}2922}{4{,}2922}\right)(\beta+p)\,Q$$
$$= 144\,(0{,}8823 + 0{,}9045 - 0{,}7083)\,(\beta+p)\,Q = 155{,}3\,(\beta+p)\,Q;$$

folglich ist der durch den schädlichen Raum herbeigeführte Arbeitsverlust

$$= \frac{169{,}6 - 155{,}3}{169{,}6}\,.\,100 = 8{,}4 \text{ Procent.}$$

§. 373. Ein bedeutender Arbeitsverlust erwächst jeder Dampfmaschine aus der Kolbenreibung. Dieselbe läßt sich wie bei den Wassersäulenmaschinen (s. II., §. 235) in Rechnung ziehen. Bei der Breite b der Liderung beim Kolbendurchmesser d und bei der Spannung p, läßt sich die Kraft, mit welcher die Liderung an die Cylinderwand andrückt oder andrücken muß, setzen $= \pi\,d\,b\,p$, und folglich die entsprechende Reibung $R = \varphi\,.\,\pi\,d\,b\,p$. Da nun die Dampfkraft $P = \frac{\pi d^2}{4}\,p$ ist, so hat man das Verhältniß $\frac{R}{P} = \frac{4\varphi b}{d}$, und daher den Dampfdruck auf den Kolben durch $1 - \frac{4\varphi b}{d}$ zu multipliciren, um die von der Kolbenwirkung übrig gelassene Bewegungskraft des Kolbens zu erhalten. Hierin ist nach I., §. 161, und auch in Uebereinstimmung mit den Annahmen Tredgold's für Metallliderung $\varphi = 0{,}08$ und für Hanfliderung $\varphi = 0{,}15$ zu setzen. Da während der Expansion die Spannung abnimmt, so würde die Kolbenreibung auch kleiner ausfallen, wenn die Liderung eine aërostatische wäre, d. h. wenn dieselbe durch den Dampf an die Cylinderfläche Kolbenreibung.

Kolbenreibung. angedrückt würde; da aber dieselbe in der Regel nur durch Federn oder Schrauben angedrückt wird, so müssen wir dieselbe während des ganzen Kolbenspieles constant annehmen. Uebrigens ist auch noch der Gegendruck in Abzug zu bringen, da dem Durchdringen des Dampfes zwischen der Cylinderwand und der Liderung durch diesen Druck entgegengewirkt wird. Es wird demnach durch die Kolbenreibung die Leistung einer Dampfmaschine pro Spiel um den Werth $\frac{4\varphi b}{d} F (p-q) s_1$ herabgezogen, so daß für eine Maschine ohne Expansion, wo $s_1 = s$ ist,

$$L = 144\, Q\, (p-q) \left(1 - \frac{4\varphi b}{d}\right) \text{ Fußpfund},$$

für eine solche mit Expansion aber:

$$L = 144\, Qp \left[1 + Log.nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1} - \frac{4\varphi b}{d} \cdot \frac{s_1}{s} \cdot \frac{p-q}{p}\right]$$

$$= 144\, Qp \left[1 + Log.nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{q}{p_1} - \frac{4\varphi b}{d} \cdot \frac{p-q}{p_1}\right],$$

oder nach Pambour

$$L = 144\,(\beta+p)\,Q\left[1 + Log.nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta+q}{\beta+p_1} - \frac{4\varphi b}{d} \cdot \frac{s_1}{s} \cdot \frac{p-q}{\beta+p}\right]$$

$$= 144\,(\beta+p)\,Q\left[1 + Log.nat.\left(\frac{s_1}{s}\right) - \frac{\beta+q+\frac{4\varphi b}{d}(p-q)}{\beta+p_1}\right]$$

sich herausstellt.

Hierzu gehört noch die Reibung der Kolbenstange in der Stopfbüchse, die sich übrigens genau so berechnen läßt wie die Kolbenreibung. Ist d_1 der Durchmesser dieser Stange und b_1 die Breite der Stopfbüchsenliderung, so hat man diese Reibung

$$R_1 = \varphi \pi d_1 b_1 (p-q),$$

wo q den Atmosphärendruck bezeichnet; es ist daher $\frac{R_1}{R} = \frac{d_1 b_1}{db}$ bei gleicher Liderung, und folglich die Kolbenreibung um den Theil $\frac{d_1 b_1}{db}$ zu vergrößern, um beide Reibungen zusammen zu erhalten.

Anmerkung 1. Durch den Querschnitt der Kolbenstange erwächst der Druckfläche ein Verlust, welcher macht, daß die Kraft beim Niedergange des Kolbens kleiner ist als beim Aufgange; da aber der Niedergang diesem Verluste entsprechend weniger Dampf erfordert als der Aufgang, so hat man nicht nöthig, ihn besonders zu beachten, vielmehr sich damit zu begnügen, in der Berechnung der Leistung statt F den Mittelwerth $F = \frac{\pi}{4}\left(d^2 - \frac{d_1^2}{2}\right)$ einzusetzen.

Anmerkung 2. Die Arbeitsverluste, welche die Steuerung verursacht, sind zu mannigfaltig, als daß sich zur Ermittelung derselben besondere Regeln angeben ließen; meist wird man sich hier mit einer Abschätzung begnügen müssen.

Beispiel. Welche Leistung verliert die in den Beispielen §. 353 und §. 354 behandelte Dampfmaschine durch die Kolbenreibung? Nehmen wir nach §. 326, $\frac{b}{d} = 1/8$ und $\varphi = 0{,}08$, so erhalten wir, da Kolbenreibung.

$$p - q = (3{,}5 - 1) \,.\, 15{,}05 = 37{,}625 \text{ Pfund},$$

und da $d = 1{,}5$ Fuß ist, die Kolbenreibung

$$R = 0{,}08\,\pi \,.\, 1/8 \,.\, 1{,}5^2 \,.\, 37{,}625 \,.\, 144 = 3{,}24 \,.\, 37{,}625 \,.\, \pi = 383 \text{ Pfund};$$

daher die Arbeit der Reibung pro Kolbenweg, da dieser $10/3$ Fuß mißt,

$$= 10/3 \,.\, 383 = 1277 \text{ Fußpfund},$$

und folglich bei 24 Spielen pro Minute, der Arbeitsverlust pro Secunde

$$= 1277 \,.\, 24/60 = 1277 \,.\, 4/5 = 1022 \text{ Fußpfund} = 2 \text{ Pferdekräfte}.$$

Da das Beispiel in §. 354 die Leistung 32,3 Pferdekräfte findet, so consumirt hiervon die Reibung $= 2/32{,}3 \,.\, 100 = 6{,}2$ Procent.

§. 374. Um zu vereinfachen, können wir Kolbenreibung R mit Inbegriff der übrigen Nebenhindernisse als einen Druck Fq_1 ansehen, welcher in Vereinigung mit dem Gegendrucke Fq im Condensator u. s. w. der Bewegung des Kolbens entgegenwirkt, und nun in den obigen Formeln statt q überall $q + q_1$ einsetzen. Hierbei bezeichnet natürlich q_1 den Theil der Kolbenreibung u. s. w., welcher auf jeden Quadratzoll der Kolbenfläche kommt und $= \frac{R}{F} + \ldots = \frac{4\varphi b}{d}(p - q) + \ldots$ zu setzen ist. Maximalleistung.

Die allgemeinste Leistungsformel für eincylindrige Expansionsmaschinen nimmt dann die Form

$$L = 144\,Q(\beta + p)\left[\frac{s}{s+\sigma} + Log.nat.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{s_1}{s+\sigma} \,.\, \frac{\beta + q + q_1}{\beta + p}\right]$$

an.

Es ist nun die Frage, wie weit soll man die Expansion treiben, um die Maximalleistung bei einer gegebenen Dampfmenge zu erlangen, welches Verhältniß muß man also für $\frac{s_1}{s}$ in Anwendung bringen? Die Expansion bringt gewiß noch Vortheil, so lange sie eine Leistung giebt, welche die Arbeit des Gegendruckes, der Kolbenreibung u. s. w. übertrifft, d. h. so lange die Dampfspannung noch größer ist als der Gegendruck $q + q_1$; wäre dieselbe aber kleiner als der Gegendruck, so würde natürlich die arbeitende Kraft negativ ausfallen, und die Maschine auf Kosten ihrer Totalleistung in Folge ihrer Trägheit die Expansion noch weiter ausdehnen können. Damit nun ein solcher Verlust nicht eintrete und gleichwohl von der Dampfkraft der größte Gewinn gezogen werde, ist es nöthig, gerade so weit expandiren zu lassen, daß die Dampfspannung p_1 am Ende des Kolbenspieles dem Gegendrucke $q + q_1$ gleichkomme. Nun ist aber nach der Navier'schen Regel $\frac{\beta + p_1}{\beta + p} = \frac{s + \sigma}{s_1 + \sigma}$; setzen wir daher statt p_1, $q + q_1$, so bekommen wir die Regel $\frac{s + \sigma}{s_1 + \sigma} = \frac{\beta + q + q_1}{\beta + p}$, oder, wenn wir σ ver-

Maximal-leiſtung. nachläſſigen, $\frac{s}{s_1} = \frac{\beta + q + q_1}{\beta + p}$, oder

$$\frac{s}{s_1} = \frac{1}{\beta + p} : \frac{1}{\beta + q + q_1},$$

oder, wenn man die den Spannungen p und $q + q_1$ entſprechenden ſpecifiſchen Dampfvolumina $\frac{\alpha}{\beta + p}$ und $\frac{\alpha}{\beta + q + q_1}$ durch μ und μ_1 bezeichnet, $\frac{s}{s_1} = \frac{\mu}{\mu_1}$; d. h. die vortheilhafteſte Dampfbenutzung findet dann ſtatt, wenn ſich der Kolbenweg vor der Expanſion zum ganzen Kolbenwege verhält, wie das ſpecifiſche Dampfvolumen, welches dem eintretenden Dampfe entſpricht, zum Dampfvolumen, welches dem Gegendrucke $q + q_1$ angehört.

Nimmt man, dem Mariotte'ſchen Geſetze folgend, $\beta = 0$, ſo erhält man die Regel $\frac{s}{s_1} = \frac{q + q_1}{p}$, welche bei bedeutenden Expanſionen auf zu kleine Werthe führt.

Beiſpiel. Wie weit iſt die Expanſion bei der im Beiſpiele zu §. 353 und §. 354 behandelten Maſchine zu treiben, um von dem Dampfe den größten Gewinn zu ziehen? Es iſt hier $p = 3{,}5 \,.\, 15{,}05 = 52{,}675$ Fußpfund, ferner $q = 15{,}05$, ferner $q_1 = \frac{R}{F} = \frac{383}{254{,}47} = 1{,}505$, rechnen wir indeſſen wegen anderer Verluſte $q_1 = 3{,}010$; ſo bekommen wir $q + q_1 = 18{,}06$. Nun entſpricht der Spannung $p = 52{,}675$ das ſpecifiſche Dampfvolumen $= 535$ und der Spannung $q + q_1 = 18{,}06$ Pfund $= 1{,}2$ Atmoſphären, das ſpecifiſche Dampfvolumen $= 1470$; daher iſt denn das zweckmäßigſte Expanſionsverhältniß

$$\frac{s}{s_1} = \frac{535}{1470} \text{ oder ungefähr } {}^1/_{11},$$

nach der Mariotte'ſchen Regel hingegen

$$\frac{s}{s_1} = \frac{18{,}06}{52{,}675} \text{ oder ungefähr } \frac{s}{s_1} = {}^{10}/_{117}.$$

Wirkungsgrad. §. 375. Die effectiven Leiſtungen der Dampfmaſchinen laſſen ſich auch annähernd mit Zuhülfeziehung von Erfahrungscoefficienten, welche ſich allerdings bei Maſchinen von verſchiedenen Größen und verſchiedenen Syſtemen etwas ändern, durch die Formeln für die theoretiſche Leiſtung berechnen. Dieſen Weg der Berechnung haben beſonders Poncelet und Morin eingeſchlagen, und der Letztere theilt in ſeinen Schriften, namentlich in ſeinem Aide Mémoire de Mécanique pratique, und in ſeinen Leçons de Mécanique pratique folgende aus Beobachtungen und Verſuchen gezogene Erfahrungszahlen mit.

Für Maſchinen ohne Expanſion iſt die Leiſtung $L = \eta \,.\, 144\, Q\,(p_0 - q_0)$ Fußpfund, wo Q das verbrauchte Dampfquantum pr. Sec., p_0 die Dampf-

spannung im Kessel und q_0 die im Condensator, oder die in der freien Luft Wirkungsgrad. bezeichnet. Der Erfahrungscoefficient η oder der sogenannte Wirkungsgrad wächst mit der Größe der Maschine, scheint jedoch bei einer gewissen Größe der Maschine ein Maximum zu erreichen; folgende Tabellen enthalten seine vorzüglichsten Werthe.

1) Für Tiefdruckmaschinen.

Stärke der Maschine in Pferdekräften.	Wirkungsgrad η	
	bei gutem Zustande der Unterhaltung.	bei gewöhnlichem Zustande der Unterhaltung.
4 bis 8	0,50	0,42
10 bis 20	0,56	0,47
30 bis 50	0,60	0,54
60 bis 100	0,60	0,54

2) Für Hochdruckmaschinen.

Stärke der Maschine in Pferdekräften.	Wirkungsgrad η	
	bei gutem Zustande der Unterhaltung.	bei gewöhnlichem Zustande der Unterhaltung.
unter 10	0,50	0,40
10 bis 20	0,55	0,44
20 bis 30	0,60	0,48
30 bis 40	0,65	0,52
40	0,70	0,56

Beispiel. Welche Leistung giebt eine Dampfmaschine mit Tiefdruck und ohne Expansion, welche einen Kolbenhub von 6 Fuß, eine Cylinderweite von $2\frac{1}{4}$ Fuß hat, pro Minute 18 Spiele macht, übrigens mit Dämpfen von 104° Temperatur gespeist wird und im Condensator eine Temperatur von 35° unterhält? Das pro Spiel verbrauchte Dampfquantum ist $\pi \cdot (\frac{3}{4})^2 \cdot 6 = 29{,}45$ Cubikfuß, die den Temperaturen 104° und 35° entsprechenden Spannungen aber sind 1,148 und 0,057 Atmosphären, folglich ist die theoretische Leistung dieser Maschine pro Kolbenweg

$$Ps = 144\ V\ (p_0 - q_0) = 144 \cdot 29{,}45 \cdot 15{,}05\ (1{,}148 - 0{,}057)$$
$$= 4240{,}8 \cdot 15{,}05 \cdot 1{,}091 = 69632 \text{ Fußpfund},$$

Wirkungsgrad. oder, da die Maſchine pro Secunde dieſen Weg $\frac{2 \cdot 18}{60} = 0{,}6$ mal macht, die theoretiſche Leiſtung pro Secunde

$= 0{,}6 \cdot 69632 = 41779$ Fußpfund $= 81{,}9$ Pferdekräfte.

Nehmen wir nun den Wirkungsgrad $\eta = 0{,}60$ an, ſo bekommen wir die effective Leiſtung dieſer Maſchine

$L = 0{,}6 \cdot 41779 = 25067$ Fußpfund $= 49{,}1$ Pferdekräfte.

Das Dampfquantum $Q = 0{,}6 \cdot 29{,}45 = 17{,}67$ Cubikfuß, welches dieſe Maſchine pro Secunde verbraucht, wiegt nach der Tabelle in §. 295 bei 1,148 Atmoſphären Spannung $= \frac{66 \cdot 17{,}67}{1533} = \frac{1166{,}22}{1533} = 0{,}7607$ Pfund, und erfordert, wenn das Speiſewaſſer mit 30° Wärme in den Keſſel tritt,

$= (640 - 30) \cdot 0{,}7607 = 610 \cdot 0{,}7607 = 464$ Calorien.

Wenn nun ein Pfund Brennmaterial, welches zur Erzeugung dieſer Dämpfe angewendet wird, nur $^3/_4 \cdot 7500 = 5625$ Cal. enthält und bei der Dampferzeugung hiervon nur 0,6 zu Gute gemacht werden, ſo folgt der nöthige Brennſtoffaufwand ſtündlich $= \frac{60 \cdot 60 \cdot 464}{0{,}6 \cdot 5625} = \frac{2784000}{5625} = 495$ Pfund.

Da nun die Maſchine 49,1 Pferdekräfte leiſtet, ſo folgt hiernach der Brennmaterialaufwand ſtündlich und pro Pferdekraft $= {}^{495}/_{49{,}1} = 10$ Pfund.

§. 376. Für Expanſionsmaſchinen iſt ebenſo die effective Leiſtung

$$L = \eta \cdot 144\, Q\, p_0 \left(1 + Log.\, nat.\, \frac{p_0}{p_1} - \frac{q_0}{p_1}\right) \text{ Fußpfund}$$

zu ſetzen, hierin aber für p_1 der Werth $\frac{Fs}{F_1 s_1}\, p_0$ einzuführen. Uebrigens bezeichnet natürlich auch hier p_0 die Spannung des Dampfes im Keſſel und q_0 die im Condenſator. Der Wirkungsgrad η wächſt hier ebenfalls mit der Stärke der Maſchine. Sein Werth für jede Maſchine von gegebener Stärke iſt aus folgender Tabelle zu entnehmen.

Stärke der Maſchine in Pferdekräften.	Wirkungsgrad η	
	bei gutem Zuſtande der Unterhaltung.	bei gewöhnlichem Zuſtande der Unterhaltung.
4 bis 8	0,33	0,30
10 bis 20	0,42	0,35
20 bis 40	0,50	0,42
unter 30	0,44	0,35
30 bis 40	0,49	0,39
40 bis 50	0,57	0,46
50 bis 60	0,62	0,50
60 bis 70	0,66	0,53
70 bis 80	0,82	0,66
80 bis 100	0,70	0,56

Dieſe Coefficienten ſind ſowohl bei den ein- als auch bei den zweicylin- Wirkungsgrad.
drigen Expanſionsmaſchinen anwendbar.

Es verſteht ſich von ſelbſt, daß dieſe Coefficienten nur bei mittleren Geſchwindigkeiten, mittleren Querſchnitten der Dampfleitungen u. ſ. w. ihre Gültigkeit haben.

Anmerkung. Ueber die Leiſtungen der Locomotiven und über die der einfachwirkenden Maſchinen, welche zum Waſſerheben dienen, namentlich über die der Cornwaller Waſſerhebungsmaſchinen, wird im dritten Theile das Nöthige abgehandelt werden.

Beiſpiel. Welche Leiſtung kann man von einer Woolf'ſchen Expanſionsdampfmaſchine erwarten, die, wie im Beiſpiele zu §. 355, die Dimenſionen $d = 18$ Zoll, $s = 40$ Zoll, $d_1 = 30$ Zoll und $s_1 = 50$ Zoll hat, 24 Spiele pro Minute macht und im Dampfkeſſel $3\frac{1}{2}$, im Condenſator aber $\frac{1}{8}$ Atmoſphäre Spannung beſitzt? Nach der im angeführten Paragraphen ausgeführten Berechnung iſt die theoretiſche Leiſtung $L = 148$ Pferdekräfte; ſetzen wir den Wirkungsgrad $\eta = 0{,}7$, ſo erhalten wir die effective Leiſtung der Maſchine $L = 0{,}7 \,.\, 148 = 103{,}6$ Pferdekräfte; wofür jedoch wegen Sicherheit nur 100 Pferdekräfte anzunehmen ſein möchten. Das Dampfquantum pro Secunde iſt

$$Q = \frac{24}{30} \,.\, (3/4)^2\, \pi \,.\, \frac{40}{12} = \frac{3\pi}{2} = 4{,}7124 \text{ Cubikfuß},$$

wiegt $\frac{66 \,.\, 4{,}7124}{535} = 0{,}5813$ Pfund, und erfordert $610 \,.\, 0{,}5813 = 354{,}6$ Cal. zu ſeiner Erzeugung. Wenn nun ein Pfund Brennſtoff bei ſeiner Verbrennung 5625 Cal. giebt, und hiervon nur 0,6 zur Wirkung gelangen, ſo folgt, daß dieſe Maſchine ſtündlich $\frac{60 \,.\, 60 \,.\, 354{,}6}{0{,}6 \,.\, 5625} = 378$ Pfund, und folglich pro Pferdekraft $= {}^{378}/_{100} = 3{,}78$ Pfund Brennſtoff verbraucht.

§. 377. Pambour ſetzt bei ſeiner Theorie der Dampfmaſchinen die Pambour's Theorie.
Kraft des Dampfkolbens der auf die Kolbenfläche reducirten Laſt der Maſchine gleich und nimmt dieſe aus drei Theilen beſtehend an, nämlich aus der Nutzlaſt P_1, aus einem conſtanten Theile R und aus einem veränderlichen, der Nutzlaſt P_1 proportionalen Theil δP_1 der Nebenlaſt (vergl. II. §. 82). Es iſt alſo hiernach die mittlere Kolbenkraft

$$P = P_1 + R + \delta P_1 = P_1 (1 + \delta) + R, \text{ ſowie umgekehrt,}$$

$$P_1 = \frac{P - R}{1 + \delta}.$$

Ferner bezieht dieſer Schriftſteller dieſe Kräfte auf die Einheit der Kolbenfläche $F = \frac{\pi d^2}{4}$, z. B. auf den Quadratzoll, indem er $P = Fp$, $P_1 = F p_1$ und $R = Fr$ ſetzt. Hiernach erhält er

$$p = (1 + \delta)\, p_1 + r, \text{ ſowie}$$

$$p_1 = \frac{p - r}{1 + \delta}.$$

Der der conſtanten Nebenlaſt R entſprechende Druckverluſt r beſteht

Pambour's Theorie

aber aus zwei Theilen, aus dem Drucke q, welchen der Kolben auf seiner Gegenfläche durch die Spannung im Condensator oder in der freien Luft wirklich erleidet, und aus dem Theile q_1, welcher hauptsächlich durch die Kolbenreibung verloren geht. Pambour setzt diesen Theil $q_1 = \frac{300}{d}$ engl. Pfund auf jeden engl. Quadratfuß; führen wir aber das preußische Maaß ein, so erhalten wir diesen Druckverlust pr. Quadratzoll Kolbenfläche: $q_1 = \frac{25}{d}$ Pfund, wobei der Durchmesser d des Kolbens in Zollen auszudrücken ist. Den Coefficienten δ giebt derselbe $= 0{,}14$ an, weshalb man hiernach erhält:

$$p = 1{,}14\, p_1 + q + q_1, \text{ und umgekehrt}$$

$$p_1 = \frac{p - (q + q_1)}{1{,}14} = 0{,}878\, [p - (q + q_1)].$$

Es ist daher die Nutzlast:

$$P_1 = F\, p_1 = \frac{F\,[p - (q + q_1)]}{1 + \delta} = 0{,}878\, F\, [p - (q + q_1)] \text{ Pfd.}$$

und die Nutzleistung:

$$L_1 = P_1\, v = \frac{F v}{1+\delta}\,[p - (q + q_1)] = \frac{144\, Q}{1+\delta}\,[p - (q + q_1)]$$

$$= 0{,}878 \,.\, 144\, Q\, [p - (q + q_1)] = 126{,}4\, Q\, [p - (q + q_1)] \text{ Fußpf.}$$

Bei den Expansionsmaschinen ist p veränderlich und deshalb nach §. 375

$$L_1 = \frac{144\, Q}{1+\delta}\left[\left(\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\,\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)(\beta + p) - \frac{s_1}{s+\sigma}\,(\beta + q + q_1)\right]$$

$$= 126{,}4\, Q\left(\left[\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)\right](\beta + p) - \frac{s_1}{s+\sigma}\,(\beta + q + q_1)\right)$$

Fußpfund zu setzen.

Beispiel. Die in den Beispielen zu §. 353 und §. 354 berechnete eincylindrige Expansionsmaschine hat nach Morin, da die theoretische Leistung $L = 33{,}7$ Pferdekräfte gefunden wurde und deshalb $\eta = 0{,}42$ anzunehmen ist, die effective Leistung $L_1 = 0{,}42 \,.\, 33{,}7 = 14{,}15$ Pferdekräfte. Nach der Pambour'schen Theorie aber ist, wenn man $\sigma = {}^1/_{20}\, s_1$, $q_1 = {}^{25}/_{18} = 1{,}39$ und die Spannung p im Dampfcylinder um 10 Procent kleiner als im Kessel annimmt, also $p = 0{,}9 \,.\, p_0 = 0{,}9 \,.\, 3.5 \,.\, 15{,}05 = 47{,}41$ Pfund setzt, und dagegen die Spannung im Dampfcylinder um 10 Procent größer annimmt als im Condensator, also $q = 1{,}1\, q_0 = 1{,}1 \,.\, 15{,}05 = 16{,}56$ Pfund setzt, die effective Leistung

$$L_1 = 0{,}878 \,.\, 271{,}44\left(\left[\frac{0{,}4}{0{,}4 + 0{,}05} + Log.\,nat.\left(\frac{1{,}05}{0{,}45}\right)\right] \,.\, 51{,}83 - \frac{22{,}37}{0{,}45}\right)$$

$$= 238{,}3\, [(0{,}8888 + 0{,}8473)\, 51{,}83 - 49{,}71]$$

$$= 238{,}3\, (1{,}7361 \,.\, 51{,}83 - 49{,}71) = 238{,}3\, (89{,}98 - 49{,}71)$$

$$= 238{,}3 \,.\, 40{,}27 = 9596 \text{ Fußpfund} = 18{,}8 \text{ Pferdekräfte,}$$

also um den dritten Theil größer, als nach Morin. Bei Annahme einer größeren Spannungsdifferenz würden die Resultate einander näher gekommen sein. Pambour's Theorie.

§. 378. Führt man statt des Dampfquantums Q die entsprechende Speisewassermenge M ein, setzt man also $Q = \frac{\alpha M}{\beta + p}$, so erhält man die Leistungsformel

$$L_1 = \frac{144\,\alpha}{1+\delta} M \left[\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) - \frac{s_1}{s+\sigma} \cdot \frac{\beta+q+q_1}{\beta+p} \right], \text{ oder}$$

$$L_1 = \frac{144}{1+\delta} \left(\left[\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) \right] \alpha M - \frac{s_1}{s+\sigma}(\beta+q+q_1) Q \right)$$

und es ist hiernach die Dampfspannung p im Cylinder gar nicht nöthig.

Noch hat man $Q = \frac{n}{30} F(s+\sigma)$ und $v = \frac{n}{30} s_1$, daher läßt sich auch $Q = \frac{v}{s_1} F(s+\sigma) = \frac{s+\sigma}{s_1} Fv$ einführen, so daß sich ergiebt:

$$L_1 = \frac{144}{1+\delta} \left(\left[\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) \right] \alpha M - (\beta+q+q_1) Fv \right) \text{ Fußpfd.}$$

Mittels dieser Formel läßt sich also die Leistung der Maschine vorzüglich aus dem Verdampfungsvermögen des Dampfkessels oder aus der Wassermenge berechnen, welche derselbe pr. Sec. in Dampf verwandelt. Setzt man noch $M = \frac{w K}{66\,(640 - t_1)}$, so erhält man die Leistung ausgedrückt durch den Brennmaterialaufwand, nämlich:

$$L_1 = \frac{144}{1+\delta} \left(\left[\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right) \right] \frac{\alpha w K}{66\,(640-t_1)} - (\beta+q+q_1) Fv \right)$$

Fußpfund.

Hiernach fällt die Leistung um so größer aus, je kleiner Fv oder Q ist, oder da man $\beta + p = \frac{\alpha M}{Q}$ hat, je größer die Spannung des Dampfes im Cylinder ist. Diese wird aber um so größer, je stärker der Dampf im Kessel gespannt ist, und je kleiner der Spannungsverlust in der Dampfleitung u. s. w. ausfällt. Uebrigens giebt Pambour keine Regel zur Bestimmung der Dampfspannung p_0 im Kessel; um dieselbe aus M und Q oder $p = \frac{\alpha M}{Q} - \beta$ zu berechnen, bleibt nichts übrig, als die Spannungsverluste nach §. 350 u. s. w. zu ermitteln und diese zu der Spannung p im Cylinder zu addiren.

Hat man so p_0 bestimmt, so erhält man das entsprechende Dampfvolumen, unter der Spannung im Kessel gemessen: $Q_0 = \left(\frac{\beta+p}{\beta+p_0}\right) Q$.

Pombour's Theorie.

Ist die Spannung p_0 im Kessel und $Q = \frac{s+\sigma}{s_1} Fv$ gegeben, so kann man natürlich nicht auch M geben, denn aus p_0 und v läßt sich durch die Regeln in §. 350 u. s. w. p und hieraus wieder $M = \left(\frac{\beta+p}{\alpha}\right) Q$ berechnen.

Beispiele. 1) Welche Leistung ist von einer Hochdruckmaschine zu erwarten, deren Kessel stündlich 20 Cubikfuß Wasser in Dampf verwandelt, deren Treibecylinder $1\frac{3}{4}$ Fuß Durchmesser hat, die ferner pro Minute 24 fünffüßige Spiele macht, bei $\frac{1}{4}$ des ganzen Kolbenweges schon absperrt und im Condensator eine Spannung von $\frac{1}{10}$ Atmosphäre erhält? Nach der letzten Formel ist

$$L_1 = 126{,}4\left((\tfrac{3}{6} + Ln.\tfrac{7}{2}).\frac{31053.20}{60.60} - (4{,}417 + 1{,}505 + \tfrac{25}{11})(\tfrac{7}{8})^2.\pi.\frac{24.2.5}{60}\right)$$

$$= 126{,}4\left((0{,}8333 + 1{,}2528).\frac{31053}{180} - 7{,}112.\frac{49}{16}\pi\right)$$

$$= 126{,}4\left(\frac{2{,}0861.31053}{180} - 7{,}112.3{,}0625\,\pi\right)$$

$$= 126{,}4\,(359{,}9 - 68{,}4) = 126{,}4.291{,}5 = 36845 \text{ Fußpf.} = 72 \text{ Pferdekräfte.}$$

Die Spannung des Dampfes im Kessel bleibt hierbei unbekannt, die im Cylinder aber ist vor der Expansion, da das pro Secunde im Cylinder verbrauchte Dampfvolumen $Q = \frac{s+\sigma}{s_1} Fv = 0{,}3.\frac{49\,\pi}{16} = 2{,}886$ Cubikfuß beträgt,

$$p = \frac{31053}{180.2{,}886} - 4{,}417 = 59{,}770 - 4{,}417 = 55{,}353 \text{ Pfund.}$$

2) Welche Wassermenge muß die letzte Maschine pro Secunde in Dampf verwandeln, damit sie eine mittlere Kolbenkraft von 7500 Pfund ausübe? Da $v = \frac{24.2.5}{60} = 4$ Fuß ist, so ist die geforderte Leistung

$$L = 4.7500 = 30000 \text{ Fußpfund.}$$

Setzen wir daher in der Formel

$$M = \frac{1{,}14\,L + 144\,(\beta + q + q_1)\,Fv}{144\,\alpha\left[\frac{s}{s+\sigma} + Ln.\left(\frac{s_1+\sigma}{s+\sigma}\right)\right]} \text{ Cubikfuß,}$$

statt L diesen Werth ein, so erhalten wir mit Beibehaltung der obigen Werthe die gesuchte Wassermenge pro Secunde

$$M = \frac{1{,}14.30000 + 144.68{,}4}{144.31053.2{,}0861} = \frac{34200 + 9850}{31053.300{,}39} = 0{,}004722 \text{ Cubikfuß,}$$

also stündlich $= 3600.0{,}004722 = 17$ Cubikfuß.

Anordnung einer Dampfmaschine.

§. 379. Nachdem wir im Vorstehenden die vorzüglichsten Regeln zur Berechnung der Leistung einer Dampfmaschine abgehandelt haben, bleibt uns nur noch übrig, die Auflösung der umgekehrten Aufgabe zu zeigen, nämlich Regeln mitzutheilen, nach welchen die Hauptdimensionen einer Dampfmaschine von gegebener Leistung zu berechnen sind. Das erste der zu bestimmenden Elemente ist das Dampfquantum. Dasselbe ergiebt sich auch durch Umkehrung der Leistungsformel unmittelbar. Legen wir die Morin-Poncelet'sche Theorie zu Grunde, setzen wir also

$$L = \eta \,.\, 144\, Q\, p_0 \left(1 + Ln.\frac{F_1 s_1}{F s} - \frac{q_0}{p_1}\right),$$

Anordnung einer Dampfmaschine.

so erhalten wir hiernach das Dampfquantum

$$1)\quad Q = \frac{L}{\eta \,.\, 144\, p_0 \left(1 + Ln.\frac{F_1 s_1}{F s} - \frac{q_0}{p_1}\right)} \text{ Cubikfuß,}$$

wenn außer der Leistung L nur noch die Spannungen p_0 und q_0, das Expansionsverhältniß $\varepsilon = \frac{F_1 s_1}{F s}$ gegeben und der Wirkungsgrad η bekannt ist. In der Regel nehmen die Maschinenbauer η selbst noch etwas kleiner an, als die Versuche gegeben haben, weshalb die effectiven Leistungen meist noch größer ausfallen, als die nominellen.

Was zunächst die Watt'schen Maschinen anlangt, so werden diese in der Regel nach dem Coefficienten $\eta = 0{,}40$ construirt, obgleich man weiß, daß diese Maschinen, zumal wenn sie groß sind, Leistungen geben, die dem Coefficienten $\eta = 0{,}50$ u. s. w. entsprechen. Den Constructionen der Woolf'schen Maschinen hingegen ist, nach Morin, der Coefficient $\eta = 0{,}30 + 0{,}00277\,(L - 4)$ zu Grunde zu legen, und hierin L in Pferdekräften auszudrücken. Für die eincylindrigen Hochdruckmaschinen mit Condensation ist nach eben diesem Schriftsteller der Constructionscoefficient $\eta = 0{,}34 + 0{,}0013\,(L - 4)$, und endlich für die Hochdruckmaschinen ohne Condensation $\eta = 0{,}35 + 0{,}00278\,(L - 4)$ zu nehmen. Hat man nun mit Hülfe der obigen Formel das Dampfquantum pr. Sec. gefunden, so kommt es nun darauf an, die mittlere Kolbengeschwindigkeit v anzunehmen. Aus bekannten Gründen der Mechanik, zumal aber wegen des Spannungsverlustes in der Dampfleitung u. s. w., soll diese Geschwindigkeit nicht groß sein; in der Regel ist sie auch nur 3 bis 4 Fuß. Nach Watt ist für die nach ihm benannten Maschinen zu nehmen, bei einer Stärke von

4 bis 8	8 bis 15	15 bis 25	25 bis 40	40 bis 60	60 bis 100 Pferdekräften

die mittlere Geschwindigkeit v:

34	37	40	43	46	50 Zoll.

Nach Morin ist diese Regel auch bei Mittel- und Hochdruckmaschinen zu befolgen.

Aus Q und v folgt nun mittelst des Ausdehnungsverhältnisses $\varepsilon = \frac{s_1}{s}$ oder genauer $\frac{s_1}{s + \sigma}$, die Kolbenfläche

$$2)\quad F = \frac{s_1}{s + \sigma} \,.\, \frac{144\, Q}{v} \text{ Quadratzoll,}$$

und hieraus die Cylinderweite

$$3)\quad d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}}.$$

Dimensionen der Dampfmaschinen.

§. 380. Um ferner den Hub oder Kolbenweg, sowie die übrigen Elemente einer Dampfmaschine zu berechnen, ist es nöthig, die Anzahl n der Kolbenspiele pr. Min. zu kennen. Bei den bestehenden Maschinen ist diese Anzahl zwischen 16 und 38 enthalten; es findet also in Betreff dieser Zahl eine große Mannigfaltigkeit nicht statt. Nach Morin ist diese Zahl zu nehmen:

bei der Stärke von	4 bis 8	8 bis 15	15 bis 25	25 bis 40	40 bis 60	60 bis 100 Pferdekräften
für Watt'sche Maschinen .	28	25	22	20	18	16
für Woolf'sche Maschinen .	30	27	25	23	21	19
für eincylindrige Hochdruckmaschinen mit Condensation:						
a) ohne Balancier . .	38	34	30	28	26	25
b) mit Balancier oder oscillirendem Cylinder .	30	25	22	19	17	16
für Hochdruckmaschinen ohne Condensation	38	34	30	28	26	24

Hat man hieraus die Anzahl n der Spiele genommen, so findet man den vollständigen Kolbenhub durch die Formel $s_1 = \frac{30v}{n}$, und mit Hülfe des gegebenen Expansionsverhältnisses $\varepsilon = \frac{s_1}{s}$, den Hub vor der Expansion oder Absperrung: $s = \frac{s_1}{\varepsilon}$.

Bei einer Maschine ohne Expansion ist natürlich $s = s_1$; bei einer zweicylindrigen oder Woolf'schen Maschine ist aber der Kolbenhub s_1 im großen oder Expansionscylinder vom Kolbenhub s im kleinen Cylinder zu unterscheiden. Seltener stellt man beide Cylinder neben einander, meist stellt man sie hinter einander, so daß der kleine Cylinder der Axe des Balanciers näher kommt, und s ungefähr nur $\frac{3}{4} s_1$ ausfällt. Es ist also stets das Verhältniß v zwischen s_1 und s als gegeben anzusehen, und nur das Verhältniß zwischen F und F_1 zu finden. Eine im vorigen Paragraphen gegebene Regel dient zur Bestimmung der Geschwindigkeit v des Kolbens im großen Cylinder, und die folgende Regel zur Berechnung der Fläche des Kolbens im kleinen Cylinder. Da das Expansionsverhältniß $\varepsilon = \frac{F_1 s_1}{F s}$

als gegeben anzusehen ist, so folgt nun die Fläche F_1 des großen Kolbens: Dimensionen der Dampfmaschinen.

$$F_1 = \varepsilon \frac{Fs}{s_1} = \frac{\varepsilon}{\nu} F.$$

Endlich ist auch noch $s_1 = \frac{30v}{n}$ und $s = \frac{s_1}{\nu}$ zu berechnen.

Beispiel. Man will eine Woolf'sche Dampfmaschine von 25 Pferdekräften Nutzleistung construiren, und soll nun die hierbei anzuwendenden Verhältnisse angeben. Nehmen wir $p_0 = 3{,}6$, $p_1 = 0{,}9$ und $q_0 = 0{,}1$ Atmosphäre, so erhalten wir das Expansionsverhältniß $\frac{F_1 s_1}{Fs} = \frac{3{,}6}{0{,}9} = 4$ und das fragliche Dampfquantum pro Secunde, da hier

$\eta = 0{,}30 + 0{,}00277\ (25 - 4) = 0{,}30 + 0{,}058 = 0{,}358$ zu setzen ist,

$$Q = \frac{25 \,.\, 510}{0{,}358 \,.\, 144 \,.\, 3{,}6 \,.\, 15{,}05 \left(1 + Ln.\ 4 - \frac{0{,}1}{0{,}9}\right)}$$

$$= \frac{2550}{185{,}59 \,.\, 3{,}01\,(1 + 1{,}3863 - 0{,}1111)} = \frac{2550}{558{,}6 \,.\, 2{,}2752} = 2 \text{ Cubikfuß}.$$

Nehmen wir nun $s_1 = \frac{4}{3} s$ und $\sigma = \frac{1}{20} s$, also $\frac{s_1}{s + \sigma} = \frac{\frac{4}{3}}{1\frac{1}{20}} = \frac{80}{63}$, und setzen wir $v = 40$ Zoll $= \frac{10}{3}$ Fuß, so erhalten wir die Fläche des kleinen Kolbens: $F = \frac{80}{63} \,.\, \frac{2 \,.\, 3}{10} = \frac{16}{21}$ Quadratfuß, und daher die Weite des kleinen Cylinders:

$$d = \sqrt{\frac{4 \,.\, 16}{21\,\pi}} = \sqrt{\frac{64}{21\,\pi}} = 0{,}985 \text{ Fuß} = 11{,}82 \text{ Zoll},$$

oder beinahe 1 Fuß. Die Fläche des großen Kolbens ist dagegen

$$F_1 = \varepsilon \,.\, \frac{Fs}{s_1} = \frac{4 \,.\, 16 \,.\, 3}{21 \,.\, 4} = \frac{16}{7} \text{ Quadratfuß},$$

folglich der Durchmesser desselben oder die Weite des großen Cylinders:

$$d_1 = \sqrt{\frac{4 \,.\, 16}{7 \,.\, \pi}} = \sqrt{\frac{64}{7\,\pi}} = 1{,}706 \text{ Fuß} = 20{,}47 \text{ oder ungefähr } 20\tfrac{1}{2} \text{ Zoll}.$$

Endlich die Zahl der Spiele pro Minute: $n = 25$ angenommen, folgt noch der Hub $s_1 = \frac{30\,v}{n} = \frac{30 \,.\, 10}{3 \,.\, 25} = 4$ Fuß und $s = \frac{3}{4} s_1 = 3$ Fuß. Wenn man den Dampf schon im kleinen Cylinder etwas expandiren läßt, so wird natürlich diese Rechnung noch etwas complicirter.

§. 381. Bei den Maschinen mit Condensation erfordert der Condensator mit seinen Pumpen eine besondere Berechnung. Zunächst ist die Injectionswassermenge M_1 zu ermitteln. Aus dem zu condensirenden Dampfquantum Q Cubikfuß $=$

$$60\,M = \frac{66\,Q}{\mu} = \frac{66}{29251}\,(1{,}755 + p)\,Q = \frac{(1{,}755 + p)\,Q}{443} \text{ Pfund},$$

aus der Temperatur t_0 des Injectionswassers und aus der Temperatur t_2 im Innern des Condensators folgt nach der Regel von Watt u. s. w. für das Quantum M_1 des Wassers, indem man die Wärmemenge

Dimensionen der Dampfmaschinen.

66 $M_1 (t_2 - t_0)$, welche M_1 bei der Condensation in sich aufnimmt, gleich setzt der Wärmemenge 66 $M (640 - t_2)$, welche der Dampf bei der Veränderung in Wasser von t_2 Wärme verliert,

$$(t_2 - t_0) M_1 = (640 - t_2) M, \text{ daher}$$

$$M_1 = \left(\frac{640 - t_2}{t_2 - t_0}\right) M = \left(\frac{640 - t_2}{t_2 - t_0}\right) \frac{Q}{\mu} \text{ Cubikfuß.}$$

Nach Regnault (S. II., §. 298) ist

$$(t_2 - t_0) M_1 = (606{,}5 + 0{,}305\, t - t_2) M$$

zu setzen, weil hiernach die Gesammt-Wärme des Dampfes von t^0 Temperatur $606{,}5 + 0{,}305\, t$ ist, also Dampf von t^0 Wärme $606{,}5 + 0{,}305 t$ Wärmeeinheiten zu seiner Bildung aus kaltem Wasser erfordert. Es ist also hiernach das zur Condensation nöthige Wasserquantum

$$M_1 = \left(\frac{606{,}5 + 0{,}305\, t - t_2}{t_2 - t_0}\right) M,$$

oder das Verhältniß des Injectionswasserquantums zum Speisewasserquantum: $\frac{M_1}{M} = \frac{606{,}5 + 0{,}305\, t - t_2}{t_2 - t_0}$.

Nimmt man die Temperatur des Injectionswassers $= 12^0$ und die im Condensator $= 35^0$, so erhält man durch die erste Regel das Verhältniß $\frac{M_1}{M} = \frac{640 - 35}{35 - 12} = \frac{605}{23} = 26{,}3$; und durch die zweite, wenn man $t = 105^0$ setzt, $\frac{M_1}{M} = \frac{606{,}5 + 32 - 35}{35 - 12} = \frac{603{,}5}{23} = 26{,}2$; also sehr unbedeutend weniger.

Etwas größer stellt sich aber die Differenz bei Mitteldruckmaschinen heraus. Nehmen wir z. B. $p = 4$ Atmosphären, und führen wir die entsprechende Temperatur $t = 145^0$ ein, so erhalten wir nach der zweiten Formel

$\frac{M_1}{M} = \frac{606{,}5 + 44{,}2 - 35}{35 - 12} = \frac{615{,}7}{23} = 26{,}8$, während die erste Formel wieder $\frac{M_1}{M} = 26{,}3$ giebt.

Es läßt sich hiernach ermessen, daß die Anwendung von Condensationsmaschinen nicht überall möglich ist.

§. 382. Aus dem Kalt- oder Interjectionswasserquantum M_1 kann man nun auch die Dimensionen der dieses Wasser liefernden Kaltwasserpumpe berechnen. Es ist

$$M_1 = \left(\frac{640 - t_2}{t_2 - t_0}\right) M = \left(\frac{640 - t_2}{t_2 - t_0}\right) \frac{Q}{\mu};$$

setzen wir nun $\frac{640 - t_2}{t_2 - t_0} = 28$ und für Tiefdruck $\mu = 1470$, dagegen

für den Mitteldruck $p = 4$ Atmoſphären, $\mu = 479$, ſo erhalten wir das Injectionswaſſerquantum für Maſchinen mit Tiefdruck: Dimenſionen der Dampfmaſchinen.

$$M_1 = \frac{28\,Q}{1470} = \frac{2}{105}\,Q = 0{,}0195\,Q,$$

und dagegen für Maſchinen mit 4 Atmoſphären Dampfdruck:

$$M_1 = \frac{28\,Q}{479} = 0{,}0585\,Q.$$

Da die Kaltwaſſerpumpe einfachwirkend iſt, ſo läßt ſich das Product V_1 aus der Fläche und dem Wege des Kolbens dieſer Pumpe gleich ſetzen dem pro Spiel von dieſer Pumpe gehobenen Waſſerquantum. Vergleichen wir nun dieſes Waſſerquantum mit dem Volumen $2\,F\,s$ des pro Spiel verbrauchten Dampfquantums, ſetzen wir alſo $\frac{V_1}{2\,Fs} = \frac{M_1}{Q}$, ſo erhalten wir

$$\frac{V_1}{Fs} = \frac{2\,M_1}{Q} = \frac{2\,(640 - t_2)}{\mu\,(t_2 - t_0)} = 0{,}039 \text{ für Tiefdruck,}$$

$$\text{und} = 0{,}117 \text{ für Mitteldruck.}$$

Für die Watt'ſchen Maſchinen ohne Expanſion iſt s der ganze Kolbenhub und $\frac{V_1}{Fs} = 0{,}039$, ungefähr $= 1/25$. Da aber immer etwas Waſſer zurückfällt, muß man mindeſtens 10 Procent zuſetzen, alſo $V_1 = 0{,}043\,Fs$ anwenden. Nach Watt iſt $V_1 = 1/24\,Fs$, und nach Anderen ſogar $V_1 = 1/18\,Fs$ zu nehmen. Bei den Woolf'ſchen Maſchinen mit 4 Atmoſphären Spannung iſt $\frac{V_1}{Fs} = 0{,}117$, und wenn man wegen des Waſſerverluſtes 10 Procent zuſetzt, $\frac{V_1}{Fs} = 0{,}13$; in der Regel nimmt man auch wirklich $V_1 = 1/8$ bis $1/6$ des kleinen Cylinderraumes. Bei eincylindrigen Maſchinen mit 4 Atmoſphären Spannung iſt natürlich Fs nur der vor Abſperrung vom Dampfkolben durchlaufene Raum.

Aus dem Speiſewaſſerquantum $M = \frac{Q}{\mu}$ ergiebt ſich ſehr leicht der Faſſungsraum V_2 der Speiſepumpe, oder das Product aus der Fläche und dem Wege des Kolbens dieſer Pumpe. Jedenfalls iſt

$$\frac{V_2}{2\,Fs} = \frac{M}{Q} = \frac{1}{\mu}, \text{ daher } V_2 = \frac{2}{\mu}\,Fs.$$

Für Tiefdruckmaſchinen mit 1,2 Atmoſphären Spannung iſt $\mu = 1470$, daher $V_2 = 2/1470\,Fs = \frac{Fs}{735}$; für Maſchinen mit 4 Atmoſphären Spannung aber $\mu = 479$, daher $V_2 = 2/479\,Fs = \frac{Fv}{240}$. Um nach

Dimenſionen der Dampfmaſchinen.

Bedürfniß ſchnell ſpeiſen laſſen zu können, macht man aber dieſen Raum 3- bis 6mal ſo groß, als dieſe Formeln angeben.

§. 383. Die Luft- und Warmwaſſerpumpe muß, da ſie das aus dem Dampfe und aus dem Injectionswaſſer ſich bildende warme Waſſer nebſt dem übrig bleibenden Dampfe von etwa $1/10$ Atmoſphäre Spannung und der ſich aus dem Waſſer entwickelnden Luft fortzuſchaffen hat, eine gewiſſe Größe haben. Das pr. Sec. fortzuſchaffende Waſſerquantum iſt $M + M_1$, oder ungefähr 28 M. Da aber das Injectionswaſſer ungefähr $1/14$ ſeines Volumens an Luft enthält, und dieſe im Condenſator aus der Spannung von 1 Atmoſphäre in die von $1/10$ Atmoſphäre, ſowie aus der Temperatur von 12^0 in die von 35^0 übergeht, ſo nimmt dieſes Luftquantum im Condenſator den

$10/14\,[1+0{,}00367\,(35-12)] = 5/7\,(1+0{,}00367\cdot 23) = 0{,}775$ſten Theil von dem Raume des Waſſers ein; da ferner dieſe Luft mit Dampf von gleicher Temperatur und Spannung gemengt iſt, ſo findet ſich auch ein gleiches Volumen Dampf vor, und es iſt deshalb das pr. Sec. durch die Luftpumpe fortzuſchaffende Waſſer-, Luft- und Dampfvolumen

$= M + M_1\,(1 + 2\cdot 0{,}775) = M + 2{,}55\,M_1$, oder ungefähr

$= (1 + 2{,}55\cdot 28)\,M = 72\,M$.

Setzen wir nun den Raum, welchen der Kolben der Luftpumpe bei einem Aufgange durchläuft, $= V_3$, ſo erhalten wir wie oben, indem wir ſetzen: $\dfrac{V_3}{2Fs} = \dfrac{72\,M}{Q}$, $V_3 = \dfrac{144}{\mu}\cdot Fs$

Bei Tiefdruckmaſchinen, wo $\mu = 1470$ iſt, hat man demnach $V_3 = 144/1470\,Fs = 1/10\,Fs$; bei Maſchinen von 4 Atmoſphären Spannung iſt aber $V_3 = 144/479\,Q = 3/10\,Fs$. Nach Watt ſoll man der Sicherheit wegen dieſen Faſſungsraum verdoppeln. Bei den Watt'ſchen Maſchinen iſt übrigens der Hub der Luftpumpe $= 1/2$ von dem des Dampfkolbens und der Durchmeſſer derſelben $= 2/3$ von dem des Dampfkolbens, folglich iſt hier $V_3 = 1/2\cdot(2/3)^2\,Fs = 2/9\,Fs$, alſo reichlich das Doppelte von dem theoretiſch beſtimmten Werthe.

Was endlich den Condenſator ſelbſt anlangt, ſo giebt man dieſem den Faſſungsraum $V_4 = \dfrac{Fs}{3}$.

§. 384. Aus dem Dampfquantum $Q = Fs$ ergeben ſich auch noch die Dimenſionen der übrigen Theile einer Dampfmaſchine. Um den Querſchnitt der Dampfleitung gleich $1/25$ der Kolbenfläche zu erhalten, macht man die Weite derſelben $= 1/5$ des Kolbendurchmeſſers d. Bei Maſchinen mit Hochdruck und wenig Expanſion, wie z. B. bei Locomotiven, ſowie auch bei dem Austragerohre überhaupt, ſoll dieſes Quer-

ſchnittsverhältniß ſogar $^2/_{25}$ ſein, weshalb man hier die Weite $d_1 = {}^2/_7\, d$ macht. Endlich hängen noch die Hauptdimenſionen der Keſſel- und Feuerungsanlage von dem Dampfquantum Q oder W ab. Die allgemeinen Regeln, nach welchen dieſelben berechnet werden müſſen, ſind ſchon §. 301 u. f. w. mitgetheilt worden, weshalb hier nur nöthig iſt, das Weſentlichſte hervorzuheben. Den Faſſungsraum des Dampfkeſſels macht man 15- bis 20mal ſo groß als das Waſſerquantum 3600 W, welches der Keſſel in jeder Stunde verdampft; es iſt alſo hiernach dieſer Raum = 54000 W bis 72000 W, und es kommen hiervon (ſ. §. 302) 0,4 auf den Dampf- und 0,6 auf den Waſſerraum. Das Hauptelement eines Dampfkeſſels iſt natürlich die Erwärmungsfläche. Wir haben ſchon oben (§. 301) angegeben, daß man auf einen Quadratfuß Erwärmungsfläche ſtündlich 4 Pfund Dampf rechnen kann. Legen wir dieſe Regel zu Grunde, ſo hat man für W Cubikfuß in Dampf zu verwandelndes Waſſer die nöthige Erwärmungsfläche $= {}^{66}/_4 \cdot 3600\, W = 32400\, W$ Quadratfuß.

Dimenſionen der Dampfmaſchinen.

Nach den Verſuchen von Wicksteed iſt aber die Waſſermenge, welche ein Quadratfuß Erwärmungsfläche ſtündlich verdampft:

bei Kofferkeſſeln = 0,09 Cubikfuß = 5,94 Pfund;

bei Cylinderkeſſeln mit innerer Heizröhre aber = 0,0143 Cubikfuß = 0,94 Pfund.

Von der hiernach zu berechnenden Heizfläche iſt ein vorzüglich von der Roſtfläche abhängender Theil der ſtrahlenden Wärme ausgeſetzt; man nennt denſelben gewöhnlich die directe Heizfläche. Da durch dieſe die ſtärkſte Erwärmung erfolgt, ſo muß man ſie durch eine große Roſtfläche möglichſt auszudehnen ſuchen. In der Regel iſt dieſe Fläche $^1/_{12}$ bis $^1/_{14}$ der Heizfläche, zuweilen aber noch größer, bei Dampfſchiffen ſogar $^1/_8$ bis $^1/_6$ dieſer Fläche.

Was endlich noch den Brennmaterialaufwand anlangt, welcher zur Verdampfung der Waſſermenge M nöthig iſt, ſo hängt allerdings dieſer auch von der Güte dieſes Materials ab. Nach den Verſuchen von Wicksteed giebt 1 Pfund gute engliſche Steinkohle 7 bis 8 Pfund Dampf; umgekehrt erfordern daher W Pfund Dampf $\frac{W}{8}$ bis $\frac{W}{7}$ Pfund Kohlenſtoff. Bei Watt'ſchen Maſchinen ohne Expanſion rechnet man ſtündlich auf jede Pferdekraft 10 bis 13 Pfund gute Steinkohle, bei Maſchinen mit Hochdruck und ohne Condenſation aber 8 bis 11 Pfund, bei ſolchen mit Condenſation 5 bis 7 Pfund, und endlich bei Hochdruckmaſchinen ohne Expanſion und ohne Condenſation 17 bis 20 Pfund Kohle.

Schlußanmerkung. Die Literatur über Dampfmaſchinen iſt ſo ſehr ausgedehnt, daß es nicht möglich iſt, hier eine vollſtändige Anzeige derſelben zu liefern. Namentlich ſind wir nicht im Stande, auf die vielen einzelnen Aufſätze

Literatur.

Literatur. und Abhandlungen über Dampfmaschinen einzugehen, sondern es ist uns nur gestattet, die größeren Werke und die sich durch Eigenthümlichkeiten auszeichnenden Schriften über diesen Gegenstand anzuführen. Immer noch als vorzügliche Werke über Dampfmaschinen sind anzusehen: Tredgold's, sowie Farey's Treatise on the Steam-Engine; vorzüglich aber die französische Uebersetzung des ersten Werkes von Mellet, welche 1828 unter dem Titel: Traité des machines à vapeur etc. erschienen ist. Eine gedrängte, vorzüglich aber nur historisches Interesse habende Abhandlung über Dampfmaschinen findet man in Barlow's Treatise on the Manufactures and Machinery of Great Britain. Den jetzigen Standpunkt entsprechend abgehandelt ist: A Treatise on the Steam-Engine etc. by the Artizan-Club, edited by J. Bourne, London 1846; vorzüglich aber der Traité sur les machines à vapeur, par Bataille et Jullien. Die erste Abtheilung dieses Werkes ist eine bloße Uebersetzung des englischen Werkes. Die zweite Abtheilung, welche von der Construction der Dampfmaschinen handelt, hat besonders praktischen Werth, zumal auch wegen ihrer vielen Kupfertafeln. Ferner gehört hierher das Handbuch über den Bau, die Aufstellung, Behandlung u. s. w. der Dampfmaschinen, nach dem Französischen von Grouvelle, Jaunez und von Jullien, deutsch bearbeitet von Hartmann. Vorzüglich in theoretischer Beziehung ist zu empfehlen die zweite Ausgabe von Pambour's Théorie des Machines à vapeur, Paris 1844. Eine deutsche Uebersetzung hiervon theilt Crelle mit in seinem Journal der Baukunst, Band 23. ꝛc. Das vorzüglichste theoretische Werk über Dampfmaschinen ist der dritte Theil der Leçons de Mécanique pratique etc., par A. Morin, Paris 1846. Dasselbe enthält auch Auszüge aus der interessanten Abhandlung von Thomas Wicksteed »on the Cornish Engines etc.«

Hierbei können wir nicht unterlassen, einen großen Rechnungsfehler von Morin anzuführen, welcher zur Folge hat, daß er das Verdampfungsvermögen der Cornwaller Dampfkessel mit innerer Heizung viel zu groß angiebt. Bernoulli's Handbuch der Dampfmaschinenlehre, sowie mehrere andere ähnliche Schriften, können nur dazu dienen, sich die allgemeinsten Kenntnisse von den Dampfmaschinen zu verschaffen. Noch immer sehr werthvoll, namentlich wegen seiner Gründlichkeit, ist auch das Werk von Verdam: »Die Grundsätze, nach welchen alle Arten von Dampfmaschinen zu beurtheilen und zu behandeln sind, deutsch von Schmidt, u. s. w.« Neue theoretische Ansichten über die Wirkung des Dampfes von Clapeyron und Holzmann findet man in der Abhandlung von Ersterem über die bewegende Kraft der Wärme, Poggendorff's Annalen, Band 59, und in der Schrift des Zweiten: »Ueber die Wärme und Elasticität der Dämpfe und Gase.« Gute Zeichnungen und Beschreibung von neuen Dampfmaschinen findet man in der Schrift von Rottebohm: »Sammlung von Zeichnungen einiger ausgeführten Dampfkessel und Dampfmaschinen u. s. w., Berlin 1841;« ebenso von alten Maschinen in der Abhandlung von Severin: »Beiträge zur Kenntniß der Dampfmaschinen, Berlin 1826 (Abhandlung der Königl. Deputation der Gewerbe).« Uebrigens ist noch zu empfehlen: Reech »Mémoire sur les machines à vapeur, Paris 1844,« ferner Alban »die Hochdruckdampfmaschine, Rostock 1843«. Ferner »The Steam-Engine etc. by Hodge, Newyork 1840,« und der Catéchisme du mécanicien à vapeur ou traité des machines à vapeur etc., par E. Paris, Paris 1850. Zum praktischen Gebrauch ist zu empfehlen: »der Führer des Maschinisten von Scholl, Braunschweig 1848«.

Alphabetiſches Sach-Regiſter

zum erſten und zweiten Bande.

Im Folgenden bedeutet I den erſten, II den zweiten Band, und es drücken die arabiſchen Ziffern die Seitenzahl aus.

A.

Abkühlung II, 515. 673.
Abkühlungsmethode II, 524.
Abſchläge, Abläſſe II, 194.
Abſciſſen I, 2.
Abſorptionsvermögen (Wärme-) II, 513.
Abſperr- und Auslaßventile II, 632.
Acceleration I, 49.
Adhäſionskraft I, 88.
Adhäſionsplatten I, 453.
Admiſſionsklappe II, 603.
Aëroſtatik und Aërodynamik I, 89. 90.
Aggregatzuſtände I, 87; II, 494.
Aichpfahl II, 170.
Althauſiſches Doppelrad II, 382.
Anemometer II, 477.
Angewäge, Angewelle II, 215.
Angriffspunkt I, 88.
Anſatzröhren (Ausfluß durch) I, 518.
Anſatzröhre, kurze cylindriſche I, 518.
Anſatzröhre, kurze innere I, 521.
Anſatzröhre, ſchiefe I, 523.
Anſatzröhre, coniſche I, 526.
Aquäducte II, 169.
Aräometer I, 449.
Arbeit einer Kraft I, 92.
Arbeitseinheit I, 93.
Arbeitsmaſchinen II, 121.
Arbeitsmodul der Elaſticität und Feſtigkeit I, 405.
Arbeitsvermögen der Thiere II, 149.
Archimediſches Princip I, 448.
Atmoſphäre, Atmoſphärendruck I, 467.
Atwood'ſche Fallmaſchine I, 332.
Aufſchlagwaſſer II, 168.
Auftrieb I, 437.
Ausblaſeklappe II, 615.
Ausblaſeröhre II, 591.
Ausdehnung II, 498.
Ausdehnung der Flüſſigkeiten II, 507. 510.
Ausdehnungskraft II, 502.
Ausfluß des Waſſers aus Gefäßen I, 479.
Ausfluß der Luft I, 581.
Ausflußcoefficient I, 499.
Ausflußgeſchwindigkeit I, 480.
Ausflußmündung, Ausflußöffnung I, 479.
Ausſchlag I, 360; II, 130.
Ausſtrahlung der Wärme II, 511.
Ausübungsmaſchinen II, 121.
Axe, Umdrehungsaxe, I, 154.
Axen, freie I, 347.

B.

Bäche II, 169.
Balancier II, 427. 615.
Balancier, mechaniſcher und hydrauliſcher II, 438.
Balken II, 50.
Balken, verbundene und geſprengte, II, 65. 67.
Balliſtik I, 72.
Balliſtiſches Pendel I, 396.
Barycentriſche Regeln I, 150.
Barometer I, 466.
Barometriſches Höhenmeſſen I, 475.
Bauwerke II, 121.
Bedeckung II, 637.
Beharrungsvermögen I, 82.
Beharrungszuſtand einer Maſchine II, 124.
Beharrungszuſtand eines fließenden Waſſers I, 593.
Berührungslinie I, 6.
Beſchleunigung I, 49.
Beweger II, 121.
Bewegung, geradlinige und krummlinige I, 47.
Bewegung, gleichförmige und ungleichförmige I, 47. 48.
Bewegung, einfache und zuſammengeſetzte I, 64.
Bewegung der Luft in Röhren I, 589.
Bewegung des Waſſers in Flußbetten I, 600. 604.
Bewegung des Waſſers in Röhren I, 529.

Digitized by Google

Bewegungshinderniſſe I, 683.
Bewegungsmoment I, 378.
Biegungsmoment I, 253.
Biegungsverhältniſſe der Balken und Bögen I, 251; II, 71.
Blaſerohr II, 613.
Bockmühle, Bock u. ſ. w. II, 468.
Böſchung I, 167. 597.
Böſchung, größte oder natürliche II, 7.
Bogengeſpärre II, 89.
Bogenlänge I, 37.
Bohlenwände II, 13.
Bordaſche Turbine II, 315.
Brachyſtochronismus I, 368.
Bramah-Kolben II, 414.
Brechungsebene I, 280.
Bremſe II, 474.
Bremsdynamometer II, 144.
Brennſtoffe II, 545. 546.
Bricolwinkel I, 549.
Bruchfuge, Bruchwinkel II, 29.
Brücken, ſteinerne II, 41.
Brücken, hölzerne II, 96.
Brücken, gußeiſerne II, 98.
Brücken, ſchmiedeeiſerne II, 101.
Brückenpfeiler II, 43. 178.
Brückenwaagen II, 135.
Brunnenzoll I, 614.
Burdin'ſche Turbine II, 317.

C.

Cadiat'ſche Turbine II, 336.
Callon'ſche Turbine II, 361.
Calorie II, 523.
Capillarität I, 453.
Centeſimalſcala II, 495.
Centrifugalkraft I, 337.
Centrifugalkraft des Waſſers I, 419; II, 237. 318.
Centrifugalregulator II, 621.
Centripetalkraft I, 337.
Cohäſion I, 241; II, 10.
Cohäſionskraft I, 88.
Combes'ſche Turbine II, 334.
Compenſationspendel II, 500.
Compenſationsröhren II, 200.
Concavität I, 14.
Condenſator II, 613.
Conſtante Größen I, 1.
Contraction, Contractionscoefficient I, 496.
Contraction, vollſtändige und unvollſtändige (partielle) I, 511.
Contraction, vollkommene und unvollkommene I, 513.
Converität I, 14.
Coordinaten I, 2.
Couliſſenſchütze II, 258.
Cycloide und Cycloidenpendel I, 365.

D.

Dachgeſpärre II, 84.
Dampf II, 530.
Dampfcylinder II, 597.
Dampfindicator II, 677, 679.
Dampfkammer II, 603.
Dampfkeſſel II, 549.
Dampfkolben II, 600.
Dampfmaſchinen mit und ohne Condenſation II, 595.
Dampfmaſchinen mit und ohne Expanſion II, 596.
Dampfrohr II, 591. 603.
Dampfwege II, 604.
Danaiden II, 309. 325.
Decimalwaage II, 134.
Deckungs- oder Dockungswinkel II, 219.
Deutſche Windmühle II, 468.
Dichtigkeit I, 85.
Dichtigkeit (mittlere) der Erde I, 659.
Dichtigkeit des Dampfes II, 541.
Dichtigkeit der Luft I, 476.
Dichtigkeit des Waſſers II, 509.
Differenzial I, 4.
Differenzialanemometer II, 480.
Differenzialmanometer II, 580.
Differenzialquotient, Differenzialverhältniß I, 6.
Directionskraft der Magnetnadel I, 660.
Doppeltwirkende Kolbenmaſchinen II, 409. 594.
Drahtbrücken (Drahtſeilbrücken) II, 107.
Drehklappen I, 557.
Drehpunkt I, 158.
Drehungshalbmeſſer I, 318.
Drehungsmoment I, 315.
Drehwaage I, 658.
Droſſelventil I, 557; II, 603.
Druck I, 81.
Druck, hydroſtatiſcher I, 416. 423.
Druck, hydrauliſcher I, 484.
Druck der Luft I, 466.
Druckhöhe I, 421. 480.
Druckturbinen II, 308. 313.
Durchlaßwehr II, 169.
Dynamik I, 80.
Dynamometer II, 127.

E.

Edward's Dampfmaſchine II, 649.
Effect II, 122.
Eimerkette II, 462.
Einfachwirkende Kolbenmaſchinen II, 409. 594.
Einfallröhre II, 337. 409.
Einfallsloth I, 389.
Einfallswinkel I, 389; II, 512.

Digitized by Google

Einlaßventil II, 632.
Einrammen I, 401.
Einspritzwasser II, 613.
Elasticität I, 88. 241. 242; II, 502.
Elasticitätsgrenze I, 241.
Elasticitätsmodul I, 243.
Elastische Linie I, 254.
Elemente I, 4.
Elidirungshahn II, 419.
Elliptische Bewegung I, 687.
Elongation I, 360.
Erddruck II, 8.
Erddruck, activer und passiver II, 15.
Erdmagnetismus I, 666.
Erdwinde II, 162.
Erwärmungsfläche II, 553. 703.
Erwärmungskraft II, 546.
Essen II, 562. 565.
Etagenräder II, 359.
Excentrik, excentrische Scheibe II, 617.
Expansion und Expansions-Dampfmaschine II, 596.
Expansionsschieber II, 637. 640.
Expansivkraft I, 466.
Expansivkraft der Wasserdämpfe II, 532.
Exponentialfunction I, 19.

F.

Fahrenheit'sche Scala II, 495.
Fahrloch II, 591.
Fall (freier) der Körper I, 54.
Fall auf der schiefen Ebene I, 351.
Fallbocksteuerung II, 423.
Federwaagen, Federdynamometer II, 142.
Felgen (Radkranzfelgen) II, 210.
Festigkeit I, 242. 286; II, 502.
Festigkeitsmodul I, 246.
Feuerbrücke II, 563.
Feuerfläche II, 553.
Feuerraum und Feuerkanäle II, 562.
Fischgerinne II, 191.
Flächenausdehnung II, 498. 506.
Fliehkraft I, 337.
Fließende Wasser I, 592; II, 169.
Flügelräder II, 465.
Flügelwelle II, 466.
Flüsse II, 169.
Flüssigkeiten, flüssige Körper I, 87.
Flußbetten I, 592; II, 196.
Fluthen, Fluthgerinne II, 190. 192. 194.
Fontain'sche Turbine II, 385.
Fortpflanzungsgeschwindigkeit I, 669.
Fourneyron'sche Turbine II, 337.
Freie Wärme II, 528.
Freihängende Räder II, 287.
Frostpunkt II, 494.
Füllen und Leeren der Schleusen I, 576.
Functionen I, 1.
Futtermauern II, 13.
Friktion I, 200.
Friktionsräder I, 214.

G.

Gay-Lussac'sches Gesetz I, 475.
Gebundene Wärme II, 528.
Gefälle I, 592; II, 169.
Gefäßbarometer I, 466.
Geostatik und Geodynamik I, 89.
Gerinne II, 169.
Geschwindigkeit I, 48.
Geschwindigkeit, mittlere I, 61.
Geschwindigkeit, virtuelle I, 109.
Geschwindigkeit des fließenden Wassers I, 593; II. 196.
Geschwindigkeit des Schalles I, 674.
Geschwindigkeitscoefficient I, 495.
Geschwindigkeitshöhe I, 56.
Gewicht I, 82.
Gewicht, absolutes I, 86.
Gewicht, specifisches oder eigenthümliches I, 85.
Gewichtseinheit I, 82.
Gewichtssteuerung II, 423.
Gewölbe, Gewölbsteine u. s. w. II, 22. 23.
Gitterbalken, Gitterbrücken, II, 96. 97.
Gleichgewicht I, 80.
Gleichgewicht, labiles, stabiles und indifferentes I, 155.
Gleichgewichtsventil II, 633.
Göpel, Hand- und Pferdegöpel II, 162.
Graben II, 169.
Größen, constante und variable I, 1.
Großwasser II, 171.
Grundwehre II, 170.
Guldinische Regel I, 150.

H.

Haarröhrchen I, 462.
Hähne I, 557.
Hahnsteuerung II, 417. 605.
Hammerräder II, 306.
Hammersteuerung II, 423. 425.
Hängebrücke II, 107.
Häng- und Sprengwerk II, 85.
Hängesäule II, 57.
Hängewerke II, 58.
Härte I, 241. 383.
Handgöpel II, 162.
Hanfliderung II, 600.
Haspel, Hornhaspel u. s. w. II, 160.
Haube einer Windmühle II, 468.
Hauptaxen I, 347.
Hebekraft der Erde II, 15.

Hebel, verschiedene Arten desselben I, 158. 159.
Hebel, animalische Kräfte an demselben II, 157.
Hebelarme I, 115. 158.
Hebelsteuerung II, 627.
Heizfläche II, 553.
Hochdruckdampfmaschinen II, 595.
Hochdruckturbinen II, 337.
Holländische Windmühle II, 468.
Holzconstructionen II, 50.
Horizontale Wasserräder II, 308.
Hornhaspel II, 160.
Hülfswassersäulenmaschinen II, 428.
Hydrostatik, Hydrodynamik, Hydraulik I, 89.
Hydrometer, Hydrometrie I, 609.
Hydrometrisches Flügelrad I, 620.
Hydrometrisches Pendel I, 625.

J.

Immerwasser II, 171.
Indicator, Dampfindicator II, 677.
Indicatorcurven II, 681.
Injectionswasser II, 613. 699.
Integrale I, 15.
Integralformeln I, 27.
Intensität (Größe) einer Kraft I, 88.
Isochronismus I, 368.
Jonval'sche Turbine II, 387.

K.

Kämpfer (Gewölbstein) II, 22.
Kaltwasserpumpe II, 613. 620. 700.
Kaltwasserquantum II, 701.
Kanäle (Canäle) II, 192.
Kataraft (Cataract) II, 635.
Keile I, 174.
Kesselprobe II, 592.
Kesselstärke II, 557.
Kettenbrücke II, 107.
Kettenlinie I, 186; II, 25.
Klappenventile I, 559.
Kleinwasser II, 171.
Kloster-, Kreuz-, Kuppelgewölbe II, 47.
Knagge (Steuerung) II, 628.
Knieröhren I, 548.
Köchlin'sche Turbinen II, 387.
Königsbaum II, 471.
Körper von gleichem Widerstande I, 248. 281.
Kochen II, 522.
Kofferkessel II, 550.
Kolben II, 207. 409.
Kolbenhub, Kolbenweg II, 441. 698.
Kolbenrad II, 461.
Kolbenreibung II, 443. 687.
Kolbenstange II, 602.
Kolbensteuerung II, 417. 420.
Korbbogen II, 45.
Kraft, verschiedene Arten derselben I, 80. 88.
Kräftepaar I, 121.
Kraftformeln (für Thiere u. s. w.) II, 151.
Kraftmaschinen II, 121.
Kraftrichtung I, 88.
Kreisercentrik II, 617.
Kreisfunctionen I, 23.
Kreiselräder II, 308.
Kränze II, 200. 208.
Kronenventile II, 612.
Kropf- und Kropfräder II, 208.
Kropfröhren I, 550.
Kropfschaufeln II, 219.
Krümmungshalbmesser und Krümmungskreis I, 39. 75.
Kufenräder II, 316.
Kühlgefäß II, 613.
Kurbel, Krummzapfen II, 615.
Kurbelhaspel II, 161.

L.

Länge einer Welle I, 668. 669.
Längenausdehnung, lineäre Ausdehnung II, 498.
Längenschwingungen I, 654.
Last II, 121.
Lastmaschinen II, 121.
Latente Wärme II, 528.
Laternenventil II, 612.
Laufrad II, 165.
Lebendige Kraft I, 97.
Lehrgerüste II, 93.
Leistung einer Kraft I, 92.
Leistung der Centrifugalkraft I, 318.
Leistungen (Nutz-, Neben- und Totalleistung) II, 122.
Leistungsvermögen des Wassers II, 206.
Leitschaufeln II, 247. 258. 339.
Leitungsröhren II, 199.
Liderung II, 414. 600.
Linie, elastische I, 254.
Luftmanometer I, 477; II, 578
Luftständer II, 201.
Luft- und Warmwasserpumpe II, 614. 621. 702.
Luftventil II, 589.

M.

Magnetismus I, 660.
Magnetnadel I, 662.
Manometer I, 468; II, 576.
Mantel, Radmantel II, 259.

Mariotteſches Geſetz I, 470; II, 534.
Maſchine II, 121.
Maſſe I, 81.
Maſſenmoment I, 315.
Materie I, 81.
Maximum und Minimum I, 12.
Mechanik I, 79.
Metacentrum I, 443. 444.
Methode der kleinſten Quadrate I, 41.
Metallmanometer II, 586.
Metallliderung II, 600.
Metallpyrometer II, 495.
Metallthermometer II, 498.
Miſchungsmethode II, 524.
Mitteldruckdampfmaſchine II, 595.
Mittelkraft I, 99.
Mittelpunkt der Maſſe I, 128.
Mittelpunkt parallelwirkender Kräfte I, 123.
Mittelpunkt des Schwunges I, 370.
Mittelpunkt des Stoßes I, 399.
Mittelpunkt des Waſſer- und Erd-Druckes I, 424; II, 10.
Mittelſchlägige Räder II, 252.
Mittelwaſſer II, 171.
Modul eines Logarithmenſyſtems I, 18.
Molekularwirkungen I, 453.
Moment, ſtatiſches oder Kraftmoment I, 116.
Moment der Trägheit I, 315.
Mönchskolben II, 414.
Motoren II, 121.
Muſchelſchieber II, 607.

N.

Naturlehre I, 79.
Navier's Formel II, 543.
Niederdruckdampfmaſchine II, 595.
Niederdruckturbine II, 337.
Nieten, Nietnägel II, 550.
Normale I, 38.
Normalacceleration I, 76.
Normalkraft I, 111. 337.

O.

Ordinaten I, 2.
Orkan II, 477.
Oſcillation I, 359.

P.

Pambour's Formel II, 543. 657.
Pambour's Theorie II, 693.
Panemoren II, 465.
Panſterzeuge II, 276.
Parabel I, 70.
Parallelogramm der Accelerationen I, 69.
Parallelogramm der Geſchwindigkeiten I, 66.
Parallelogramm der Kräfte I, 100.
Pegel II, 170.
Pendel, mathematiſches und materielles I, 360.
Pendelſchlag I, 360.
Pendelſteuerung II, 423.
Pfanne der Zapfen II, 215.
Pfeiler der Brücke II, 43.
Pferdegöpel II, 162.
Piëzometer I, 542.
Pitot'ſche Röhre I, 624.
Pneumatik I, 90.
Poncelet'ſche Ausflußmündungen I, 503.
Poncelet's Theorien I, 219.
Poncelet'ſche Waſſerräder II, 292.
Poncelet'ſche Turbine II, 320.
Preßring II, 474.
Probirhähne II, 575.
Prony's Zaum II, 144.
Pyrometer II, 493. 495.

Q.

Quadrantenthermometer II, 497.
Quadrat (mittleres) der Kolbengeſchwindigkeiten II, 670.
Quadratur der Curven I, 31.
Queckſilberthermometer II, 494.
Querprofil der fließenden Waſſer I, 592.
Querſchwingungen I, 657.

R.

Radarme II, 211. 213.
Radwelle I, 196.
Raumausdehnung II, 506.
Reaction des ausfließenden Waſſers I, 628.
Reactionsräder, Reactionsturbinen II, 308. 326.
Rectification der Curven I, 39.
Reduction der Kraft und Laſt II, 123.
Reduction der Maſſen I, 316.
Reductionsformel I, 30.
Redtenbacher's Doppelturbine II, 405.
Reflexionswinkel I, 389; II, 512.
Regulirungsklappe II, 604.
Reibung, gleitende und wälzende I, 200. 201.
Reibungscoefficient I, 204.
Reibungscoefficient des Waſſers in Röhren I, 531.
Reibungscoefficient des Waſſers in Flußbetten I, 601.
Reibungscoefficient der Luft in Röhren I, 590.

Reibung auf der ſchiefen Ebene I, 209.
Reibungskegel I, 205.
Reibungs- oder Ruhewinkel I, 205; II, 7.
Reaumur'ſche Scala II, 495.
Reverſionspendel I, 373.
Rheometer I, 626.
Riegelſchaufel II, 219.
Ring, Rollring, Laufring, II, 473.
Röhrenbrücken II, 101.
Röhrenkeſſel II, 552.
Röhren- und Keſſelſtärke I, 434.
Röhrenleitungen II, 169. 199.
Röhrenſchieber II, 607.
Röhrenventile II, 609.
Röſchen II, 169.
Rollen, feſte und loſe I, 195.
Roſt, Roſtſtäbe II, 562.
Ruhepunkt I, 158.
Rückſchlägige Waſſerräder II, 246.

S.

Sammelrevier II, 185.
Sattel- und Sternräder II, 209.
Säulen und Streben II, 50.
Sauerſtoff II, 545.
Schädlicher Raum II, 261. 684.
Schallgeſchwindigkeit I, 673.
Schaufeln und Schaufelräder II, 208.
Schaufelungsmethoden II, 218. 219.
Schieber, Schubkaſtenventile I, 557; II, 607.
Schiebersteuerung II, 607.
Schiefe Ebene I, 170. 204. 351.
Schiffmühlenräder II, 208. 287.
Schiffswinde II, 162.
Schlammkäſten II, 201.
Schleuſenwehre II, 169.
Schlußſtein II, 22.
Schmierpreſſe II, 417.
Schmelzen, Schmelzmethode II, 520. 524.
Schnellwaagen II, 133.
Schnurgerinne II, 272.
Schornſtein II, 565.
Schottiſche Turbinen II, 333.
Schußgerinne II, 221.
Schützen II, 173. 221.
Schwamkrug'ſche vertikale Druckturbinen II, 405.
Schwengel II, 163.
Schwerkraft I, 79.
Schwerpunkt I, 128.
Schwerlinie, Schwerebene I, 129.
Schwimmer, Schwimmkugel, Schwimmſtab I, 617; II, 574.
Schwingung, ſchwingende Bewegung I, 651.
Schwingungen der elaſtiſchen Stäbe I, 679.
Schwingungen der Magnetnadel I, 662.
Schwingungen der Saiten I, 677.
Schwingungen des Waſſers I, 685.
Schwingungspunkt I, 370.
Schwingungsweite, Schwingungsamplitude I, 652
Schwingungszeit I, 360. 652.
Schwungkraft I, 337.
Seilmaſchinen I, 176.
Seilreibung I, 229.
Seitenkräfte I, 99.
Senkwaagen I, 449.
Sicherheitsventile II, 586.
Sieden, Siedepunkt II, 494. 522.
Sieder, Siederöhren II, 551.
Sims'ſche Dampfmaſchine II, 651.
Sondirſtange I, 619.
Spannung I, 176. 254. 457.
Spannungsmeſſer II, 677.
Spannſchütze II, 222.
Sparren II, 50.
Sparrenſchub II, 52. 88.
Speciſiſches Dampfvolumen II, 543.
Speciſiſches Gewicht I, 85.
Speciſiſche Wärme II, 523. 525. 526.
Speiſepumpe II, 572. 614. 701.
Speiſerohr II, 571.
Speiſewaſſer II, 554. 701.
Sperrklinke, Sperrhaken II, 627.
Sprengwerke II, 59.
Springender Waſſerſtrahl I, 539.
Sproſſen oder Scheiben der Windflügel II, 467.
Sproſſenrad II, 165.
Spundſtücke II, 194.
Stab- und Straubräder II, 261.
Stabilität, Standfähigkeit I, 165.
Stabilität eines ſchwimmenden Körpers I, 443.
Stabilitätscoefficient II, 19.
Statik I, 80.
Stauung, Stauhöhe und Stauweite II, 170.
Stauung durch Brückenpfeiler u. ſ. w. II, 177.
Steifigkeit der Ketten und Seile I, 233. 235.
Stellhähne bei Waſſerſäulenmaſchinen II, 449.
Stert, Sterz bei Windmühlen II, 471.
Steuerung II, 417. 603. 617.
Steuercylinder II, 418. 431.
Steuerkolben II, 417.
Steuerſtange, Steuerbaum II, 628.
Steuerwaſſerquantum II, 457.
Stichbogen II, 44.
Stiefel II, 412.
Stift, Reibung an demſelben I, 223.

Stockpanster II, 276.
Stopfbüchse II, 416, 599.
Stoß, verschiedene Arten desselben I, 375. 376.
Stoß des Wassers I, 631.
Stoß der Luft I, 641.
Stoß- und Setzschaufeln II, 219.
Stoßfestigkeit I, 406.
Stoßräder, Stoßturbinen II, 309.
Sturm II, 477.
Strahlende Wärme II, 511.
Straßen-Waage II, 135.
Striegel, Striegelstange II, 191.
Stromgeschwindigkeitsscala I, 594.
Stromquadrant I, 625.
Stromstrich, Stromrinne I, 593.
Stützpunkt I, 158.
Subnormale, Subtangente I, 38.

T.

Tafelwaage II, 135.
Tagepipe, Tagehahn II, 441.
Tangente, Tangentenwinkel I, 6.
Tangentialkraft I, 111.
Tangentialrad (Turbine) II, 320.
Tautochronismus I, 368.
Teiche, Teichdämme II, 185. 186.
Teichgerinne II, 190.
Temperatur I, 475; II, 493.
Theilkreis II, 219.
Thermometer II, 493.
Thierische Kräfte II, 149.
Thurmmühle II, 468. 471.
Torsion I, 242. 294.
Torsionspendel und Torsionsschwingungen I, 658.
Trägheit I, 82.
Trägheitshalbmesser I, 318.
Trägheitskraft I, 83. 88.
Trägheitsmoment I, 315.
Tragmodul I, 245.
Treibecylinder, Stiefel II, 409. 412.
Treibekolben, Treibekolbenstange II, 409. 414. 416.
Tretrad II, 165.
Tretscheibe II, 167.
Trigonometrische Functionen I, 23.

U.

Ueberfall u. Wandeinschnitt I, 487. 507.
Ueberfallwehre II, 169. 170.
Ueberfallschützen II, 254.
Umdrehungsaxe, I, 154.
Umtriebsmaschinen II, 121.
Umtriebsmaschinen, hydraulische II, 207.
Unterschlägige Wasserräder II, 272.

V.

Ventile I, 469. 558.
Ventilsteuerung II, 609.
Verbindungsmaschinen II, 121.
Verbrennung II, 545.
Verdampfung, Verdunstung II, 520. 558.
Versuchsapparat, hydraulischer I, 578.
Vierweghahn II, 605.
Voreilen der Steuerung (des Schiebers) II, 622.
Vorwärmer II, 613.

W.

Waage, gemeine, gleicharmige II, 128.
Waage, ungleicharmige II, 133.
Wärme II, 493.
Wärme, freie und gebundene, latente II,
Wärme, specifische II, 523. 528.
Wärme, strahlende II, 511.
Wärmecapacität II, 523.
Wärmeeinheit II, 523.
Wärmeleitung und Wärmeleiter II, 513. 514.
Wärmemenge des Dampfes II, 548.
Wärmestrahlen II, 511.
Walzen und wälzende Reibung I, 228.
Wagenkessel II, 550.
Walzenkessel II, 550.
Wasser, Ausfluß desselben I, 479.
Wasserdämpfe II, 530.
Wasserdämpfe, gesättigte, im Maximo der Spannung II, 531.
Wasserdruck, hydrostatischer I, 416.
Wasserdruck, hydraulischer I, 484.
Wasserhaltender Bogen II, 229.
Wasserkraft II, 206.
Wasserleitungen II, 168. 169.
Wassermenge, Wasserquantum I, 479.
Wasserräder, ihre Eintheilung II, 207.
Wassersäulenmaschinen II, 207. 409.
Wassersäulenrad II, 463.
Wasserspiegel I, 418.
Wassersprung, Wasserschwelle II, 183.
Wasserstandshähne und Wasserstandsröhren II, 575.
Wasserstand in communicirenden Röhren I, 422. 452.
Wasserstrahl I, 480.
Wasserwellen I, 690.
Wasserzoll I, 614.
Watt'sche Dampfmaschinen II, 619.
Wechselhäuschen II, 201.
Wedgwood's Pyrometer II, 496.
Wehre II, 169. 170.
Weingeistthermometer II, 495.
Welle, stehende II, 162.
Wellen und Wellenzapfen II, 211.

Digitized by Google

Wellenberg, Wellenthal I, 691.
Wellenhöhe, Wellenlänge I, 691.
Whitelaw'sche Turbinen II, 333.
Widerlager, Widerlagspfeiler II, 22.
Widerstände I, 80.
Widerstand des Wassers I, 639.
Widerstandscoefficient I, 522. 641.
Widerstandslinie II, 14. 30.
Winde (stehende Welle) II, 162.
Wind- oder Wetterfahne II, 476.
Windflügel, Windruthen II, 467.
Windgeschwindigkeiten II, 476.
Windmesser II, 477.
Windmühle II, 464.
Windrad II, 464.
Windschiefe Windflügel II, 485.
Windstöcke II, 201.
Winkelacceleration I, 397.
Winkelgeschwindigkeit I, 315.
Wirkung, Wirkungsgrad II, 122.
Wirkung und Gegenwirkung I, 89.
Woltmann'scher Flügel (Flügelrad) I, 620.
Woolf'sche Dampfmaschine II, 649.
Wurfbewegung im leeren Raume I, 73.
Wurfbewegung in der Luft I, 646.
Wurfhöhe I, 73.
Wurflinie I, 647.
Wurfweite I, 73.

Z.

Zapfen der Teiche II, 191.
Zapfen und Zapfenlager der Räder II, 214. 215.
Zapfenlager bei Turbinen II, 342.
Zapfenreibung I, 202. 213; II, 240.
Zeigerwaagen II, 140.
Zellenräder II, 208.
Ziehpunkte II, 276.
Zerdrückungs- und Zerknickungsfestigkeit I, 287.
Zusammengesetzte Ausflußgefäße I, 560.
Zusammengesetzte Elasticität und Festigkeit I, 242. 299.
Zwischenmaschinen II, 121.

Vorrede zur ersten Auflage.

Bei der Bearbeitung dieses zweiten Bandes meiner Ingenieur- und Maschinenmechanik bin ich den schon in der Vorrede des ersten Bandes ausgesprochenen und in diesem Bande befolgten Ansichten möglichst nachgegangen. Ich weiß zwar, daß diese Ansichten nicht von Allen getheilt werden, daß zumal von Manchen eine allgemeinere Darstellung und gelehrtere Behandlung in diesem Werke vermißt wird, allein ich habe auch die Erfahrung zur Seite, daß der in diesem Buche eingeschlagene elementare und mehr populäre Weg leicht von Jedem verfolgt werden kann, welcher nicht im Besitze ausgedehnter analytisch-mathematischer Kenntnisse ist, und deshalb auch dahin führt, der Mechanik mehr Eingang und Anwendung und dadurch wieder mehr Werth und Geltung in der Technik zu verschaffen, als es bis jetzt der Fall gewesen ist.

Man findet noch immer sehr häufig, daß Praktiker bei ihren Ausführungen die Anwendung der wissenschaftlichen Mechanik verschmähen und es vorziehen, den Weg der Empirie einzuschlagen; entweder haben dieselben nicht das erforderliche Zutrauen zu den Regeln der Wissenschaft, oder sie finden die betreffenden Schriften nicht genügend, um sie als Rathgeber und Führer bei Anordnung und Berechnung ihrer Constructionen gebrauchen zu können. Wenn man nun weiß, wie viel in so vielen Hinsichten darauf ankommt, daß Maschinen und Bauwerke allen Anforderungen vollkommen entsprechend ausgeführt werden, und erwägt, daß dies nur durch richtige Anwendung richtig begründeter Regeln der Wissenschaft möglich ist, so wird

man auch das Bestreben des Verfassers, den ausgesprochenen Mängeln entgegen zu wirken, zu würdigen wissen.

Richtige Begründung und Einfachheit sind gewiß die Haupterfordernisse von einem Werke, welches Praktikern als Lehrer und Führer dienen soll. Mangel an beiden sind aber die vorzüglichsten Ursachen, welche der Anwendung der Mechanik auf die Praxis bis jetzt noch so viel Eintrag gethan haben. Wenn bei Entwickelung von Regeln unsichere oder unzulässige Voraussetzungen gemacht werden, wenn hierbei nicht das Wesentliche vom Unwesentlichen, das Ueberwiegende von dem Untergeordneten gehörig getrennt wird, wenn endlich wichtige Verhältnisse oder Einflüsse außer Acht gelassen, dagegen untergeordnete in Betracht gezogen werden, so können natürlich auch die Regeln selbst, so richtig auch deren Ableitungen sein mögen, nicht die für die Anwendung hinreichende Brauchbarkeit besitzen. Leider wird gerade auf diese Weise von Schriftstellern oft gefehlt, und es ist daher kein Wunder, wenn Praktiker sehr oft theoretische Regeln unrichtig oder wenigstens unzulänglich finden. Daher kommt es auch, daß Praktiker nicht selten von einer unrichtigen Theorie sprechen, während doch nur von einer unangemessenen Begründung und Anwendung derselben die Rede sein kann. Es ist allerdings nicht immer leicht, sachgemäße und richtige Regeln und Formeln zum Gebrauche der praktischen Mechanik aufzufinden; es gehört hierzu nicht nur eine genaue Bekanntschaft mit der Natur des Gegenstandes, die zuweilen nur durch besondere Beobachtungen oder Versuche verschafft wird, sondern auch eine besondere Aufmerksamkeit und selbst eine gewisse geistige Fähigkeit. Der Verfasser hat beim Aufsetzen des vorliegenden zweiten Bandes, wo es darauf ankam, praktisch brauchbare Theorien zu entwickeln, sein Augenmerk vorzüglich auf diesen Gegenstand gerichtet; er hat sich wenigstens nach Kräften bemüht, in dem vorliegenden Buche Praktikern den zur Sprache gebrachten Rathgeber und Führer zu verschaffen, ermißt aber recht wohl, daß ihm dies nicht vollkommen gelungen ist.

Auch der Mangel an Einfachheit und die große Allgemeinheit in der Behandlung der Wissenschaft und der von ihr entwickelten Formeln ist der allgemeineren Einführung der Mechanik in die Praxis sehr hinderlich. Nicht selten findet man, daß selbst mathematisch vorgebildete Praktiker in

ihrem Berufe die Hülfe der wissenschaftlichen Mechanik vernachlässigen, weil ihnen dieselbe zu umständlich und beschwerlich ist, und daß Diejenigen, welche keine umfassende Kenntniß in der Mathematik oder wenig Fertigkeit in der Behandlung derselben besitzen, die Anwendung der wissenschaftlichen Mechanik auf die Praxis aus demselben Grunde ganz verschmähen. Um einer allgemeineren Anwendung der wissenschaftlichen Mechanik auf die Praxis Vorschub zu leisten, ist es daher nöthig, den Vortrag dieser Wissenschaft zu populariſiren und die durch diese gewonnenen Regeln möglichst zu vereinfachen. Man hat aus diesem Grunde z. B. statt einer großen allgemeinen Formel oft mehrere kleine und vereinfachte Specialformeln aufzustellen oder, nach Befinden, statt derselben vereinfachte Näherungsformeln zu entwickeln, ferner durch Einführung von Coefficienten eine größere Vereinfachung der Formeln zu erstreben u. s. w.

Der vorliegende zweite Band meiner Mechanik zerfällt in zwei Abtheilungen, von denen die eine die Anwendung der Mechanik auf Bauwerke, die zweite aber die auf Maschinen, und zwar insbesondere die Theorien und kurze Beschreibungen der sogenannten Kraft- oder Umtriebsmaschinen enthält. Vielleicht finden Manche die erste Abtheilung zu kurz, die zweite hingegen zu lang. In Betreff der ersten muß ich allerdings gestehen, daß es mir jetzt selbst leid thut, nicht tiefer in die Theorien der hölzernen und steinernen Brücken eingegangen zu sein, namentlich auch Ardant's Abhandlung über die Sprengwerke nicht benutzt zu haben, da dieser Gegenstand durch die vielen Eisenbahnanlagen jetzt eine besondere Wichtigkeit erlangt hat. Was aber die zweite Abtheilung anlangt, so glaube ich, daß hier nur bei wenigen Artikeln eine größere Kürze möglich ist, ohne den Werth des Buches zu beeinträchtigen. Es kann sein, daß mancher Leser das Kapitel über Wassersäulenmaschinen zu groß findet, weil die Anwendung dieser Maschinen fast nur auf den Bergbau eingeschränkt ist. Ich habe allerdings bei Bearbeitung dieses Gegenstandes im Auge gehabt, daß hier eine Lücke in der Literatur auszufüllen sei, da in allen Lehr- und Handbüchern über Mechanik wenig oder soviel wie nichts über diese Maschinen gesagt wird, und zugleich gehofft, dadurch den Bergingenieuren einen Dienst zu erweisen. Das Kapitel über Turbinen wird vielleicht auch von Einigen

zu ausgedehnt gefunden, zumal da dasselbe auch eine Monographie der älteren Stoß- und Druckturbinen enthält. Ich glaube jedoch, daß in diesem Kapitel ein Weglassen oder Abkürzen nur von Nachtheil gewesen sein würde, aus dem Grunde, daß gerade zur Beurtheilung des Werthes einer vollkommenen Maschine es nöthig ist, die Theorie und also auch die Mängel anderer ähnlichen unvollkommenen Maschinen zu kennen. Uebrigens wird der Gebrauch unvollkommener Maschinen nie aufhören, da es immer Orte und Verhältnisse geben wird, wo auf eine Oekonomie der Arbeitskraft nichts, wohl aber auf die Wohlfeilheit der Maschine selbst sehr viel ankommt. In dem Kapitel über das Messen der Arbeitskräfte u. s w. hätte ich vielleicht etwas ausführlicher über die Dynamometer sprechen sollen; wäre zur Zeit der Bearbeitung Morin's Leçons de mécanique pratique in meinen Händen gewesen, so würde ich es vielleicht auch gethan haben. Am meisten Schwierigkeiten hat mir die Bearbeitung des zweiten Abschnittes, zumal aber die des Kapitels über Dampfmaschinen verursacht, und ich befürchte auch noch, daß dieser Abschnitt nicht allenthalben den Anforderungen des Lesers entsprechen werde. Vielleicht hätte ich das Kapitel über Wärme kürzer fassen oder dasselbe ganz weglassen können, da es in der Regel dem Vortrage über Physik überlassen wird; wenn ich indessen bedenke, daß ich hierin nur das abgehandelt habe, was für die Baukunst und für die Maschinenlehre, zumal aber für die Dampfmaschinen von Wichtigkeit ist, so scheint mir allerdings dieser Gegenstand mit Recht eine Stelle in diesem Buche einzunehmen. Bei der Bearbeitung des Kapitels über Dampfmaschinen habe ich sowohl von der Poncelet-Morin'schen Coefficiententheorie als auch von der neueren Pambour'schen Theorie Gebrauch gemacht; zugleich bin ich hierin auch meinen eigenen Ansichten gefolgt, und kann hoffen, daß meine Bearbeitung dieses Gegenstandes nicht als eine bloße Compilation wird angesehen werden können.

Wesentliche Dienste haben mir bei Bearbeitung dieses Werkes die Ergebnisse meiner hydraulischen Versuche geleistet, da ich mit Hülfe der durch diese erlangten Widerstandscoefficienten in den Stand gesetzt worden bin, die Arbeitsverluste zu berechnen, welche aus den hydraulischen Hindernissen

bei den Turbinen, Waſſerſäulen- und Dampfmaſchinen entſpringen. Ich kann behaupten, daß dadurch der Entwickelung brauchbarer Theorien dieſer Maſchinen ein beſonderer Vorſchub geleiſtet wird.

Es bleibt mir nun noch übrig, dem geehrten Leſer darüber Rechenſchaft abzulegen, daß ich das ganze Werk mit dieſem zweiten Bande, wie anfänglich beabſichtigt wurde, nicht zum Schluſſe bringe, und daß ich noch einen dritten Band hinzuzufügen mich genöthigt ſehe. Allerdings iſt mir hier ein Irrthum untergelaufen, welcher darin beſteht, daß ich den Umfang des vorliegenden Materials zu klein geſchätzt habe. Nachdem ich aber einmal mit der Bearbeitung des Werkes weiter fortgeſchritten, und mir darüber von ſo vielen Seiten Beweiſe des Beifalls zu Theil geworden waren, ſo blieb mir nichts weiter übrig, als auf der betretenen Bahn fortzuſchreiten, und nun entweder am Plane des Werkes abzuſchneiden oder am Umfange deſſelben zuzuſetzen. Das Erſtere zu thun, konnte ich mich aber deshalb nicht entſchließen, weil gerade die noch fehlenden Gegenſtände, nämlich die fehlenden Zwiſchen- und Arbeitsmaſchinen in den vorhandenen Werken über Mechanik ſehr ſtiefmütterlich behandelt ſind, und es an einem vollſtändigeren Werke über die letzteren Maſchinen ganz fehlt. So hoffe ich denn durch die Hinzufügung eines dritten Bandes einem Bedürfniſſe abzuhelfen.

Bei der Reviſion des Druckes haben mich die Herren Bornemann und Röting weſentlich unterſtützt, und gewiß hat die Correctheit des Buches dieſen Herren Vieles zu danken, was ich hier auszuſprechen, nicht unterlaſſen darf.

Freiberg, den 1. December 1847.

Julius Weisbach.

Vorrede zur zweiten Auflage.

Dieſer zweiten Auflage vom zweiten Bande der Ingenieur- und Maſchinen-Mechanik ſind mehrfache Verbeſſerungen und Ergänzungen zu Theil geworden. In der erſten Abtheilung, der Statik der Bauwerke, ſind beſonders die Brücken viel ausführlicher behandelt worden, als in der erſten Auflage, und es haben auch Röhrenbrücken aus Eiſenblech, welche in der neueſten Zeit von den Engländern conſtruirt worden ſind, in dieſer Auflage einen Platz gefunden. Es hat ferner der Verfaſſer in dem Kapitel über die vertikalen, und insbeſondere über die oberſchlägigen Waſſerräder mehrfache Ergänzungen und Berichtigungen angebracht, und es iſt auch das Kapitel über Reactionsräder und Turbinen, zumal durch die Reſultate der an dieſen Maſchinen in der neueſten Zeit angeſtellten Verſuche bereichert worden. Endlich hat noch die Lehre von der Wärme und von den Dämpfen einige weſentliche Ergänzungen erhalten, da bei der Reviſion derſelben die neueſten Verſuche von Regnault (S. Mémoire de l'académie royale des sciences de l'institut de France, Tome XXI.) benutzt werden konnten. Durch die Hinzufügung guter Abbildungen von der Gölzſchthalbrücke und der Britanniabrücke, ſo wie von einem Tangentialrade, von einer Sims'ſchen Dampfmaſchine u. ſ. w. hat dieſe neue Auflage ebenfalls an Werth gewonnen. Uebrigens ſtimmt ſowohl im Ganzen als auch in der Behandlungsweiſe dieſe zweite Auflage mit der erſten vollkommen überein.

Freiberg, den 24ſten Mai 1851.

Der Verfaſſer.

Inhalt des zweiten Theiles.

Die Anwendung der Mechanik auf Bauwerke und auf die Umtriebsmaschinen.

Erste Abtheilung.

Die Anwendung der Mechanik auf Bauwerke.

Erstes Kapitel. Von dem Zusammenhange und Drucke lockerer Massen. Seite 1—22; §. 1—§. 13.

Zweites Kapitel. Die Theorie der Gewölbe. Seite 22—49; §. 14—§. 27.

Drittes Kapitel. Die Theorie der Holz- und Eisenconstructionen. Seite 50—118; §. 28—§. 62.

Zweite Abtheilung.

Die Anwendung der Mechanik auf die Umtriebsmaschinen.

Einleitung. Seite 121—126; §. 63—§. 66.

Erster Abschnitt.

Von den bewegenden Kräften und von den Kraftmaschinen.

Erstes Kapitel. Von dem Messen der bewegenden Kräfte und ihrer Wirkungen. Seite 127—148; §. 67—§. 77.

Zweites Kapitel. Von den Menschen- und Thierkräften, sowie von den Maschinen zur Aufnahme derselben. Seite 149—168; §. 78—§. 87.

Drittes Kapitel. Von dem Ansammeln, sowie von dem Zu- und Abführen des Aufschlagewassers. Seite 168—205; §. 88—§. 106.

Viertes Kapitel. Von den vertikalen Wasserrädern. Seite 206—307; §. 107—§ 159.

Fünftes Kapitel. Von den horizontalen Wasserrädern. Seite 308—408; §. 160—§. 215.

Sechstes Kapitel. Von den Wassersäulenmaschinen. Seite 409—464; §. 216—§. 244.

Siebentes Kapitel. Von den Windrädern. Seite 464—492; §. 245—§. 261.

Zweiter Abſchnitt.

Von der Wärme, von dem Dampfe und von den Dampfmaſchinen.

Erſtes Kapitel. Von den Eigenſchaften der Wärme.
Seite 493—529; §. 262—§. 285.

Zweites Kapitel. Von den Waſſerdämpfen.
Seite 530—549; §. 286—§. 298.

Drittes Kapitel. Von den Dampferzeugungsapparaten.
Seite 549—594; §. 299—§. 320.

Viertes Kapitel. Von den Dampfmaſchinen.
Seite 594—704; §. 321—§. 384.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

RETURN TO
CIRCULATION DEPARTMENT
198 Main Stacks

LOAN PERIOD 1	2	3
HOME USE		
4	5	6

ALL BOOKS MAY BE RECALLED AFTER 7 DAYS.
Renewals and Recharges may be made 4 days prior to the due date.
Books may be Renewed by calling 642-3405.

DUE AS STAMPED BELOW

AUG 02 2000

UNIVERSITY OF CALIFORNIA, BERKELEY
BERKELEY, CA 94720-6000

FORM NO. DD6

YC 13626

415435

UNIVERSITY OF CALIFORNIA LIBRARY